

帝室林野局

北海道林業試験場彙報

第四號



Metzger の法則に就て 1

板の巾の收縮 33

帝室林野局北海道林業試験場

北海道・札幌

昭和十八年八月

當場彙報には試験中のものにありても不取敢中間報告を要すと認めらるる實驗觀察の事項及び派生的事項なるも業務上参考となるべきものを登載す。

本號には木材利用に關する事項を登載せり。是等は技手井阪三郎が入營に際して、不取敢中間復命せる事項にして、尙調査研究を要するものあれど参考となるべきものあるを以て、技手小熊米雄をして、専ら淨書校正に當らしめ、輯錄印刷に附する事とせり。

昭和十八年八月

帝室林野局北海道林業試驗場長

技師
林學博士 原田泰

Metzgerの法則に就て

技手 井阪三郎

樹木は大なる自然の中に生育して居るものであるから、外界の因子に依り直接間接、多かれ少なかれ影響を受け、平衡を保ちつつその一生を終へるものである。故にその成長も、外界の因子に依り左右されると看做され、その主なる因子として、温度、湿度、陽光、水分、養分等が知られ、これらの第二次的作用として生長素の作用が、大なる役目をなして居る。樹木はその生存競争により、他の樹木より少しでも高く伸び陽光をより多く受け、自己の生存を安全なものになさうと努力してゐる。然しながら樹高のみ伸び、肥大生長がそこに伴なはなかつたとするならば、風力、重力等に抗し得ず、却て自己の生命を危ふくするものである。故に生存競争に打ち勝たんとするならば、必要にして且充分なる最少限度の肥大生長をなし、その餘力により樹高生長をより多くし、他樹木群と競争して行かなければならなくなる。斯くて樹木は或る程度まで形が似て居るものと考へられる。

樹幹曲線としては、古くから色々の式が考へられて、その主なるものを掲げれば、次の如くである。

1. $y = a + bx + cx^2 + \dots + qx^n$ O. Simony
2. $y^2 = px^r$ M. Kunze
3. $y^2 = a + b\sqrt[n]{x} + c\sqrt[n]{x^2} + d\sqrt[n]{x^3} + \dots$ C. Kreutzer
4. $y = a + bx^{0.939}$, $y = (a+x)\sqrt{b-cx+dx^2}$ v. Lorenz
5. $\frac{d}{D} = C \log \frac{c+l}{c}$ A. G. Höjer

$$6. \frac{d}{D} = \frac{l}{a+bl}$$

Behre

$$7. y = Ae^{ax - \frac{b}{x}}$$

寺崎

$$8. y^2 = a - bx^4 - cx^2, \quad y^2 = a - bx^m$$

和田

$$9. y = A + Bx - Cx^2 + Dx^3, \quad y = A + Bx + Cx^2 - Dx^3$$

稻垣

これらの樹幹曲線中、適當なるものの具備すべき要件として、Lorenz氏は次の三項を擧げて居る。

- i) 實驗式に含まるる項數は成るべく少く、従つて出来るだけ少數なる測定半徑値に依つて、曲線を精密に描き得べきものたること。
- ii) 出來得るだけ簡単なる、求積式を導き得べきものたること。
- iii) 幹曲線式は、樹幹の全部に對しても、一部分に對しても、その形を本質的に變ぜずして適用し得べきものたること。

以上の諸式は、總て實際の幹曲線に最も似て居る曲線をもつて代用したものであるが、この外幹曲線を作る原因から進めて、これを數學的に表示せんと試みたものがある。即ち、梢端からの距離により變化する面積關係に於て、一定の規則性を認め、之に關與する要素を考究し、該要素が如何に斷面積の増加を支配するかを研究して、之を數學的に表示せんとするもので、大體二つのものが、現在までに知られて居る。その一つは、Metzger氏により提唱せられたる、樹幹が風壓に對し、各部共同一抵抗力を有するものであるとして、これに適合する幹曲線式を求めたるもので、その二は、上記 Metzger氏の説に反対し、Hohenadl氏が、風壓は幹形構成に對し重要な働きをなさず、自重に對し同一抵抗力を有するものであるとして、之に適合する幹曲線式を求めて居る。尚 Jaccard氏により、樹幹は各部共同一通水能力を持つが如き形をなして居るといふ説が出されて居るが、通水能力を有する邊材が、各部共同一年輪數を有して

居ないから、この説は妥當性が無いと言ひ得る。

前二者に就いて説明して見ると、

I. 先づ Hohenadl氏の説したる方程式は、

(A) 無枝部分に對するもの

1) 與へられたる部分に於ける樹幹が全く均質組織を有し、即ち各部分同一比重を有し、従つて之に對する抗壓強も、各部分に於いて均等と見做し、

$$\log F_x = \frac{s}{\sigma} x + \log F_0 \text{ 或は } F_x = F_0 e^{\frac{s}{\sigma} x}$$

(B) 枝を有する樹幹に對するもの

1) 下部へ向つて枝の重量の増加が、樹幹重量の増加に正比例する場合

$$dG_b = p \cdot dG_s$$

dG_b …枝重量の増加量

dG_s …樹幹重量の増加量 p …常數

なる關係が成立するものとすれば

$$\log F_x = \log F_0 + \frac{s}{\sigma} (1+p)x$$

$$F_x = F_0 e^{\frac{s}{\sigma} (1+p)x}$$

2) 樹冠が圓柱狀なる場合

$$dG_b = c \cdot dx$$

なりと假定することが出来る。然らば

$$F_x = k e^{\frac{s}{\sigma} x} - \frac{c}{s}$$

3) 鬱閉せる林分に於ける樹木の樹冠は、上部に枝が多く、下部に降るに従つて貧弱となる場合、

この場合、枝の重量の増加は幹の重量の増加に關聯せしめ、

$$dG_b = px^{-n}, \quad dG_s$$

にて示し得るものとすれば

i) $n \leq 1$ なれば

$$\log F_x = \log k + \frac{s}{\sigma} x + \frac{s}{\sigma} p \frac{1}{1-n} x^{1-n}$$

ii) $n = 1$ なれば

$$\log F_x = \log k + \frac{s}{\sigma} x + \frac{s}{\sigma} p \log x$$

$$\text{或は } F_x = k e^{\frac{s}{\sigma}x} x^{\frac{s}{\sigma}p}$$

以上を綜合すれば、樹冠は枝條の有無に拘はらず、一般に

$$F_x = k e^{rx}$$

$$F_x = k_1 x^r$$

$$F_x = k_2 e^{r_2 x} x^{r_3}$$

の三種の方程式にて示し得る。

然しながら、以上は單に自重に對する等抵抗の支柱としての幹形を考へたものであるが、生長因子は斯くの如く單一なるものではなく、種々なるものの総合作用に依つて定まる。依つて、氏は一般に面積増加量を、フーリエ級數を以て現すべきものとなし、

$$dF_x = \left[r_0 + r_1 \cos \frac{x\pi}{e} + r_2 \cos \frac{2x\pi}{e} + \dots + r_{x-1} \cos \frac{(n-1)x\pi}{e} \right] F_x dx$$

の積分に依つて F_x 式を導いた。

$$\text{即ち } \log F_x = \log F_0 + r_0 x$$

$$\text{或は } \log F_x = \log F_a + r_0(x-a)$$

即ち、前の場合と同じく指數函数を得たのである。

II. 次に Metzger 氏の提唱せる、風壓に對し同一抵抗力を有すると爲す説について述べると、先づ風は樹木の生活に對し種々の作用を及ぼし、間接には土壤の乾燥、地温の低下、腐植質生成の阻害、落葉細土及積雪の吹拂、炭酸瓦斯の排除等、直接には、動搖に依る芽及根の機械的損傷、枝葉の摩擦衝撃、幹枝の折損、過度の通發乾燥、溫度低下、葉の光線射入不良に依る同化產物の減少等の悪作用をなし、生長現象に對しては、植物の生長を制限し、矮性、偏心、捻轉、梢殺、樹冠偏倚等の悪作用をなすが、これが適當の状態にて起るならば、花粉の媒介、呼吸同化作用の促進、種子落下範囲の擴大等の良作用をなすものであり、又 Metzger 氏以來、多くの人に依り説かれて居る如く、風壓が樹冠に當り、そのために起る曲げ應力が肥大生長を促し、その爲に、樹體の各部共同一抵抗力を持つ形にすると言はれてゐる。即ち、風壓に依り屈曲した針葉樹の、幹の風裏は壓縮され、風表は伸長され、壓縮された方は細胞液の濃度が高まり遊離酸がなくなり、生長を促進し、斯くて各部共同一抵抗力になつて、平衡状態になるとなし、この現象から次の如き理論式を求めて居る。

1. 樹 冠 内

梢端より x なる距離に於ける單位長さ當りの荷重(風壓)を y とし、 x, y 間に次の關係があるものとすれば、即ち

$$y^2 = px^r$$

とすれば、或る斷面 x までの荷重の合計は、

$$P = \int_0^x y dx = \int_0^x \sqrt{px^2} dx = \sqrt{p} \int_0^x x^{\frac{r}{2}} dx = \sqrt{p} \left(\frac{x^{\frac{r+2}{2}}}{\frac{r+2}{2} + 1} \right)_0^x = \frac{2\sqrt{p}}{r+2} x^{\frac{r+2}{2}}$$

となり、モーメントは

$$M = (Px) = \int_0^x P dx = \int_0^x \frac{2\sqrt{p}}{r+2} x^{\frac{r+2}{2}} dx = \frac{2\sqrt{p}}{r+2} \int_0^x x^{\frac{r+2}{2}} dx =$$

$$= \frac{4\sqrt{p}}{(r+2)(r+4)} x^{\frac{r+4}{2}}$$

となる。然して、梁が同一抵抗力を有する爲には、 f を内力、 Z を断面係数とするとき、

$$M=f \cdot Z$$

なる式が成り立たなければならない。故に樹冠内にて、各部共同一抵抗力を有するものとすれば、

$$\frac{4\sqrt{p}}{(r+2)(r+4)} x^{\frac{r+4}{2}} = f \frac{\pi}{32} d^3$$

となり、これより樹幹の直徑を求めるならば、

$$d = \sqrt[3]{\frac{128\sqrt{p}}{(r+2)(r+4)f\pi} \cdot x^{\frac{r+4}{6}}} = Ax^{\frac{r+4}{6}}$$

となり、即ち荷重の加はり具合と樹幹の形との関係を見れば、

$$r=0 \text{ (矩形) のときは } d=Ax^{\frac{2}{3}}$$

$$r=1 \text{ (抛物線形) のときは } d=Ax^{\frac{5}{6}}$$

$$r=2 \text{ (三角形) のときは } d=Ax$$

$$r=3 \text{ (ナイロイド形) のときは } d=Ax^{\frac{7}{6}}$$

となる。逆に樹幹の直徑が梢端よりの距離の何乗に比例してゐるかを見れば荷重の加はり具合が求められることになる。

次に、樹冠に加はる荷重の、重心の位置（樹冠最低部からの距離）を \bar{x} とすれば、

$$\bar{x} = \frac{M}{P} = \frac{\frac{4\sqrt{p}}{(r+2)(r+4)} x^{\frac{r+4}{2}}}{\frac{2\sqrt{p}}{r+2} x^{\frac{r+2}{2}}} = \frac{2}{r+4} x$$

となる。

2. 樹冠外

樹冠外にては、風壓の重心に集中荷重を受ける、片持梁と考へられるから、梢端より

$$x - \frac{2}{r+4} x = \frac{r+2}{r+4} x$$

の位置に、集中荷重が加はると考へられる。又荷重は樹冠に加はる全荷重である。故に樹冠長を X とすれば、荷重は

$$P = \frac{2\sqrt{p}}{r+2} X^{\frac{r+2}{2}}$$

モーメントは

$$M = \left(x - \frac{r+2}{r+4} X \right) \frac{2\sqrt{p}}{r+2} X^{\frac{r+2}{2}}$$

となり、樹冠外の樹幹にても、同一抵抗力を有するためには

$$M=f \cdot Z$$

が成立たなければならぬから

$$\left(x - \frac{r+2}{r+4} X \right) \frac{2\sqrt{p}}{r+2} X^{\frac{r+2}{2}} = f \frac{\pi}{32} d^3$$

が成立ち、 x と d^3 のみが變數であるから、 d^3 と x とは直線的關係にあり、

$$d = \sqrt[3]{\frac{64\sqrt{p}}{\pi f(r+2)} X^{\frac{r+2}{2}} x - \frac{64\sqrt{p}}{\pi f(r+4)} X^{\frac{r+4}{2}}}$$

となる。更にこれを簡単に考へ、樹冠に加はる荷重を P とし、重心より \bar{x} なる距離に於ける直徑を d とすれば

$$\bar{x}P = f \frac{\pi}{32} d^3$$

$$d = \sqrt{\frac{32XP}{f\pi}} \sqrt{\frac{3}{x}} = B \sqrt{\frac{3}{x}}$$

となり、直徑が、重心からの距離の三乗根と、即ち直徑の三乗と重心からの距離とが比例することがわかる。次に

3. 樹冠内外に於ける幹曲線の關係

樹冠内外に於ける幹曲線の關係を見ると、樹冠内の幹曲線は

$$d = Ax^{\frac{r+4}{6}}$$

即ち

$$d^3 = A^3 x^{\frac{r+4}{2}}$$

であり、この曲線の樹冠最下部に於ける接線の傾斜は

$$\frac{d(d^3)}{dx} = A^3 \frac{r+4}{2} x^{\frac{r+2}{2}} = A^3 \frac{r+4}{2} X^{\frac{r+2}{2}}$$

となり、この接線が x 軸を切る點から、樹冠最下部までの長さを Y とすれば

$$\frac{d^3}{Y} = \frac{A^3 X^{\frac{r+4}{2}}}{Y} = A^3 \frac{r+4}{2} X^{\frac{r+2}{2}}$$

となり

$$Y = \frac{2}{r+4} X$$

が求められる。然して、この Y は \bar{x} に等しい値となる。故に、梢端よりの距離と、直徑の三乗とのグラフを書くとき、樹冠内の曲線は

$$d^3 = A^3 x^{\frac{r+4}{2}}$$

であり、樹冠外の曲線は、丁度樹冠の曲線の、樹冠最下部に於ける接線をなしてゐることがわかる。故に實際の樹幹より求めた數値から、幹曲線方程式を求

めるには、先づ直徑の三乗と、梢端よりの距離とのグラフから、大體原點（梢端）に近き部分が曲線であり、その後が前の曲線の接線をなしてゐることを知り、先づ曲線部分の方程式を、log-log グラフ用紙を用ひるなりして求め、その方程式を x にて微分し、先に用ひたグラフ用紙から直線部の傾斜 (tangent) を求め、兩者を等しいとおき x を求めると、それが樹冠最下部の梢端よりの距離、即ち樹冠長として求められる。この x から重心の位置が求められ、この點を通り、先の直線部の傾斜 (tangent) をもつ直線式を求める。この二つの方程式の三乗に開いたものが、樹冠の内外に對し、適用される幹曲線式となる。又逆に樹冠内の幹曲線の指數から、樹冠の形狀大小をも求めることが出来る筈である。この樹冠の形狀、大小を求める方法の簡便法として、最上圓盤より上の梢頭に加はる、荷重の重心から、この圓盤までの長さを x とし、荷重を A とし、この圓盤の直徑の三乗を a とし、第二番目の圓盤の直徑の三乗を b 、荷重を B 、以下同様にして、第二番目以後の荷重は、圓盤間の距離 2m の中間、即ち 1m の所に加はるものとし、四枚目までが樹冠にあるとすれば

$$Ax = a$$

$$A(x+2) + B = b$$

$$A(x+4) + 3B + C = c$$

$$A(x+6) + 5B + 3C + D = d$$

$$A(x+8) + 7B + 5C + 3D = e$$

の五方程式から、 A, B, C, D, x の五未知數を求め、これから樹冠の形、大きさを求めることが出来る。但し上記の數値は、比較數として求められる。然しながら以上の計算は、總て各部の強度が相等しいとしての結論であり、又樹冠の形が指數曲線にて、正しく表はされるとの前提の下に計算されたものである。又實際の樹冠の形と荷重の加はり具合との間に、密なる關係がある時は、非常に便利であるが、風壓は、梢頭に近き程、風速が大であるから、單位樹冠面積當

りの風壓が大となり、又樹冠の下の方は、隣木により風が妨げられるから、風壓は殆んど無視し得る状態にある。故に計算により求められたる樹冠と、實際の樹冠との間には、少し隔りが出来るが、これは總ての場合に起るものであるから、各樹木につき、比較する場合には、餘り大きな影響を表さないものと思はれる。(この幹曲線式の一つの缺點は、地上高低き部分に變曲點がないことである。)

次にこの Metzger 氏の風壓に對する、同一抵抗力を有するとなす法則に對する諸大家の説を學げると

F. Schwarz, G. Janka, Zuckert, Größler, Hammel, Trenderenburg, Münch 氏等は賛成し、Jaccard 氏は樹冠への水分輸送要求により、幹形が決するとし、Hohenadl 氏は自重に對する抵抗力により、幹形が決するとして、これに反対してゐる。又近年瑞典で試みられた Metzger 説の實用研究や、Fritcke 氏の結論は多數の幹の平均値及風衝地の單木には、良く適合するとしてゐる。又樹冠が主風の方向に偏倚するとなす説は、現在にては殆んど總ての人により認められてゐるが、この説と Metzger 説とには共通點が多いから、この説に賛成するものは、少くも一部分は Metzger 説に共鳴するものと考へられる。又強風により樹冠の一部に破壊が出來た所、翌年よりその部のみ特に著しい肥大生長をなした例、菌害により内部の腐朽した部分にては、肥大生長が盛となり、幹曲線がその部分にて、著しく膨れ上つてゐる例も Metzger 説を有利にするものである。又孤立木と密林中の立木とを比較して見るに、孤立木は、陽光、水分、養分等を多く受ける爲、樹冠が大となり、同時に風力も強いから、従つて風壓が大となり、荷重が大となる。然して強度が同一なりとすれば、梢殺ならざるを得ない事になり、良く事實と一致してゐる。又風衝地の立木が、梢殺なることも、この説では説明することが容易である。(然して總て指數曲線にて現し得るから、Huber 法、Smalian 法等に依る求積法との誤差等も求め得るが、これは省略する。)

次に以上幹曲線が、適合するものとすれば、丸太材の求積は次の如くして行へる。

即ち樹冠の内外共に指數曲線であるから
公式を用ひ

I. 完頂體

$$V = \frac{1}{r+1} g_0 l$$

i. 樹冠矩形なるとき

$$r = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$$

$$V = \frac{3}{7} g_0 l$$

ii. 樹冠拋物線形なるとき

$$r = \frac{5}{6} \times 2 = \frac{5}{3}$$

$$V = \frac{3}{8} g_0 l$$

iii. 樹冠三角形なるとき

$$r = 1 \times 2 = 2$$

$$V = \frac{1}{3} g_0 l$$

iv. 樹冠ナイロイド形なるとき

$$r = \frac{7}{6} \times 2 = \frac{7}{3}$$

$$V = \frac{3}{10} g_0 l$$

II. 缺頂體

$$V = \frac{1}{r+1} \cdot \frac{\frac{r}{g_0 \sqrt{g_0}} - \frac{r}{g_n \sqrt{g_n}}}{\sqrt{g_0} - \sqrt{g_n}} l = \frac{\pi}{4} l \frac{1}{r+1} \frac{\frac{2+\frac{2}{r}}{d_0} - \frac{2+\frac{2}{r}}{d_n}}{\frac{2}{d_0} - \frac{2}{d_n}}$$

(A) 樹冠内

i. 樹冠矩形なるとき

$$r = \frac{4}{3}$$

$$V = \frac{3}{28}\pi l \frac{\frac{7}{2}d_0^{\frac{7}{2}} - d_n^{\frac{7}{2}}}{d_0^{\frac{3}{2}} - d_n^{\frac{3}{2}}}$$

ii. 樹冠拋物線形なるとき $r = \frac{5}{3}$

$$V = \frac{3}{32}\pi l \frac{\frac{16}{5}d_0^{\frac{16}{5}} - d_n^{\frac{16}{5}}}{d_0^{\frac{6}{5}} - d_n^{\frac{6}{5}}}$$

iii. 樹冠三角形なるとき $r = 2$

$$V = \frac{1}{12}\pi l \frac{d_0^3 - d_n^3}{d_0 - d_n} = \frac{1}{12}\pi l(d_0^2 + d_0 d_n + d_n^2)$$

iv. 樹冠ナイロイド形なるとき $r = \frac{7}{3}$

$$V = \frac{3}{40}\pi l \frac{\frac{20}{7}d_0^{\frac{20}{7}} - d_n^{\frac{20}{7}}}{d_0^{\frac{6}{7}} - d_n^{\frac{6}{7}}}$$

(B) 樹冠外 $r = \frac{2}{3}$

$$V = \frac{3}{20}\pi l \frac{d_0^5 - d_n^5}{d_0^3 - d_n^3}$$

第 1 圖

又立木全體に對しては

D_a =樹冠最下部の樹幹の直徑, D_b =胸高直徑, $D_0=0.0$

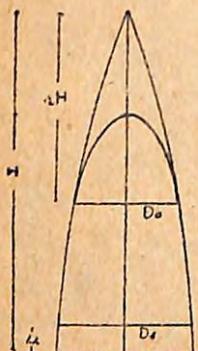
m の直徑, H =樹高, a =樹冠長÷樹高 とし, 樹冠内の
幹曲線を

$$d^2 = Ax^{\frac{r+4}{3}}$$

とするならば, 體積は

$$v = \int \pi d^2 dx = \pi A \frac{3}{r+7} x^{\frac{r+7}{3}} = \frac{3}{r+7} \pi d^2 x = \frac{3}{r+7} g_x$$

であり, 重心の位置は, 梢端より



$$\frac{2}{r+4} aH$$

である。故に

$$\frac{Da}{D_0} = \left(\frac{\frac{2}{r+4} aH}{H - \frac{r+2}{r+4} aH} \right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{2a}{r+4-(r+2)a}}$$

$$Da = \left(\frac{2a}{r+4-(r+2)a} \right)^{\frac{1}{3}} D_0$$

$$V_1 = \frac{3}{r+7} \cdot \pi \left(\frac{2a}{r+4-(r+2)a} \right)^{\frac{2}{3}} D_0^2 \cdot aH$$

$$V_2 = \frac{3}{5} \cdot \pi \left(\frac{2a}{r+4-(r+2)a} \right)^{\frac{2}{3}} D_0^2 \cdot \frac{2}{r+4} aH$$

$$V_3 = \frac{3}{5} \cdot \pi D_0^2 \cdot \frac{r+4-(r+2)a}{r+4} H$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \left(\frac{1}{r+7} - \frac{2}{5(r+4)} \right) 3\pi \left(\frac{2a}{r+4-(r+2)a} \right)^{\frac{2}{3}} D_0^2 aH$$

$$+ \frac{3}{5} \pi D_0^2 \frac{r+4-(r+2)a}{r+4} H$$

$$= \frac{3}{5} \pi D_0^2 H \left[\frac{3a(r+2)}{(r+7)(r+4)} \left\{ \frac{2a}{r+4-(r+2)a} \right\}^{\frac{2}{3}} + \frac{r+4-(r+2)a}{r+4} \right]$$

$$\frac{D_0}{D_b} = \left(\frac{H - \frac{r+2}{r+4} aH}{H - \frac{r+2}{r+4} aH - 1.2} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{r+4-(r+2)a}{r+4-(r+2)a - \frac{1.2}{H}(r+4)} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$D_0 = \left(\frac{r+4-(r+2)a}{r+4-(r+2)a - \frac{1.2}{H}(r+4)} \right)^{\frac{1}{3}} D_b$$

$$V = \frac{3}{5} \left\{ \frac{3a(r+2)}{(r+7)(r+4)} \left(\frac{2a}{r+4-(r+2)a} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{r+4-(r+2)a}{r+4} \right\}$$

$$\left(\frac{r+4-(r+2)a}{r+4-(r+2)a - \frac{1.2}{H}(r+4)} \right)^{\frac{2}{3}} G_b H$$

$$F = \frac{3}{5} \left\{ \frac{3a(r+2)}{(r+7)(r+4)} \left(\frac{2a}{r+4-(r+2)a} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{r+4-(r+2)a}{r+4} \right\}$$

$$\left(\frac{r+4-(r+2)a}{r+4-(r+2)a - \frac{1.2}{H}(r+4)} \right)^{\frac{2}{3}}$$

即ち、胸高形數は、樹冠の形と、樹冠率と、樹高の三因子により、決せられることがわかる。

然して r なる因子は、各樹木に於て餘り大きな差異はなく、又重心の位置を決する以外には、枝多く細き利用價値少なき、梢頭部の ($V - V_s$) なる、材積少なき部分の材積を左右するものであるから、 r を、平均値にて代用し、樹冠率の代りに、梢頭より風壓の重心に至る長さの樹高に對する百分率を用ふるとすれば、胸高形數を左右する因子は、重心率（梢頭から重心までの長さの、樹高に對する百分率）と樹高の二因子となり、又樹高を樹高曲線により求めるものとすれば、樹高の因子は胸高直徑の因子により、置きかへられることになり、結局胸高形數は、重心率と胸高直徑の函數として求め得されることになる。

故に先づ、重心率と樹高とに依る胸高形數の一覽表を作り、一林分の立木材積を算出せんとするときは、最初にその林分の樹高曲線を書き、胸高形數一覽表の樹高を、その林分に適した胸高直徑をもつて置きかへるならば、胸高直徑と重心率による形數表が出来ることになる。又重心率の各數値毎に表を異にし、重心率と樹高により形數が求められるから、各樹高欄の下に胸高直徑の欄をもうけ胸高直徑と、樹高と、重心率の三數値により、材積を求めるのも良く、又樹高曲線と同時に、重心率曲線を書くならば、前の表より胸高直徑及びそれに相當する樹高、重心率により材積が求め得られるから、胸高直徑のみの測定により、後は材積が求められることになる。

依つて樹冠率の代りに、重心率を用ふるものとすれば（但し b を重心率とする）

$$b = \frac{r+2}{r+4} a$$

$$a = \frac{r+4}{r+2} b$$

この a を前記の形數に代入すれば

$$F = \frac{3}{5} \left\{ \frac{3a(r+2)}{(r+7)(r+4)} \left(\frac{2a}{r+4-(r+2)a} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{r+4-(r+2)a}{r+4} \right\}$$

$$\left(\frac{r+4-(r+2)a}{r+4-(r+2)a - \frac{1.2}{H}(r+4)} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{3}{5} \left\{ \frac{3 \frac{r+4}{r+2} b(r+2)}{(r+7)(r+4)} \left(\frac{2 \frac{r+4}{r+2} b}{r+4-(r+2) \frac{r+4}{r+2} b} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{r+4 - \frac{r+4}{r+2}(r+2)b}{r+4} \right\}$$

$$\left(\frac{r+4-(r+2) \frac{r+4}{r+2} b}{r+4-(r+2) \frac{r+4}{r+2} b - \frac{1.2}{H}(r+4)} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{3}{5} \left\{ \frac{3b}{r+7} \left(\frac{2b}{(1-b)(r+2)} \right)^{\frac{2}{3}} + (1-b) \right\} \left(\frac{1-b}{1-b - \frac{1.2}{H}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$r=1$ とすれば

$$F = \frac{3}{5} \left\{ \frac{3b}{8(1-b)} \left(\frac{2b}{3(1-b)} \right)^{\frac{2}{3}} + (1-b) \right\} \left(\frac{1-b}{1-b - \frac{1.2}{H}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$b=0.05$$

$$b=0.1$$

$$b=0.15$$

$$F=0.571 \left(\frac{0.95}{0.95 - \frac{1.2}{H}} \right)^{\frac{2}{3}} F=0.544 \left(\frac{0.9}{0.9 - \frac{1.2}{H}} \right)^{\frac{2}{3}} F=0.518 \left(\frac{0.85}{0.85 - \frac{1.2}{H}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$b=0.2$$

$$b=0.25$$

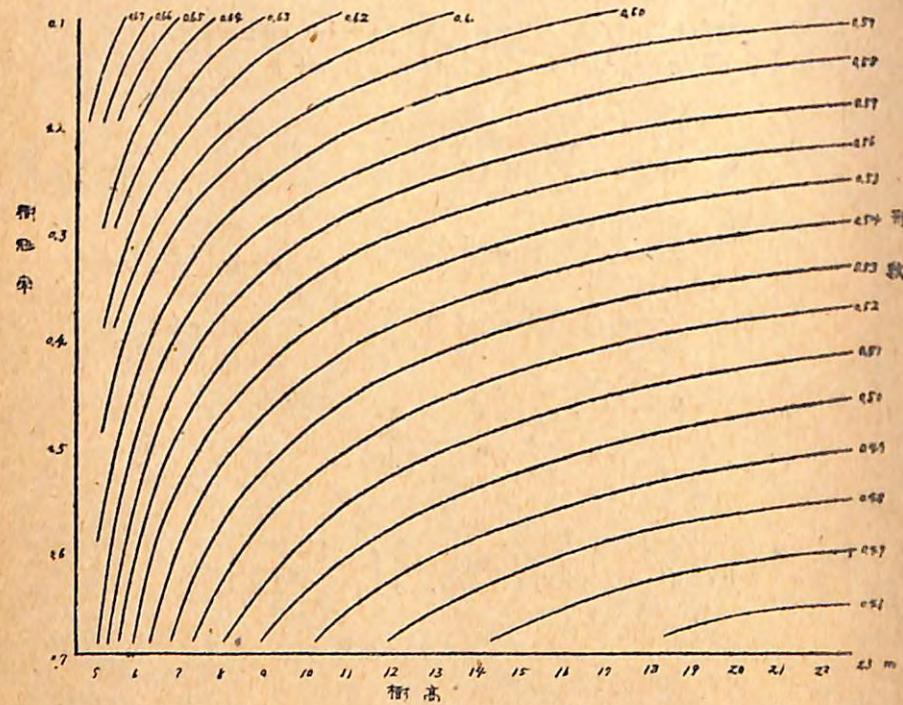
$$b=0.30$$

$$F=0.494 \left(\frac{0.8}{0.8 - \frac{1.2}{H}} \right)^{\frac{2}{3}} F=0.471 \left(\frac{0.75}{0.75 - \frac{1.2}{H}} \right)^{\frac{2}{3}} F=0.449 \left(\frac{0.7}{0.7 - \frac{1.2}{H}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$b=0.35$

$$F = 0.429 \left(\frac{0.65}{0.65 - \frac{1.2}{H}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

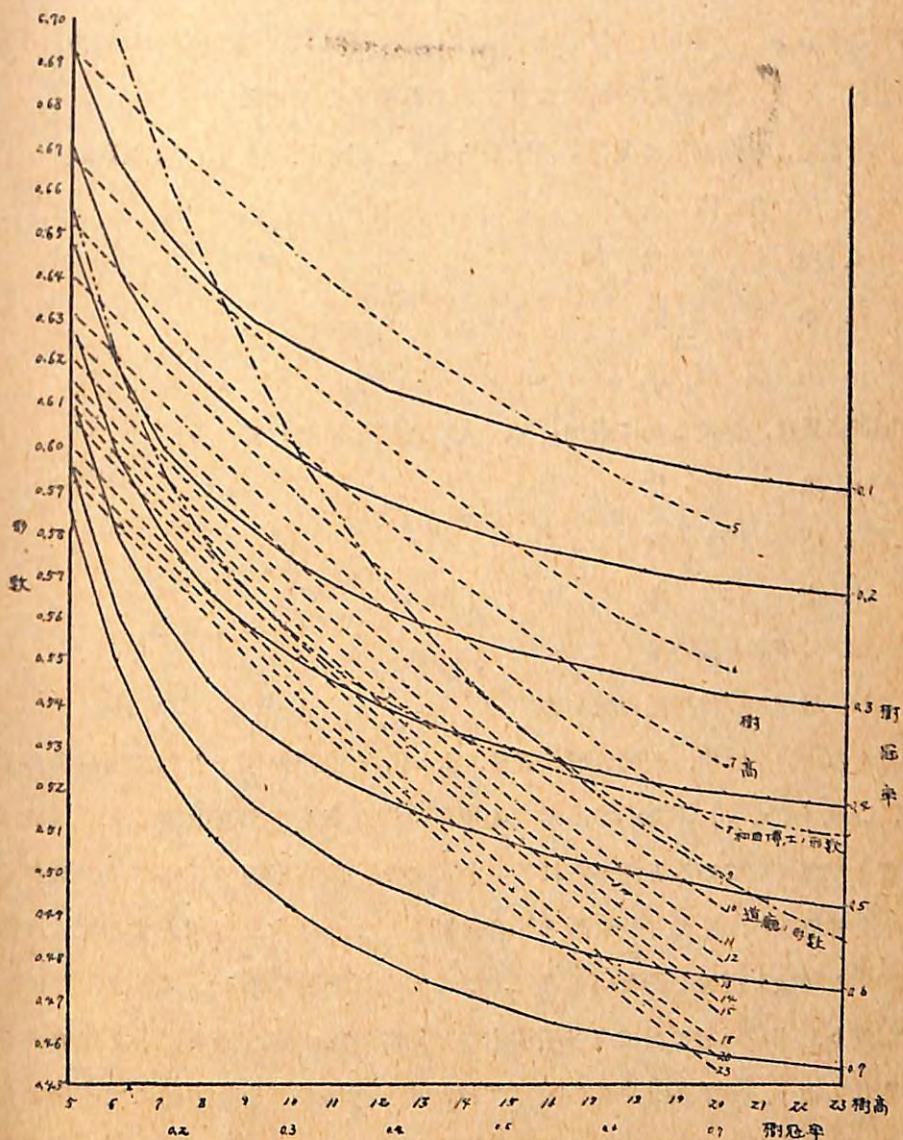
第 2 圖



然して、實際の樹冠に於ては、前述の如く樹冠の下部は、斜上より射入する陽光は受けても、横から来る風壓は受けないのが普通であり、幹形を決する上には不必要的枝である。沼田博士によれば、樹冠の下の方の枝は生きて居れば呼吸、同化作用は行ふが、自らをすら養ひ得ず、爲に枝の年輪が缺除してゐるものであり、幹から水分を奪ひ去るばかりで、害有つて益のないものとなし、斯る枝は早く枝打ちを行ふべきであると云はれてゐるが、上述の風壓を受けない枝とは同一のものであると思はれる。故に $r=1$ なれば、拋物線形の樹冠であり、重心率は樹冠率の $\frac{3}{5}$ であるべきであるが、下の方 16.6% は上述の如き作

用を及ぼさない樹冠であると考へると、重心率を、樹冠率の半分に取つた時と同一値になる。依つて $r=1$ として置き、然も重心率を樹冠率の半分に取ると計算が便利である。

第 3 圖



以上の如くして求める形數は、因子が多きため、そのまま使用するには未だ複雑すぎて實用的でないが、立木の形數、材積を單木的に求めるには便利であると思はれる。何となれば、從來の樹高のみ、胸高直徑のみを因子とするものよりは、個々の樹木の特徴を加味し得るし、直徑率や、各樹種、各立地毎に樹幹分析を行ひ、形數を計算するものよりは、伐採しないで済むだけでも、手數が省け、單なる機械的の計算により求められるからである。

Baur氏は、胸高形數に關係ある因子として、次の四項を擧げてゐる。

- i. 生育區域
- ii. 樹 高
- iii. 年 齡
- iv. 胸 高 直 徑

Müller氏は、更にこれに附加して、次の五項を指摘してゐる。

- v. 地 位
- vi. 鮮 閉 度
- vii. 直 徑 率
- viii. 枝下高及樹冠量
- ix. 地點及び伐採點の定め方

以上の諸因子の中、上記の形數式は、ii, viii, を直接の因子として用ひてゐるが、i, iii, iv, v, vi, vii, ix 等、残りの因子は樹冠率及び樹冠指數により、或る程度まで現はしてゐると考へられる。樹高のみ、胸高直徑のみにては勿論多くの木を材料とし、その平均を取る場合は別として、單木を對象とする際は、個々の木の特徴を現はし得ないことは、既に知られた所である。又各立地毎に形數が異り、事業區毎に於ても多數樹木の平均に於てすら、過大過小を示す事も知られてゐる。現在程度の集約度にては、現在行はれてゐる方法にて充分であらうが、然し乍ら同一程度の正確度を得るものの中、最も容易なる測定法のも

のが、最も適してゐることは云ふ迄もない。又測定法が同一程度の容易さの中、最も精度の高いものが良いことになる。この點に於て、現在の方法にも、今少し考慮の餘地が残つてゐると思はれる。即ち現在の樹高のみにより形數を求めるとする者は、樹高同一であれば胸高直徑が如何に大小あらうとも、同一の形數となつて居り、折角胸高直徑を測定してゐるのであるから、樹高、胸高直徑の二因子により、形數が變るものとすれば、現在の測定精度に於ても、形數をより精密に求め得られる。戸澤氏によれば樹高のみを因子とするならば、樹高が大となれば、樹高同一にても、胸高直徑の大きさに異なる樹木が出て来て、それに對し一様の形數を用ふるとすれば、精確度は低下することが考へられる。又胸高直徑のみによつて形數を求めるとするならば、胸高直徑小なるものの中には、同一直徑にても樹高の異なるものが出て来て、その樹高の差が、胸高と樹高の間の關係に大なる影響を與へ、形數に於ても影響が大きく現はれてくることになる。故に前述の如く形數を、胸高直徑と樹高の二因子によるものとするのが、現在の集約度にては最も適したものであり、將來に於て、益々林業が集約になつた際には、樹冠の因子が當然入つてくるものと思はれる。

以上諸式の説導は、全て樹幹各部共同强度を有し、樹冠の形狀、大きさが、風壓の程度と或る比例關係をなすものと考へ、樹冠各部が風壓に對し、同一抵抗力を有するものとして導いたのであるが、これ等の關係が果して成立するか否かを、多くの材料につき検討した後に云ひ得るものであり、今後の實驗を俟たなければならぬものである。

次に以上述べ來たつた事を、アカエゾマツ（天鹽產 290年生、樹高 26.65m、胸高直徑 41.27cm）を例に取り説明して見る。本試驗木は北大天鹽第一演習林宇戸内事業區第三十林班、パンケナイの澤附近のアカエゾマツを主としたるクロエゾマツ、トドマツの外小數の潤葉樹をも混淆したる天然林產のものにして、峰に近く、南に23°傾斜したる所に生育してゐたものである。

先づ樹幹解により得たる直徑及直徑の三乗を各地上高別に表にして見ると

第1表の如くである。

第 1 表

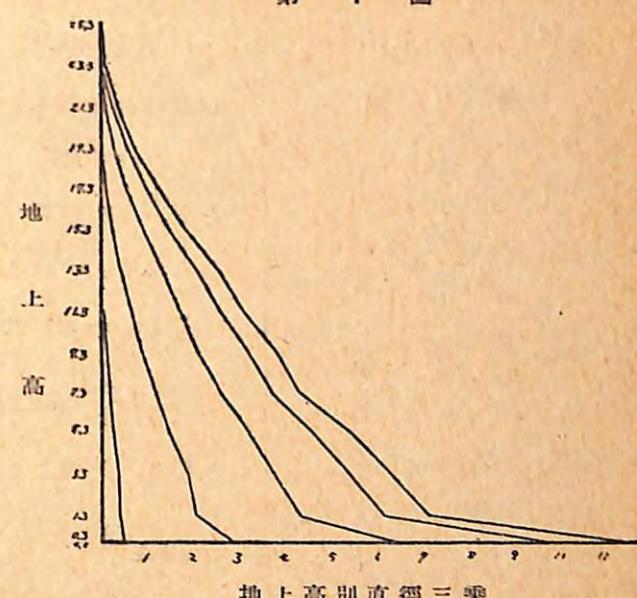
地上高 m	150年		200年		250年		280年		290年	
	直徑cm	同三乗m ³	直徑cm	同三乗m ³	直徑cm	同三乗m ³	直徑cm	同三乗m ³	直徑cm	同三乗m ³
0.0	16.84	0.001776	30.46	0.02826	40.07	0.06434	45.78	0.09595	48.26	0.1124
0.3	16.57	0.004550	29.75	0.02633	38.93	0.05900	44.30	0.08694	46.65	0.1015
1.3	15.68	0.003855	27.37	0.02050	35.12	0.04332	39.37	0.06102	41.27	0.07029
3.3	15.08	0.003429	26.53	0.01867	33.55	0.03776	37.70	0.05358	39.59	0.06205
5.3	13.07	0.002236	24.46	0.01463	31.74	0.03198	35.75	0.04569	37.61	0.05320
7.3	11.51	0.001525	22.55	0.01147	29.38	0.02536	33.21	0.03663	34.79	0.04211
9.3	8.83	0.0006885	20.31	0.008378	27.46	0.02071	31.54	0.03138	33.37	0.03716
11.3	5.59	0.0001747	18.19	0.006019	25.68	0.01693	29.39	0.02539	31.11	0.03011
13.3	1.88	0.0000066	15.62	0.003811	23.48	0.01294	27.38	0.02053	29.14	0.02474
15.3			12.60	0.002000	20.78	0.008973	24.47	0.01465	26.12	0.01782
17.3			9.36	0.0003200	17.50	0.005359	21.42	0.009828	22.78	0.01182
19.3			6.04	0.0002203	13.85	0.002657	17.75	0.005592	18.62	0.006456
21.3			0.44	0.0000001	9.46	0.0008466	13.69	0.002566	14.63	0.003131
23.3					5.48	0.0001646	9.24	0.0007889	9.88	0.0009649
25.3						4.31	0.00008006	4.77	0.0001085	
樹高	13.93		21.47		25.11		26.28		26.65	

この地上高と直徑の三乗とをグラフ用紙に書いてみると、梢端に近き部分は指數曲線的であり、中間部は前の曲線の接線をなしてゐることがわかり、地上高低き部分は、同直線より少し離れた所にあり、直徑が同一抵抗力を持つ以上に大となつてゐることがわかる。然してこれは根に近き部分は風壓による曲げモーメントに、更に根が地中に固定されざる爲少しの動搖に際しても動き、この爲に應力を受ける面積が一方に片寄り、自重が加はり、単位面積當り内應力が大となり、上部と同一抵抗力を有するためには、多少大なる直徑を有しなければならないことになる

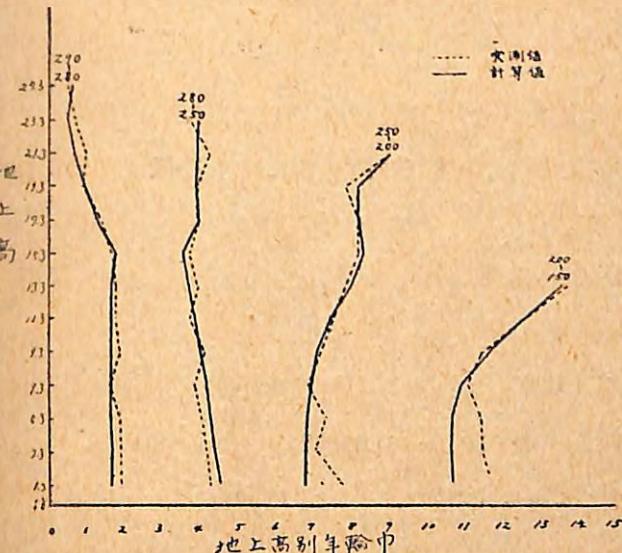
ためと思はれる。然してこの部分は、地上部に對する地下部(直根)の比の大なる程大きく出るものと思はれる。即ち淺根性のもの程この根張りが大となると思はれる。

次に 290年より順次幹曲線を求めて見ると、次の如くである。

290年



第 5 圖



前のグラフにて、曲線をなした梢端近くの數値を log-log グラフ用紙に書いて見ると大體直線となり、梢端より 1m の所の読みは 0.00005 傾斜 (tangent) は 2.445 となるから、梢頭部の曲線は

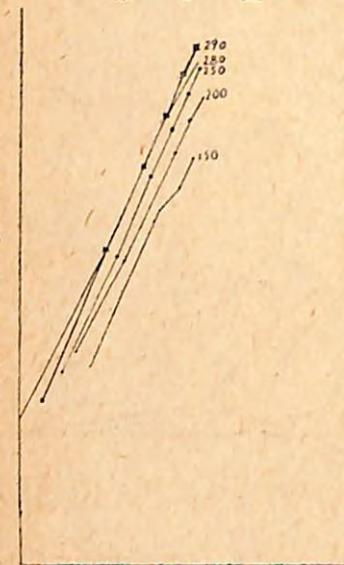
$$d^3 = 0.00005x^{2.445}$$

にて表し得る事がわかる。然してこの方程式の右邊

になるはづであるから

$$\frac{d(d^3)}{dx} = 0.00005 \times 2.445x^{1.445} = 0.00012225x^{1.445} = 0.003035$$

第 6 図



でなければならない。これより x を求めると

$$x=9.23$$

となり、樹冠の長さが 9.23m であることが求められる。次に log-log グラフ用紙に於ける傾斜 (tangent) は $\frac{r+4}{2}$ にて表はされるから

$$\frac{r+4}{2} = 2.445 \quad r=0.89$$

となり、梢端より重心までの長さは、樹冠長の $\frac{r+2}{r+4}$ 倍であるから

$$\frac{r+2}{r+4} x = \frac{2.89}{4.89} \times 9.23 = 5.46$$

故に重心の地上高は

$$26.65 - 5.46 = 21.19$$

即ち重心は地上高 21.19m の所にあり、これは最初のグラフ用紙の直線が、 x 軸を切る地上高と殆んど同一であるから、樹冠の内外共に地上高低き部分を除くならば、成り立つことがわかる。

故に樹冠内即ち、梢頭より 9.23m 迄は

$$d=0.03684x^{0.815}$$

樹冠外、即ち梢頭より 9.23m 以上にては

$$d = \left\{ 0.003035(x-5.46) \right\}^{\frac{1}{3}} = (0.003035x - 0.016571)^{\frac{1}{3}}$$

となる。次に樹冠の状態を調べて見ると

$$d = \sqrt[3]{\frac{128\sqrt{p}}{(2)(r+4)\pi f} x^{\frac{r+4}{6}}}$$

にそれぞれ數値を代入し \sqrt{p} を求めると（但し f はタウヒに於ける生材の破壊係数 350 kg/cm^2 を用ふるが、實際は弾性限界外では、荷重と歪の間に比例關係が成立せず、従つて上記の式も正しくないことになるが、大約の計算には差支へないものとして用ひた。）

$$\sqrt{p} = \frac{3500000 \times 3.14 \times 2.89 \times 4.89 \times 0.00005}{4 \times 32} = 60.67$$

故に樹冠の形状は

$$y = 60.67x^{0.445}$$

風壓の合計は

$$P = \frac{2\sqrt{p}}{r+2} X^{\frac{r+2}{2}} = 1042.3 \text{ kg}$$

同様にして、280年、250年、200年、150年の各方程式數値を求めて、一覽表にすれば次の如くである。

第 2 表

樹齢	樹冠内幹曲線	樹冠外幹曲線	樹冠曲線	樹冠長	重心高	折損時全風壓
290年	$d = 0.03684x^{0.815}$	$d = (0.003035x - 0.016571)^{\frac{1}{3}}$	$y = 60.67x^{0.445}$	9.23	21.19	1,042.3
280年	$d = 0.04121x^{0.7416}$	$d = (0.002748x - 0.015719)^{\frac{1}{3}}$	$y = 65.50x^{0.2248}$	10.41	19.28	943.8
250年	$d = 0.03421x^{0.794}$	$d = (0.001925x - 0.009837)^{\frac{1}{3}}$	$y = 45.22x^{0.382}$	8.80	20.00	661.1
200年	$d = 0.03229x^{0.745}$	$d = (0.00121x - 0.00633)^{\frac{1}{3}}$	$y = 31.96x^{0.236}$	9.46	16.24	415.6
150年	$d = 0.02668x^{0.770}$	$d = (0.000391x - 0.001177)^{\frac{1}{3}}$	$y = 19.75x^{0.310}$	5.31	10.92	134.3

次に上記幹曲線により求めたる直徑と實際に測定したる直徑とを併記し、その差をも附記すれば

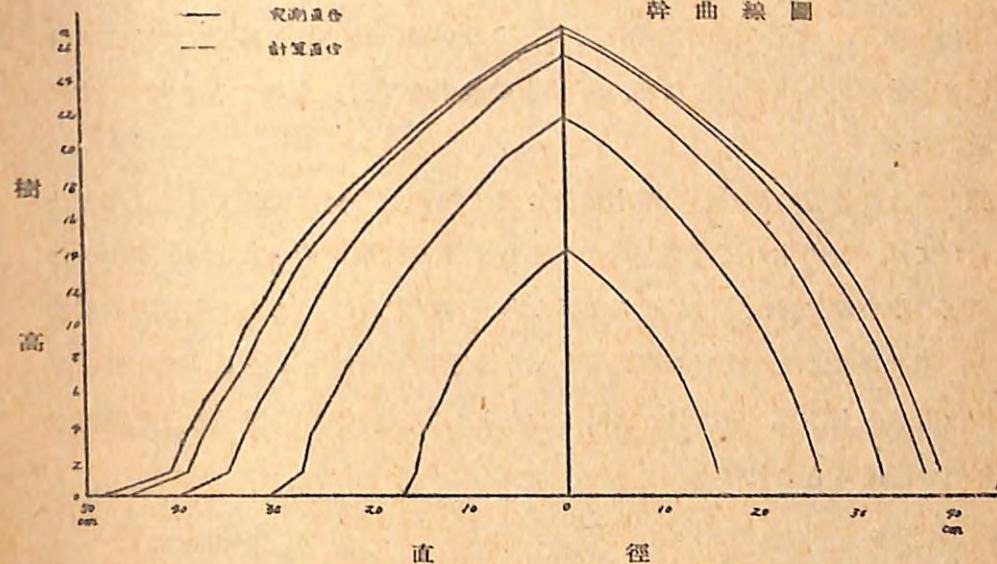
第 3 表

地上高 m	150年			200年			250年			280年			290年		
	算出 値	測定 値	差												
1.3	15.55	15.68	- 0.13	26.24	27.37	- 1.13	33.02	35.12	- 2.10	37.55	39.37	- 1.82	39.23	41.27	- 3.04
3.3	14.39	15.08	- 0.69	25.02	26.53	- 1.51	31.80	33.55	- 1.75	36.20	37.70	- 1.50	37.87	39.59	- 1.62
5.3	13.00	13.07	- 0.07	23.66	24.46	- 0.80	30.48	31.74	- 1.26	34.74	35.75	- 1.01	36.40	37.61	- 1.21
7.3	11.23	11.51	- 0.28	22.12	22.55	- 0.43	29.02	29.38	- 0.36	33.17	33.21	- 0.04	34.80	34.79	+ 0.01
9.3	8.69	8.83	- 0.14	20.33	20.31	+ 0.02	27.41	27.46	- 0.05	31.41	31.54	- 0.13	33.05	33.37	- 0.22
11.3	5.62	5.59	+ 0.03	18.15	18.19	- 0.04	25.58	25.68	- 0.10	29.43	29.39	+ 0.04	31.08	31.11	- 0.03
13.3	1.87	1.88	- 0.01	15.45	15.62	- 0.17	23.45	23.48	- 0.03	27.15	27.38	- 0.23	28.82	29.14	- 0.32
15.3				12.53	12.60	- 0.07	20.84	20.78	+ 0.06	24.39	24.47	- 0.08	26.15	26.12	+ 0.03
17.3				9.36	9.36	0.00	17.49	17.50	- 0.01	21.49	21.42	+ 0.07	22.77	22.78	- 0.01
19.3				5.75	6.04	- 0.29	13.89	13.85	+ 0.04	17.79	17.75	+ 0.04	18.72	18.62	+ 0.10
21.3				0.86	0.44	+ 0.42	9.89	9.46	+ 0.43	13.82	13.69	+ 0.13	14.45	14.62	- 0.18
23.3							5.48	5.48	0.00	9.41	9.24	+ 0.17	9.87	9.88	- 0.01
25.3										4.12	4.31	- 0.19	4.70	4.77	- 0.07

即ち、地上高7.3m以上は、樹冠の内外を問はず、良く適合してゐることがわかる。地上高7.3m以下は、前述の如く風壓に依るのみでなく、根株の不安定さに起因して加はる荷重の爲か、水分が多く（心材部）抵抗力弱き爲か、或は栄養分がこの部に集る爲か、其の他の原因に依るか未だ不明であるが、將來この方面にも調査を及ぼして見たいと思つてゐる。

斯の如くにして考へて来る時、年輪巾の地上高に依る變化は、樹冠の形狀、大きさの變化に依つて説明し得る事になるが、既往の研究結果を見ると Mordlinger 氏は孤立木は、基部に向つて年輪巾が廣くなる傾向があるとし、又 Schwarz 氏は地上高3.4mの附近に最も狭い所があるとしてゐる。又 Popenoglu. Crli 氏によると何れの樹木も樹冠の底部より下の方へ、年輪巾次第に減少し、或點に於て最少となり、再び根際に向つて増大する傾向を示し、この最小の點は大體地上高1.3—6.7mにあり、地上高の20%の高さの所にあるとし、最少年輪巾の位置は、多雨の年には下方へ、少雨の年には上方へ移動し、然もその影響は、

第 7 圖



被壓木に於て顯著に見られ、優勢木に於て明瞭でなく、又立地の如何は關係する所がないとしてゐる。この観察結果から肥大生長の分配を支配する因子として、從來壓力説、栄養説等があるが、何れもこの現象を説明するに充分でなく、肥大成長には本來同化物質のみならず、水分土壤養分の關係が重大であつて、その不足するときは、同化物質は上部の形成層活動に充分用ひられずして下降し、肥大成長は向基的になり、雨量の充分なる年は新芽條の成長もよく、茲に Münch 氏等の説くが如き、生長素説の觀念を採入れるならば、かゝる場合梢端部に多量の生長素を生じ、肥大生長は上部に偏ると云ふことになる。優勢木に於てかかる影響が明瞭でないと云ふのは、その根系が被壓木に比し、充分發達し降水多寡に對する銳敏さが、被壓木程でないからとも考へられるとしてゐる。又 Münch 氏の生長素による肥大生長の分配を證明せんとして行つた實驗により、側芽の存在は、肥大生長の向基的配分を制限すると云つてゐる。然して、これを風壓説により説明せんとすれば、多雨の年には上長生長盛にして、風壓の重心は更に高くなる爲、下部に比し上部の抵抗力が減じ、爲に上部にて肥大生長

大となり、下方に年輪巾の最小の位置が降りて來ると考へられ、寡雨の年は上長生長少なく、風壓の重心は殆んど上昇しない爲、重心より距離の大なる地上高低き部分が肥大生長大となり、年輪巾の最小の位置は上昇すると考へられることになる。

然してこの位置の移動が被壓木に於て大であり、優勢木に於て小であることに対するは、優勢木の樹冠は長大である爲、上長生長の大小により、餘り大なる風壓の重心の位置の變化が起らぬと考へるのである。これを數式で説明すると、樹冠外にては、風壓の重心より x なる距離の直徑を d とし、次年度に重心の位置が b 上昇し、荷重が c 倍になつたとして、前年に直徑 d なりし位置の次年度の直徑 d_1 とすれば

$$d^3 = ax$$

$$d_1^3 = acx + abc = ac(x+b)$$

故にその位置の年輪巾は

$$d_1 - d = \sqrt[3]{ac(x+b)} - \sqrt[3]{ax} = \sqrt[3]{a} \left(\sqrt[3]{c(x+b)} - \sqrt[3]{x} \right)$$

で表はされる筈である。 a, b, c にそれぞれ數値を代入し、 x の變化に對する ($d_1 - d$) の變化を見れば、地上高に依る年輪巾が出てくる。次に特別な場合として

1. 風壓の重心の位置はそのままにして、風壓が増加した場合即ち $b=0$ の場合

$$d_1 - d = \sqrt[3]{a} \left(\sqrt[3]{cx} - \sqrt[3]{x} \right) = \sqrt[3]{a} \left(\sqrt[3]{c} - 1 \right) \sqrt[3]{x}$$

即ち x の增加するに従ひ、云ひかへれば地上高の低くなるに従ひ、年輪巾は増加する。

2. 風壓はそのままにして、その重心の位置が上昇した場合、即ち上長生長と共に下枝が枯死した場合で $c=1$ の場合

$$d_1 - d = \sqrt[3]{a} \left(\sqrt[3]{x+b} - \sqrt[3]{x} \right)$$

即ち x の増加するに従ひ、云ひかへれば地上高の低くなるに従ひ、年輪巾は

減少する。實際の場合は、この兩者の混合したものである。

次に實例として、アカエゾマツの計算した年輪巾と實測による年輪巾とを、掲げると次の如くである。

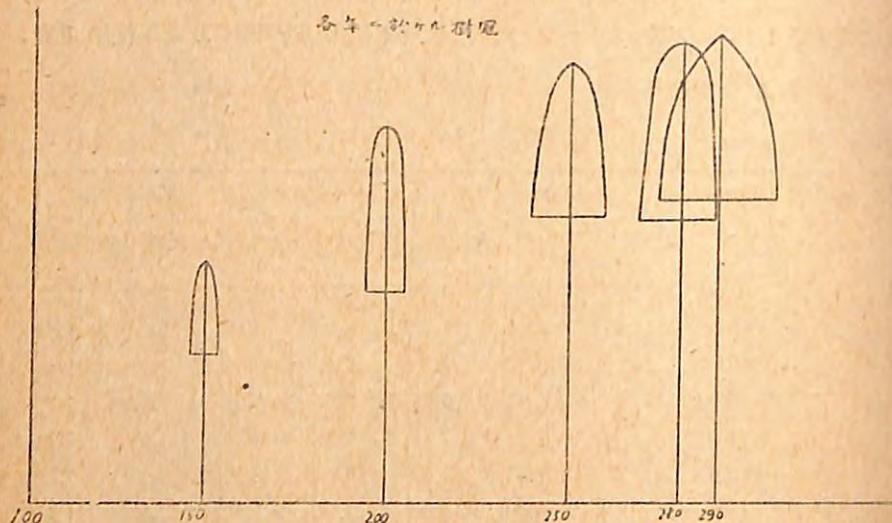
第 4 表

地上高 m	150—200年		200—250年		250—280年		280—290年	
	計算値	實測値	計算値	實測値	計算値	實測値	計算値	實測値
1.3	10.69	11.69	6.78	7.75	4.53	4.25	1.68	1.90
3.3	10.63	11.45	6.78	7.02	4.40	4.15	1.67	1.89
5.3	10.66	11.39	6.82	7.28	4.26	4.01	1.66	1.86
7.3	10.89	11.04	6.90	6.83	4.17	3.83	1.63	1.58
9.3	11.64	11.48	7.08	7.15	4.00	4.08	1.64	1.83
11.3	12.53	12.60	7.43	7.49	3.85	3.71	1.65	1.72
13.3	13.58	13.74	8.00	7.86	3.70	3.90	1.67	1.76
15.3			8.31	8.18	3.55	3.69	1.76	1.65
17.3			8.13	8.14	4.00	3.92	1.28	1.36
19.3			8.14	7.81	3.90	3.90	0.93	0.87
21.3			9.03	9.02	3.93	4.23	0.63	0.94
23.3					3.93	3.76	0.46	0.64
25.3						0.58	0.46	

上表の如く計算値と實測値が同一傾向を取つてゐるが、數値に少しの差のあるのは各年の幹曲線が、樹冠が完全なる指數曲線をなし、而も各位置の材部の強度が同一であると假定したために生じた誤差である。最後に形數の例であるが、その前に計算より求めた樹冠に就き述べることにする。

各年に於ける樹冠は圖の如くであるが、大體實際の樹冠と大差ないものと思はれる。290年の樹冠に就いては、各區分間の重量、各枝の位置、長さ等を測定しておけば、大變参考になつたと思はれるが、以上の如き理論を實證せんがために伐採したものでなかつた爲、この點甚だ残念に思ふ次第である。然し乍ら幸に各區分間の生節、死節の數の調査がしてあるので、不備ながらもこれを以て代用することにし、調査した所を表にすれば次の如くである。(第5表)

第 8 図



第 5 表

地上高	1.3— 3.3m	3.3— 5.3m	5.3— 7.3m	7.3— 9.3m	9.3— 11.3m	11.3— 13.3m	13.3— 15.3m	15.3— 17.3m	17.3— 19.3m	19.3— 21.3m	21.3— 23.3m	23.3— 25.3m
生枝	0	4	3	4	3	8	10	5	15	15	23	37
死枝	6	4	5	11	11	12	12	24	11	18	3	1

計算により求めたる樹冠は、 $26.65 - 9.23 = 17.42\text{m}$ であり、上表の生枝が特に多くなる位置、即ち 17.3m 以上と良く一致してゐる。 17.3m 以下の生枝は上部の生枝に比し數に於ても少なく、陽光は受けてゐても風壓は側方の樹木群により防げられ、殆ど無視し得る程度のものであると考へられる。次に 30m/sec の風速の時樹冠に受ける風壓により樹幹が折れると假定すれば、その風壓は先に計算せる如く 1042kg であり、樹幹には 350kg/cm^2 の内應力を生ぜしめ破壊に至る。然して風壓と風速との間には

$$\text{風壓} (\text{kg}/\text{m}^2) = 0.12 \times \{\text{風速} (\text{m})\}^2$$

$$\text{風速} (\text{m}) = \sqrt{\text{風壓} (\text{kg}/\text{m}^2)} \div 8.34$$

なる關係があるから、風速 30m/sec の時には、風壓は $108\text{kg}/\text{m}^2$ あり、樹冠に

加はる風壓は 1042kg であるから、實際の樹冠の縦断面積は

$$1042 \div 108 = 9.7(\text{m}^2)$$

となる。然して内應力と風壓とは比例し、風壓と風速の自乗とが比例するのであるから、風速が $\frac{1}{2}$ になれば内應力は $\frac{1}{4}$ になり、風速が $\frac{1}{3}$ になれば内應力は $\frac{1}{9}$ になることがわかる。故に風速と内應力との間の數的關係を見ると

第 6 表

風速 m/sec	内應力 kg/cm ²	内應力 kg/cm ²	風速 m/sec
30	350	350	30
20	156	200	23
10	39	100	16
5	10	50	11
3	4	1	2

次に Hohenadl 氏が云ふが如く、樹木の自重に對し各断面が同一抵抗力を有する様に、樹幹曲線が出來てゐると云ふ説に對し、計算をして見ると次の如くなる。即ち各断面上の各材積に各絶乾比重を乗じ、絶乾重量を求めこれに平均50%の水分が加はりたるものとして、重量を計算すると樹幹全體の重量は、 1.014kg となる。然して、この全樹幹重量の20%の枝條があると假定し、各断面に加はる自重を計算し、その断面積を求めてこれにて除し、単位面積當りの自重を計算すると次の如くである。(第7表)

第 7 表

地 上 高	各断面以上の重量	各 断 面 積	単位面積當りの自重
10.3m	546.7kg	818cm ²	0.668kg/cm ²
8.3	645.8	913	0.707
6.3	754.3	1031	0.732
4.3	882.2	1171	0.753
2.3	1027.4	1285	0.799
0.3	1184.5	1709	0.694
0.0	1216.4	1829	0.665

第七表より各断面に於ける単位面積當りの自重による荷重が略等しいから、樹木は各部共自重に對し、同一抵抗力を有すると考へられるが、然し乍ら単位面積當りの荷重 0.7kg/cm^2 は、風速 13m/sec の時に生ずる内應力に等しく、生長期間中の平均風速は、これに數倍するものであるから、自重による内應力は無視し得るが、少なくも風壓による荷重よりは少ないとがわかり、Hohenadl氏の説よりは Metzger氏の説の方が妥當性が多いと思はれる。然し乍ら溫室内の樹木とか、無風帶の樹木等は、Hohenadl氏の説を用ふる方が良いかも知れない。平均 60% の水分と、全樹冠の 30% の枝條を持つものと假定しても、約 1 割の単位面積當りの自重による荷重が増加するのみで、大勢には影響がない。

最後に形數に就いての數値計算であるが、各年につき一つの表を作つて見ると

第 8 表

樹齢	實測胸高 形 數	樹 高	樹冠率	計算胸高 形 數	樹冠指數	r	和田氏 數
290年	0.486	26.65 ^m	0.346	0.526	0.445	0.223	0.504
280	0.488	26.28	0.396	0.519	0.225	0.113	0.505
250	0.483	25.11	0.350	0.527	0.382	0.191	0.507
200	0.495	21.47	0.440	0.511	0.236	0.118	0.513
150	0.546	13.93	0.382	0.535	0.310	0.155	0.530

$$F = \frac{3}{5} \left\{ \frac{3a(r+2)}{(r+7)(r+4)} \left(\frac{2a}{r+4-(r+2)a} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{r+4-(r+2)a}{r+4} \right\}$$

$$\left(\frac{r+4-(r+2)a}{r+4-(r+2)a - \frac{1.2}{H}(r+4)} \right)^{\frac{2}{3}}$$

上表によつて見るならば、150年を除くと、形數は實測値に比し、最大一割大なる値を示し、和田氏胸高形數より誤差大であり、實用的價値は全くないことになるが、これは樹幹曲線が胸高直徑の所にて、過小なる値を示すためであり、この地上高低き部分に對しても適合し得る様、理論式を求めるか又は實驗式にて補正するかしない限り、計算複雜にして誤差かへつて大なる爲、用ふる

事は出來ないことになる。然しながら樹高小なる樹木、深根性の樹木にては、良く適合するから、更に適當なる方法を考究する必要がある。

以上の事實より、上記の理論のみにては、より簡単か、より正確なる形數式は求められなかつたが、實務に於て各立地により形數が異り、材積計算に影響があることは、多くの人により指摘されて居り、近き將來に何等か他の因子が加はるものと思はれるが、その際先づ最初に加はる因子は、樹冠率であると思はれる。これに對しもう少し適當なる形數式を求めるべく努力する積りである。各立地毎に、樹高曲線、樹冠率曲線を書き、これにより各異直徑に對する形高を求め、全林に涉ては、胸高直徑測定のみにより材積を求めるのが、この次に來るべき林分材積計算法であると思はれる。

又以上は、材積計算に對する樹冠因子の研究であるが、この外に材質即ち樹皮率、心材率、年輪巾、物理的性質、機械的性質、化學的性質に對する關係等も、將來は研究し樹木の外觀により、内部の材質の良否の判別をする様に、ならなければならないと思はれる。闊葉樹の如く、樹冠外にて二叉した樹幹を持つものに、この Metzger氏の法則を應用するならば

一方のみの荷重がかゝつたものとして、そのモーメントを M_1 とし、その位置に於て、ある一定の抵抗力を持つために要する直徑を d_1 とすれば

$$M_1 = f \frac{\pi}{32} d_1^3$$

同様にして、他方のみならば

$$M_2 = f \frac{\pi}{32} d_2^3$$

然して、この兩荷重がかゝつた場合に、前と同じ抵抗力を持つために要する直徑を d とすれば

$$M_1 + M_2 = f \frac{\pi}{32} d^3$$

依つて

$$M_1 + M_2 = f \frac{\pi}{32} d_1^3 + f \frac{\pi}{32} d_2^3 = f \frac{\pi}{32} (d_1^3 + d_2^3) = f \frac{\pi}{32} d^3$$

$$d_1^3 + d_2^3 = d^3$$

となり、二又になりたる枝を一本の枝と考へる際には、兩直徑の三乗の和を三乗に開けば求め得られる事になる。潤葉樹の如きに對しても、この様な修正を施すならば、Metzger の法則を證明する事も可能となるわけである。而して今まで二又の幹に對して、材積に重きを置いてゐたため、面積の合計を求め、この面積を持つ圓の直徑を以て置きかへてゐた。

板 の 幅 の 収 縮

技手 井 阪 三 郎

木材は不等方性の性質を有する故、各方向により物理的、機械的、生物學的性質を異にし、それぞれの場合に、この不等方性が利點となり、又缺點となることは、良く知られた所である。然してこゝでは、物理的性質中、收縮性がこの不等方性により、如何に左右されるかを見やうとするのである。

先づ、木材を肉眼的に觀察する時、最初眼につくのは、木理即ち年輪である。然して之を顯微鏡にて觀察する時、各細胞の各方向により、それぞれ異なる性質、形態を持つて居ることが知られる。更に之を擴大觀察するならば、Micelle の配列が各方向に依り異なること、即ち接線面、半徑面に依り、その傾斜が異なつて居ることが判る。以上の諸因子が結合し、その結果として、年輪に對する接線方向、半徑方向、長軸方向に依り、それぞれ收縮率が異なることは古くから知られ、之等三方向の收縮率の比は、大體

長軸方向 : 半徑方向 : 接線方向 = 4 : 46 : 100

であることが知られて居る。

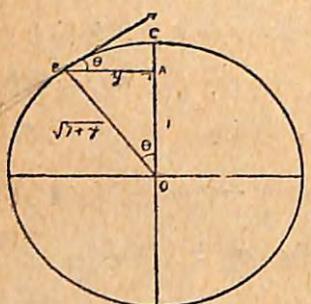
然して、半徑方向と接線方向の中間方向に於ける收縮率は、この二收縮率の中間にあることは、すぐに判ることであるが、二收縮率と如何なる關係にあるかに就ては、藤林氏が、年輪と或る角度をなす方向の收縮は、接線、半徑二方向の收縮の、この方向に於ける分收縮量の和と考へられた。又最近 Greenhill 氏は、年輪と θ なる角をなす方向の收縮率は、半徑方向、接線方向の收縮率をそれぞれ、 r, t とすれば、次の關係により求め得られるとして居る。即ち

$$1 - \sqrt{\cos^2 \theta (1-r)^2 + \sin^2 \theta (1-t)^2}$$

の各點は AC と垂直の方向に、 AC 迄の距離に比例して AC に近づく様に收縮するから、その結果 $B'C$ なる直線になる。次に、更に半徑方向のみに收縮すれば、同様にして $B'C'$ になることが判り、結局 BC が $B'C'$ の位置に來ることになるのである。それ故、Greenhill 氏の考へ方が正しいものと思はれる。

この考へ方を應用して、丸太から得た各板の、各點に於ける收縮率及びその板全體の收縮率、丸太より得た板全體の收縮率を計算して見やうと思ふ。

第 3 圖



第 3 圖の如く符號を付け、年輪 BC 上の B 點に於ける接線を BT とし、 BT と θ なる角をなす直線を BA とすれば、 $\angle BAO$ が直角なる故、 $\angle AOB$ も θ となることになる。故に、 AO を単位長さとして、 AB を AO の y 倍とすれば

$$BO = \sqrt{1+y^2}$$

となり

$$\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{1+y^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}}$$

故に、 B 點に於ける年輪と θ なる角をなす方向の收縮率は

$$x = 1 - \sqrt{(1-\alpha_r)^2 \frac{y^2}{1+y^2} + (1-\alpha_t)^2 \frac{1}{1+y^2}}$$

$$= 1 - \sqrt{\frac{(1-\alpha_t)^2 + (1-\alpha_r)^2 y^2}{1+y^2}}$$

$$= 1 - (1-\alpha_r) \sqrt{\frac{\left(\frac{1-\alpha_t}{1-\alpha_r}\right)^2 + y^2}{1+y^2}}$$

$$= 1 - (1-\alpha_r) \sqrt{1 - \left(\frac{1-\alpha_t}{1-\alpha_r}\right)^2}$$

然るに

$$1 - \left(\frac{1-\alpha_t}{1-\alpha_r}\right)^2 < 1$$

$$1+y^2 > 1$$

$$1 - \frac{\left(\frac{1-\alpha_t}{1-\alpha_r}\right)^2}{1+y^2} < 1$$

であるから

$$\begin{aligned} x &= 1 - (1-\alpha_r) \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{1-\alpha_t}{1-\alpha_r}\right)^2}{1+y^2}} \\ &= 1 - (1-\alpha_r) \left(1 - \frac{1 - \left(\frac{1-\alpha_t}{1-\alpha_r}\right)^2}{2} \frac{1}{1+y^2} \dots \right) \\ &= 1 - (1-\alpha_r) + \frac{(1-\alpha_r) \left\{ 1 - \left(\frac{1-\alpha_t}{1-\alpha_r}\right)^2 \right\}}{2} \frac{1}{1+y^2} \\ &= \alpha_r + \frac{(1-\alpha_r)^2 - (1-\alpha_t)^2}{2(1-\alpha_r)} \frac{1}{1+y^2} \\ &= \alpha_r + \frac{(\alpha_t - \alpha_r)(2 - \alpha_r - \alpha_t)}{2(1-\alpha_r)} \frac{1}{1+y^2} \\ &= \alpha_r + (\alpha_t - \alpha_r) \frac{2(1-\alpha_r) - (\alpha_t - \alpha_r)}{2(1-\alpha_r)} \frac{1}{1+y^2} \\ &= \alpha_r + \left\{ (\alpha_t - \alpha_r) - \frac{(\alpha_t - \alpha_r)^2}{2(1-\alpha_r)} \right\} \frac{1}{1+y^2} \\ &= \alpha_r + \frac{\alpha_t - \alpha_r}{1+y^2} \end{aligned}$$

である。又 AB 全體の收縮率は、 y が 0 から y 迄 x を積分し、 y にて除すれば求まる。即ち

$$X = \frac{1}{y} \left\{ \int_0^y \left(\alpha_r + \frac{\alpha_t - \alpha_r}{1+y^2} \right) dy \right\}$$

$$= \alpha_r \int_0^y dy + \frac{\alpha_t - \alpha_r}{y} \int_0^y \frac{1}{1+y^2} dy$$

$$= \alpha_r + (\alpha_t - \alpha_r) \frac{\tan^{-1} y}{y}$$

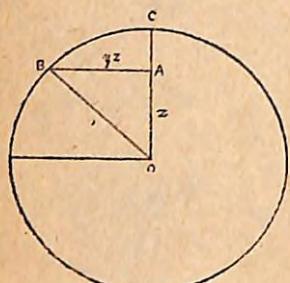
次に接線方向、半径方向の収縮率に數値を代入し、板の各部及び板全體の収縮率を求めて見る。

$$\alpha_r = 0.03 \quad \alpha_t = 0.07$$

$$x = \alpha_r + \frac{\alpha_t - \alpha_r}{1+y^2} = 0.03 + \frac{0.04}{1+y^2}$$

$$X = \alpha_r + (\alpha_t - \alpha_r) \frac{\tan^{-1} y}{y} = 0.03 + 0.04 \frac{\tan^{-1} y}{y}$$

第4圖



次に考へ方を變へて、OAがOCのz倍であるとすれば

$$OB = 1 \quad OA = z \quad AB = yz$$

であるから

$$z^2 + y^2 z^2 = 1$$

となり、之より y を求めると

$$y = \sqrt{\frac{1-z^2}{z^2}}$$

$$y^2 = \frac{1-z^2}{z^2}$$

$$1+y^2 = \frac{1}{z^2}$$

以上の式を代入し、半径の z 倍の位置より取つた板兩端に於ける収縮率及び板全體の収縮率、即ち x, X を求めると

$$x = 0.03 + \frac{0.04}{1+y^2} = 0.03 + 0.04z^2 = \alpha_r + (\alpha_t - \alpha_r)z^2$$

$$X = 0.03 + 0.04 \frac{\tan^{-1} y}{y} = 0.03 + 0.04 \frac{\theta}{y}$$

$$= 0.03 + 0.04 \frac{\cos^{-1} z}{y} = 0.03 + 0.04 \frac{z \cos^{-1} z}{\sqrt{1-z^2}}$$

$$= \alpha_r + (\alpha_t - \alpha_r) \frac{z \cos^{-1} z}{\sqrt{1-z^2}}$$

以上の計算により、圓盤上の任意の點に於ける任意の方向の収縮率を求めるには、その方向に直線を延長し、その直線への縫よりの垂線の長さを測定し、それをその點と、縫との間の長さに除し、その値を Z とする時

$$x = \alpha_r + (\alpha_t - \alpha_r) Z^2$$

により求め得る。

圓盤上各位置の収縮率及板の巾の収縮率

第1表

y	x	X	y	x	X
0.0	0.0700	0.0700	1.0	0.0500	0.0515
0.1	0.0690	0.0700	2.0	0.0380	0.0521
0.2	0.0685	0.0695	3.0	0.0340	0.0466
0.3	0.0667	0.0690	4.0	0.0324	0.0432
0.4	0.0644	0.0644	5.0	0.0315	0.0410
0.5	0.0620	0.0671	6.0	0.0311	0.0394
0.6	0.0594	0.0661	7.0	0.0308	0.0382
0.7	0.0568	0.0650	8.0	0.0306	0.0372
0.8	0.0544	0.0638	9.0	0.0305	0.0365
0.9	0.0521	0.0626	10.0	0.0304	0.0359

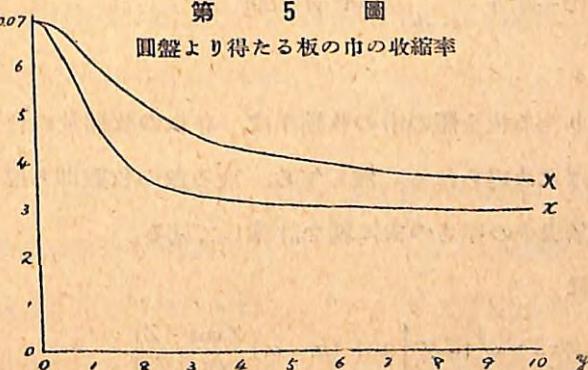
第2表

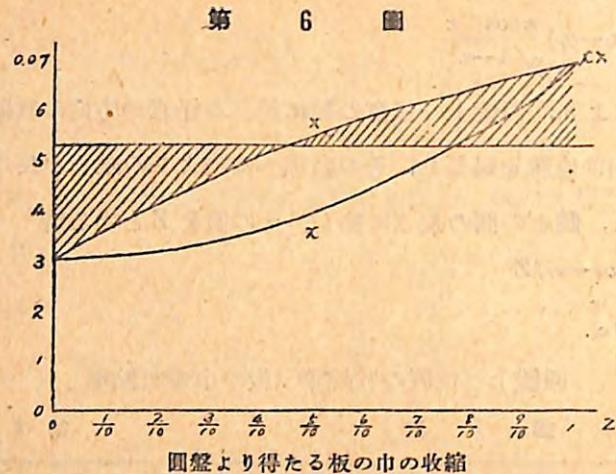
z	x	X
0.0	0.0300	0.0300
0.1	0.0304	0.0359
0.2	0.0316	0.0412
0.3	0.0336	0.0459
0.4	0.0364	0.0502
0.5	0.0400	0.0542
0.6	0.0444	0.0579
0.7	0.0496	0.0612
0.8	0.0556	0.0644
0.9	0.0624	0.0671
1.0	0.0700	0.0700

$$\frac{1}{2}(X_0 + X_{10}) + (X_1 + X_2 + \dots + X_9) = 0.5280 \quad \text{板全體の収縮率} \quad 0.0528$$

第5圖

圓盤より得たる板の巾の収縮率





又圓盤より得たる任意の位置に於ける板全體（樹皮から樹皮までに亘る板、或は同一年輪間に亘る板）の收縮率を求めるには、板の巾を、その板と髓との間の長さの2倍にて除し、その値を y とし

$$X = \alpha_r + (\alpha_t - \alpha_r) \frac{\tan^{-1} y}{y}$$

により求め得る。

又、任意の位置に於ける任意の巾の板全體の收縮率は、その板の兩端と髓よりの垂線の足との間の長さを、それぞれ $a, b (a > b)$ とし、 a, b を垂線の長さにて除して、それぞれ A, B とすれば

$$X = \frac{\alpha_r}{a-b} (A-B) + \frac{\alpha_t - \alpha_r}{a-b} (\tan^{-1} A - \tan^{-1} B)$$

により求め得る。

又丸太より取りたる板全體の巾の收縮率は、各板の收縮量の合計を、板の巾の合計にて除せば求め得られる。然し乍ら、取る板の枚數即ち厚さにより變化するから、先づ無限少の厚さの板に就き計算して見る。

各板の收縮量は

$$Y = \sqrt{1-Z^2} X = \sqrt{1-Z^2} \left\{ \alpha_r + (\alpha_t - \alpha_r) \frac{Z \cos^{-1} Z}{\sqrt{1-Z^2}} \right\}$$

$$= \alpha_r \sqrt{1-Z^2} + (\alpha_t - \alpha_r) Z \cos^{-1} Z$$

板の收縮量の合計は

$$\begin{aligned} \int_0^1 Y dZ &= \int_0^1 \left\{ \alpha_r \sqrt{1-Z^2} + (\alpha_t - \alpha_r) Z \cos^{-1} Z \right\} dZ \\ &= \alpha_r \int_0^1 \sqrt{1-Z^2} dZ + (\alpha_t - \alpha_r) \int_0^1 Z \cos^{-1} Z dZ \\ &= \alpha_r \left(\frac{Z}{2} \sqrt{1-Z^2} + \frac{1}{2} \sin^{-1} Z \right)_0^1 + (\alpha_t - \alpha_r) \\ &\quad \left(\frac{Z^2}{2} \cos^{-1} Z + \frac{1}{4} \sin^{-1} Z - \frac{Z}{4} \sqrt{1-Z^2} \right)_0^1 \\ &= \alpha_r \frac{\pi}{4} + (\alpha_t - \alpha_r) \frac{\pi}{8} = \frac{(\alpha_t + \alpha_r) \pi}{8} \end{aligned}$$

板の巾の合計は

$$\int_0^1 \sqrt{1-Z^2} dZ = \left(\frac{Z}{2} \sqrt{1-Z^2} + \frac{1}{2} \sin^{-1} Z \right)_0^1 = \frac{\pi}{4}$$

故に、板全體の巾の收縮率は

$$\frac{\pi}{8} (\alpha_t + \alpha_r) \div \frac{\pi}{4} = \frac{\alpha_t + \alpha_r}{2}$$

となる。即ち、丸太より或る厚さの板を取つた場合、全體としては、大體接線方向、半徑方向の收縮率の平均値に相當するだけ收縮するのである。

然して、以上は巾のみに關して計算したのであるが、面積に就ては

$$1 - (1 - \alpha_r)(1 - \alpha_t) = \alpha_r + \alpha_t - \alpha_r \alpha_t$$

である。

以上の如くにして求めたる式が、實際に適合するか否かは、實驗を要する處であるが、一時、藤林氏の實驗結果を借りて、その間の關係を調べて見る。

藤林氏の實驗されたる材料は樺太産エゾマツで、直徑約1尺の丸太を二つ割として、並四分板にだら挽し、各板につき、氣乾狀態に至る迄の收縮率を測定

せられて居る。而して、接線方向、半径方向の收縮率は、圓盤より、中心から1個、それより四方に順次、全部 2.5cm 立方の材片を取り、その各々に付き測定し、樹心からの距離 x により收縮率が異なり、次の如き関係にあつたとされて居る。

$$\alpha_t = 2.929 + 0.253x - 0.0067x^2$$

$$\alpha_r = 0.907 + 0.1044x - 0.0037x^2$$

この收縮率を用ひて計算せられて居るので、こゝでも、此の數値を借りて計算することとする。

第7圖の如く符號をつけると

$$x^2 = a^2(1+y^2)$$

$$\alpha = \alpha_r + \frac{\alpha_t - \alpha_r}{1+y^2}$$

$$= 0.907 + 0.1044x - 0.0037x^2 + \frac{2.022 + 0.1486x - 0.003x^2}{1+y^2}$$

$$= 0.907 - 0.0067a^2 + 0.1044a\sqrt{1+y^2} - 0.0037a^2y^2 + 2.022\frac{1}{1+y^2}$$

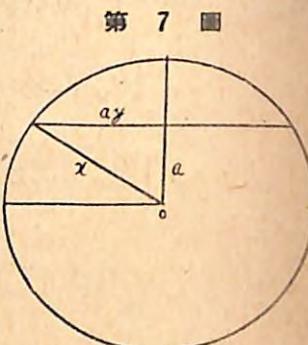
$$+ 0.1486a\frac{1}{\sqrt{1+y^2}}$$

$$X = \frac{1}{y} \int_0^y \alpha dy = \frac{1}{y} \left\{ (0.907 - 0.0067a^2)y - 0.1044a\left(\frac{y}{2}\sqrt{1+y^2} + \frac{1}{2}\log|y|\right) \right. \\ \left. + \sqrt{1+y^2} \right\} - 0.0037a^2\frac{y^3}{3} + 2.022\tan^{-1}y + 0.1486a\log\left|y + \sqrt{1+y^2}\right|$$

$$= 0.907 - 0.0067a^2 - 0.0012a^2y^2 + 0.0522a\sqrt{1+y^2} + 2.022\frac{\tan^{-1}y}{y}$$

$$+ 0.4618a\log_{10}\left|y + \sqrt{1+y^2}\right|$$

以上の式に測定せる a, y の値を代入すれば、板の各部分に於ける各方向の收縮率及各板全體の收縮率が求められる。心材及び板全體に就き、それぞれ算出



値、測定値を計算すれば第3表、第4表及第8圖、第9圖の如くである。

第3表 心材

No.	a cm	ay cm	y 倍	X %	X ₁ %	X~X ₁ %	X ₁ /X
1	0.7	-14.66	20.94	1.58	1.36	0.22	0.86
2	2.2	14.31	6.51	2.00	1.44	0.56	0.72
3	3.5	14.06	4.02	2.38	1.87	0.51	0.79
4	4.9	13.74	2.81	2.78	1.78	1.00	0.64
5	6.1	13.24	2.18	3.11	2.63	0.48	0.85
6	7.6	12.66	1.67	3.51	3.00	0.51	0.86
7	8.8	11.72	1.33	3.83	3.71	0.12	0.97
8	10.1	10.74	1.07	4.15	3.70	0.45	0.89
9	11.6	9.25	0.798	4.51	4.04	0.47	0.90
10	12.9	7.08	0.548	4.82	4.23	0.59	0.88
11	14.3	3.71	0.260	5.08	4.83	0.25	0.93
ave 0.84							

第4表 全部

No.	a cm	ay cm	y 倍	X %	X ₁ %	X~X ₁ %	X ₁ /X
1	0.7	16.45	23.50	1.60	1.52	0.08	0.95
2	2.2	16.21	7.37	1.97	1.59	0.38	0.81
3	3.5	16.02	4.57	2.32	2.09	0.23	0.90
4	4.9	15.54	3.18	2.69	2.05	0.64	0.76
5	6.1	15.21	2.49	3.00	2.82	0.18	0.94
6	7.6	14.62	1.92	3.39	3.03	0.36	0.89
7	8.8	13.96	1.58	3.68	3.48	0.20	0.95
8	10.1	13.06	1.29	3.90	3.63	0.36	0.93
9	11.6	11.92	1.03	4.32	3.93	0.39	0.91
10	12.9	10.41	0.807	4.59	4.26	0.33	0.93
11	14.3	8.35	0.584	4.86	4.46	0.40	0.92
12	15.6	4.99	0.320	5.13	4.68	0.45	0.91
ave 0.90							

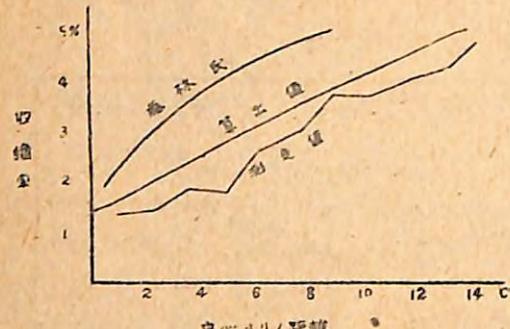
a = 中心よりの距離

ay = 板の巾

X = 計算收縮率

X₁ = 測定收縮率

第8圖 心材



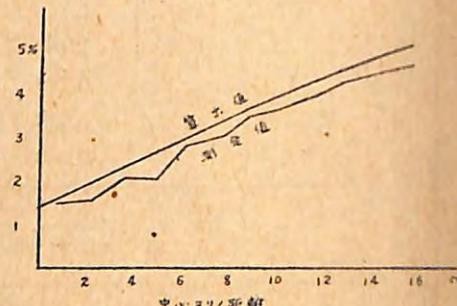
以上の如くして求めた算出値は、心材及び板全體共に、測定値と同一傾向を取つて居ることが判り、平均、心材にては84%，板全體にては90%の値を示して居る。これは板の收縮が2.5cm立方の材片に比して、收縮することが抑制され

るためであると思ふ。その證據としては、計算値は $a=0$ 、即ち中心を通る柾板の收縮率 $\left(\frac{1}{x} \int_0^x a_r dx\right)$ の値(1.41及び1.43)を通り、又 $a=x$ 、即ち圓周上にて、 $(a_t = 2.929 + 0.253x - 0.0067x^2)$ の値(5.20及び5.28)を通る。而して測定値は、此の點より少

し下を通つて居る。小材片と同じ收縮率にて板が收縮したならば、接線方向又は半徑方向の收縮率のみで決る。この兩極端にては、年輪と或る角をなす方向の收縮率を求める式が、如何なる式であらうと同じ値を示す筈である。藤林氏の式もこの兩極端にては同一の値を示めして居る。而して測定値はこの兩極端にても少しく小なる値を示めして居るから、板の收縮率は小材片の收縮率より小さい。換言すれば、板の收縮は巾が大きいことと、摩擦による抵抗が大であること、接線方向、半徑方向の收縮率が異なることにより生ずる反りを生ぜしめない様にする爲に起る抑制作用等の結果制限されるものと思はれる。

結局測定値が算出値より少しく小であり、増減の傾向は同一であることが判り、藤林氏の式により求めた値は、測定値との差も大であり、増減の傾向も少し異つて居り、藤林氏の考へられた式よりは Greenhill 氏の考へられた式の

第9表 全板



方が正しいものと考へられる。

次に丸太から得た板全體では、如何程收縮するかを計算して見ると、板の巾に收縮率を乗じ、これを加へ合せたものを板の巾の合計にて割れば、板全體の收縮率が求め得られる。

第5表

No.	心材		全板	
	板の 收縮巾	板の 全巾	板の 收縮巾	板の 全巾
1	0.2316	14.66	0.263	16.45
2	0.2862	14.31	0.320	16.21
3	0.3346	14.06	0.372	16.02
4	0.3820	13.74	0.418	15.54
5	0.4118	13.24	0.457	15.21
6	0.4444	12.66	0.496	14.62
7	0.4489	11.72	0.514	13.96
8	0.4457	10.74	0.517	13.06
9	0.4172	9.25	0.516	11.92
10	0.3413	7.08	0.478	10.41
11	0.1877	3.71	0.400	8.35
12	—	—	0.256	4.99
計	3.9314	125.17	5.007	156.74

結局、計算により求めた板全體の收縮率は

$$\text{心材} \quad \frac{3.9314}{125.17} \times 100 = 3.14\%$$

$$\text{全板} \quad \frac{5.007}{156.74} \times 100 = 3.20\%$$

となり、測定値より求めた板全體の收縮率は、心材2.74%，全板2.88%であり、それぞれ算出値の87%，90%に當つて居る。即ち、小材片により求めた收縮率の約90%，板にては收縮したことが判る。

次に丸太から得た板にては、如何なる位置にて反りが最大であるかを計算して見る。

先づ最初に板の上下に於ける收縮率の差が最大である位置にて、反りが最大であると考へられるから、これにより計算を進めて行く積りである。

中心より a なる距離にある b なる厚さの板の、板の中心から ay なる位置に於ける板の上下の收縮率は

$$x_{\text{下}} = (a_t - a_r) \frac{1}{1 + y^2}$$

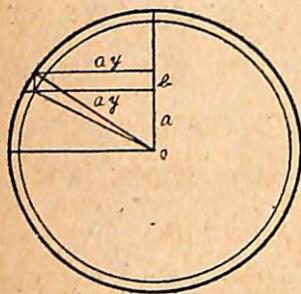
及び

$$x_{\text{上}} = (a_t - a_r) \frac{1}{1 + \left(\frac{ay}{a+b}\right)^2}$$

であり、上面の方が収縮率が大であるから

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_L - x_T = (\alpha_t - \alpha_r) \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{ay}{a+b} \right)^2} - \frac{1}{1 + y^2} \right\} \\ &= (\alpha_t - \alpha_r) \frac{(a+b)^2(1+y^2) - (a+b)^2 - a^2y^2}{\{(a+b)^2 + a^2y^2\}(1+y^2)} \\ &= (\alpha_t - \alpha_r) \frac{(2ab + b^2)y^2}{\{(a+b)^2 + a^2y^2\}(1+y^2)} \\ &= \frac{b(2a+b)}{\{(a+b)^2 + a^2y^2\}} \frac{(\alpha_t - \alpha_r)}{\left(\frac{1}{y^2} + 1 \right)} \\ &= \frac{(2a+b)b}{(a+b)^2 \frac{1}{y^2} + a^2 + (a+b)^2 + a^2y^2} (\alpha_t - \alpha_r) \end{aligned}$$

第 10 圖



即ち、 Δx の極大値を求めるには

$$(2a+b)b(\alpha_t - \alpha_r)$$

は定数であるから分母の最少値を求めればよいことになる。このためには此の式を微分し、0と置き、 y を求め、更に微分した式が、此の y を代入した際に正となれば極少値負となれば極大値であることから求められる。

$$\begin{aligned} \frac{d \left\{ (a+b)^2 \frac{1}{y^2} + a^2 + (a+b)^2 + a^2y^2 \right\}}{dy} &= -2(a+b)^2 \frac{1}{y^3} + 2a^2y \\ &= 2y \left\{ a^2 - (a+b)^2 \frac{1}{y^4} \right\} = 0 \end{aligned}$$

然るに、 $y \neq 0$ として計算して來たから、 $y=0$ の場合は、最初の式に戻り考へなければならぬ、 $y=0$ なるときは、 $\Delta x=0$ となり、上下の収縮率は同一であり反りは起らぬことになる。故に

$$y = \sqrt[4]{\frac{(a+b)^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{a+b}{a}}$$

$$\begin{aligned} \frac{d \left\{ -2(a+b)^2 \frac{1}{y^3} + 2a^2y \right\}}{dy} &= 3(a+b)^2 \frac{1}{y^4} + a^2 \\ &= 3(a+b)^2 \frac{a^2}{(a+b)^2} + a^2 = 3a^2 + a^2 \\ &= 4a^2 > 0 \end{aligned}$$

故に、分母は $y = \sqrt{\frac{a+b}{a}}$ の時極少値を持つことになり、結局上下両面の収縮率の差は、 $y = \sqrt{\frac{a+b}{a}}$ の時、極大値を持つことになる。然して、その極大値は

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{b(2a+b)(\alpha_t - \alpha_r)}{(a+b)^2 \frac{1}{y^2} + a^2 + (a+b)^2 + a^2y^2} \\ &= \frac{b(2a+b)(\alpha_t - \alpha_r)}{(a+b)a + a^2 + (a+b)^2 + a(a+b)} \\ &= \frac{b(2a+b)(\alpha_t - \alpha_r)}{(2a+b)^2} = \frac{b}{2a+b}(\alpha_t - \alpha_r) \end{aligned}$$

である。

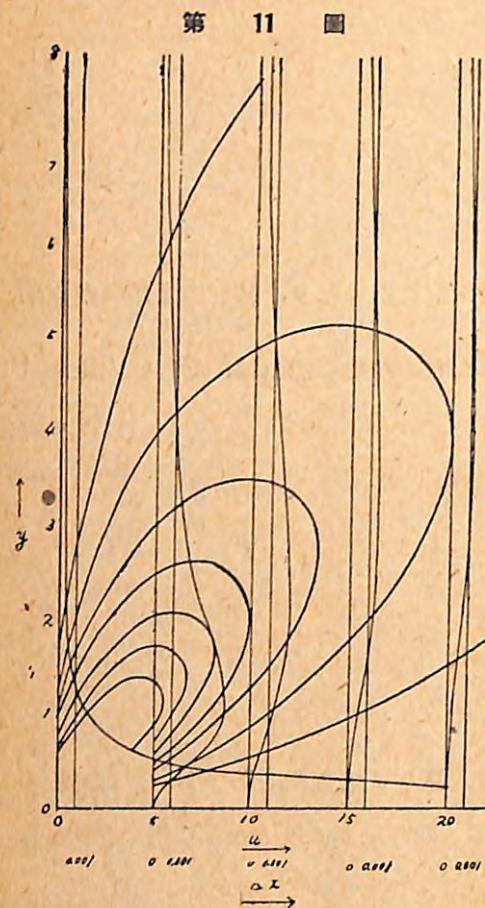
以上の式を用ひ、特別なる場合につき計算して見ると、先づ $b=1$ 、即ち板の厚さが一定なる時、 a の變化により最大値、即ち反りの最大なる位置は如何に移動するかを、計算して見る。

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{\frac{a+b}{a}} = \sqrt{1 + \frac{1}{a}} \\ ay &= \sqrt{(a+1)a} \end{aligned}$$

これをグラフに書き調べて見ると、大體の板の中心から樹心までの長さより、少し離れた部分が、最も反りが大であることが判る。(第11圖参照) 然して、その最大収縮率の差は

$$\Delta x = \frac{b}{2a+b}(\alpha_t - \alpha_r) = \frac{1}{2a+1}(\alpha_t - \alpha_r)$$

即ち、 a が大となれば、局部的の反りの大いさは 0 に近くなる。



第 11 圖

次に $b=an$ 即ち、板の厚さがその板の樹心からの距離の n 倍なる板に於ては

$$y = \sqrt{\frac{a+b}{a}} = \sqrt{1+n}$$

$$\Delta x = \frac{b}{2a+b} (\alpha_t - \alpha_r) = \frac{n}{2+n} (\alpha_t - \alpha_r)$$

即ち n を小に、換言すれば、板を薄くすれば板の反りは局部的には小となる。然し乍ら、木材は可塑性が大であるから、厚くなれば内應力に比例せず、歪んだまゝで平衡状態に至るから、實際の場合はこの様に行かないことが多い。

次に Δx が y の変化により、如何なる状態にて變化するかを調べる。簡単にするため、 $a=5$, $b=1$ の場合に就き、グラフを画くと第11圖の如

くである。 $(\alpha_t=0.07, \alpha_r=0.03)$

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{(2ab+b^2)y^2}{\{(a+b)^2+a^2y^2\}(1+y^2)} (\alpha_t - \alpha_r) \\ &= \frac{11y^2}{(36+25y^2)(1+y^2)} (0.04) \\ &= \frac{11y^2}{(36+25y^2)(25+25y^2)} \end{aligned}$$

次に Δx の式に、 $b=1, a=0, 1, 2, 3, \dots$ 等の數値を入れ、各々が 0.001, 0.002, 0.0005

第 6 表

y	Δx	y	Δx
$\frac{1}{5}$	0.00046	2	0.00258
$\frac{2}{5}$	0.00152	3	0.00152
$\frac{3}{5}$	0.00258	4	0.00095
$\frac{4}{5}$	0.00330	5	0.00064
1	0.00361	6	0.00046
$\frac{6}{5}$	0.00360	7	0.00034
$\frac{7}{5}$	0.00342	8	0.00027
$\frac{8}{5}$	0.00317	9	0.00021
$\frac{9}{5}$	0.00288	10	0.00017

等になる様な y の値を求め、圖に畫くならば、反りの割合の等しい點が求め得られる。而して、これら的事から、 Δx を一定の長さの間積分し、その値が少なる程反りが少いことが判り、丸太を製材する場合如何なる木取りをしたならば、各板が最も少い反りにて済むかをも求め得られる。即ち、 Δx なる曲線と、 a なる直線と、 $y=y_1$ 及び y_2 により圍まれる面積が小なる程、 y_2-y_1 なる巾の板の反りが小となるのである。

板の巾の收縮に關してはこれ位にして、次に圓盤が、收縮後如何なる形に變化するかに就いて計算を進めて見ると、次の如くである。

半徑を r 、圓周を u 、接線方向、半徑方向の收縮率をそれぞれ α_t, α_r とすれば、收縮後の半徑は

$$r(1-\alpha_r)$$

圓周の長さは

$$u(1-\alpha_t)$$

となる。然して、收縮後の半徑から圓周を求めるならば

$$\{r(1-\alpha_r)\}\pi$$

である。この二つの値の差は

$$\begin{aligned} r(1-\alpha_r)\pi - u(1-\alpha_t) &= r(1-\alpha_r)\pi - r\pi(1-\alpha_t) \\ &= \pi r\{(1-\alpha_r)-(1-\alpha_t)\} = \pi r(\alpha_t - \alpha_r) \end{aligned}$$

この値は、 $\alpha_t > \alpha_r$ であるから正である。即ち、收縮後の半徑により求めたる圓周より、元の圓周が收縮して出た長さの方が小である。故に、圓盤は乾燥に従ひ乾割を生ずるのである。

以上のことから各收縮率が與へられるならば、その圓盤の裂開角も求め得れることになる。即ち、圓周 $\pi r(1-\alpha_r)$ の中、 $\pi r(\alpha_t - \alpha_r)$ が乾割して材部が無いのであるから

$$\frac{\pi r(\alpha_t - \alpha_r)}{\pi r(1-\alpha_r)} 2\pi = 2\pi \frac{\alpha_t - \alpha_r}{1-\alpha_r} (\text{度})$$

だけ裂開することになる。例へば、 $\alpha_r=0.03$, $\alpha_t=0.07$ とするならば

$$2\pi \frac{\alpha_t - \alpha_r}{1 - \alpha_r} = 2\pi \frac{0.07 - 0.03}{1 - 0.03} = 2\pi \frac{0.04}{0.97} = 14^\circ 50'$$

即ち、 $14^\circ 50'$ の裂開角が出来るのである。即ち、 $\frac{\alpha_t - \alpha_r}{1 - \alpha_r}$ の大小により、裂開角の大小が求め得られるのである。故に、乾割の大小を判断するには、 $\frac{\alpha_t - \alpha_r}{1 - \alpha_r}$ を用ふべきであると思はれる。又これを書替へるならば

$$\frac{\alpha_t - \alpha_r}{1 - \alpha_r} = 1 - \frac{1 - \alpha_t}{1 - \alpha_r}$$

であるから、 $\frac{1 - \alpha_t}{1 - \alpha_r}$ が大となる程裂開角は小となるのである。材の狂ひの程度を、この値により示すと良いと思ふ。

同様にして、或る基準となる半径から、 θ radian 離れた圓周上の點が、收縮後如何なる點に来るかも求め得られる。

即ち、半径 r とすれば弧の長さは $r\theta$ である。而して收縮後は、半径 $= r(1 - \alpha_r)$ 弧長 $= r\theta(1 - \alpha_r)$ となるから、弧の挟む中心角は

$$\frac{r\theta(1 - \alpha_r)}{r(1 - \alpha_r)} = \theta \frac{1 - \alpha_r}{1 - \alpha_r}$$

となる。

故に、 (θ, r) なる位置の點は、 $\left(\theta \frac{1 - \alpha_r}{1 - \alpha_r}, r(1 - \alpha_r)\right)$ なる點に移動することになる。これに數値を代入して、圓盤上に引きたる直線が、如何なる曲線に變化するかが求め得られる。又平行に直線の變化を見るならば、板の收縮の形が求め得ることになる。(第11圖参照)

然して、樹心よりの長さの y 倍、板の中心から離れた點は

$$\theta_1 = \tan^{-1} y$$

$$r_1 = \sqrt{1 + y^2}$$

であるから、收縮後には

$$\theta_2 = \left(\frac{1 - \alpha_r}{1 - \alpha_t}\right) \tan^{-1} y$$

$$r_2 = (1 - \alpha_r) \sqrt{1 + y^2}$$

なる點に移動することになる。これは極座標なるも、直交座表に直すならば

$$\theta_2 = (1 - \alpha_r) \sqrt{1 + y^2} \sin \left(\frac{1 - \alpha_t}{1 - \alpha_r} \tan^{-1} y \right)$$

$$r_2 = (1 - \alpha_t) \sqrt{1 + y^2} \cos \left(\frac{1 - \alpha_t}{1 - \alpha_r} \tan^{-1} y \right)$$

となる。

第 7 表

θ_1	θ_2	r_1	r_2	θ_1	θ_2	r_1	r_2
1	0.964	0.1	0.1000	1	1.060	2.0	1.886
1	0.972	0.2	0.1860	1	1.113	3.0	2.86
1	0.978	0.3	0.280	1	1.18	4.0	3.82
1	0.980	0.4	0.369	1	1.25	5.0	4.78
1	0.980	0.5	0.467	1	1.32	6.0	5.74
1	0.981	0.6	0.560	1	1.40	7.0	6.70
1	0.990	0.7	0.654	1	1.47	8.0	7.69
1	0.990	0.8	0.751	1	1.50	9.0	8.65
1	1.000	0.9	0.843	1	1.54	10.0	9.56
1	1.005	1.0	0.938				

昭和十八年十一月三十日印刷
昭和十八年十二月十五日發行

帝室林野局北海道林業試驗場
(北海道・札幌)

札幌市北一條西三丁目二番地
印刷人(北札46)山中次郎
印刷所 合名會社文榮堂印刷所