

經 營	1 0 3
測 定	3 2

森 林 測 定 研 究 資 料

7

(森林標本調査. Bitterlich法關係論文)

昭 和 3 7 年 3 月

農 林 省 林 業 試 驗 場 經 營 部

頁	行	誤	正
4	下から8行目	破壊の程度	破程度
8	下から11行目	志氣	士氣
10	上から11行目	官研	官研
11	下から10行目	前後に	最後に
22	上から7行目	主材	主伐
22	下から14行目	歩いて	徒歩
28	上から11行目	落し違は	落し違を
38	上から13行目	予備的林業図	予備的林業図
25	下から12行目	zone	zone
4	下から8行目	zone	zone
28	上から7行目	予備的林業	予備的林業図
31	上から14行目	二つのノ図に	ノ図に二つの
32	上から7行目	期待できる	予期できる
4	上から12行目	期待できる	予期できる
40	下から11行目	数学的期待は	数学的期待値は
76	下から15行目	単本当り	一本当り
32	上から6行目	その図は	この関係は
35	下から4行目	平均平方誤算	平均平方誤差
65	最下行	無作為抽出 仮定	無作為抽出の仮定
74	下から8行目	共分散	共分散

目 次

I 森林標本調査

- 1 タイ国の森林調査 3 頁
(F. Loesch)
- 2 メキシコの森林調査 20
(N. S. Majorada, A. E. Scarpita, L. Huguet)
- 3 カナダにおける森林資源調査 37
(H. E. Seely)

II Bitterlich 法関係

- 1 可変プロット調査設計と半径を一定としたプロットによる調査設計を比較するための補助手段について 51
(A. R. Stage)
- 2 点抽出調査用プリズムの調整と使用について 53
(R. F. Bower, N. C. Tuttle, G. L. Heinemann, D. B. Ostergard)
- 3 Bitterlich 法を使用した場合の林縁により偏り 57
(T. HAGA, K. MAEZAWA)
- 4 Bitterlich 法による調査歩合について 68
(T. Cunia)
- 5 点抽出法を適用した成長量調査による成長量の計算 71
(A. R. Stage)
- 6 経年および系統的点抽出調査法による推定量の特性について 78
(M. N. Palley, L. G. Horvitz)
- 7 点抽出調査法の理論に関する一考察 98
(E. G. Roberts)
- 8 点標本用の信頼できるボードフット係数は必要であるか。ファイルの中まみよ 100
(E. V. Hunt)

I 森林標本調査

人

タイ国の森林調査

A Forest Inventory in Thailand

レツチェ (F. LOETSCH)

(タイ国 F. A. O. 技術補助官吏、ドイツ、ラインベック林業試験場森林調査課長)

Drasylva. Vol. 11 No. 4 1957 174~180

この論文で述べる方法はタイ国のチーク材を産する北部の諸州の調査を行うための研究をしている前に 1955 年に考案されたものである。ここで最も重要な特性はチークは単位面積当りの蓄積が少ない落葉樹混交林の他樹種の間に存在し、山岳林への交通は一般に非常に便が悪いということである。別な方法を採用できる他の熱帯諸国とは条件が異っているものと思われるし、この論文はただタイ国の森林の現在の条件を整理する努力の一例を与えるにすぎない。

センサスは 1956 年に始め、タイのチークの生育地帯の心臓部を表わし、タイのチークの約 60% を産する州の 5 つ (第 1 回参照) に対しての結果は 1957 年 3 月に完了し、本年発表したものである。

航空写真によるサンプリングの設計

写真には海拔 1,000 m 以下の林地に対して 1:45,000 の平均縮尺で 1953 年 1 月に撮影されたものである。チークは一般に 1,000 m 以上には生育しないので 1,000 m の等高線と北部の州のすべての写真に記入し、林地を 2 つの主な部分、すなわち海拔 1,000 m 以下と以上とにわけた。このサンプリングの目的は写真上で判別できる層の面積の割合を決定することである。

写真から次の層が判別できる。

(1) 1,000 m 以下の林地。

(2) 落葉樹混交林。

これはチーク生育型の林相である。この型でもチークが生育

していない面積は割合多いが、現実にチークが生育している地帯でもチークが純林をなすことは稀で、他樹種の間に点在している。更に悪いことには、写真の大部分はチークの開花期(5月~9月)中にとられたものではなかった。このときにとった写真の中には(第2図参照、写真のため省略)副次層“チークの生育する落葉樹混交林”と“チークの生育しない落葉樹混交林”とを区別できるものもあった。

(b) 半常緑樹林。

Hopsea および *Dipterocarpus alatus* という樹種の大径木は小縮尺の写真上でも台英としてはっきり判別できる。

(c) 乾地性 *Dipterocarpus* 型林相。

むしろどちらかといえば食料で蓄積の少ない林分であるが、燃料としては大切である。この林相で盛に利用されている林層は皆皆伐した林地とか再生林とかをはっきり区別できる。後者の層は共に大径木を含まないが、写真上での地上の色調は互いに違っている。皆皆伐したところはもとは大低落葉樹混交林型であった。

(d) 永久的に森林とはならない場所。

1,000 m 以上。

この標高では森林には近より難く、大低は立派の常緑型もしくは草地林で山岳ではいくらか針葉樹と混交し、谷間に沿っては半常緑樹と混交している。これらの森林は国の給水源として大切であるから、多くの立派に住む種族の破壊の程度(輪作とか連年焼畑)を推定する必要があった。これは特別な副次層“1,000 m 以上の皆皆伐地”として示すことができる。

上に述べた層の面積を求めるために、州毎の確実な平均百分率を得るための適当な計画により写真毎にその百分率がサンプリングされる。百分率はその州の面積の公認数値を100%として面積の単位に換算できる。

サンプリングの設計そのものはトラクトライン方式の考案

に従った。このような方法を採用したのは写真上での特別なプロット内で行う林相区画法もドットグリッド方式も写真が小縮尺であるため不満足であることがわがったからである。

トラクトライン方式は50 cm x 50 cm の方形から成立っている。これは1:48,000の縮尺では近似的に2.5 Kmである。そしてこれはガラス板上に写真により転写される。cmと同じくmmまでがダッシュで印が付けてある。この計画は同時に写真の記録として用いられるような様式に印刷してある。(第3図参照)判読者は調査を行う写真上にこのガラス板を置く。すなわち第3図に示したようなブロックIIの英字をその写真の主英(中央)に正確に重ねる。この作業を容易にするためにはガラスは写真と同じ大きさ(23 cm x 23 cm)にしておけばよい。そして十字線の主英に置く。その十字線はガラスの端まで東西、南北に引いておく。すなわち判読者は各写真の端にある基準マーク上に十字を置くだけでよい。

写真の主英は抽出地区の中心とは一致しない。このことはもし写真全部を抽出すれば60%が重複するから二重の抽出を避けるために必要である。

判読者は鏡付実体鏡と4倍拡大レンズを用いて正方形の線を追跡する。第3図に示してある形式の計画では上述の層の境界線に印をつける。最後に、各層に属するmmの長さを加えて第3図の方形の下に示したそれに応ずる欄に総計を記入する。mm(又は%)の和は各ブロック(方形の両側)に対して100でなければならない。地帯を更に2つのブロックに細分割することが必要である。判読者の誤りにより生ずる偏倚誤差は非常に慎重なチェックと現場で判読者を十分訓練することによってのみ避けることができることを指摘しておこう。一人の判読者の1日の仕事は約5枚の写真である。

5つの州が経って後、すべての写真を調べる必要があるかどうかを決めるために統計的な調査を行う。満足のゆく結果を得るには2

〜3枚目毎の写真の抽出調査で十分であろう。写真のサンプリングは調査の中で最も金のかからない部門であり、したがって最大の精度を目標とすべきである。

地上サンプリング

地上サンプリングは色々な層の蓄積に関する基本的な資料を得ることが目的である。これには次に示す3つの難点がある。

- (a) 現場で自主的な判定ができるスタッフが不足していること。
- (b) 北部タイでは山岳林が多く殆んど近寄れないこと。

第一の難点を打破するには、サンプリング方式を日常の仕事に基いて十分簡便なものにして置かなければならない。そして現地調査員が自主的な判定を下すような余地を残しておいてはいけな。近寄り難い場所では経済的な見地から特別なプロットが1日で完了するように仕事をする必要がある。

これらのことを考慮に置いてタイで現在用いられている所謂キャンプ単位方式が考案された。この方式の基礎は0.05km² (半径1.25m) の円形標準地である。現地でのプロットの配列は次のようにして実行する。

1組は2人の調査員と2人の作業員から構成されている。1組1日の仕事は1つの地区に沿って配列した40プロットである。1つのキャンプのスタッフは7組からなり、したがって1キャンプの1日の仕事は7地区、すなわち1単位である。地区および地区内のプロットの配列の詳細は第4図に示してある。

調査員が単位の中に到達するとすぐにすべてのことが日常の課題となることは明らかである。なぜならば各組のリーダーは中心から地区までの距離およびプロット間の距離もまた調査の出発点になる地区の角の方位も知っているからである。(第4図参照)

単位の中はまづ写真上で見出し、ついでに現地にその位置が定められる。この仕事を標準化するためにキャンプ単位方式が考案されたのである。写真上で単位の中を見出すために、キャンプ単位の計画は

それに応ずる写真上に固定した1つのセルロイド板上で行う。そうすると写真の主眼はキャンプの中心と一致し、そして十字線(東西と南北)の両方は写真の端でそれに応ずる基準マークと出合うようになる。

各単位の中心の位置はポケット実体鏡を用いて現地で中心を配置する際に直案内として用いる写真から定めることができる。もし1キャンプの全面積を中心から一番遠いプロットまでの距離が5Kmの半径の内と考えれば、キャンプの面積内の調査歩合は1.5%である。同様ならば全キャンプの面積は79平方Kmであるのに、抽出面積は2555個のプロットの0.05km² 倍で1.176平方Kmとなることは容易に計算できるからである。

キャンプの中心として使用される写真の選択について説明しておこう。調査歩合は海拔1,000m以下の面積の0.1% (すなわち1:1,000) が目標であった。5つの州での仕事は50,568平方Km、すなわち40キャンプが抽出面積であった。

5つの州にまたがる1,500枚の写真の中1,000m以上に属するものおよび大凡全面積の約20%である都市および恒久的な農地は除外された。5つの州を通じてキャンプを系統的に配列させるために、残り1,500枚の写真を更にコースおよび写真の連続番号にしたがって28の群に再分割する。各群の中1つの写真を無作為にとりて関係あるキャンプの位置にする。すなわち、有限の確率分布が用いられる。この方法によれば地上サンプリングによつて得られた層の面積の割合に對して一つの偏倚誤差を生ずることを認めなければならない。森林でない地帯は少なく、そして1,000m以上の地帯は全くない。しかしこの誤差は上述の航空写真サンプリングを用いると容易に消去できる。

航空写真の判読結果をチェックするために、特別な計画が考案された。キャンプ単位計画そのものをガラス上に写真と並べて置く、そうすれば判読指導員が現地で既に抽出された地区に沿って写真を判読することが可能である。(第4図参照)

この作業は現地でキャンプに用いるカメラのすべての写真について実行された。まづ、出てきた結果の偏倚誤差を見出すため現地で行った層化と比較した。

既に述べたように、1つのキャンプの調査歩合は1.5%であるのに、1,000ha以下の全面積は0.1%調査しかサンプリングされていない。全体の調査歩合と副次標本の調査歩合との比が大きくなればなるだけサンプリングの効率が悪くなることはよく知られている事実である。副次標本内の1.5%調査は地形が悪いことを考慮した最大限の許容抽出率であるといえる。カメラの調査が完了したキャンプから得た統計量はこのことを立証している。

一地区に対しての平均作業時間(1組一日の仕事)は約4時間である。森林および地形によって3〜6時間の幅がある。キャンプの場所から各単位を中心まで到達する時間はできるだけ車を利用するのであるが平均2.5分である。(往復1.5分すなわち2.5時間)。しかし30%の調査単位の中30%は平均往復の歩行時間に4分時間を要し、4%は6時間以上を要した。特に熱帯地方の場合は2分時間の平均歩行時間に4時間の調査時間を加えたものは全く骨の折れる作業量であることは明らかである。全労働時間が8時間以上かかる特別な場合には、スタッフが健康をそこなったり、志気をそこなったりしないように休息日を設けておかなければならない。

このキャンプ単位方式を実際に行って現場では満足であることがわかった。(第2図参照、写真のため省略)。各々キャンプリーダーを含む8人のスタッフ群、および補助者と14人の調査員は互に独立に仕事をした。彼等は強力な田野横断用のシューズが与えられ、交通の許す限り車でキャンプからキャンプへと移動できた。時には牛車や運搬人を目的地につくためにやむを得なければならなかった。平均してキャンプからキャンプへの移動は2日かかった(1〜6日の範囲がある)。

1つのスタッフは1月にスーペースキャンプ単位を完了した。した

がって、5つの州に対して必要なカメラのキャンプは約10ヶ月の外費で調査を終了した。

また正方形の形で設定できる帯線方式のかわりに何故に小さい円形標準地を用いたかということがしばしば疑問として生じてくる。タイの森林の条件の下で見出されたいくつかの裏がこのことを明らかにしよう。

一地区は各々0.05haの48個のプロットを含み、したがって抽出面積は2.4haである。同じ大きさの抽出面積は長さ2Km、幅0.2Kmの帯線でも得られる。しかし境界(丁度境界上の立木)の決定が測定から直角に垂線を引くよりは円を中心からの距離を測定する方が正確に行うことができることが経験からわかった。

小面積のプロットを選んだのは、それが属する層の決定が容易なためである。連続した帯線であると異った層が表われると帯の同じでない部分の距離を測定して層化を行わなければならない。これは記録やパンナの場合に困難となる。更に線に沿つての距離測定値を読みとるべきスポットの正しい決定は組のリーダーが判定しなければならないが、このようなことは避けなければならない。これに反して、単一プロットの場合には1つのプロット内に2つの異なる層があるような場合でさえも容易である。優位を占める層をとるべきである。時にはタイで利用されている写真の場合のように、航空写真ですべての層を明らかにできないこともある。このような場合には、航空写真で識別した層の細分割が現地で行われなければならない。例えば、タイの森林の落葉樹混交林はチーク生育地とチーク非生育地に更に細分割しなければならない。

現地では、すべてのこれらのプロットはもし0.05haの測定したプロット内でチークが全々なくても25m半径内に何本かのチーク(すなわち、チーク、更新樹または切株)がある落葉樹混交林型はチーク生育地に属する。チーク生育地の落葉樹混交林型(層ノ)の面積は落葉樹混交林型のプロットの合計面積に対する層ノのプロットの合計面積の百分率を求めれば得られる。落葉樹混交林型の全

面積は既に航空写真によるサンプリングで得られている。この数値を上述の百分率で換算しなければならない。これは組合せサンプリング(地上調査と航空写真調査)から得られる層面積を求める一例である。そしてこの誤差は航空写真だけのサンプリングよりも勿論大きいものである。

プロット内で測定または推定する資料

1. 樹種

アスの主要樹種がコードされ、決定されなければならない。一方他のすべての樹種は一括してコードされる。最も重要な樹種としてのチークは次の各種のコードがつけてある。すなわち成木に対してノ種、チークの幼株に対してス種、官研や不法伐採の数値を得るための剥皮した林木に対して刻印があるかないかのス種である。

パンチカード方式はその結果をどんな目的をもつ集計計画にも好都合である。

2. 胸高断面面積

立木に対して胸高断面面積を *Bitterlich* の *Tariffmesswinkel* によって直接に測定する。この簡便な器械は十分役に立つ。お互に1.50°の差がある3つの読みを各林木に対して行う。読みは直径に換算しないでパンチカード方式(I.B.M.)による計算の仕事を容易にするために断面面積の項で行う。これら断面面積の項は "*Wanner* の重み" と呼ばれ、 m^2 の断面面積を40倍したものを与える。次表は重み、直径および周囲の関係を示す。

第1表、重み、直径および周囲の関係

cmでの直径限界	cmでの周囲限界	Wannerの重み(w)	m^2 での 単木断面面積
12.5	39.5		
21.8	68.5	1	0.025
28.2	88.6	2	0.050
33.3	104.6	3	0.075
37.8	118.8	4	0.100

毎木野帳(第7図)からわかるように、3つの読みは全部書くがパンチは平均の数字(次の欄)だけである。

重み4以上(直径17.90cm)についてのチークは大径木で、幹型が不規則であるからテープを用いる。

3. 利用材積

5m以上の数を胸高で重み4以上の林木の毎木につき目測する。更に各林木の重みは推定するがそれに対しては既に測定した胸高での重みが大いに役に立つ。通直な幹をもつ規則正しいチークに対しては表は "胸高における重み" および "単木当り5m以上の数" の欄を用いる。これによればその木に対して "林木の重みの合計" を直接読みとることができる。

プロット内で測定したチークの立木の約75%は規則正しい幹型を示していることを示論しておこう。したがって大部分のチークの材積はこの方法によって求められた。

0.30mの高さでテープを用いて測定した幼株の皮内断面面積を皮付胸高断面面積に変換することについて一言述べておかなければならない。伐根高の周囲と皮付胸高周囲との間の関係を3000本の立木の測定によって求めた。両対数方眼紙を用いると、最小二乗法により直線を得ることができる。タイのチークの皮内直径と皮付直径との間の関係は既に知られている¹⁾。前後に幼株の皮付断面面積は上述の方法で材積に換算された。

林木の重みの合計を利用材積(*Hypus m³*)に変換するためには次の乗法を用いなければならない: 重みの合計 $\times 1/40$ (*Wanner* の重みによる) $\times 5$ (林木の長さ) $\times 1/14$ (*Hypus* 係数)。最後の3つの因子の積は0.075または概略の推定量としてはまるめて0.1である。したがって、林木の重みの合計は必要な利用材積のほゞ10倍であると考えることができる。

注) *Inventory methods for Tropical Forests* FAO
ETAP Report No. 545

4. プロットから得られる附加的な資料

チークの更新樹については、 0.01 ha の同径プロット内で調査する。チークの幼令木は次の四つの級に分けられる。重みおよび胸高の林木、胸高で重みより小さいが 1.3 m より高い林木、 1.3 m 以下の林木の4つの級である。

“実生”か“萌芽”かを区別することは大切であるように思われる。なぜならば萌芽でできた林木はもし特に株が老木のものであれば立派な幹をもつ林木に成長しそうにないからである。チークの地位級は周囲と優勢木の樹高との関係で決定できる。もし1本のチークの大木がプロットを中心まわり 25 m の推定円の中にあるれば、その樹高および胸高周囲を測定しなければならない。すなわち、大体チーク生育地に対して利用する地位級の百分率が得られるであろう。これは期待される成長量の計算の補助手段として役に立つ。チークの直径成長量をきめるには各地位級に対して多数の鋸片を集めなければならない。更に資料は竹の利用できる種類、地形および伐採条件に関して各プロットから集められる。

パンチカードによる計算。

毎木野帳(第7図)はいつでもパンチングできるようになっている。各林木に対して特別にパンチカードが用意される。5つの州で $100,000$ 枚の野帳ができた。各プロットはたとえそれに林木が1本もなくとも野帳に記入しておく。パンチングと検証は外業が終つてパンコックにつくとすぐ行うことができる。したがって不必要な遅延を避けることができる。結果は各州毎に表示され、後に全体に対して表示する。

精 度

1. 林地面積。

直接航空写真から得た層に対して、分散分析によって樹出誤差が計算できる。チークの成育している落葉樹混交林は最も重要な層である既に上に述べたように、附加的な誤差源を導く地上サンプリングと航空写真サンプリングとの間の組合せを行わなければ

ならない。その両方の誤差は誤差の伝播の下に組合せられなければならない。目標(チーク生育落葉樹混交林の 5000 Km² に対して $\pm 4\%$ の抽出誤差)を得ることができた。

2. 蓄積。

地上サンプリングから各関係した層の単位面積当り蓄積が得られた。それに各々それに施する層の既知の面積を乗する。単位面積当り蓄積の抽出誤差は特別な分散分析により見出すことができる。再び誤差の伝播を用いて蓄積の最終抽出誤差(第8図参照)が計算できる。目標($1,000,000$ m³ に対して $\pm 10\%$ で $10,000,000$ m³ に対して $\pm 5\%$)を得ることができた。

タイの全国調査に対して得た精度を明らかにするために米国の全国調査とスウェーデンの全国調査の目標精度が一緒に図面にマークされている。

調 査 費 用

Lampang, Chiangmai + Lamphoon Chiangrai および Pae 州の 1956/57 年のタイの全国チーク調査に要した費用は次のように推定できる。

	Km ²	
面積	1,000 m ² 以下	52,760
	1,000 m ² 以上	2,250
計		61,010
チーク生育地 ($10,962$ Km ²) / Km ² 当り		5.03
全 林 地 ($43,801$ ")		1.28
1000 m ² 以下の全林地 ($52,760$ ")		1.05
チークの蓄積 ($9,216,059$ m ³) / m ³ 当り		0.006
全 蓄 積 ($102,599,200$ m ³)		0.00055

第2表、タイの全国チーク調査に要した推定費用。

項 目 の 詳 細	米 国 ド ル での 費 用	割 合
地上サンプリング 35人の調査員に対する給料 (=2人の副査と1人の主査のスタッフ) と10人の人夫と6人の運転手の 賃金運搬人、ラ馬の費用、ガソ リン代車の修理費等 3台の中型ジープと2台の小型 ジープ(トレラーを含む)の費用 米 国 ド ル 21,836 の 25% = 5,459	45,259	
計	50,718	90.2
航空写真サンプリング 4人の調査員の給料 1,500枚の航空写真の費用(密着)	2,674 725	
計	3,399	6.1
パンチカード計算と賃金	2,134	3.7
総 計	56,251	100.0

タイ国の王室林野局で実行したノタケムノヤア年の森林調査はこの種の調査の最初のものであったことを考慮にいれなければならない。行政的困難に打勝つたためにある程度の時間がかかった。更にスタッフを訓練する時間は上表からは除かれなかった。得た経験を用いて将来のタイ国の森林調査は上の数字の約10〜20%は軽減できるものと思われる。

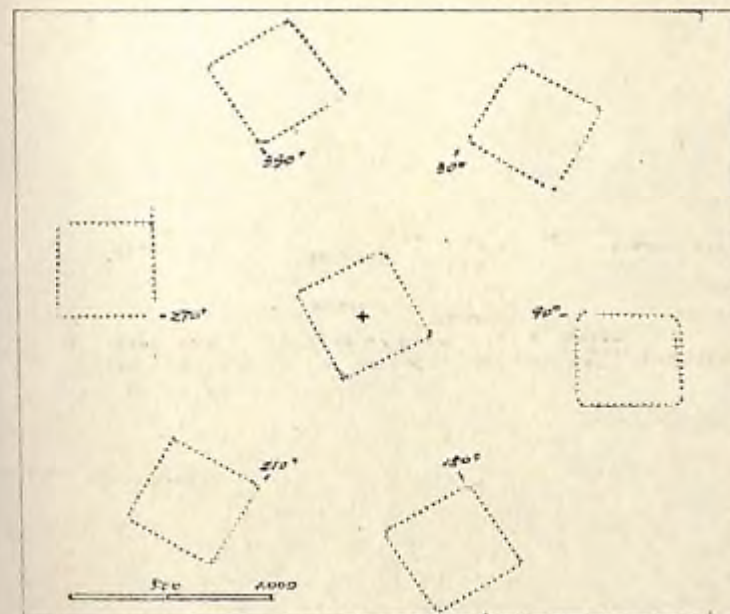


ノ 図 タイ国のチークが生育する諸州

FOREST DIVISION:		RECORDER
PROVINCE:		CHECKER
RUN NO:		DATE
NO. PHOTO:		

ST. NO.	COMPLETE	POT. COMPLETE	NOT COMPLETE	ST. NO.	COMPLETE	POT. COMPLETE	NOT COMPLETE
I				I			
II				II			
III				III			
IV				IV			
V				V			
VI				VI			
VII				VII			
VIII				VIII			
IX				IX			
X				X			
XI				XI			
SUM	100			SUM	100		

3 図 tract-line 方式の一つの形



第 4 図 キャンプ 単位

PROVINCE		RECORDER
RUN NO		DATE
PHOTO NO		CHECKER
CAMP NO		UNIT NO

STRATUM NO	COMPLETE
I	
II	
III	
IV	
V	
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	
XI	
XII	
SUM	280

第 5 図 写真判読に使う様式

2. メキシコの森林調査

A Forest Inventory in Mexico

N.S. Mejnadd, A. Escarpita L. Huguet

(Unasylva: Vol 12 No 2 1958 p 55~p 62)

Mexico には約 1,000 万ヘクタールの針葉樹林があつてそのうち 1/30 は未利用のまゝであると推定されている。これらの資源ならぬにその一般的な工業化の努力にもかかわらず、Mexico は年々必要新聞消費量の全部と紙パルプ需要の半分以上、金額にして約 21,000,000 ドルを輸入に頼っている。この量は新聞用紙および紙パルプ製造に最も適当な local 針葉樹 (Pinus および Abies spp.) の 500,000 m³ 近くに相応する。Mexico の針葉樹林 1 ヘクタールの成長量は年間 3 cu. meter であるから、200,000 ヘクタールを組織的に経営すれば、今日輸入のための外国費為に相当な支出を余儀なくされている新聞用紙およびパルプの生産には十分である。

数年前 Mexico 政府は、紙パルプの国産化を推進するという決定を行いつつ約半分が、針葉樹林であるところの約 500,000 ヘクタール地域を選んて、それをもととしてパルプ、新聞用紙工場ばかりでなく、一連の林産業をも集中するという計画を立案した。選ばれた地域は Michoacan 州の Uruapan 市の周辺に位置し、新聞用紙、パルプの主要消費地である Mexico 市から 500 キロ隔っている (第 1 図)。

この林の蓄積は大部分マツ (pine) であつて、これは約 20~30 年前用材として伐採された。Mexico 市からもっと遠く、特に北西部で蓄積の多い未利用林を見つけることもできたであらうが、しかし交通の中心と主要市場に近くまた、伐採に便利な蓄積の少ない林が選ばれた。

Michoacan 計画とよばれるこの計画の調査、実行および管理は Nacional Financiera, S.A. に委託された。これは Mexico の

産業開発の振興と融資を行う国立銀行である。この計画の開始以来 Nacional Financiera は、その処理に FAO の技術補佐官 (technical assistance officer) の援助を受けた。(第 1 図挿入)

1954 年に補佐官は、二人の特別な訓練を受けた Mexico 人林業技術者 (この論文の三人の共著者) とともに、計画地域の森林調査の実行に着手した。この作業は現在完了していて、この文の論題となっている。

計画の概要

Michoacan 計画の一般的要求は、年間の生産能力が最低 300,000 トンの硫酸パルプ工場と、他の工場の約 300,000 トンの半量化学パルプを混合して年間約 400,000 トンの新聞用紙を生産し得る機械パルプ生産能力約 320,000 トンの新聞紙工場に定められ、同時に、二つのパルプ工場の必要量を満たして残る木材供給のバランスをとるような製材工場を建設することが提案された。最後に高規格材 (high-grade log) を用いるベニヤ工場と、製材工場の廃材およびこの地方の、普通品質が悪くて製材に適さないような、広葉樹を利用する活生木炭のプラントを作ることが考えられた。これらのすべての工場は、森林から生産された全木材を最も経済的に利用するため、互いにできるだけ接近 (integrate) させるはずであった。この計画に必要な最小限の丸太材積は次のようになることが予想された。

	cu. meter
化学パルプ：年間 300,000 トン、トン当り 5 m ³ の丸太として	150,000
機械パルプ：約 320,000 トン、トン当り 3 m ³ の丸太として	100,000
製材工場：適当な最小限で推定された能力	100,000
計	350,000

しかし製材工場では資材の約 20% の緑材 (セキ落し) および「廢材」が必ず生ずるが、これらは化学パルプあるいは機械パルプとしてされ利用できるから、必要な皮肉直径 8 cm またはそれ以上の丸太の最小限の材積は年間 330,000 cu. meter となるにすぎない。従つて調査は次のようにしなければならなかった。

1. 選ばれた林地が保続収穫を原則として、毎年最少限 330000 *cumeter* の材を供給し得るかどうか、また製材工場が生産能力を一定にできるような正確な許容伐採量を決定すること。
2. 種々の工場の設備計画を立て、また必要な資本投下量を予測できるようにするため、供給し得る材の特性(樹種、材の平均の長さと直径)を明らかにすること。
3. 林業地図の編製および主材および副伐の規定を含む経営計画の立案が可能であること。
4. はっきりした地籍または土地所有図を作り、3000以上にのぼる個々の所有者のもつ、それぞれの木について許容伐採量を推定すること。

この木の許容伐採量が、企図された計画の要求する 330000 *cumeter* に少なくとも等しいことを早急に証明することが必要であった。従って予備調査が1953年11月と12月に実行された。

この調査はこの地域内の木についておよそ利用できるすべての資料即ち研究、見取図、地図、三角点、古い航空写真等を集中して開始された。踏査はすべての可能な手段、即ち歩いて、馬、軽貨物自動車、飛行機を利用して行われた。

全部を検討して、約 450000 *cumeter* の連年成長量を有する少なくとも100000ヘクタールの良好に利用できる林のあることがわかった。従って要求された最少年伐量をこえる、120000 *cumeter* の安全限界があることになるが、これは地元の自家需要を考慮しても全計画が実行可能であることを十分証明していると考えられた。

他の調査結果は次の通りであった。

1. 既存の三角点を明示しまたこれらを更に進んだ三角測量の基礎とすることによって、決定すべき他の点を定め、これを補助三角測量に組み入れることができた。
2. 空中写真調査を実行するため、対象地域の樹目、縮尺および写真の種類および飛行高度に関する確実な契約を商社との間に取

わした。

3. 三角測量および森林標本調査において引続いて使用できる主要路線を確かめ、また林地のスケッチマップ(*sketch map*)を作成した。伐採および選ばれた工場地に原料を運搬する費用の概略を見積ることができた。
4. 供給される原材料の、樹種、丸太または薪材の直径および長さによる性状の決定がかなり正確にできた。色々の樹種および直径級の標本をとり、新聞用紙の生産に用いる方法について試験を行った。
5. 詳細な森林調査に必要な人員(技術員、製図員、サンプリング班の長、作業員、運転手)が確かめられた。

費用の見つもりおよび必要な設備の資料など、ともに得られたデータは *Nacional Financier* に提出され、1954年の始めに認可された。

第二の段階：森林図の作成

現地調査

森林図調製のためには、始めにある数の三角点を利用しなければならなかった。調査地域内には、そのような点が二つ、*Mexican Geographical Service* によって既に完全に確定され位置づけられていた。この地域内のすべての三角点はこの二つに基礎をおくものである。結局24個の調整点(*control point*)を決定したから、二つの隣接区間の平均距離は約20〜25 Kmとなった。これらについて夜間だけ *Wild Tz* セオドライトと発光信号を用いて作業を行った。

三角点間の距離にもかかわらず、この森林図は地形調査によって独立に作成された地図と比較して行うべきであった用法に対して十分正確であることを証明できた。

空中写真

空中写真は *Mexico* の専売商社によって殆んど同時に撮影された。カメラは、焦点距離 21 cm の *Wild* の *RCSa* を用いた。写真の大

きさは $18 \times 18 \text{ cm}$ で平均縮尺は $1:15,000$ であった。

スケルトンマップの調製：機械的三角法

24個の三角英からなる現地の調整英を、ベニヤ張りの机に固定した白い製図用紙上に $1:15,000$ でプロットした。地図作成には *rectangular projection system* を採用した。この際林地の殆んど中央を貫通する経度 $102^{\circ}00'00''$ の子午線と $19^{\circ}30'00''$ の緯度線を座標軸にとり、また地球に対する投影平面の接点 (*contact point*) としてこれらの座標の交点をとった。このようにして、地域内の任意の英がその座標によって完全にきまる。実際上の理由でこの地域を最初から $8 \times 16 \text{ km}$ に分割した。これをもとにして地図の大きさをきめたが、それは縮尺の関係を考慮して $52.32 \times 106.66 \text{ cm}$ の大きさであった。

次の段階は機械的三角法を行なうことであつた。これは各写真の中心のまわりに放射状にセットできる、*Scotted templates* によって自動的に行なわれるために名付けられたものである（第2図を参照）。各写真について作られた *stars* を結合して、南節のよう連結した金属の網が作られた。これらの英は写真上に位置づけられた地点の投影を表わすもので、*template* はこの英を通る力である。各写真に、その写真と隣りの写真の中心（主英という）を位置づけたが、これによって4つの補英も適切に位置づけられる。スケルトンマップの一例を第3図に示す。

写真判読

我々はこゝで、事前に機械的三角法、測量の三角英、主英および上に述べた補英が記入された空中写真を取扱うこととする。そこで反射実体鏡第4図を用いて、写真上にはつきりしている林地と非林地との境界を調べる。林地内にある伐開地と木が残っている地帯との境にも印をつけた。最後に層化を行なった。各層の境界は柔らかい鉛筆で記入したから、消しゴムで容易に消すことができた。写真上で判読できる、 20 ha 以上の面積をもつ層はすべて境界をつけた。このような層化の一例を示す立体写真を第5図に与える。判読の全

作業は一人にまかせたから、誤差の偏りは同一となる筈である。我々に必要なのは、経体的なものでなく、むしろ相対的な値を求めることであつた。それは我々の目的が林を斉一な部分に分割すること、即ちその中の変動従つて抽出率が層化してない部分よりも少さくなるようにすることだからである。

判読事項の地図上への移記

判読事項ならびに通例地図上に記入すべき事物（川、村落、道路等）はすべてスケルトンマップ上に移記した。移記すべき写真上の英を同一と判断される英をスケルトンマップ上に位置づけるため *multiscopes* を用いた。これによって細部を立体視することができ、高度差によって生ずる英の略し違は自動的に修正しながら、

このような方法によって、我々は全地域に対する面積測定が可能なる予備的休業図を調製することができた。

第3の段階、標本調査による現地調査と最終的休業図の調製

標本調査の概要

このようにして調整された予備的休業図と、この地域の更に完全な調査結果をもとにして、後に作業系列 (*management series*) となる12個の自然的区域 (*zone*) にこの林を分割した。この分割は、普通に作業系列を作る場合と同じく、地形的および生態的な状態をもとにするものである。各系列の面積は $15,000 - 25,000$ ヘクタールであつた。

次の段階は各区域 *zone* について標本調査を行うことであつた。これには無作為抽出法を用いたが後に見られるように、実際的な見地から妥当と考えられる二回の修正を施した。抽出率は2%であつた。各区域 (*zone*) に対する精度を計算した結果、二つの最も小さく、かつ最も異質的な区域 (*zone*) の場合だけは抽出率を5%に増加させる必要があつた。抽出単位は $20 \times 60 \text{ m}$ の矩形プロットである。

プロットの大さを 20 m の倍数に選んだのは長さ $20 \text{ m} + 10 \text{ m}$

の延長部の曲げることのできる鋼製のチェーンを使用するためであった。それで各プロットの幅の測定には1倍、また長さも3倍でよい。クリノメータでチェックを行いまた延長部に作った結び目でチェーンの長さを修正しながら、調査者はこの地域の大概の地形について、投影による測量または傾斜の推定を何れかを行うことができた。この結び目はそれぞれ傾斜の割合のきざみを表わしている。

現地での矩形プロットの配置は調査者と独立に行われた。

第6図に示すような一群の平行線を印刷した透明な方眼紙を各系列の地図上に置いた。第一群の直線の方向は第二群のものと直角になっている。

第一群の直線(図の水平方向)間の距離は1.35kmずつにとつてあるから、結局現地の1.35×15,000=20.25kmに相当している。また他の群の直線間の距離はこの3倍になっている。

地図上に方眼紙を置く前に、包括すべき地域を考慮して、調査にあたる班の進む方向を選んだ。これはいつも南北または東西(またはその逆)方向であつた。このようにして地図上に方眼紙を重ねたが、その場合第一群の直線の方向は選んだ方向と一致するようにした。そうして両方の群の各直線に番号をつけ、くじを二度引いた。まず普通のくじ箱(lotto ball)を用いて、第一群から14/100の直線(第一群の100本の直線は現地の2kmを表す)を抽出した。

第6図で番号2, 4, および12の直線が出てきた(太い線で表わす)ものとする。このとき、最初の群の各直線はそれぞれまた各直線に対してそれらと直角に交わる第二群の直線内から14/100(第二群の100本の直線は現地の60×100=6kmにあたる)をくじで抽出したものと考えられた。

第6図では、第一群の番号2の直線に沿って、第二群の直線から3, 9, 12, 14番の直線が選ばれた。従つて我々は第一群の第2の直線上に位置するプロットの南西端として、この直線とくじで抽出された第二群の3, 9, 12, 14番の直線との交点をとることになる。この

方法は、第7図にみられる(これには林相も書きこまれている)ような方眼紙を与える、第一群の他の全直線に対して適用された。このようなプロットの選び方は説明は難かしいが、実行は甚だ簡単である。この方法が用いられたのは、これによって調査班が受け持つ同一直線上に集めなければならないプロット数を略一定(2kmの範囲で7個)にできるからである。従つて調査班はその方向を変更する必要がなくなった。もしプロットの配列にあつてある程度の群わけ(grouping)をしなかったなら、方向づけとプロット配置に多くの誤差を生ずる危険があつた。

このようにして、2×6km即ち1200haに対して、14×14=196個の20×60m=0.12haプロットが境界が定められたがその総面積は196×0.12=23.52ha即ちこの林の丁度17.6%、略2%になった。

地図および現地でのプロットの位置づけを備前の林業図の上に方眼紙を重ねたの上に各矩形プロットの角を記入した。現地でプロットを迅速かつ容易に見つけるには、最初のくじ引きで抽出されたそれぞれの直線上の容易に確認できる一葉を空中写真上に移記すればよい。もし直線上に特徴のある樹木とか道路や林地の底世木などの、容易に確認できる葉がなければ、近接した葉を位置づけておいて、それを方位と距離とによって結びつけた。これらを出発点(stating point)と名付けた。

実際の目的から、この直線を25×6kmの群にまとめた。実際2kmという距離は、1調査班が最初の群(最初のくじ引きによって得られた)に属する1つの直線上で7個のプロットを測定するのに1日に受持つ得る距離である。従つて調査班は、調査プロットの出発点に対する前線位置が記入されている方眼紙上の調査計画と、各直線上のプロットの出発点を記入してある空中写真で与えられる。この例を第8図に示す。

すべての距離は20の倍数でありまた方位角もすべて基準葉のもので一致させたから、誤差は最小限にすることができた(第8図お

よび10個はこの作業を示す)。

積算表を作るために適当な本数の林木が伐採された。この表は直径と樹高に対するものであるが、しかし樹高は写真の樹高判読に対応させて、3つの10m階にまとめられる。この推定値は後に調査野帖に記入された実測数値でチェックした。

層にまとめた標本：最終的林木図の調製。

層が予備的林木を用いて抽出されたことは前述の通りである。各プロットは透明な方眼紙をたゞ重ねるだけで地図上に位置づけることができたから、各調査プロットが属する層を地図上で確かめることができた。これによってプロットは層にまとめられ、プロットを層わけすることによって、実体鏡による判読結果のチェックと予備的林木図の修正が可能となった。このようにして得られたのが最終的林木図である。

最終段階 現地調査結果の利用。

各層の1ha当り平均材積の決定

各樹種の材積が、各プロットについて別々に推定された。これらの数値を算術平均して各プロットに対する平均材積の第1の推定値(樹種および層の)が得られた。次に樹種と直径階(5cm階)ごとのプロット当り平均本数を各層について求めた。このようにしてプロット当りの平均材積を推定する第2の方法が得られた。

この結果に係数 $\frac{1}{10}$ (プロット面積が0.12haだから) をかけると1ha当りの平均材積が求まる。

1ha当りおよび直径階別の平均本数の推定にも同じ方法を用いた。成長量。

各プロットの調査において、Presslerの成長錐片を用いる多数のサンプリングを行なった。このサンプリングにも層わけを用い、1つの直径階から次の直径階に移るのに要する平均年数を求めた。1ha当り平均成長量を各直径階について求め次に標準的方法によってこの平均成長量から全林木に対するものを求めた。

系列全体に対する平均値の計算方法

各層の面積をブラニメータで求め、これに1ha当りの平均値、即ち1ha当り全材積、ノ樹種の直径階当り材積、本数、成長量等に乗じた。小面積のために特定の層を抽出しない場合があった。しかしこの場合はそのzoneの他の系列に属する類似の層または同じ系列の比較し得る層と比べてその1ha当りの材積または構成数値を定めた。実際これらの推定材積は、調査した系列の全材積の%を超えることはなかった。従ってその誤差は無視することができた。

誤差の計算

層当りの誤差の計算は統計学の標準的な手法(標準偏差を計算し、平均値の標準誤差および抽出誤差を計算する)に従った。

これから全系列の材積推定の誤差を計算した。全部の系列で15%以上の誤差が生じたのは二つの最も面積が小さく、最も異質なzoneのみであった。従って希望の精度を得るには更に3%の調査を追加するだけで十分であった。抽出誤差はすべて0.05の確率水準で計算した。これらの抽出誤差の外、自然を対象とする調査に固有の誤差が存在する。即ち測定誤差、材積長による誤差等である。

地籍図

この計画に含まれる林地の正確な地籍台帳の調製についても、空中写真は非常に有用であった。特定の調査班長は現地ですべての所有地を調べ、それぞれ境界を空中写真上に記入した。これらの境界は空中写真上で殆んど常に確認することができた。所有権が係争中の割合がかなり多く記録された。写真上で判読した所有地の境界をmultiscopyを用いて地図上に移記した。

最後に各所有地の蓄積を推定するため、特定の所有地に含まれる各層の面積を測定し、この面積に前述の方法で求めた各層の1ha当り平均材積に乗じた。そうして各所有地のすべての層材積の合計を全蓄積とした。成長量についても同様な計算を行った。当然、小さい所有地ではこのようにして得られた結果は精度が低くなる。

空中写真を用いなければ、このような林地の地籍台帳の調製とか

所有地ごとの蓄積推定には、ずと多くの費用と日時が必要となつてあらう

調査報告書の起草

各系列に対して調査結果を報告書にまとめたがこれには林業図と地籍台帳がつけ加えてある。報告書に記載されたのは系列の樹種別および層当り総材積と各層の面積、直径階および層による構成数値等である。グラフで表わせるような結果はすべてその形式で附録につけた。このように極めて詳細な見やすい形で提出された情報をもととして、引續いて各系列の経営計画を迅速に立案することができた。

次は調査データを簡単にまとめたものである

	ha
写真撮影の面積	558.000
林地面積 ⁽¹⁾	241.000
実際の森林面積	317.000
無立木地	45.000
立木地面積	272.000

この中

a) 経済的重要度の少ない純広葉樹林 22.000

b) 針広混交林 250.000

これらの250.000 haの林地内の立木材積

	cu. metre
a) マツ(Pine)(90%)	25.000.000
モミ(Fir)(10%)	
b) カシ(Oak)(85%)	500.000
ハナキ(Alder)(15%)	

粗連年成長量

(1) これには農耕地または放牧地の227.600 ha, 最近の火山

噴出による熔岩地帯9.000 ha, 村落または他の居住地面積

2.900 ha, および湖またはダム面積1.500 haを含む。

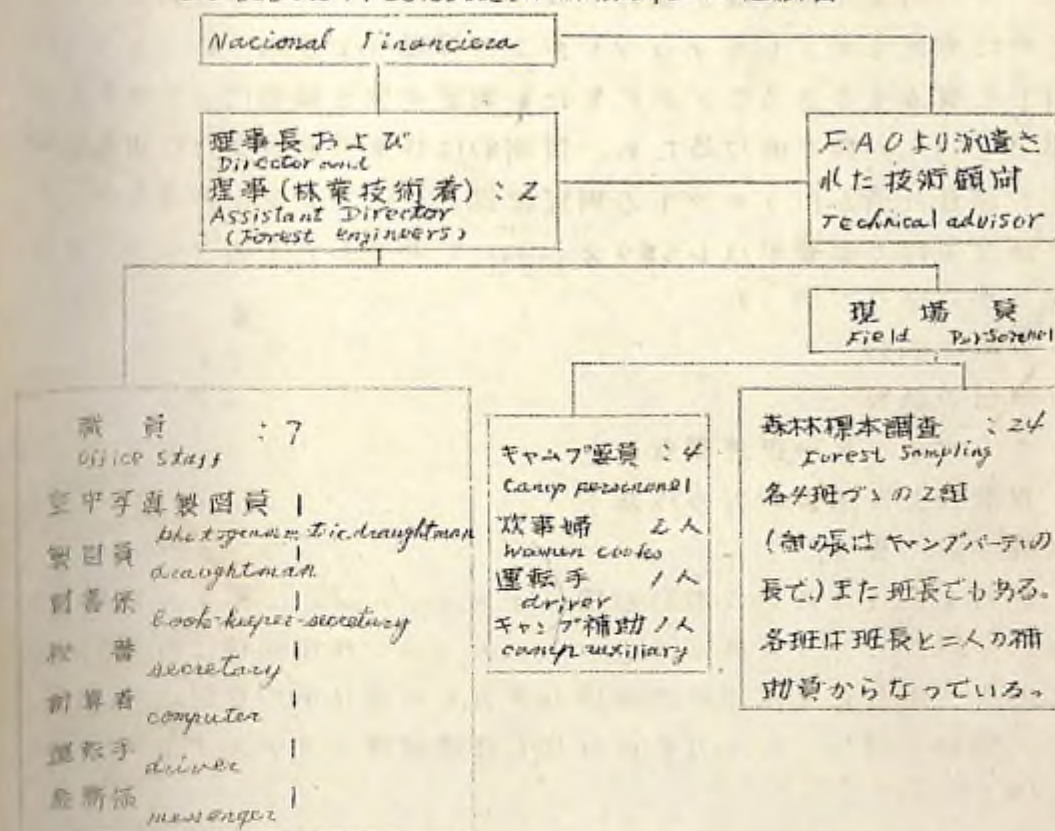
針葉樹 1.000.000.000

広葉樹 50.000

針葉樹の平均連年成長率

#2

Celulosa Michoacán森林調査の組織図



全人員 : 37人

*調査の終りでは面倒な面積計算の仕事のために組長または班長を職員として用いた

この組織図は最大限の人員構成を示している。組長と班長とは特別な林業教育を受けていないが中等教育を受けた18歳から25歳までの身体強健な青年の中から選んだ。彼等にはコンパス、チェーン、巻尺、樹種の判別(12種のマツ)、Pleniceの成長計の使用法等を完全に教える必要があった。

4乃至7月にわたる一種の見習期間(この期間内に殆んど3ヶ月の練習生が訓練を終った)の後、活動的で熱心な二人の組長と班長6人、および補助員を作りあげることができた。

現地調査の進行中は地域のタイプに応じた1日の作業分量(例えば、平均的な地域では7個のプロット)をきめ、効率を増加させるために測定を終了したプロットおよび目標を上まわったプロットに対して賞与を与えることができた。測定のを犠牲にして効率をあげるという危険を避けるため、定期的に林業技術員または組長の一人が調査の済んだプロットの測定記録について莫々と吟味を行った。

調査実行の総費用はUS\$92,000であつた。平方キロ当りの費用は次の通りであつた。

	\$
写真の撮影	2.80
地図の調製	6.40
サンプリングの現地調査	6.40
内業および調査報告の作成	4.00
交通費	2.40

最初の二つの数値は撮影面積558,000 haに關するものであるが、最後の三つの数値は317,000 haの林地面積に対するものである。従つて実際の林地面積の平方キロ当り平均費用は\$2800で、撮影を行なった平方キロ当り(林地面積の57%)は\$1650である。

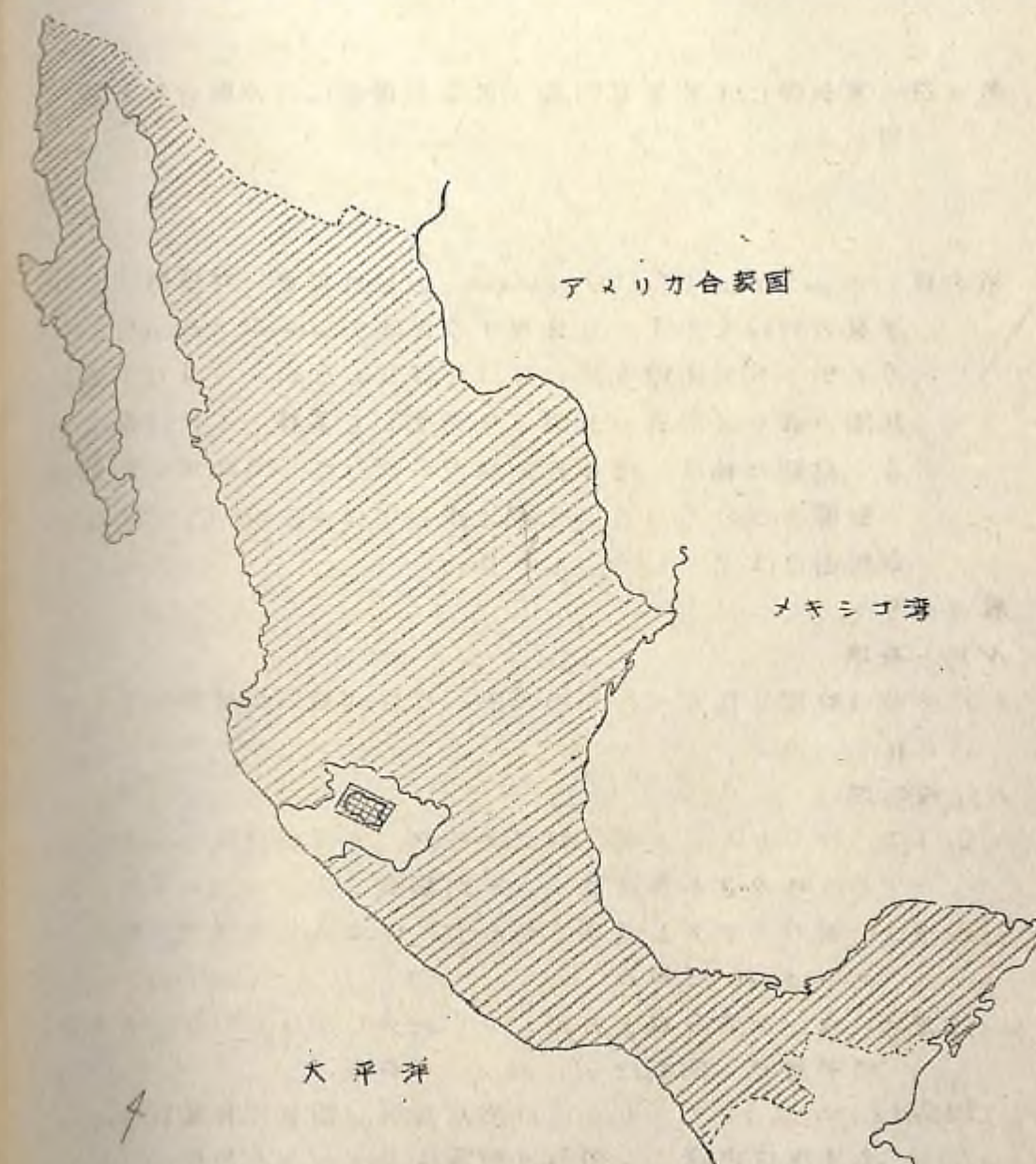
これは地域資源の一般的知識を求めるといふ目的だけでなく、引続く経営計画および開発計画の基礎を与えるという見方から実行された精密調査である。この種の調査は最も費用がかかるのが常である。

もしこの費用を750,000 cu meterの針葉樹の年伐量(成長量の約75%に)關係させ、10年前に調査費用を償却したいとすれば、立木のcu meter当りの費用は

$$\frac{92,000}{750,000 \times 10} = \$1.25 \text{ セント}$$
となり、これは利率を考へに入れてもMexicoの林木の平均してcu meter 当りUS\$2(製材およびパルプ材)という低い *stumpage rate* に比較して小さい値である。

(原文は仏語)

第1図 調査地域 Mexico共和国に対する位置 Michoacán州は白い部分で、Mexico市はその中の黒点で示す。



第3図. *skeleton map* 調製のための *template* の“星 (star)”の連結

第4図 実体鏡による写真判読。必要な場合には双眼の拡大鏡を用いる。

第5図 *Zone 4* の *Pilon Mountain* の立体写真。林種別空中写真の判読を示す。立体視するには *Fairchild* の *Model 271* のポケット実体鏡を用いなければならない。写真の下方、北側の部分は写真の上方より密生して蓄積の大きい林である。南側の林は、熱帯性低地から吹いてくる乾燥した熱風の影響を受けている。北側の傾斜地はモミ (*fir*) であるが南斜面にはマツとカシしかない。

層の区分

NF. 森地

F1. 本当は林地となるべきであるが、現在は皆伐後農地として用いられている。

F2. 放牧地

Qp-I-I. マツとカシの混交林であるが、主要樹種はマツである。この林の立木度は低く、平均樹高は10~20mの間である。

Qp-II-2. 前のタイプと同様であるが、中位の立木度で、樹高は20~30mである。

Pg-III-2. マツが大多数を占め、カシが少し交っている。立木度は中庸で、樹高は20~30mである。

PAQ-III-2. マツ、モミ、カシ、が殆んど同じ割合で混交している。立木度は中庸で、樹高の範囲は20~30mである。

R. これらの小面積の層はマツおよび僅かのモミ幼令樹によって完全に蔽われている。(図不要)

第6図 各係列の地図の上に重ねるための2組の平行線からなる透明な方眼紙



第7図 大略の林業図上の抽出単位の配置。林地以外に落ちた単位は除外した。縮尺 1:50,000



第8図 調査図 Dは出発点、Eはプロットの方角を示す

第9図 コンパスとチェーンによる抽出単位的位置づけ

第10図 標本プロットに到着して、プロット番号を示す金属板を一番近い木にとめる。

第ノ四、林分平均樹高の測定、この測定値はこのあと実体鏡で
空中写真から判読した（それまでに行なわれている）樹
高と比較する

3. カナダにおける森林資源調査

Forest Inventories in Canada

H. E. Seely

1957年 Australia および New Zealand で開催された第7回
英連邦林業会議において提出された報告、Canada Dept. of Nor-
thern Affairs and National Resources Forestry Branch.

Miscellaneous Publication No. 8.

要約

カナダ森林法の規定にもとづく連邦一州森林協約 (Federal-provin-
cial Forestry Agreements) によって実行されている森林資源調査
は各州が取扱っているもので、カナダにおける他の資源調査にも参
考にしている。協約によってこの資源調査は総面積で 1,060,000 平
方マイルの地域を包含しなければならない。またこれらの計画に用
いられる方法はカナダで用いられている他の方法と大部分共通なも
のであり、これを説明することによってカナダで一般に用いられて
いる資源調査事業を知ることができる。大体において、カナダの森
林資源調査では林相図の調製をも含んでいるが幾つか重要な例外
もある。特許は空中写真に全面的に頼ることで、その範囲は空中写
真から決定された森林カクラスが適切に配分されるように各標本プ
ロットを設定することである。

緒言

カナダにおける森林資源調査の最近の最も重要な進歩は、カナダ
森林法に1957年に始めて連邦一州森林協約の條項を取り入れた
ことである。これらの協約にもとずいて、連邦政府は森林資源調査
を促進するため各州に財政的援助を行っている。カナダの10州の中
7州がこの協約に参加している。

これらの協約にもとずいて、総面積 1,062,000 平方マイルの地域
にわたって森林資源調査が実行されている。過去 6 年間の同調査事
業を行なった結果、1957年3月31日現在で計画は平均して7
0%完了した。用いられたスケジュールの標準的なものは連邦一

州協約のAであって、これは次のような項目を含んでいる。

第2部 森林資源調査の一般的細則

1. 州の林地面積の比率が小さいときは、縮尺 1:40,000 (1インチ=2,333フィート) の空中写真にもとずいて踏査を行なわなければならない。森林地帯は縮尺 1:12,340 (1インチ=5,280フィート) の面積図 (Planimetric map) 上に記入しなければならない。森林地帯は 1:15,840 (1インチ=1,320フィート) で再撮影し 1:62,360 より大きく 1:15,840 よりも小さい縮尺で図化しなければならない。
2. 林地面積の比率が大きいときは、写真原版は 1:15,840 の縮尺でなければならず、また 1:62,360 より大で 1:15,840 より小さい縮尺で図化しなければならない。
3. 1:62,360 以下の縮尺の林業地図の印刷費用を分担するため承認された林種区分、凡例等に随って作製された地図がある場合は、連邦はこれに援助を与える。
4. サンプルングの現地調査 (ground sampling) は空中写真から決定された通りの各林種区分の分析にもとずいて行なわなければならない。
5. 利用できる条件の下では、層化無作為抽出法を採用すること、費用や、技術的困難から無作為抽出法を採用できない場合には、ある種の選択的なサンプリング (some pattern of selecting sampling) を用いること。サンプリングの方法は±10%の確率誤差で樹材量の推定値が得られる様に計画すべきである。小さい州では、約 500,000 エーカーの林地について、また大きい州では約 100,000 エーカーの単位地域について独立な推定を行なうことができる。

カナダの森林資源調査において用いられる方法は、要求される情報の程度によって地域毎にかなり変化している。土地所有状況や伐採権とともに、材の価値及び地利が基本的な重要性をもつ因子である。普通資源調査には林業図の調製が附随するが、しかし幾つかの重要

な例外がある。カナダの森林資源調査のもつ特徴は、空中写真に大きい信頼をおいていることで、その範囲は空中写真から決定された森林級 (forest classes) 内に sample plot が適切に配分されるように各々を設定することである。

カナダ森林法の協約に基づく州の資源調査

Nova Scotia 州

Nova Scotia 州の森林資源調査は、森林調査顧問および航空測量会社との契約によって全州一様に行なわれている。しかし用いられている調査方法は、細則の作成にあたっては州が連邦の援助を受けている関係から、連邦政府山林局 (Forestry Branch of the federal Government) のものと大部分同じである。空中写真は 1:15,840 の縮尺のものが用いられているが、1:62,360 の縮尺でとられた少数の写真も補助的に用いられている。カナダ地図協会の地形図篇の写した、その外業データを用いて縮尺 1:15,840 の基本図を作製している。この州は3つの資源調査区に分割され、またその各々は二つもしくはそれ以上の郡 (counties) または自治体 (municipalities) を含む subdivision にわけられている。森林調査は次の順序に従って行われる：空中写真の撮影、判読、サンプルングの現地調査、外業データによる補正、およびとりまとめ。

判読者は4つの樹高級、4つの樹種区分 (forest cover type)、および4つの樹冠密度級 (canopy density class) を用いている。判読者の作業は、Stereogram および樹影法 (shadow method) で与えた樹高を用いることによって簡易化されている。図化する最小の林地面積は、林分の樹高および林分が比較的詳細に図化する必要のある農業優先地域内にあるかどうかということによって、チェーンから20チェーンまでの範囲で変動している。同一の樹高、林種、および密度級をもつ subdivision 内にある全林分は、層をなしているという。最も重要な10~15%の層から作られた特別なグループについては、サンプリングの際特に注意が払われるこのグループの各層内の林分は、無作為抽出法によるサンプリングを行なう。さう

してこの特別なグループに属しないものも含めたすべての層のサンプリングにおいて、良好な分布が得られる。まず第1に林分にはトランセクト番号をつけておき、乱数表で抽出を行う。次の手順は地図を無作為に選んでから林分を無作為に抽出するために英を打った格子 (dot grid) を用いることである。

すべての層について定められた20から60個の個数の sample plot をそれぞれ実測する。林分内の材積の分散があまり大きいときには必要な sample plot の個数は許容できる平均値の標準誤差の大きさから決定される。地図の上で同一と見なしうる特徴を結んで林分あるいは標本抽出を行うべき林分を通る直線を引き、この直線上に調査に必要な個数の sample plot が設定される。現地もしくは写真上での観測から、個人的な抽出を行うようなことはせず、plot の配置は地図上の測定値から前もって決定される。plot間の距離は最低6チェーンである。このサンプリング方式は「抽出線」(Selected line)法とよばれる。plotの大きさは $1/8 \times 1/2$ チェーンで、面積は各エーカーである。

各層に対する林分表および蓄積表が成長良好な林分から作られる。可能なすべての林木に対しては、直径による材積推定が、また大径級に対してはボードフットによる材積推定が行われる。最も満足と考えられている面積査定の方法は、地図の秤量によるものである。資源調査の全段階を通じてパンチカード、機械による集計、表の作製が採用されている。外業には年令、単木の成長および枯損の発生等の調査が含まれる。枯損調査 (cull studies) は局限された範囲で開始された。資源維持に役立たせるため、利用し得る枯損 (資源減損) データの使用が考慮されている。

New Brunswick

New Brunswick の州の規模でおこなう森林資源調査は、1951年の連邦-州協約の署名にもとづいて実行することになった。州は連邦国作成のために行なわれた現地調査の結果を利用して、skotted template と、カナダ空軍が1944年と1945年に撮影した写真と

で縮尺1:15,840の基本図を作成した。1951年から1954年にいたる期間中に、州は森林資源調査のために1:15,840の縮尺で完全に再撮影された。samplingにはアメリカ合衆国の北東部林業試験場 (Northeastern Forest Experiment Station) のものと幾分似通った二段抽出法 (two-stage) または二重抽出法 (double sampling) が用いられた。この方法は実行面で僅かの修正がなされたが、ここではその最終的な形についてのみ概略を述べておく。空中写真の主要 (principal point) を利用して、系統的抽出 (systematic selection) によって判読者が層を定めるための地域を抽出した。第1段階として主要のまわりの林分が層化された。この英は、ノエーカーの写真 plot をとるだけの北東部林業試験場でのやり方と違っている。

層化は4つの林相、3つの樹高級、3つの密度級、および推定された材積および直径級にもとづく4つのグループによって行なわれる。写真判読を助けるため stereogram が使用された。

次の段階で主要の林分の約10%からなる副次標本を無作為に選んで現地調査を行なった。約6,000平方マイルからなる各森林区 (forest district) に対して副次標本内の林分の数が各 sub-class の面積、推定された材積の分散、および針葉樹地帯では2%, 広葉樹地帯では5%という許容標準誤差から決定された。sample plot の大きさは、 $1/8 \times 1/2$ チェーンから $1/4 \times 1/2$ チェーンまでであった。sample plot の長さおよび配置は、林分を最もよく代表するように調査員の個人的判断にまかされた。

林相図 (forest type map) は調製しなかった。多くの立木地、または不地のそれぞれの面積、および所有権別の区分は、それぞれの地域内に落ちた主要の数から定めた。このような面積の決定、写真判読および現地調査のデータの記録を容易にし、材積および枯損量 (資源減損状況) の推定を助けるため tag sort card が用いられた。材積のデータは、樹種および直径級別にエーカー当りの数値で取りまとめられた現地測定のために選ばれた第2の plot は何れも固定 sample plot として設定された。これらは $1/8 \times 1/2$ チェーンの

二つの *strip* と連結された二つの *クエーダー* の片形プロットから成っている。

Ontario

州の規模で行う森林資源調査は、1946年にOntario州で行われたのが最初で、172,000平方マイルの森林地域を調査するため、土地森林局 (Department of Lands and Forests) の森林経営部 (Timber Management Division) の単位として、森林資源調査課 (Forest Resource Inventory Section) が設けられた。1951-52 事業年度の連邦-州協約の調印にしたがい、計画は300,000平方マイルの全森林を包括するように逐次拡大された。

北方の硬地林に対しては、主要森林地帯について採用された調査方法を多少修正して用いた。南方の農業地帯の林地には、空中写真から作られた集成写真による方法が用いられた。

主要森林地帯で用いられた方法は、縮尺1:15,840の空中写真をもととするものである。写真技術による基本図の作成において用いる現地補正の実行は、土地および森林局の調査技術部の担当である。現存するデータはとりまとめの進行ならびに現地補正組織の拡張にともなって補足された。

空中写真および基本図作成は、主として請負にもとずいて実行された。

連邦-州協約が結ばれる直前の1946年から1951年に至る5年間に、単一の契約によつて125,000平方マイルにわたる空中写真ならびに基本図が作成された。契約者の作業は、毎年土地森林局の航空測量部の行なう比較的小規模の撮影で補足された。航空写真および現地補正から基本図を作成する際、*slotted templates* が用いられた。森林は、*sampling* の実行に先立って、大まかな階層で区割された。計画された抽出率は5%以下でなければならなかった。また *sampling* は、最良の代表となるようにするため、平均的な条件にある地域の中から個人的判断によつて抽出された。チェーカの *sample plot* が用いられたが、これは10チェーンの直線上で等

間隔にとられた3個の *line plot* からなっている。

3種の林相、伐採あるいは被害の4つの条件と4つの(林冠密度級)鬱閉度を表示した森林図が1:15,840の縮尺で調製された。森林図上の面積をはかるには格子罫 (*dot grid*) が用いられた。

胸高直径2.5インチ以上の木の *cull* 材積が16の森林区 (*forest district*) について箇条書きの形式の報告書にまとめられた。*cull* (被害木) データがまだ利用できるまでになっていなかったため、*cull* 材積の差引は行なわれなかった。主要樹種 (*main type*) の材積表にまとめ、直径級4インチおよび10インチ以上の単位で基本図上に示された。

現地調査には単木の年令と成長量測定が含まれる。成長および収穫データならびに *cull* データの利益は、調査が進行しこれらの因子の研究が始るとともに、更に明確に認識されるようになった。結局成長量および収穫量のデータが集められ、公表するために編集されたがそのときには、*cull* データの現地調査は殆んど完了に近かった。調査の正しい維持についての手続は、これは計画の段階にすぎない。主要森林帯 (*main forest*) で作業している組は、一般調査にあてはまる資源調査を実行した。

奥部の北西地域で用いた方法は、縮尺1:15,840の空中写真をもととするもので、主要森林帯で用いたものと非常によく似ている。しかし北東部では、縮尺1:31,680の空中写真を用い、*aerial sketching* を補助的に用いるかなり抽出率の低い(精度を落した)方法を用いた。

Ontario南部の立木はその大部分が *wood land* (農地内の小林地) 内にある。縮尺1:15,840の空中写真とこれから作った集成写真が用いられた。*sampling* は抽出率2%で選ばれた *wood lot* 内の連続した *strip* を用いるものであった。用いた森林級 (*forest class*) の数は主要森林帯の場合よりもずっと少なかった。この調査は現在進行中で、特別の方法が考案されつつある。

Manitoba

Manitobaの森林資源調査に必要な調査計画(ground control)の大部分は、地方天然資源局(provincial Department of Mines and Natural Resources)によって立案された。調査に用いた空中写真は縮尺1:15,840、1:31,680 および1:36,000で、1946年から1953年の間に撮影されたものである。基本図は現地調査と空中写真からslotted template法を用いて調製された。この図化作業は主としてprovincial Surveys Branchによって実行された。この調査方法は近接の容易な林地と近接困難地(Accessible Forest Area and Inaccessible Forest Area)とで違っている。

Accessible Forest Areaの林分は、4つの林相(forest cover type)、3つの樹高級、3つの胸高断面積級、9つの地位級、およびjack pine またはtamarackの占有率による多数のsub-typeに分類された。この分類はAbitibi power and paper companyのS. T. B. Lacey氏のものに修正を加えたものである。type または層の集まりは、林相(cover type)樹高、密度、地位およびsub-typeについて、共通な特徴を有する1森林区すべてのtypeからなっているといえることができる。

林は調査員が空中写真および現地のsamplingからそれぞれのtypeに分類した。4×8チェーンの面積50エーカーsample plotが用いられた。これらは調査班長の選んだ調査線上に一定距離ごとに設定された。Accessible Forest Areaの62,732平方マイルの中に、全部で1,8394個のplotが設定された。森林図の面積測定は、格子表(dot grid)またはプラミネーターで行なわれた。材積の集計は林相(Cover type)および4〜7インチおよび10インチ以上の直径級について行った。cull 係数は樹種毎に適用した。

近接困難地(Inaccessible Forest Area)において用いた方法は、空中写真上に普通1マイル間隔で系統的に設けたスエーカーのsample plotをもとにするもので、上に述べたV. S. Forest ServiceとNew Brunswickの方法に類似した二重抽出方式(double sampling)に従うものであった。写真plot それぞれ特定の林相

(cover type)、樹冠密度、および樹高を示す8つのクラスに分類された。

写真層化の証明と修正のため、現地で1/20エーカーのsample plotの調査が行われた。写真上で層化された47,514個のplotの中、1,223個が実地でチェックされた。3つのクラスのみを示す森林図が作成された。これらのクラスは、取引可能林分、幼令林分、および生産力のない林地(non-productive forest)と無立木地(non-forested)の組合せからなっている。各層に入る写真プロットの%はその層の占める全面積の割合を示すものである。

Saskatchewan

Saskatchewanの森林調査計画は主としてprovincial Surveys Branchによって立案された。調査の基礎になった空中写真は、1945年から1955年の間に撮影された。南部および中央地域の縮尺は1:15,840で、北部地域のは1:31,680または1:36,360であった。基本図の調製は、大部分surveys and Mapping Branch of the federal Department of Mines and Technical Surveys(連邦資源調査局の調査図化部)が現地調査と空中写真のslotted templateを用いて行った。

この調査は、主として立木価(timber value)によって3つの異なる抽出率で実行された。この州の森林調査には、州の主要な経済林が含まれる。北部地域の踏査(Northern Reconnaissance Survey)は、僅かの現地調査によって完了した。州森林調査地域の南部の確定調査には特別の方法が用いられた。

この州の森林調査で用いられた方法は連邦政府の山林局の方法をもとにしている。写真判読および上述のNova Scotiaの抽出線(selected line)と幾分似通った方法でsamplingの現地調査が行なわれた。層化は4つの林相(forest cover type)、4つの樹冠密度級および樹高級について行なわれた。大きさ1×2チェーンの5エーカーのsample plotが用いられた。最終的森林図の作成に先立つて、現地のデータを用いて写真判読結果の修正が行なわれた。この

森林図は縮尺 1:62,360 で 6 つの森林級 (forest classes) を色わけした石版刷りのものである。

調査は全経済林地 (productive forest area) の 0.005% の抽出率で実行された。面積の測定は格子罫 (dot grid) 法で行った。材積一覧表には、4-タインチと 10 インチ以上の直径級に対する樹種別の cu. ft. 材積も記入された。10 インチ以上の木の Board ft. 材積が 2 つの樹高級に対して示された。材積データ、令級配置、立地条件 (stocking condition)、成長および枯損等に対する報告書が作成された。

収穫表調製資料をとるため、70 フィートのチェーンカーの固定標準地が設定され、また樹高 30 フィート以下の林分を調べるため、1.18 畝の 50 エーカー = sample plot が設定された。北方の踏査で採用した分類は 3 つの林相と 2 つの樹高級に限られた。この場合の方法は、抽出率がずっと低く、地域のかな分以上においては全然作業が行なわれなかったのを除けば Provincial Forest Inventory で用いられたものと同様であった。本調査で用いた方法は、アメリカ林業局 (United States Forest Service) で発展させられた方法と、上に述べた New Brunswick および Manitoba の調査で用いられた方法と類似している。それぞれ 1 エーカーの 2 つの sample plot が各写真上に系統的に位置づけられ、4 つの林相 (cover-type) 2 つの樹高および 4 つの密度級に層化された。これらの plot の半分は必ずしも目測でチェックされた。本調査地域の一部が隣接する provincial Inventory 地図に重なってはいたが、この方法では森林図の調製は不可能である。

Alberta

Alberta 州の調査は航空写真測量会社との契約のもとに 1962 年に開始された。測量会社はこの契約によってこの州の一部の林地の森林調査に会社が適用した縮尺 1:15,840 の写真を提供するとともに縮尺 1:40,000 の州全体の空中写真と縮尺 1:62,360 の基本図を調製した。森林調査に追加される地域は 1951 年の連邦一

州協約にしたがって決定されたが、これらの地域の現地調査は Provincial Forest Service によって実行された。大面積の山岳地帯で multiplen projector による図化が行なわれたほかは、基本図の調製には slotted template 法が用いられた。

林の分類は、4 つの樹高級、4 つの密度級 2 つの地位級および混交状態による多数の派によって行なわれた。個人的判断によって代表的な地域を空中写真上から選び、これらの地域について 1 チェーン間隔の直線上に 10 チェーン間隔で設けた地上 plot によって抽出が行なわれた。plot は 1/4 チェーン × 1/4 チェーンの 1/4 エーカー、または 1/2 チェーン × 1/2 チェーンの 1/4 エーカーの面積であった。林業図は 2 つの縮尺、1:40,000 および 1:62,360 で複製された。

1953 年以來樹高区分、特に Lodgepole pine とポプラの区別を容易にするため、infra-red 写真法が使用されている。

調査データはパンチカードと機械によって集計されている。材積の集計は spruce では 4-10 インチ直径級および 10 インチ以上の直径級でまとめ、また pine では 4-10 インチまでと 10 インチ以上の直径級をまとめて計算する。集計は連邦政府の定めた基準によっても行なわれる。

1953 年、この州では伐採および成長量と、空中写真の焼失面積から求めた損害量を勘案して、資源量を毎年修正して公表する方針を決めた。

British Columbia

1951 年に州一連邦協約が発効したとき、協約の規定にすぐあてはめられるような基準で既に調査されていた約 20,300 平方マイルを除き、この州の資源調査の対象面積は 114,000 平方マイルであった。州の資源調査に先立って踏査が行なわれたので、計画の作成が容易となった。そのうちに調査の範囲が 142,200 平方マイルにまで増加することが明らかとなってきた。したがって最初は 5 年であった協約がさらに 2 年間延長されることになった。

標準的地形図調製のため、森林調査に使用する目的で slotted

template 法で作られた暫定的基本図に対し、地上調査プロットを設定した。地上調査は主として測地および地籍調査に結びつけた三角測量網からなっている。基本図の調製は州政府の土地森林局の空中写真測量部で行なわれた。

基本図の作製および林相判読に用いた空中写真は焦点距離 3.25 メートル、外形 5.5x5.5 センチのレンズのカメラを用いて、空中写真測量部が撮影した。これらの写真は 5x5.5 メートルに引伸したが、その場合の縮尺は 1:31,680 であった。

写真と基本図を用意した British Columbia Forest Service の測量調査部には、資源調査の完成に必要な作業を委託された。この森林調査法の主な特色の一つは、空中写真を地上調査の地図として用い、同一タイプの区画および符号づけを地上測定値から写真上に記入したことであった。森林タイプの複雑性の増した縮尺 1:31,680 の引伸し写真を用いたことにより、内業で暫定的判読が不可能になった。クラスおよび記載用の符号(数字)の組はすべての林況にあてはまるように定められた。タイプの外周および符号は、サムプリングを行なう前に現地本部で写真から基本図に転記された。

1951 年以前は抽出率 12.5% の strip 調査が用いられた。これらの調査は層化無作為抽出法による調査で殆んど完全におきかえられた。標本プロットの配置は林相図の上に重ねた見取図上の格子の交点によってきめた。格子の線に番号をつけておいて乱数表から交点を選んだ。

成熟林分および若令の未熟林分の抽出単位は、林分密度によって 1/4 エーカーから 1/2 エーカーまでの大きさをもつそれぞれ 4 つの円形プロットの集まりからなっている。若い未熟林分の抽出単位は、標本作爲に位置づけた直線上でステーション間隔でとった 1 つの個体プロットからなっておりこれらの大きさは 1/250 エーカーから 1/80 エーカーまでとなっている。作業の進行とともに、調査基準に対して必要とされるプロット数をきめるために統計的チェックが行なわれる。外業で従らく人数は夏中で大体 20 人であった。集計ゾーン内の各層

について、樹種毎に材積を立方フィート単位で合計した。パンチカード、機械による集計および商業的に利用できるカード整理方式を大範囲に用いた。林地および大面積にわたって林相が大体一様な場合には、飛行機の上から目測して林相区分および符号づけても良好な結果がえられたということは興味がある。

縮尺 1:31,680 の詳細な林相図のほかに、5 つの主要林相を色別けて示した石版刷りの縮尺 1:126,720 の地図が調製された。最も重要な樹種に対する新しい基準材積表の調製と cull および breakage (欠失および損傷木) 係数の決定の作業が始められている。調査の継続は、現在の調査予定が完了してから開始することになっている。ある地域では入手しうる空中写真のものより更に大きい縮尺の撮影法が採用されることが予想される。

他の調査

筆者は Canada 森林法の協約のもとに実行されていて、正確な情報容易に得られる森林調査について完全な説明を与えた。しかし上述の調査法は、森林法の協約に加入していない州の森林調査事業の報告および個人会社が経営案作成や経営調査のために実行している基本調査の説明がないことを除けば、現在実行されている調査をよく表わしているものと思う。連邦山林局の林業研究所の資源調査部の研究はこゝではふれないことにする。このような研究は過去の色々な刊行物で取扱われてきた問題でありまた将来同様に取扱われる筈のものである。連邦山林局は毎年主として北部の准州と国立公園地域の約 40,000 平方マイルの地域の森林調査を行ってきた。これに用いた方法は H.E. Sicely が「森林調査」と題して発表した。これは 1903 年に Department of Northern Affairs and National Resource の資源調査部の Technical note No. 8 として発表された。

連邦の方法は上に述べた Nova Scotia 州の用いているのとよく似ている。特に調査作業の系列およびサムプリングの「抽出線」法においてしかりである。連邦政府の方法は、例えば林分樹高、林相、

および耐冠差度の値などのように、絶体値としてよりは立体的に確かめやすいもの、違いを判別する写真判読者の能力に依存している。この版の層化は地上調査のデータで修正される。判読の一貫性はこの方法を適用する場合に最も重要であるが、この一貫性は *stereo-gram* を正しく用いることによりうまく保持される。統計的チェックを用いて、設定される標本プロットの数に調節した。パンチカード、機械による集計および作表法を採用した。

II Bitterlich 法関係

1. 可変プロット調査設計と半径を一定としたプロットによる調査設計を比較するための一補助手段について

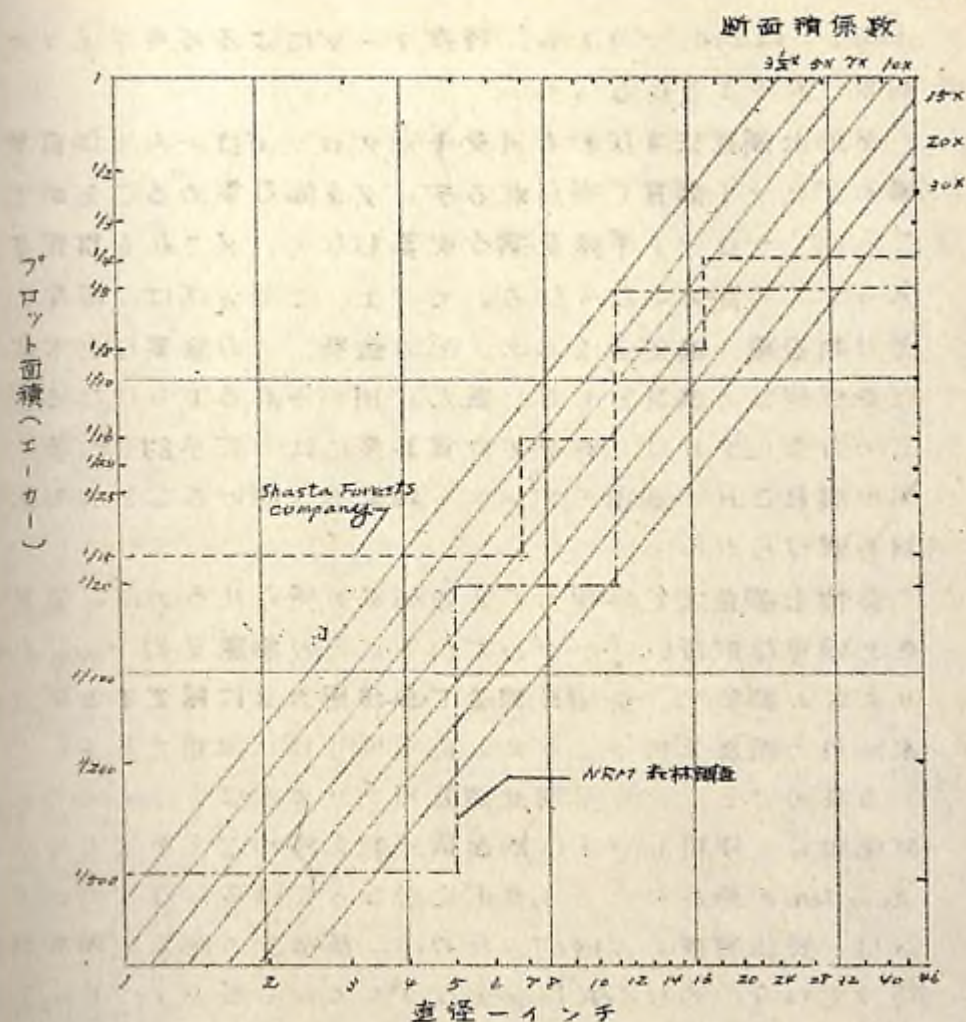
Aid for Comparing variable plot radius with fixed plot radius cruise designs

可変プロット法による *Bitterlich* の調査法は、アメリカの林業技術者の間で広く認められつつある。しかし、この新しい方法と従来の方法との関係は、茫にはっきりと理解されていない。これらの関係を浮きぼりにする一補助手段として、次の附図を添付した。

森林調査の実行にあたって、長い間、調査される林木の径級に対応してプロットの大きさを固定するという考え方が用いられてきた。*Seymour*²³⁾ は理論的には、各々の直径グループに対応する同心プロットが望ましいと論じている。しかし実行上の理由により、同心プロットの数は一から五個どまりである。このような調査設計の例が二つ下の図に実線と点線で示してある。その一つは *Shasta Forest Company* のため *Caramazza* が行った成長に関する研究からとったものである。もう一つは北ロッキーマウンテン森林牧野試験場が以前に森林調査のために作った設計である。座標軸は対数目盛で、 $\ln$ 単位の直径とエーカー単位のプロットの大きさを表わしている。この図は、ある特定の直径級の木が入るプロットの大きさを示している。実線が示している垂直の階段はこの調査設計で定められている特定の大きさのプロットに対する最小直径の位置で生じている。対角線状の直線は *Bitterlich* 法を適用した場合に数えられる木の直径に対応するプロット面積を示している。線はそれぞれ特定の断面積係数を用いた設計を表わしている。断面積に比例した大きさのプロットで林木を抽出調査するという基準を設けて、無限に、径級に応じてプロットを寸法を調整する従来の方法を用いた場合の極限をこれらの線は示している。従来の調査で見られる階段は、それが *Bitterlich* 法による調査設計の場合の一本の線に一致するまで、同心プロットの数が増すにつれて、狭く、短くなる。したがって林業技術者は、この新しい方法によって、従来は必要であったが、全然実行でき

なかった問題を簡単な方法で解決できることになった。この理論的長所は、現地作業時間が短縮されるという重要な利点に匹敵する。

この図は、2種類の方法で行った調査から期待される標準誤差を比較する時にも用いられる。与えられた林分内に同数のプロットを設ければ、大面積プロットは小面積のものに比べて、エーカー当りの平均値の標準誤差は小さくなるであろう。したがって、与えられた直径に対するプロットについて、Bitterlich法による調査の標が半径を一定としたプロットによる調査設計を表わす線の下にあれば、前者の標準誤差は後者より大きくなることが期待できる。逆に、その直径で、Bitterlich法による調査のプロットの大きさが従来の方法によるプロットより大であれば、前者の標準誤差が小さくなることが期待できる。エーカー当りの標準誤差に関連させて、それぞれのプロットの大きさについて求められた値は、この方法を数値的に比較検討するのに便利である。



1. 特定の直径の木が半径を一定としたプロットと可変プロットで記録されるプロット面積

A.R. Stage

Journal of Forestry 1958 8. p573

2. 標抽出調査用プリズムの調整と使用について

Correction and use of prisms for point-sampling

Bitterlich, Bruce, Muller, Groenbaugh 等の貢献によ

り、今では、森林調査や経路のために現地で標本を選ぶ方法として、

angle-gauge, プリズム, 特殊テープによる可変半径プロットが利用されるようになった。

葉抽出調査法すなわち可変半径プロットは一人の調査員で、普通のプロット調査で得られるデータを繰て集めることができる。さらに、プロット半径を測る必要もなく、又これを推定する際に入ってくる誤差もなくなる。その上、この方法は、即座にエーカー当り断面積の推定値を与え、その結果、この重要な立木度の測定は森林経営の道具として、速んに用いられるようになるであろう。この方法によれば、林分での重要度比べて不釣合に多く的小径木が調査される普通のプロット抽出法の避けることのできない偏斜も避けられる。

葉抽出調査法で信頼力のある結果が得られるのは、器具の正確さと慎重な取扱いにかかっている。この論議を約 3 diopter のプリズムの調製と、葉抽出調査での使用方法に限定するが、これはこれ以外の強度を持つプリズムにも同じ様に適用できる。

当然のことながら葉抽出調査用プリズムは、100のように正確さが既知で、使用しやすい断面積係数を持つことが望ましい。3.03 diopter の強度が、この要求にかなっている。ほとんどのプリズムは、製造管理上の制約のために、備品上の誤差や固有の誤差を持っている。ありふれた安価なプリズム（各モデル）が 3 diopter のプリズムとして選ばれているが、その断面積係数は、95 ~ 100 にわたっている。このことは、起り得る器械誤差が 5% に達することを示している。現在採用されている高価なプリズム（各モデル）は 3.03 diopter に必要な 104.18' の射角から最大限 1% の許容誤差が許されている。この許容誤差は、断面積係数が 9.8 ~ 10.2 にあることを意味しており、従って器械誤差は 2% に達するであろう。

プリズムの使用が適当でないとさらにこれ以上の誤差が生ずる。正確なプリズムを正しく使用するには、プリズムを水平に保持し、視線に直角に保つ必要がある。少しでも垂直方向に回転させると

ガラスの厚さの差が、長い方の基線に加えられて、射角が小さくなるため diopter が減小する。水平方向に回転させれば、ガラスの厚さの差が短い方の基線に加えられて、射角が大となるため、diopter が増大する。この二つのうち、水平方向の回転は、指でプリズムを保持する時には発見が困難で、大きな誤差を及ぼす。水平方向の回転は 3 diopter の合成強度を、簡単に 5 diopter に変えることができる。

この基本的事実が U.S. 山林局がすでに "Mississippi の地上プロット調査要綱" で述べている。簡単かつ実用的な傾斜補正方法を暗示している。この事実が又、安価なほぼ 3 diopter のプリズムを正確に 3.03 diopter の装置に変える簡単で実用的な方法を暗示している。なおこの装置は標本木の周りで標本木を選ぶ際の器械的誤差が除かれるような方法で使用できる。

プリズムの検定と 3.03 diopter すなわち断面積係数 100 のものの交換は、紙の上に設けた高さ 3 in, 底辺 1 in の二等辺三角形を用いて行なわれる。三角形の相等しい二辺が必要な角度 104.18' を示す。

検定し修正しようとするプリズムの中心をこの角の頂点で、三角形の高さに対して直角に置く。プリズムが正しい強度（3.03 diopter）のものであれば、プリズムを通してみえる一辺は用紙上でみえる角の他の辺と完全に一直線にみえるように偏向する。像と角の辺とが一直線にならなければ、像と対象とが一直線となるまで、角の頂点でプリズムを水平方向に回転させる必要がある。このことは、検定されるプリズムが、3.03 diopter の強度と断面積係数 100 をもつに必要な回転角を示している。この角度は、分度器で測られる。

プリズムは、ほぼ 1/2 x 2 in の透明プラスチック台 (Lucite) に取付ける必要がある。測定された回転角にほぼ等しい印を付け、プリズムをはめこむためプラスチックに溝を掘る。

プリズムを取り付けてから再び二等辺三角形の頂点の上にこれ

を置き、三角形両辺の漏向像で決められる強度が正確に 3.0 diopter となるまで装置全体を回転する。装置をこの位置に固定し、三角形の高さと正確に重り合うようにグラムチック台上に線を引く。さらに直角三角形を用いてプリズム面に視線の垂直な延長線を描く。黒インキで視線を描けばはつきりするであろう。グラムチック台の一隅につり紐用の小孔をふけば、装置は完成する。

平坦な場所では、器械を眼の高さに持ち、使用者は視線沿いに目標の木を検視する。この装置は、プリズムの頂端を水平に位置に係つ、この位置で、前述のように修正され、取付けられたプリズムを用いれば、標本地内にある木の測定は、簡単である。

傾斜が 10% 以上の場合には、有意な誤差の入るのを避けるためプリズムを垂直方向に回転させる必要がある。この実地的な方法として、目標の木で眼の高さを推定するためプリズムの上側の長辺沿にみる。次いで必要な視角を保ったままプリズムが再び回転するようにリストをまわし、視線が目標の木と一致になるようにする。このようにすればプリズムは読みとりをする位置におかれ、傾斜は適当に補正される。

Hammermill 製紙会社の現場員は前述のように取付けて 3.0 diopter に修正した不正確なプリズムが信頼のおける結果を与えるかどうか決めるために、葉抽出法とプロット抽出法および全数調査との比較を目的として最近会社有林で調査を行った。

林地内で隣接した 4 個の 1/4 エーカー方形プロットの境界を割り、これを設定した。4in 以上の全林木の直径 (DB) を割り、1/4 エーカーのプロット別に記録した。

相互間およびプロット中心から等しい距離にはなれている 4 個の葉をプロット内に系統的に配置した。固有の断面係数 K_d をプリズム台に取りつけて断面係数 K_d に修正した楔形プリズムを用いて、これらの葉から葉抽出調査を行った。

これまで用いられてきたプロット抽出法と葉抽出法とを比較するため、各プロットの同じ 4 つの葉からテープを用いてクレー

の円形プロットを設けた。クレーカープロット内にある全林木の直径を、プロット別に記録した。

抽出法別のクレーカー当り平均断面積をプロット別およびクレーカーの森林全体について算出した。その結果が 1 表に示してある。

1 表 結果の比較

エーカー当り断面積 (ft²)

プロット No.	全数調査	葉抽出法	クレーカープロット
1	72.40	72.70	83.79
2	76.30	82.50	80.61
3	92.23	100.00	95.21
4	74.03	80.00	79.15
5	86.91	80.00	90.45
クレーカーの平均	84.37	85.04	85.54

プロット別に 4 つの葉標本の平均と対応する全数調査の結果を比較すると、断面積の変動は 15% 大となったがクレーカーの標本を表す 5 プロットのクレーカー当り平均断面積は、全数調査に比べて 1.6% 低いだけであった。1/4 エーカー円形プロットは幾分大とはなるが同じように良好な結果を与えた。

前述したように、3.0 diopter の強度が得られるように取り付けた、適切な楔形プリズムを用いる、統計的に確実な葉抽出調査法は、信頼できる調査結果を与えるものと筆者は確信している。

R.F. Bower, W.C. Tuttle, G.L. Heinemann, D.B. Ostergard *Journal of Forestry* 1959, 57, 603.

3. Bitterlich を使用した場合の林縁による偏り

Bias and edge effect in using the Bitterlich method
Bitterlich 法 (Bitterlich 1948) を利用する際に生ずる問題点の一つに、境界近くに選ばれた標本葉の扱い方がある。この問題について、Husch (1955, 1956) と Grosenbaugh (1955) は意見の交換を行った。Husch は標本葉は林地の内側

にある距離Dだけ入った線内に設けるべきであると主張した。これに対して Grossenbaugh は Husch の方法によると、一定の林縁効果による偏りが入ってくるであろうと述べ、林縁近くの端での葉で、angle-gauge を用いて $150^\circ, 120^\circ, 90^\circ, 60^\circ$ の内側だけの検視を行う実用的な方法を提案した。このようにして数えられた本数に、それぞれ 2, 3, 4, 6 を乗ずる。この方法は興味深い暗示であるが、その幣数の適用については、さらに研究する必要があるように思われる。

数年前増山 (1953) が対象に対する“不偏性の条件”を発表し、この問題の解決に理論的光明を与えた。彼の理論によれば、拡大円の一部が林地外にはみでている場合に、林地内だけで標本葉を選ばないと Pitterlich 法に偏りが生ずる。

この論文で、筆者は偏りを求める一般公式を示し、これによる推定値と、机上実験で求めた実測値とを比較した。

偏りの入り方 How bias enters in

いろいろな断面面積が面積T内にあり、断面面積を g 、各直径の p 倍の直径をもつ拡大円の総面積を G で示すことにする。T内で無作為に選ばれた標本葉の数を N 、 i 番目の標本葉に含まれる拡大円の数を n_i ($i = 1, 2, \dots, N$) で表すことにする。 G を p^2 で割れば g が推定できる。というのは $\bar{n}T$ は G に近似的に等しいからである (Grossenbaugh 1952)

$$G \approx \bar{n}T \quad (\bar{n} = \frac{\sum n_i}{N})$$

$$g = G/p^2$$

$$\text{ここで } \bar{n} = \sum n_i / N$$

註：この論文のいろいろな葉で、参考とし易いために式には番号がつけてある。

拡大円の一部がTの外側にはみでているば $\bar{n}T$ はT内にある G の部分的面積を示す G_b の不偏推定値となり、 g は偏りを持つことになる。このような場合には、端での拡大円が含まれる、拡張した面積Tを考える必要がある。

(1図)

T内に無作為に選ばれた i 番目の標本葉で記帳された本数を n_i で表すことにする。平均 $\bar{n}$ の数学的期待値 $E(\bar{n})$ は次式で与えられる

$$E(\bar{n}) = G/T \quad (3)$$

この式から G の推定値は

$$\hat{G} = \bar{n}T \quad (4)$$

ここで $\hat{G}$ は G の推定値のことである。

世方、 n_i が前記の場合のように n_i の林地面積Tで数えられなければならない。

$$E(\bar{n}) = G_b/T \quad (5)$$

この公式から G_b の推定値は

$$\hat{G}_b = \bar{n}T \quad (6)$$

となり、これは前記の式とは一致しないであろう (Husch 1955, Grossenbaugh 1955)

$$\Delta G = G - G_b \quad (7)$$

で与えられる拡大円の偏り ΔG はTの外側にある G の面積である。したがってこの差 ΔG に相当する断面面積が断面面積 g の偏りとなり、 g は ΔG だけ過小推定される。

$$b = \Delta G/p^2 \quad (8)$$

偏りの推定 Estimation of the bias

林地T内に林木が一本だけある場合を考えると、その拡大円の半径を R ($=pr$) としよう。さらにTからはみ出ている拡大円の部分を ΔG とする (1図に斜線で示してある)

面積Tで、 ΔG は林縁の近くにおいてのみ、ある正の値をもち、林地の中心近くでは0となるであろう。2軸が林縁上にあり、2軸がこれに垂直であるとする (2図) ここで林縁は直線であると仮定する。

木の中心が林縁からある距離 x だけ内側にある場合、 ΔG は次のようにして求められる。

△図において

$$\cos(\angle AOB/2) = z/R$$

$$\angle AOB = 2\cos^{-1}(z/R)$$

扇形OABは

$$\text{扇形OAB} = R^2 \cdot \angle AOB/2 = R^2 \cos^{-1}(z/R) \quad (9)$$

として示される。

他方 二等辺三角形OABは

$$\begin{aligned} \text{三角形OAB} &= OC \cdot AB/2 \\ &= z\sqrt{R^2 - z^2} \end{aligned} \quad (10)$$

料線部分の面積△Gは(9)と(10)の差で与えられる。すなわち

$$\Delta G = R^2 \cos^{-1}(z/R) - z\sqrt{R^2 - z^2} \quad (11)$$

木がT内に無作為にある場合 △Gの数学的期待値E(ΔG)は次のようにして求められる。

面積Tが格子(長さSz, 巾Sl)で覆われており、面積T内の格子点の総数をNとする。さらに木は各格子点上に無作為に落ちるものと仮定し、i番目の格子点にある木の△GをΔGiとする。

木が中心が総ての交点上にある場合には△Gの平均値は、次のように示されるであろう。

$$\overline{\Delta G} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta G_i}{N} \div \sum \Delta G_i Sz Sl / T \quad (12) \quad N = \frac{T}{Sz Sl}$$

△Gの数学的期待は△Gの極限であると定義されているので、格子の眼を無限に小さくすれば、(12)式の和は積分で置き換えられる。

$$E(\Delta G) = \iint_T \Delta G dz dl / T \quad (13)$$

ここで∫は面積T内での積分を表す。式(13)の積分は次のように解釈される。

前に述べたように、△Gの値は木が林縁にある場合に最大で、その面積は拡大円の面積の1/2に等しい。木が林縁から遠く離れている場合には、この値は0である。拡大円の半径はR、周囲の全長はLであるから、z軸では0からRまで、l軸では、周囲Lのまわりの総ての長さについて積分する必要がある。

したがって(13)式の積分は次のようになる。

$$\begin{aligned} \iint_T \Delta G dz dl &= \int_0^R \int_0^L \Delta G dz dl \\ &= \int_0^R \left[\int_0^R R^2 \cos^{-1}(z/R) dz - \int_0^R z \sqrt{R^2 - z^2} dz \right] dl \\ &= \int_0^R (R^2 - \frac{1}{3} R^3) dz \\ &= \frac{2}{3} R^3 L \end{aligned} \quad (14)$$

したがってE(ΔG)は次式で与えられる。

$$E(\Delta G) = \frac{2}{3} R^3 L / T \quad (15)$$

ここでLは林縁(周囲)の長さを示す。

(15)式は面積T内に木が一本ある場合だけに適用されるのであるから、多数の木がT内にある普通の場合の一般式を考察してみよう。この場合のE(ΔG)は前の場合の個々の木に対するE(ΔG)の合計として与えられる。したがって

$$\begin{aligned} E(\Delta G) &= \sum E(\Delta G_j) \\ &= \sum \frac{2}{3} R_j^3 L / T \\ &= \frac{2L}{3T} \sum R_j^3 \\ &= \frac{2LP}{3T} \sum r_j^3 \end{aligned} \quad (16)$$

これに対して拡大円の総面積Gは

$$G = p^2 \sum \pi r_j^2 \quad (17)$$

で与えられる

Gは不偏性の条件を無視すれば平均し△Gだけ過小推定されるから、相対的偏りeは次のように計算される。

$$e_{rel} = b/p = \Delta G / G \quad (18)$$

$$= \frac{2LP \sum r_j^3}{3\pi T \sum r_j^2} \quad (19)$$

$$= f \cdot \frac{2LP}{3\pi T} \quad (20)$$

ここでfは対象林分を構成する林木の平均半径である。

(20)式の係数fは木の半径の変動の函数で次のように表わされる。

$$f = 1 + \left(\frac{\sigma_r^2}{\bar{r}^2} + \dots \right) \quad (21)$$

実行に当って、変動が小さい、すなわちσ_r²/fがほとんど0と等

しければ $\bar{r}$ は $\bar{r}$ で近似できる。

前述の (17), (20) 式は次のような仮定の元において、相対的偏りの近似値を与える。

1. 林縁は不規則でなく、直線と考えることができる。
2. 林分密度は周縁部、中心部共に一様である。

(14) 式は林縁に成育している木に対するもので、したがって $\bar{r}$ は 0 から R まで積分される。内側にある木では積分は E から R までとなろう。ここで E は木の位置と林縁との距離である。この場合の相対的偏りは (17) で与えられるものより小さくなるであろう。したがって (17) 式は相対的偏りの上限を与えることが分る。

例 An example

前節で求めた相対的偏りの近似式の妥当性を 1/50 に縮尺した図を用いて検定した。正確に判定する必要があったので、現地調査よりも机上試験の方が適していると考えた。

僅かな相違が生じたとしても、この種の検定では、それほど重要でない。

対象林分は人工、同令林であった。樹種は 30 年生のスギで、平均直径は約 15 cm (6 in) 平均樹高は約 13 m (43 ft) であった。林地面積 T は 2049 m^2 (0.506 エーカー)、周囲は 185.55 m (0.113 マイル) であった。さらに立木本数は 584 本で直径階別本数が 1 表に示してある

1 表 直径階別本数

直径階 (cm)	本数
6	1
8	20
10	29
12	103
14	106
16	116
18	94
20	45
22	19
24	6
26	4
28	1

この試験の素値と考えられる、単木の胸高直径の算術から求めた素断面積は 14745 m^2 (115.62 ft^2) であった。

図面をまず $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ の格子で区劃し、その交点をこの試験の標本点と考えた。この 40 cm の距離は現地調査の 2 m に相当する。

林地 T 内に設けられた標本点の総数 N は 528 であった。木の断面毎にその木の胸高直径の 50 倍の拡大円を描き、各標本点で記録される本数を数えた。その総計は 6371 本であった。

$$\sum n_i = 6371, \quad N = 528$$

$$\bar{n} = 12.07, \quad T = 2049 \text{ m}^2$$

であるので、 G_h は次のようになる

$$\hat{G}_h = 24.730 \text{ m}^2, \quad \hat{G}_h = \pi T$$

したがって $\hat{p}_h$ は

$$\hat{p}_h = \hat{G}_h / p^2 = 7.872 \text{ m}^2, \quad p = 50$$

これは偏った推定値である。

偏り b および相対的偏り e は次のようにして求められる

$$b = 10.745 - 7.872$$

$$e_{obs} = b / \hat{p}_h = 0.079$$

e_{obs} の標準偏差は次のようにして求められる。各標本点で記録された本数 n_i から平均平方 $V(n_i)$ を計算する。

この場合には

$$V(n_i) = \sum (n_i - \bar{n})^2 / (N - 1) = 7.34$$

この図を用いれば G_h , e_{obs} の標準偏差 σ_G , $\sigma_{e_{obs}}$ はそれぞれ次のようになる

$$\sigma_G = \sqrt{V(n_i) / N} \cdot T = 272.5, \quad G = \bar{n} \cdot T, \quad FG = V(n_i) \cdot T^2$$

$$\sigma_{e_{obs}} = \sigma_G / G = 0.010, \quad e_{obs} = \frac{G - \hat{G}_h}{\hat{G}_h} = \frac{1}{G} (1 - \hat{G}_h)$$

$$V(e_{obs}) = \frac{1}{G^2} V(G)$$

p の平方を 400, 1000, 5000, 10000 とした場合について同じ様な試験を行った。前述の 528 点から無作為に 30 ~ 100 個の標本点を選んで、この試験に用いた。その結果が 2 表にまとめられている。

T から求めた拡大円を含む面積 T' を図上に描く。これを前の

場合と同じく格子で区割する。アの形および大きさは計算し易いように選んだが、理論的制約をなくするため、大きさはできるだけ小さくした。

図から算出した対象面積 T は 2464 m^2 でそのなかにア41個の標本葉が含まれる。記憶される総本数として3737本が数えられたので G は(2)式から

$$\hat{G} = 6737 \times 2464 / 741 = 26950 \text{ m}^2 \quad \hat{G} = \frac{\sum n_i^2}{N} T$$

となる。したがって

$$\hat{g} = 10.780 \text{ m}^2 \quad \hat{G} = \hat{G}_b / p^2$$

これらの値は、 G および g の不偏推定値でそれぞれ、真値26950および10.745 m^2 と一致している。

p の平方が2500の場合の相対的偏り e の近似値は次のように、(19)式に実測値を代入して求められる。

$$L = 182.55 \text{ m} \quad T = 2049 \text{ m}^2$$

$$\sum y_j^2 = 0.2896 \text{ m}^2 \quad \sum y_j^2 = 3.453 \text{ m}^2$$

すなわち

$$e_{cal} = \frac{2 \times 182.55 \times 50 \times 0.2886}{3 \times 3.142 \times 2049 \times 3.453} = 0.079$$

この値は前に実測値について求めた値、すなわち $e_{obs} = 0.079$ とよく一致している。

p^2 を400, 1000, 5000, 10000とした場合の結果が2表の7.8らんで比較してある。各 p に対する値は測定値とよく一致しておりその推定誤差(10らん)の範囲内にある。3図は上記の比較をグラフで示したもので、垂直な真線は $\hat{g}_{eobs}$ 大きさを表わしている。相対的偏りは p の値に比例しているから、 e と p の図は原案を通る直線となる。真線は20式で $\tau = 1$ とした場合を示す(3図)

説明 Interpretation

4図は次の条件のもとでの、 e, p, T の関係を示している。

- (1) (20)式の r と τ の値をそれぞれ10 cm. 1とする。
- (2) 林地の形状は正方形である。

式および前述のような形を得るには、次のような説明が適当であろう。林地が大になれば、偏りは無視できる程小さくなる。したがって、対象林地が細長又は不規則な形をしていないか、面積が極端に小さくない場合には、Bitterlich法は林縁による偏りを考慮せずに使用できる。林地面積が小さいか、林縁が長い時には、林縁による偏りを考える必要がある。相対的偏りは p と r をそれぞれ50, 10 cm. とした5図から推定できる。相対的偏りは p と r に比例しているから、 p と r のこれと違う値に対する相対的偏りはその比を乗することにより求められる。例えば、 $p=31.6$ ($p^2=1000$) $r=20 \text{ cm}$ $T=7 \text{ ha}$, $L=1200 \text{ m}$ とすれば、この T, L の値に対する5図の e の値は1.85%であるから、この例の相対的偏りは、次のようにして求められる。

$$1.85 \times \frac{31.6}{50} \times \frac{20}{10} = 2.34 \%$$

(4および5図)

2表 試験結果と e_{obs} と e_{cal} の比較

(1) p	(2) p^2	(3) N	(4) $\sum n_i^2$	(5) $\hat{g}_b$ m^2	(6) $\hat{b}$ m^2	(7) e_{obs} %	(8) e_{cal} %	(9) $T(\text{ha})$	(10) $100e_{obs}$	エーガーサリ法で求めた断面積係数
20	400	100	209	1070	0.14	0.5	0.2	1.18	5.2	108.9
31.6	1000	100	513	1051	0.24	2.2	5.0	2.16	2.0	47.6
50	2500	529	6371	989	0.83	7.9	7.9	9.34	1.0	17.4
70.7	5000	100	2384	856	1.18	11.0	11.2	12.91	2.2	8.7
100	10000	30	1312	830	1.44	13.4	15.8	10.97	2.7	4.35

(1) p : 直径の拡大比 (2) N : 標本プロット数 (4) $\sum n_i^2$: 記憶された総本数の平方和 (5) $\hat{g}_b$: 偏りのある断面積推定値 $\hat{g}_b = \sum n_i^2 T / p^2$ (6) $\hat{b}$: g に対する偏りの推定値 $\hat{b} = \hat{g} - \hat{g}_b$, $\hat{g} = 10.745 \text{ m}^2$ (7) e_{obs} : 試験により推定した相対的偏り, (8) e_{cal} : (19)式から計算した相対的偏り, (9) $T(\text{ha})$: 記憶した本数の平均平方 (10) $100e_{obs}$: e_{obs} の標準偏差.
Bitterlich, W. 1948 Die Winkelzahlprobe. Allgemeine Forest- und Holzwirtschaftliche Zeitung 59: 4-5
Husch, B. 1955. Results of an investigation of the variable

plot method of cruising J. For. 53: 570-578.

----- 1956. Comments on the variable plot method of cruising J. For. 54: 21. Groenbaugh L.R. 1952. plotless timber estimates J. For. 50: 32-37.

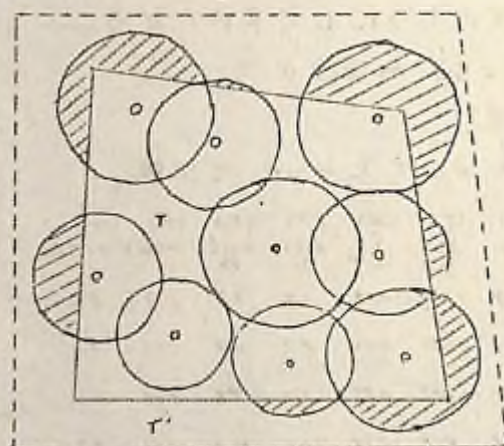
----- 1955. Comments on "Results of an investigation of the variable plot method of cruising." J. For. 53: 7-4

Murayama H. 1955. A rapid method of estimating basal area in timber survey. Sankhya 12: 291-302.

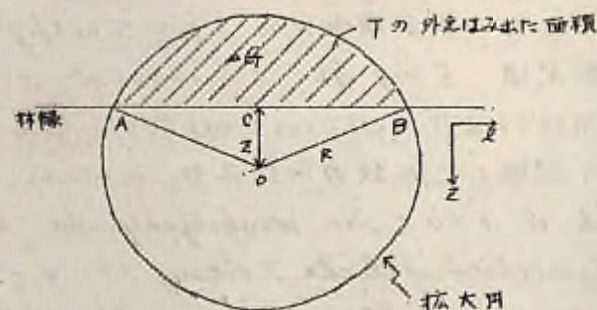
Santaló L.A. 1953. Introduction to Integral Geometry.

Hermann and Cie Editeurs. Paris

T. HAGA, K. MAEZAWA Forest Science Vol 15 No 4 1959

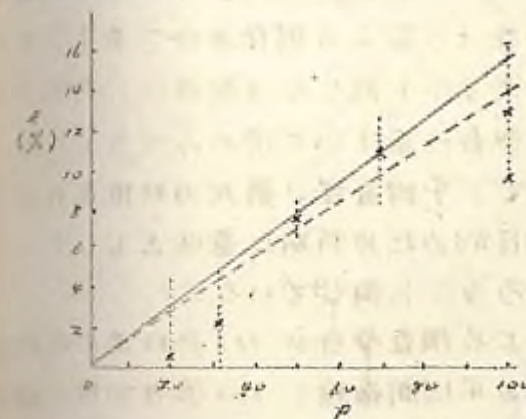


1図 林縁による偏りの一例。実線で囲まれた面積Tが林地面積である。点線で囲まれた面積T'は拡大した面積である。



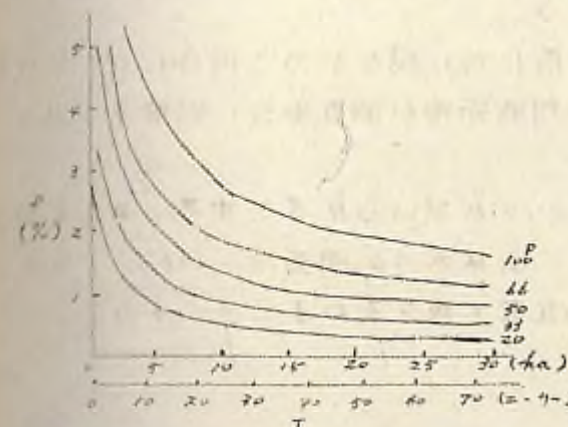
2図 (14)式の例

3図

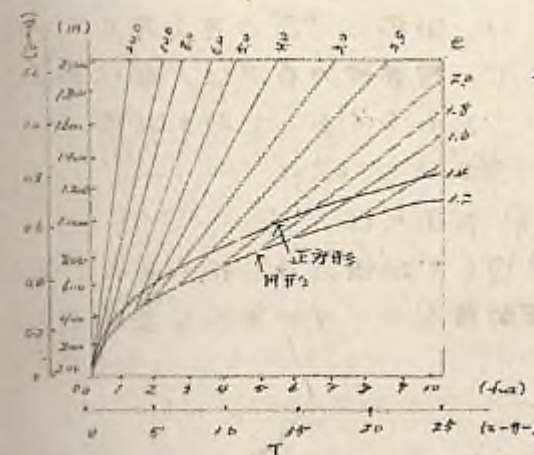


Pのいろいろな値に対する計算ととの比較。実線は(19)式によるもので、点線は $f=1$ とした(20)式によるものである。

4図



Pを20, 33, 50, 66, 100とした場合のeとTとの関係
条件 (1) $r=10cm$
(2) 林地の形: 正方形



5図

$P=50$, $r=10cm$ および $P=20$ $r=25cm$ とした場合のL, Tとの関係原案を通る2本の拋物線は円形および正方形の周囲を示している。円は与えられた面積に対して周囲は最小であるのでその放射状線はその拋物線に終っている。

4. Bitterlich 法による調査歩合について

Notes on cruising intensity by the Bitterlich method

M. A. Farnsiev は Journal of Forestry 1952 年 5 月号の論文で Bitterlich 法による調査は、単一の調査歩合で表すことができないから、現地におけるポイント数とその配置は、特定の直径階に対して要求される調査歩合に基づいて決めるべきである。調査者は、特定の直径階として、平均直径、最大の材積を占める直径階、或は調査の究極的な目的のため特別な意味をもっている直径を選ぶことができるであろうと論じている。

筆者は Bitterlich 法による調査歩合が (1) 無作為に選ばれた標本木の数、(2) 単木当りの平均断面積、(3) 調査面積の函数であることを証明してみよう。

しかしながら、ある直径階に特に関心がある場合には、全林木の代りに、これら木の平均断面積が調査歩合に影響する因子となるであろう。

さて、臨界角として、 104.18° が用いられるとする、 A で全調査面積 (ft^2)、 B で調査地上の全林木の断面積、(ft^2)、 r で木の半径 (in)、 n で調査地の総立木本数を表わすことにする。

このようにすれば

$$B = \sum_{i=1}^n \frac{\pi r_i^2}{144}$$

各木の周りに半径 $R = 144r$ 、面積が $\frac{\pi R^2}{144}$ の円を考えてみる。これらの円は重複しているので、調査地の各点は 1 個以上のこのような円一円には一つもないこともあるが、被覆される。

$$C = \sum_{i=1}^n \frac{\pi R_i^2}{144} = \sum_{i=1}^n \frac{4608 r_i^2}{144} = 4.356 B$$

とする、 $n = \frac{C}{A} = 4.356 \frac{B}{A}$ とすれば

調査地の一標本木は、平均して n 個の円で被覆されるであろう。

又 $A = \frac{A}{262110}$ (調査面積をエーカー単位で表わす) とすれば $n = \frac{4.356 B}{4.356 A}$

すなわち

$$\text{エーカー当り断面積} = 10 n$$

さて、 n 個の標本木が無作為に選ばれたとし、 K_j を j 番目の木で数えられた本数とする。

標本は無作為に選ばれているから、 $n K_j$ は確率変数であり、母集団が正規であり、分散は一様であると仮定すれば、平均値、標準偏差の推定に標準の統計的方法が適用できる。

各標本木が、同じ木で数えられた全林木の円面積合計に等しい面積で被覆されているわけわけの標本木でおおわれている面積 C の部分を考えてみる。標本木で被覆される面積を C で表わす。

C の期待値は次のようになる。

$$E(C) = \text{Exp} \left(\frac{C}{n} \sum_{j=1}^n K_j \right)$$

$$= \text{Exp} \left(\frac{C}{n} n \bar{K} \right) = \frac{C}{n} \text{Exp}(\bar{K})$$

$$= \frac{C n m}{n}$$

$\frac{C}{n}$: 1 本当り平均円面積

$\frac{C}{n} \sum_{j=1}^n K_j$: n 本の木でおおわれる面積

$$\sum_{j=1}^n K_j = n \bar{K}$$

$\text{Exp}(\bar{K})$: 平均本数 = m

$$\text{ただし } \bar{K} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n K_j$$

調査歩合 $p = \frac{100C}{A}$ の期待値は次のように推定されるであろう。

$$\text{Exp}(p) = \text{Exp}_C(C) \times 100 = 100 \frac{n m}{n}$$

n を $\frac{C}{A} = 4.356 \frac{B}{A}$ で置きかえれば

$$\text{Exp}(p) = \frac{100 n}{n} \times 4.356 \frac{B}{A}$$

$$= \frac{100 n B}{100 n A} = \frac{100 n}{A} \frac{B}{n} = \frac{100 n}{A} b$$

ただし $b = \frac{B}{n}$ = 単木当りの平均断面積

したがって、ここで考えているような定義のもとでは、調査歩合は次のものによって変る。

(1) 標本木数

(2) 単木当りの平均断面積

(3) 調査面積

この結果直径階別の本数分布が調査歩合に影響するのは、その集中の尺度 (平均値) だけで、散ばりの尺度 (分散) は関係がない。しかし、調査歩合が単一の数で表わせないならば、われわれは、その計算方法についてなにも言うことはできない。Bitterlich 法は平均断面積を決める方法を直接提供しないのでこの問題については多くの学者がその解決方法を発表している。

そのなかで、L. R. Grosenbaugh は "Better diagnosis and prescription in southern forest management" (Occasional paper 145) で、抽出された木の直径の測定を暗示している。木が選ばれる確率はその直径の平方に比例しているから抽出される木の母集団は、各木の抽出確率に逆比例した重みを付した断面積・材積を持たせて修正する必要がある。

しかしこのようにすれば、プロット面積や直径の測定が省かれる Bitterlich 法の一大長所がほとんどなくなってしまう。Grosenbaugh の暗示に代るものが必要となる。

一つの方法は標本木と中心を同じくする半径 $\frac{1}{220}$ ft の円形プロットを設けることである。この円の面積は $\frac{1}{220}$ エーカーであるから、このプロット内にある全木数を数え、エーカー当り本数を推定する。標本木で決められるエーカー当り断面積をエーカー当り本数で割れば、単木当りの平均断面積が得られる。プロットの大さきは、主として所要精度と林分密度に応じて変えるべきである。

第2のより正確な方法は、前に考えたプロット内にある木の直径を正確に測ることである。というのは Bitterlich 法の標本は無作為に配列されているからである。この結果、これらの標本木は、調査地の本数分布を調べるのに使用出来よう。

次に示すような場合を仮定しよう。

1. 標本の大きさを $n = 100$;
2. 単木当りの平均断面積 = 0.267 ft^2 これは 7 in の直径に相当する。
3. 断面積の標準偏差は単木当り平均断面積のほぼ 100% である (これと同じ単木当り平均断面積をもつ針広、混交林について実際に計算したものである。)

したがって平均値の標準偏差 = $\frac{0.267}{\sqrt{100}} = 0.0267$

で、平均値 ± 2 標準誤差 = 0.267 ± 0.0534 である。

すなわち 20 回のうち 19 回、平均値断面積は真の平均値に対し 20% 以内の誤差で推定されるであろう。(7 in 直径以内

で推定される。)

より正確な推定値を得るには、プロット半径と Bitterlich 法を増加させる必要がある。標本木当り一本の木 (又は一定数の木) では、林木配置が一様でない限り、林木の無作為標本とはならないことに注意する必要がある。一般に知られているように、他の条件が同じであれば、林木の成長は投射される光で変わるから、疎開した林分は大径木を持つと思われる。

林分の無作為標本である木の無作為標本は、径級の小さい木程選ばれる確率が小さくなることを意味している。

さらに標本木は、樹種、樹高、欠陥率、その外適当な特性について記述することもできる。

Tiberius Cunia

Journal of Forestry 1959 Vol 57 No 11

5. 点抽出法を用いた成長量調査による成長量の計算

Computing growth from increment cores with point sampling

点抽出法は成長量を測ろうとする木の選定方法として、いくつかの長所をもっている。それは断面積に比例して木が抽出されるからである。成長量に関する研究では、林分における断面積成長量が一般にその断面積に比例することを示している。¹²したがって点抽出法を用いれば、その潜在成長力にほぼ比例して標本木が抽出されることになる。

断面積成長量の普通の抽出方法の目的は単木当りの平均成長量の決定又は、直径対成長量曲線を作製することである。大径木一林分成長量の大部分を占める一については特別の注意は拂われなかった。したがって林分成長量の決定にそれほど重要でない小径木の標本調査に不当に労力を費やしている。抽出確率がデータを全面にも利用するため適切な考慮を拂って決められておれば、点抽出法はこの不均合を是正する。さらに計算そのものが簡単であ

る。成長量は林分に関するデータの決定方法の如何を問はず一普通の標本プロット、全林毎木、或は某標本によるものであっても、一某標本から決定できる。

成長量は次の4段階により某抽出法で決定される

1. 放倒の標本又は楔形プリズムその他のアングルゲージで数えられた木から成長錐片を集める。抽出歩合は、林分の均一性によって変わるニの問題は後の節でさらに詳しく考察することにする。

2. 次に示す公式を用いて、現在断面積に対する将来の粗断面積成長量の比を推定する。

3. その期間に残存すると思われる木の現在断面積に之段で求めた比を乗じて、将来の純断面積成長量を求める。この方法では本数でなく断面積で表わされた枯死量が減されるので、枯死量の決定は簡単である

4. Spurrの=段式成長予測法により、断面積成長量は材積成長量に換算される^{注2}

公式の誘導 Derivation of formula

某抽出法での蓄積の基本単位は、面積を測定したプロット樹出法の場合のように本数ではなくて、断面積である。したがって、成長量を予測するには、成長量を直接断面積と結び付ける必要がある。しかし、平均成長量の分母は、単木当りの成長量として表わせば次の期間までそのままであるが（枯死はないと仮定して）単位断面積当りの成長量として表わせば分母は大きくなることを記憶しておく必要がある。

次の公式は、その出現頻度にはほぼ比例させて抽出した単木の成長錐調査で断面積成長量を推定する Spurr^{注2}の考案した方法に似ている。そのほかの多くの林分調査方法と同じように、この公式は次の期間の成長量は前の期間の成長量に等しいという仮定にたっている。しかし、直径成長量は比較的若い時代に減少し始めるが、断面積成長量は輪伐期の大部分を通じてほぼ一定の水準を

続ける。^{注3}したがって、この方法は、将来の直径成長量が過去の直径成長量に等しいという仮定に立つ普通の林分表法に比べて成長予測に誤差の入ってくることは少ないように思われる。

過去と将来の成長量が等しいという仮設は次式で表わされる。

過去のB.A成長量/現在B.A = 将来のF.A成長量/現在B.A

標本木の現在断面積に対する過去断面積の皮内成長量の比は次式で与えられる。

$$R_{ib} = \frac{D_{ib}^2 - d_{ib}^2}{D_{ib}^2}$$

ここで

D_{ib} = 成長量標本木の皮付現在直径

D_{ib} = 成長量標本木の皮内現在直径

d_{ib} = 成長量標本木の皮内過去直径

Spurrの方法に準じ、次の係数を乗ずれば、樹皮を含む成長量が得られる

$$D_{ob}^2 / D_{ib}^2$$

なおこれは純断面積の樹皮率は変わらないという仮定にたっている。

したがって皮付の比は

$$R_{ob} = \frac{D_{ib}^2 - d_{ib}^2}{D_{ob}^2} \times \frac{D_{ob}^2}{D_{ib}^2} = \frac{D_{ib}^2 - d_{ib}^2}{D_{ib}^2}$$

となる。

さらにこれを

$$R_{ob} = 1 - \frac{d_{ib}^2}{D_{ib}^2}$$

と表わせば計算は簡単になる。

さて問題は、林分純断面積に適用できる $\frac{d_{ib}^2}{D_{ib}^2}$ の正しい平均を求めることである。

Greenebaugh^{注4}は某抽出法の理論および応用について詳しく論じている。次の方程式は彼のやり方によるものであるが、この特殊な目的に適するように表わしてある。

あるアングルゲージで調査される時、平方呎単位の間接林分断面積に、単木毎の総ての比が適用される^{注5}。ある某で、断面積係数

25のプリズムで2本の木が数えられたならば、エーカー当り
現在断面積は25に等しい。過去断面積は、

$$25b_1 + 25b_2 \dots 25b_n$$

$$= 25(b_1 + b_2 + \dots + b_n)$$

$$\text{ここで } b_i = \text{第 } i \text{ 番目の標本木の } \frac{d_{ib}^2}{D_{ib}^2}$$

平均値 b_m は

$$b_m = \frac{(b_1 + b_2 + \dots + b_n)}{n} = \frac{\sum \frac{d_{ib}^2}{D_{ib}^2}}{n}$$

したがってエーカー当り断面積に対する断面積成長量の比の平均は $R_{ob} = 1 - \frac{\sum \frac{d_{ib}^2}{D_{ib}^2}}{n}$

これは計算のため次のように簡単にできる。

$$R_{ob} = 1 - \frac{\sum \left(\frac{d_{ib}}{D_{ib}} \right)^2}{n}$$

標本の妥当性に關係するが、標本の直径階別の本数分布が全林分の断面積分布に對應しておれば（これは不偏推定値である）この比は常に正しい。さらに、断面積成長量が、断面積に比例している林分では、標本分布が母集団のそれと正しく一致していなくても、比には誤差は入ってこない。したがって、この公式は全般的に使用してをしつかえない。

1表 標本抽出法による成長比の簡略計算法

成長量のデータ					10 年間				
標本	Dob	Dib'	dib	dib/Dib	標本	Dob	Dib'	dib	dib/Dib
1	12.6	11.4	10.4	0.912	3	6.0	5.6	5.3	0.883
	12.9	11.8	11.3	.958		6.7	6.2	5.9	.882
	12.3	11.2	10.3	.920		17.8	16.5	15.7	.932
	12.2	11.2	10.2	.911		11.4	10.4	9.5	.833
	11.5	10.7	10.0	.914	4	12.1	11.2	10.0	.822
	9.3	8.5	7.6	.894		8.3	8.0	7.0	.844
	9.3	8.2	7.9	.962		11.3	10.3	8.6	.814
	10.1	9.3	8.2	.882		15.4	14.2	12.2	.857
2	9.3	8.4	7.6	.905		11.4	10.5	9.0	.847
	7.0	6.4	6.0	.938		13.4	12.4	10.5	.858
	7.0	6.4	6.0	.938		13.6	12.5	11.2	.897
	7.2	6.5	5.7	.877					

22 = 23本

$$\sum \left(\frac{d_{ib}}{D_{ib}} \right)^2 = 18.9607$$

$$R_{ob} = 1 - \frac{18.9607}{23} = 1 - 0.824 = 0.176$$

= 10年間当り 17.6% の粗断面積成長量

$D_{ib} = D_b$ から両側樹皮厚を引いたもの

方法 procedure

抽出および計算方法についてはベイモミ (*Abies grandis* Lindl.) の成長と収穫の研究のために設けたプロットからとった次例で例示しよう。各プロットに一様に分布する約 100 本の木が含まれるように矩形プロットを配置した。プロット内の木は総て 1/4 直径階別に記録した。各標本の位置はプロット中心からプロットの対角線上にその 1/4 の長さ毎に設けた。断面積係数 25 の楔形プリズムで数えられる木について、4 つの副抽出点毎に直径成長量と樹高とを測定した。小さなプロットでは、時には一本の大径木が 1 個以上の点で数えられることがあった。このような木については、抽出点毎の直径および半径成長量を各点で別々に記録した。各標本点で数えられる木を記録するだけで、断面積に比例した調査対象を求めることができる。一つのプロットの成長量データが一表に示してあり、必要な計算はその下に示してある。成長比の平均値は自動式計算機でうまく計算され集計される。現在直径に対する過去直径の比は加算の前に平方してあることに注意を要する。

標本の大きさ Sample size

成長量は普通、副次抽出法で調査される。したがって断面積成長量は二つの誤差成分をもっている：1) 林地全体にわたる断面積を推定する際のプロット間の誤差 (S.E.%) B_A と 2) 成長比を決めるときの誤差 (S.E.%) R 。この二つの誤差成分は独立であると仮定すれば、

$$(S.E. \%)_{BAI} = \sqrt{(S.E. \%)_{BA}^2 + (S.E. \%)_R^2}$$

全体にわたる調査の設計は、材積又は断面積のプロット間変動

係数によって定まる。副次標本の抽出密度は主プロット上の林木のプロット内変動によって決められる。比例割当による副次抽出では副次標本の大きさは、そのプロット上の全林木の分率として表わされる。

ベイツガの収穫量に對する研究では次のデータが得られた。

平均断面積 = エーカー当り 148.15 ft^2

(プロット内) 断面積の変動係数 (C.V. %) = 76%

平均成長比 = 0.235

成長比の(プロット内) 変動係数³³⁾ (C.V.R) = 38%

所定の誤差範囲内におさえるに要する観測数は

$$N = \frac{L^2 (C.V. \%)^2}{(S.E. \%)^2}$$

ここで $L^2 = 3.84$ でこの特定の誤差範囲に入る確率は95%である。

S.E. を % として、上記の係数を用いてこの式を解けば、エーカー当りの平均断面積を推定するのに103.8プロット、平均成長比を推定するのに221.8本必要である。

単木当り 25 ft^2 の断面積係数をもつアリズムで調査すれば

$$\frac{(148.15 \text{ 平方フット/エーカー}) (103.8 \text{ プロット})}{25 \text{ ft}^2 \text{ /エーカー/単木}} = 619 \text{ 本}$$

が断面積推定値を求めるために記憶されるであろう。成長量のための抽出率は $222 \div 619 = 36\%$ に等しい。したがって、各年で3本に1本の割合で無作為抽出したものが成長錐で調べられるであろう。

要約 Summary

成長量の標本調査のためのア・クルゲーションによる標本木の選取方法は3つのはっきりした長所をもっている。

1. 標本調査の主力は本数分布より林分の着目成長量に向けられる。現地調査方法は簡単かつ客観的である。
2. 単位断面積当りの断面積成長量は客観的な方法で直ぐに計算される。
3. 純成長量を予測する場合、枯死による減量は本数-比較的変動の大きい測定値-でなく断面積で表わさる。

樹皮厚の変化を考慮に入れた断面積対成長量の比を計算する公式が示されている。各プロットで成長錐調査される木の変化を調べる方法も論じられている。

註1. Lynch, Donald W. Growth of young ponderosa pine in the Inland Empire. Intermountain Forest and Range Expt. Sta. Res. Paper 36. 16 pp. Illus. 1954.

註2. Gevorkiantz, S.R., and Lucille P. Olson. An improved increment core method for predicting growth of forest stands. Lake States Forest Expt. Sta. paper 12. 19 pp. Illus. 1948.

註3. Spurr, Stephen H. Forest inventory. 476 xii pp. Ronald press Co., New York. 1952.

註4. Ibid.

註5. Baker, Frederick S. Theory and practice of silviculture. 502 xiv pp New York and London. 1934. See also: Spurr, op. cit.

註6. Grounbaugh, L.R. Point-sampling and line sampling: probability theory, geometric implications, synthesis. Southern Forest Expt. Sta. Occ. Paper 160. 34 pp. Illus. 1958.

註7. この説明には2つの例外のあることに注意を要する。

- 1) 境界線上の木に対する "stop over" 係数
- 2) 極端に偏平な木は別に重みがつけられる。

これらの木に対する適切な補正は前記の Grounbaugh の方法を参照のこと。

註8. ベイマツプロットのデータでは、フロント当りの4つの副次標本集団の分散は本質的に均一である。したがってこのデータは全ての木がプロット当り1個の抽出集で選ばれたように扱われた。

Albert R. Stagl

(Journal of Forestry 1960 Vol 58 No 7.)

6. 無作為および系統的な抽出調査法による推定量の特性について

Properties of some random and systematic point sampling estimations.

Bitterlich 法による森林標本調査は、この方法が初めて導入されて以来、広く応用されている。(1948) 散えられた本数で林分断面積を推定する原理は *Groosenbaugh* (1952) によって付録、立木本数、その他の林分因子を標本木の測定に基づいて推定できるように拡張された。彼は (1958) にこのような抽出法は直径に確率比例させて行なわれ、平均値および分散の不偏推定値を与えることを示した。

サンプリングアングルを変えた時の効果の研究やこの方法と普通のプロットサンプリングの相対的効率を特定の林について比較する場合、意味のある発表が出来るように、これらの推定値の分散や分布についてやらねばならぬ研究はまだ多くある。この論文はこの重要な問題のさらに詳しい考察に必要な基礎として書いたものである。真標本といわれている *Bitterlich* 型の標本調査の不偏性と分散について論ずることにしよう。無作為および系統的な抽出計画について調べることにする。*Hell* と *Alexander* (1957) の論じている副次標本を含む真抽出法の修正論についても考察することにする。

抽出手順 *Sampling procedure*

Bitterlich 法で標本を抽出する場合、基本的抽出単位は、原木の位置と結びついた一群の林木である。原木の位置は、真抽出法の場合は点、標抽出法の場合は線であるが、いづれも *Sirand* (1957) の提案した方法と関係がある。木と抽出点との距離 S を木の半径 $1/2 D$ で割ったものがある定数 K より小であれば、その木は、真抽出法の場合のクラスターに含まれる。木が特定の抽出単位に含まれる条件は

$$S/1/2 D < K$$

これは次のように書ける。

$$\cos \theta \geq A < A$$

ここで A は抽出点と木の両側とを結ぶ視線で作られる角である。図は樹高断面—地上 α 点の位置—に対する場合である。

この角度の関係は各抽出点と結びついた木を区別する。*Bitterlich* の提案を判り易くするための鍵である。一定の角度 θ を *obscure* が K となる角度の二倍となるように選べば、木の両側までの視線で作られる角が参考角 θ より大きければその木は抽出単位に含まれるものとして選ばれる。このようにすれば、含まれるかどうかを求めるため、抽出点から木までの距離も直径も測る必要はない。この種の標本は、森林の直径分布に比較して大径木の含まれる本数は多いが小径木は少なくなることが判るであろう。この図で、 α 番の木は点 P で含まれるが、 β 番は含まれない。実際には、参考角は小さく、 $1 \sim 4$ 度程度である。抽出点と結びつけられる本数は、一般に少く恐らく 30 本以下と思われる。

抽出点から参考角を求めるため *Bitterlich* その他によって多くの便利な装置が考案されている。中には傾斜による影響の除かれているものもある。一枚の手で保てるガラスグリズメのような装置は、このような特殊な場合に使用できよう。この方法の装置をうまく取まとめたものが *Finck* (1957) によって発表されている。傾斜や断面が円であることを考慮した場合の補正については *Groosenbaugh* (1958) が扱っている。

仮定と記号 *Assumption and notation*

この論文の目的は、真抽出法で示されているいくつかの推定量の期待値と分散を求めることである。次に示す解析は、面積の持つている平坦な林を仮定しており、その面積は 1 で表わされる。林全体に互って一定の法則に従って配置されている N 本の林木があり、さらに、木の中心がその半径 r と定数 K の積以上に林縁に近いものがないように配置されている。 i 番目の木の断面積 (地上 α 点の横断面積) を w_i と表わす。林木は総て垂直に立っており、断面は円であると仮定する。離れているためや下層植生の

ため視線がとえざれることはない。すべての測定値には誤差がないと仮定する。林木の直径および配列は完全に規定され固定されている。確率的な因子は特定の標本を作り上げる抽出木の位置だけである。

本論文で用いている記号を読者の便利なようにここでまとめておく。

A = 抽出木を頂点とし、林木に対する切線を両辺とする角

α = *Cosecant* が K となる角の倍角 ($\text{cosec } \alpha/2 = K$)

K = 数値で表わされる定数

L = 総林地面積

L/k^2 = 断面係数

r_i = i 番目の木の半径

b_i = i 番目の木の断面係数

z_i = i 番目の木の材積

g_i = z_i/b_i = i 番目の木の材積対断面係数比

N = 総本数 ($i = 1, 2, \dots, N$)

$G = \sum_{i=1}^N b_i$ = 総断面係数

$V = \sum_{i=1}^N z_i$ = 総材積

n = 標本の英数 ($j = 1, 2, \dots, n$)

m = 副次標本の英数 ($j = 1, 2, \dots, m$)

$p = 1/m$ = 副次標本率の逆数; n, m, p は総て整数

Y_{ij} = i 番目の木が j 番目の標本英で含まれるば 1, そうでなければ 0

$N_j = \sum_{i=1}^N Y_{ij}$ = j 番目の標本英で含まれる本数

$\hat{g} = L/k^2 (\sum_{j=1}^n N_j) = \text{Bitterlich 法による総断面係数の推定値}$

$\hat{v} = L/k^2 (\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N g_i Y_{ij}) = \text{Gronsbauhaug 法による総材積の推定値}$

O_{ki} = i 番目と k 番目の K 円の間で重複している面積

O_{ki} = i 番目と k 番目の K 円の間で重複している面積

$\hat{g}_t$ = 系統的英標本における総断面係数の推定値

n' = 一つの系統的副次標本における英数

$C = \frac{L}{K^2} =$ 一つの標本を形成する独立な系統的副次標本の数

$\hat{g} = C$ をランダムな出発英とする系統的な英標本における総断面係数の推定値

断面係数の推定 *The basal area estimate*

Bitterlich 法 (*ノタウ*) による総断面係数の推定値は、標本英に含まれる平均本数に使用したファンクルゲージで定まる一定の断面係数係数を乗じて求められる。この推定値の期待値を表すために、一組の指標確率変数 Y_{ij} を定義する。これは i 番目の木が j 番目の標本に含まれるときには値 1 をとり、そうでないときには 0 となる。各標本英で、われわれは林内の総ての木について“この木がこの標本英で含まれるか?”とあたってみる。含まれれば、その木とその標本英に対応する確率変数に 1 という値を与える。 L/k^2 で表わされる断面係数係数による英英の無作為標本の場合には、総断面係数の推定値は次のように書ける。

$$\hat{g} = \frac{L}{K^2} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N Y_{ij} \quad (1)$$

ここで Y_{ij} は Y_{ij} のとり値である (1 または 0)

サンプリングの特性 *Sampling properties*

われわれは $\hat{g}$ が事実上 G の不偏推定値で、ここに提案した $\hat{g}$ の分散の推定値が $\hat{g}$ の真の分散の不偏推定値であるかどうか調べてみたい。したがって、標本を形成する英が無作為かつ独立に設けられているという仮定のもとで $\hat{g}$ の期待値、 $\hat{g}$ の真の分散、提案されている $\hat{g}$ の分散の推定値の期待値を求める必要がある。

期待値を求める一段階としてまずこのサンプリングで唯一の確率的要素である指標変数 Y_{ij} の期待値を求める。この変数は 0 または 1 の値をとるだけであるから、その期待値は単にこれが 1 をとる確率、すなわち j 番目のプロットが森林内に含まれる確率と等しい。ここで推定しようとする量は林の総断面係数であるとする。

$G = \sum_{i=1}^N b_i$ これは林の単位面積当りの平均断面係数と関係がある。 G/L その英の構成で、断面係数係数 K^2 と L は L/k^2 と

てあらわせばそれぞれエーカー当り ft^2 又は m^2 で表わされる。

無作為に配置されたとき i 番目の木が含まれる確率である。
 S 、 $L < Krc$ という包含条件を満たす森林内の地域は、半径が Krc の単位で、木の中心にその中心のある円である。林内の各林木の周りに想定された拡大円即ち環を *Grosen laugh* (ノグサナ) は大円と名付け、 Y の図は3図に示してある。記号で表わせば次のように書ける。

$$\begin{aligned} E(Y_{ij}) &= P_i(Y_{ij}=1)(1) + P_i(Y_{ij}=0)(0) \\ &= \frac{i \text{ 番目の木の環の面積}}{\text{林地面積}} \\ &= \frac{\pi(Krc)^2}{L} = \frac{K^2 b^2 c^2}{L} \end{aligned}$$

たゞし i 番目の木の断面積は $\pi rc^2 = b^2$ という関係がある。

この式は g の期待値を求める場合に使える

$$E(g) = \frac{1}{K^2 n} E\left(\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N Y_{ij}\right) = \frac{1}{K^2 n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N E(Y_{ij})$$

Y_{ij} の期待値を入れ、総ての木 n 個の総ての葉について加えれば

$$E(g) = \frac{1}{K^2 n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N \frac{K^2 b^2 c^2}{L} = \sum_{j=1}^n \frac{b^2 c^2}{L} = G$$

したがって *Bitterlich* 法による g は、無作為標本という条件のもとで断面積 G の不偏推定値である。3図挿入

g の分散 *Variances of g* : $V_g = \sum_{j=1}^n Y_{ij}$ と定義すると便利である。 g の分散は、一次結合の分散の定理をもちいれば次のようになる。

$$\sigma_g^2 = \left(\frac{1}{K^2 n}\right)^2 \left\{ \sum_{j=1}^n \sigma_{Y_j}^2 + 2 \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \sigma_{Y_j Y_k} \right\} \quad (2)$$

ここで σ_{Y_j} 、 $\sigma_{Y_j Y_k}$ j 番目と k 番目の葉で数えられる本数間の葉分散である。抽出は無作為に行なわれたのであるから Y_j の分散は総て等しく、葉分散は0である。したがって

$$\sigma_g^2 = \left(\frac{1}{K^2 n}\right)^2 n \sigma_{Y_j}^2 = \frac{1}{K^2 n} \sigma_{Y_j}^2$$

定義から

$$\sigma_{Y_j}^2 = \sigma_{\sum_{i=1}^N Y_{ij}}^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_{Y_{ij}}^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N \sigma_{Y_{ij} Y_{ik}} \quad (3)$$

このうち、無作為サンプリングの場合には

$$\sigma_{Y_{ij}}^2 = E(Y_{ij}^2) - [E(Y_{ij})]^2$$

$$= \frac{K^2 b^2 c^2}{L} - \left(\frac{K^2 b^2 c^2}{L}\right)^2$$

たゞし Y_{ij} は指標変数であるから $E(Y_{ij}^2) = E(Y_{ij})$ 、又

$$\sigma_{Y_{ij} Y_{ik}} = E(Y_{ij} Y_{ik}) - \frac{K^4 b^4 c^4}{L^2}$$

故に

$$\sigma_{Y_j}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{K^2 b^2 c^2}{L} - \sum_{i=1}^N \frac{K^4 b^4 c^4}{L^2} + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N \frac{K^4 b^4 c^4}{L^2} - 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N \frac{K^4 b^4 c^4}{L^2}$$

第二項と第四項を一緒にすれば

$$\sigma_{Y_j}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{K^2 b^2 c^2}{L} - \frac{K^4}{L^2} \left(\sum_{i=1}^N b^2 c^2\right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N \frac{K^4 b^4 c^4}{L^2}$$

$E(Y_{ij} Y_{ik})$ を求めるには、 j 葉が i 番目と k 番目の木に付着する K 円の重複部分に落ちそしてその時のみ $Y_{ij} Y_{ik} = 1$ となることに注目する。3図に示してある2つの円の中面で斜線の描いてある部分が重複面積であり $b^2 c^2$ で表わされる。これから $E(Y_{ij} Y_{ik}) = \frac{b^2 c^2}{L}$ したがって

$$\sigma_{Y_j}^2 = \frac{K^2}{L} \sum_{i=1}^N b^2 c^2 \left[1 - \frac{K^2}{L} \sum_{i=1}^N b^2 c^2\right] + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N \frac{K^4 b^4 c^4}{L^2} \quad (4)$$

故に

$$\begin{aligned} \sigma_g^2 &= \frac{1}{K^2 n} \sum_{j=1}^n G \left[1 - \frac{K^2}{L} G\right] + \frac{2}{L} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \frac{K^4 b^4 c^4}{L^2} \\ &= \frac{1}{K^2 n} G \left[1 - \frac{K^2}{L} G\right] + \frac{2}{L} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \frac{K^4 b^4 c^4}{L^2} \quad (5) \end{aligned}$$

g の分散は予期されたように林地面積と断面積に比例し標本の大きさに逆比例していることが分る。常数 K を増せば g の分散は減少の傾向をたどるであろうが、その結果重複面積の合計が増すので、この減少は相殺されてしまう。特定林分における林木の空間的配置は、大円面を増すことにより変えられる分散の变化の形態に影響をおよぼすであろう。適当な修正を補正せば林縁の直ぐに木のあふより一般的な森林を含ますことが出来るように断面積およびその分散の推定式を書き換えることが可能である。大円が林縁で重複するような木による修正された確率を考慮した公式は説明が長くなるし、後程なのでここでは引用しなかつた。

推定値の分散の標準公式

$$\sigma_g^2 = \frac{1}{K^2 n} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_j^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_j\right)^2 \right\}$$

が g の不偏推定であることが附録に示してある。 σ_g^2 の計算例が付録推定の説明に関連して、以下に示してある。

材積推定 The volume estimate

材積および断面積が標本内の総ての葉で含まれる各林木について決定されれば、総材積は次式で推定できる (Gresenbaugh 1952)

$$\hat{V} = \frac{1}{K^2 n} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^n g_i y_{ij} \quad (7)$$

ここで $g_i = \frac{g_i}{b_i}$ は i 番目の木の材積と断面積の比、 y_{ij} は離散変量 Y_{ij} の特定の観測値である。 $\hat{V}$ の期待値を求めるのに用いたのと同じ手法を総材積 V の不偏推定値を求めるのに使用できる。同様にして

$$\begin{aligned} \sigma_v^2 &= \left(\frac{1}{K^2 n} \right)^2 \left\{ \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^n g_i^2 y_{ij}^2 + 2 \sum_{i=1}^K \sum_{i' < i}^K g_i g_{i'} \sum_{j=1}^n y_{ij} y_{i'j} \right\} \\ &= \frac{1}{K^2 n} \left\{ \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^n g_i^2 b_i - \frac{K^2}{n} \left(\sum_{i=1}^K g_i b_i \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^K \sum_{i' < i}^K g_i g_{i'} b_i b_{i'} \right\} \end{aligned}$$

この分散の不偏推定値は

$$s_v^2 = \frac{2}{K^2 n} \times \left\{ n \sum_{i=1}^K \left(\sum_{j=1}^n g_i^2 y_{ij}^2 \right) - \frac{\left(\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^n g_i y_{ij} \right)^2}{n(n-1)} \right\}$$

計算 Computations

無作為抽出の場合の材積および断面積とそれらの分散を推定するのに必要な計算を数値例で示そう。1表のデータは California の Latow State Forest の針葉樹混交林で Cox の指導で行った葉抽出調査からとったものである。

44個の各標本葉について、含まれる本数 N_j とこれらの木の材積と断面積の比の合計が記載してある。これ以外の必要項目は1表のデータから次のように算出した。

$$\sum_{j=1}^{44} N_j^2 = 9^2 + 9^2 + 7^2 + \dots + 17^2 = 10,259$$

$$\sum_{j=1}^{44} \left(\sum_{i=1}^K g_i y_{ij} \right)^2 = 22.28^2 + 18.96^2 + \dots + 30.27^2 = 358,471.162$$

$1/K^2$ の値 すなわち1エーカーを基準とした断面積係数は 9372 として与えられている。上記の公式を用いれば、次のような推定値が得られる。

$$\text{エーカー当り断面積} \quad \hat{g}_0 = \frac{9372}{44} \cdot 617 = 131,42 \text{ ft}^2$$

$$\text{エーカー当り材積} \quad \hat{V}_0 = \frac{9372}{44} \cdot 112.832 = 24,03 \text{ bd. ft}$$

$$\text{断面積の推定値の分散は} \quad \hat{s}_{g_0}^2 = \frac{(9372)^2}{44} \times \frac{44(10,259 - (617)^2)}{44 \cdot 43}$$

$$\begin{aligned} \text{材積の分散は} \quad \hat{s}_V^2 &= \frac{(9372)^2}{44} \times \frac{44(358,471.162 - (112,832)^2)}{44 \cdot 43} \\ &= 3,207,246 \end{aligned}$$

註2. この資料はカリフォルニア山林局の Paul Cox の好意により提供されたものである。

註3 記号 $\hat{g}_0$, $\hat{V}_0$ はエーカー当りの断面積、材積の推定値を表わし、 $\hat{s}_{g_0}^2$, $\hat{s}_V^2$ はエーカー当りの断面積、材積の推定分散である。
1表 Latow State Forest における44抽出葉での数えられた本数と比の和

標本プロット	含まれる本数	比の和 $\sum_{i=1}^K g_i y_{ij}$	標本プロット	含まれる本数	比の和 $\sum_{i=1}^K g_i y_{ij}$
1	9	22.28	24	10	1.789
2	9	18.96	25	12	21.44
3	7	9.51	26	6	10.21
4	14	27.37	27	13	37.10
5	17	28.99	28	13	31.34
6	17	25.60	29	11	12.99
7	16	34.69	30	1	2.84
8	21	47.46	31	3	13.29
9	10	20.48	32	5	6.88
10	21	57.62	33	19	30.60
11	11	16.49	34	15	26.46
12	16	27.93	35	11	18.35
13	25	44.66	36	19	26.61
14	17	33.43	37	24	42.58
15	12	32.30	38	23	32.25
16	22	30.67	39	11	18.18
17	18	36.58	40	8	11.92
18	9	16.35	41	19	24.36
19	18	42.68	42	25	48.60
20	11	33.44	43	17	32.22
21	3	6.09	44	17	30.27
22	5	7.93	計44	617	112.832
23	10	9.58			

$$V' = \frac{1}{K^2 n} \cdot \frac{\sum_{j=1}^n N_j}{\sum_{j=1}^n N_j} \cdot \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^n g_i y_{ij} \quad (10)$$

ここで V' は標本葉の総数、 n は比の和を求める葉数である。 V' の計算例を示す数値例を V' の平均平方誤差の計算と一緒に後で示す。

V' のサンプリング特性 Sampling properties of V'
 V' の性質は無作為抽出と仮定の下で

2表 Latmor State Forest の44個の追加抽出区における数えられた本数

標本区 j	含まれる本数 N _j	標本区 j	含まれる本数 N _j	標本区 j	含まれる本数 N _j
45	19	60	16	75	2
46	19	61	7	76	24
47	12	62	7	77	6
48	22	63	9	78	16
49	14	64	7	79	31
50	12	65	13	80	24
51	11	66	6	81	13
52	10	67	14	82	14
53	12	68	10	83	10
54	24	69	19	84	24
55	10	70	22	85	25
56	9	71	18	86	22
57	9	72	9	87	21
58	6	73	9	88	20
59	9	74	8	計	617

調べられる。(10)の分母、分子に L/k^2m を乗ずれば

$$v' = \frac{\frac{L}{k^2m} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^k v_{ij} x_{ij}}{\frac{L}{k^2m} \sum_{j=1}^m N_j} \cdot \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k N_j$$

$$= \frac{1}{k} \cdot g'$$

ここで v, g は副次標本から得られる推定値であり、 f は全標本に基づき断面積の推定値である。Bell と Alexander の v はこの形の比推定であることが分る。

Hansen Hurwitz と Madrow によれば (1953, Vol II 4章) v の期待値およびその平均平方誤差は

$$E(v) = P \times \left\{ 1 + \frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} - \frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} + \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} - \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} \right\} \quad (11)$$

$$M.S.E(v) = P^2 \left\{ \frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} + \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} + \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} - \frac{2\sigma_{v'}^2}{P^2} - \frac{2\sigma_{v'}^2}{G^2} \right\} \quad (12)$$

大標本と小標本の分散、共分散の関係は、

$$\sigma_{v'}^2 = \frac{1}{P} \sigma_{v'}^2$$

$$\sigma_{v'}^2 = \frac{1}{P} \sigma_{v'}^2$$

$$\sigma_{v'}^2 = \frac{1}{P} \sigma_{v'}^2$$

ここで整数 $P = n/m$

この関係の誘導は附録に示してある。 v の期待値の式 (11) はこれが総材積の偏りのある推定値であることを示している。主標本

と副次標本を結合させた分散、共分散の関係を用いれば、この偏りは次のように書ける。

$$E(v-P) = P \left(\frac{P-1}{P} \right) \left(\frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} - \frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} \right) \quad (13)$$

又は v と f の相関係数 ρ_{vf} を用いれば

$$E(v-P) = P \left(\frac{P-1}{P} \right) \left(\frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} - \frac{\rho_{vf}^2 \sigma_{v'}^2}{P^2} \right)$$

$$= P \left(\frac{P-1}{P} \right) \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} \left(\frac{G^2}{G^2} - \frac{\rho_{vf}^2}{P} \right) \quad (14)$$

この形の偏り式は

$$\rho_{vf} = \frac{\sigma_{v'}^2/G}{\sigma_{v'}^2/P}$$

であれば v の偏りは確実に小さくなることを示している。

比推定値に偏りがあるため、 v の分散でなくその平均平方誤差を用いる。

v の平均平方誤差の公式 (12) は次のように書ける。

$$M.S.E(v) = P^2 \left\{ \frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} + \frac{1}{P} \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} + \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} + \frac{1}{P} \frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} - \frac{2\sigma_{v'}^2}{P^2} - \frac{2\sigma_{v'}^2}{G^2} \right\}$$

まとめると

$$M.S.E(v) = P^2 \left\{ \frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} - \frac{2(P-1)}{P} \frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} + \frac{P-1}{P} \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} \right\}$$

相関係数を用いるため

$$\frac{M.S.E(v)}{P^2} = \frac{P-1}{P} \left(\frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} - \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} \right) \quad (15)$$

と書ける。

この式から 相関係数が

$$\rho_{vf} < \frac{\sigma_{v'}^2/G}{\sigma_{v'}^2/P}$$

であれば v の代りに v を用いても利益のないことが分る。

v を用いる材積推定のための単純抽出計画と v を用いる = 重抽出計画との選択をうまくするには、対象林分分散、共分散に関する知識と同様に、木を数える費用と、それらの材積、断面積を測定する費用との相対的關係についての知識が必要である。

v の相対的誤差を推定するため Hansen, Hurwitz, Madrow (1953, Vol II, p. 16) の暗示を用いる。この相対的誤差の最も簡単な推定量は、直接方程式 (15) に従う。

$$\frac{M.S.E(v)}{P^2} = \frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} - \frac{P-1}{P} \left(\frac{\sigma_{v'}^2}{P^2} - \frac{\sigma_{v'}^2}{G^2} \right) \quad (16)$$

必要とされる分散、共分散、材積、断面積の推定量は副次標本

から求められる。大標本は材積みの推定だけに用いられる。2表は *Latour State Forest* での 44 個の追加標本葉で数えられた本数を示す。1表の 44 葉は μ および $\sigma^2(\mu)/\mu^2$ の計算を示す数値例の副次標本、1表、2表に載せてある 58 葉は大標本と考えられる。標本の大きさは $n = 95$ $m = 44$ $p = 2$ となる。方程式 10 による推定材積は

$$\hat{\mu}_a = \frac{9.372}{95} \cdot \frac{12.34}{5.17} \cdot 112.832 = 24.032 \text{ bd. ft.}$$

この場合 $\hat{\mu} = \mu$ となることに気付く。これはこの例で用いた 58 葉に含まれる本数が 44 葉で含まれる本数の丁度 2 倍になっていたからである。

μ の平均平方誤差を推定するため上記の数値例で算出した値を用いることにする。さらに表 1 に示してあるデータから μ の分散共分散を推定し、2表の 45 - 58 個の標本葉で含まれる本数を推定する必要がある。 μ と σ の共分散の不偏推定値は

$$s_{\mu\sigma} = \frac{1}{N-1} \cdot \frac{m}{m(m-1)} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m y_i y_j (N_j) - \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m y_i y_j}{m(m-1)} \quad (10)$$

1表から

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m y_i y_j (N_j) \\ &= (2228)(9) + (4876)(9) + \dots + (3027)(17) \\ &= 1,875,118 \end{aligned}$$

故に

$$\begin{aligned} s_{\mu\sigma} &= \frac{(9.372)^2}{44} \cdot \frac{(44)(1,875,118) - (112,832)(617)}{44 \cdot 43} \\ &= 13,596.38 \end{aligned}$$

(46) より

$$\begin{aligned} \frac{s^2(\mu)}{\mu^2} &= \frac{2,209,227.9}{(24,032.22)^2} - \left\{ \frac{2-1}{2} \right\} \left[\frac{(2)(13,596.38)}{(24,032.22)(13,422)} - \frac{14,584}{(13,422)^2} \right] \\ &= 0.0055562 - \frac{1}{2} [2(0.0043048) - (0.0043185)] \\ &= 0.004116 \end{aligned}$$

百分率で表わせば 44 の副次標本をもつ 58 葉に基づき

$$\frac{s(\mu)}{\mu} \cdot 100\% = \sqrt{0.004116} \cdot 100\% = 5.5\%$$

は二重抽出によらない 44 葉に基づく

$$\frac{s(\mu)}{\mu} \cdot 100\% = \sqrt{0.0055562} \cdot 100\% = 7.5\% \text{ に対応する。}$$

Bell と *Alexander* (1957 p. 17) が相対的誤差を推定するための示している提案は 一つの近似値と考えることができるに過ぎない。これは 2つの部分から成り、その一つは $s(\mu)/\mu$ と密接に関係があり、他の一つは、材積一断面積比の平均値に対するその相対的誤差を表わすものである。ここに一つの疑問がある、すなわち葉抽出法では判定値は林木よりはむしろ葉に基くすなわち一葉における材積一断面積比の和) 属すると考えられるからである。(46) 式に示してある相対誤差の公式は *Bell* と *Alexander* の式よりも概念的に正しいことが示されている。この式では副次抽出比および μ と σ の共分散の影響をはっきりと認めている。

系統的抽出法 Systematic sampling

これまでの論義は無作為抽出法によるものと仮定していた。次に系統的方法で標本を採る葉の抽出方法が前記の解明におよぼす影響について考察しよう。論議をこの葉にまで拡張することは系統的な森林標本調査が広く利用されていることから当を得たものである。

特に単純なランダムスタートによる系統的な葉抽出調査による縦断面積の推定値を調べたい。この葉からなる系統的標本の風葉は森林内を任意の葉でなる。標本のとり方、ノ葉は次のようにして最初の葉と関係付けられる。第 2 葉は第 1 葉から p 単位はなれ、第 1 葉に対する方位は無作為に定められる。この方向線は森林と同じ広がりをもつと同時に一つの方向線で p 単位、これに直角に p 単位はなれている葉と同一の広がりをもつ直線で囲まれた格子の方位とする。必要とされる個々の葉が得られるまで、林縁に何つてこの格子の交点に各葉を設ける。ある木が与えられた系統的標本で一回以上選ばれないように充分大きな p が選ばれていると仮定する。この方法で抽出される葉からなる系統的標本は、無限に考えられる系統的標本の大きさ N の確率標本と考えることができる。

無作為抽出の場合と同様に、2つの値、すなわち各葉の下が

第 \$i\$ 番目の系統的標本に含まれるば \$y_{fi} = 1\$ そうでなければ \$y_{fi} = 0\$ だけを取りうる確率変数 \$y_{fi}\$ を作る。

この番目の木が 任意の系統的標本に含まれる確率は森林の総面積とその木のトサの面積との比の \$n\$ 倍である。すなわち

$$P(y_{fi} = 1) = \frac{n \cdot b_i}{L}$$

各系統的標本ごとに総面積の推定量は

$$\hat{y}_f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{fi}$$

これは前述の無作為抽出法で用いた \$g_i\$ に相当する。系統的抽出による総面積の推定量は不偏である。

$$E(\hat{y}_f) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E y_{fi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n \cdot \frac{b_i}{L} = \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{L} = g$$

\$\hat{y}_f\$ の分散は恒等式を用いて求めることができる。

$$\sigma_{\hat{y}_f}^2 = E(\hat{y}_f^2) - \{E(\hat{y}_f)\}^2$$

第 1 項は次のようになることが期待できよう

$$E(\hat{y}_f^2) = \frac{1}{n^2} E\left(\sum_{i=1}^n y_{fi}\right)^2 = \frac{1}{n^2} \left\{ \sum_{i=1}^n E y_{fi}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n E y_{fi} y_{fj} \right\}$$

指標変数 \$y_{fi}, y_{fj}\$ は \$i\$ 番目と \$j\$ 番目の木が共に \$f\$ 番目の系統的標本に含まれる場合には 1、その他の場合には 0 となる。両者が同じ抽出区に含まれる必要はなく、系統的標本を構成する \$n\$ 個の抽出区の一つでいづれか一方がとられるだけでよい。この 2 つの特別の木が一つの系統的標本に含まれる確率は次のようにして具象化できる。標本区の間隔に等しい側面をもつ矩形格子を考え、4 図の第 3 の矩形に図示してあるように \$i\$ 番目の木のトサがその矩形内に完全に入るようにする。矩形 1 と矩形 2 とにまたがっている \$i\$ 番目の木のトサを考えてみる。頭の中で矩形 1 とし矩形 2 とを取り出して、5 図に示してある方法で、矩形 3 の上に重ねる。\$i\$ 番目の木のトサと \$j\$ 番目の木のトサの位置との共通部分を「重複合致面積」とよび、\$O_{ij}\$ で表わす。全林地に対するこの重複合致面積の合計が \$n\$ 本の木が系統的標本の \$f\$ 区に含まれる確率である。

$$E(y_{fi} y_{fj}) = P(y_{fi} y_{fj} = 1) = n \frac{O_{ij}}{L}$$

上記の方程式にこの式を代入すれば

$$E(\hat{y}_f^2) = \frac{1}{n^2} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{n \cdot b_i^2}{L} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{n \cdot O_{ij}}{L} \right\}$$

$$\sigma_{\hat{y}_f}^2 = \frac{1}{n^2} \left\{ \sum_{i=1}^n b_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n b_i \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n O_{ij} \right\}$$

このようにして、系統的抽出により得られる推定値の真の分散の式を書くことができる。われわれは、この分散の不偏推定値のないことを知っているが、無作為点抽出法の対応する式の項とこれとを比べてみると役に立つであろう。無作為点抽出による推定値の分散 (5) を次のように書き直すことができる。

$$\sigma_{\hat{y}}^2 \text{ random} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n b_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n b_i \right)^2 + \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n O_{ij}$$

第 1 項は両式に共通であるが、系統的抽出分散式の第 2 項は無作為抽出分散の対応する項の \$n\$ 倍になっている。したがって一点における重複と同様、違った点における合致重複も考慮に入れるため、面積の項は、系統的抽出では常に大となるであろう。林木配置の不均等や重複面積の項の大きさが分らないので 2 つの分散の相対的大小について、一般的なことは云えない。系統的抽出パターン上での変動性の予見されていない周期分布があれば、系統的抽出による推定値の分散の推定に混乱が生ずる。このようなことが起るのを抑え、系統的抽出で、分散の小さな推定値を得る助けとして、\$C\$ 個のランダムスタート点をもつ系統的抽出計画を考えてみる。ここで \$C\$ は \$n\$ の整数である。各系統的標本は、今度は \$C\$ 点を含み、標本の総数はスタート点が単一の場合と同じとする。点間隔は \$Cn\$、点間隔は \$Cg\$ でこれは単一ランダムスタートの場合の \$P, g\$ に相当する。第 1 の系統的標本の方向が、残りの標本の方向を支配する。重複面積の推定量は、今度は、\$C\$ 個の標本によって与えられる推定値の平均である。

$$\bar{y} = \frac{1}{C} \sum_{f=1}^C \bar{y}_f = \frac{1}{C} \sum_{f=1}^C \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{fi}$$

無作為抽出法と異っているのは点の選択方法だけである。これが推定値であることを示すことができる。

$$E(\bar{y}) = \frac{1}{C} \sum_{f=1}^C \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(y_{fi}) = \frac{1}{C} \sum_{f=1}^C \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{n \cdot b_i}{L} = \frac{1}{C} \sum_{f=1}^C \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{L} = g$$

分散は次式で与えられる。

$$\sigma^2(\bar{y}) = \frac{1}{K^2 C^2 \pi} \sum_{i=1}^K b_i - \frac{1}{C} \left(\sum_{i=1}^K b_i \right)^2 + \frac{2L}{K^2 C^2 \pi} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{i=k+1}^K O_{ki}$$

この式は $C=n$ $\pi=1$ とした無作為抽出の制限された場合にも又 $C=n$ $\pi=m$ とした単一スタートの系統的抽出の場合にも正しいことが分る。この分散の不偏推定量は

$$\hat{\sigma}^2(\bar{y}) = \frac{1}{C} \sum_{i=1}^K \frac{(y_i - \bar{y})^2}{C-1} \\ = \frac{1}{K^2 C^2 \pi^2} \left\{ \frac{C}{C-1} \sum_{i=1}^K (y_i - \bar{y})^2 - \frac{1}{C-1} \left(\sum_{i=1}^K y_i \right)^2 \right\}$$

C は小さな数であるから、この推定量は大きな分散を持つ傾向がある。したがってその代りに必要な分散の近似値として $\hat{\sigma}^2(\bar{y})$ を算出することができ、系統的標本を追加しても、無作為であるかのように扱われる時には、系統的抽出の分散が過小推定されるとは思えないと主張できよう。

同様な方法は必要な変換を行えば系統的抽出で総材種を推定する式に適用できる。

要約 Summary

無作為および系統的点抽出による断面積として提案した推定量 $\hat{y}$ 、 $\hat{y}_g$ 、 $\hat{y}_s$ が不偏であることを示した。さらに同様にこれに対応する材種の推定量も不偏である。九点について断面積の抽出調査を行い、九点の中から m 点を選んで材種の副次抽出調査を行って求めた材種の推定値 $\hat{y}$ は偏りがあるがこの偏りは、断面積と材種の間に特定の関係のあるときには小さいことを知った。

$\hat{y}$ および $\hat{y}_s$ の真の分散の式を誘導し、その分散の不偏推定量 $\hat{\sigma}^2$ 、 $\hat{\sigma}_g^2$ の存在することを示した。なお材種のこれに対応する分散についても同様である。 $\hat{y}$ の平均平方誤差を導びきこの平均平方誤差の推定量を示した。

材種の副次抽出法が有利と思われる条件を式で表わした。数個のランダムスタートを用いる系統的点抽出を行う方法について示したが、この場合、系統的抽出と無作為抽出の長所のいくつかを維持することができる。

補註, Supplementary discussion

附録1. 無作為点抽出による総断面積の真の分散の不偏推定量

この項で、総断面積の分散に關する Grossebaugh の推定量が真の分散の不偏推定量であることを示す。 $\hat{\sigma}_g^2$ -(6) 式を求め σ_g^2 -(5) 式と比較する。我々が求めている期待値は

$$E \hat{\sigma}_g^2 = \frac{L^2}{K^2 \pi} E \left\{ \frac{\pi \sum_{i=1}^K N_i^2 - \left(\sum_{i=1}^K N_i \right)^2}{\pi(\pi-1)} \right\} \quad (18)$$

まず 変数 $N_j = \sum_{i=1}^K Y_{ij}$ を用いて N_j と N_k の期待値を求める。

$$E N_j = \sum_{i=1}^K E Y_{ij} = \frac{K^2}{L} \sum_{i=1}^K b_i = \frac{K^2}{L} G$$

これは公式(1)の誘導で示したものである。

公式(18)を求めるのに用いたように、

$$E N_j^2 = E \left(\sum_{i=1}^K Y_{ij} \right)^2 = E \left(\sum_{i=1}^K Y_{ij}^2 + 2 \sum_{k=1, k \neq j}^{K-1} \sum_{i=k+1}^K Y_{ij} Y_{ik} \right)$$

$\left(\sum_{i=1}^K N_i \right)^2$ の期待値を求めるため N_j と N_k は独立であることを念頭においてこの和平方クロス乗積の期待値を求める。

$$E \left(\sum_{i=1}^K N_i \right)^2 = E \left(\sum_{j=1}^K N_j^2 + 2 \sum_{j=1}^{K-1} \sum_{k=j+1}^K N_j N_k \right)$$

$$E(N_j N_k) = E \left(\sum_{i=1}^K Y_{ij} \right) \left(\sum_{i=1}^K Y_{ik} \right) = \left(\frac{K^2}{L} \sum_{i=1}^K b_i \right)^2 = \frac{K^4}{L^2} G^2$$

これを左方程式(18)に入れば

$$E \hat{\sigma}_g^2 = \frac{L^2}{K^2 \pi^2 (\pi-1)} \left\{ \pi E N_j^2 - \pi E N_j^2 - \pi(\pi-1) E N_j N_k \right\} \\ = \frac{L^2}{K^2 \pi^2} (E N_j^2 - E N_j N_k)$$

$$= \frac{L^2}{K^2 \pi^2} \left(\frac{K^2}{L} G + \frac{2}{L} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{i=k+1}^K O_{ki} - \frac{K^4}{L^2} G^2 \right)$$

これは真の分散 σ_g^2 の公式(5)に等しい。

附録 2 Appendix 2

$\hat{y}$ の平均平方誤差式の各項の評価

Hansen, Hurwitz, Madow (1953) Vol. p. 514 によれば、 $\hat{y}$ の平均平方誤差の良好な近似値は

$$M.S.E(\hat{y}) = V \left\{ \frac{\sigma_{\hat{y}}^2}{V^2} + \frac{\sigma_{\hat{y}_g}^2}{G^2} + \frac{\sigma_{\hat{y}_s}^2}{G^2} + \frac{2\sigma_{\hat{y}_g \hat{y}_s}}{VG} - \frac{2\sigma_{\hat{y}_g \hat{y}}}{VG} - \frac{2\sigma_{\hat{y}_s \hat{y}}}{VG} \right\}$$

$\sigma_{\hat{y}_g}^2$, $\sigma_{\hat{y}_s}^2$ の式は前に示してある。同様に $\hat{y}$ と $\hat{y}_g$ の共分散は次のように書ける。

$$\sigma_{\hat{y}_g \hat{y}} = \frac{L}{K^2 \pi} \sum_{i=1}^K Z_i - \frac{1}{\pi} \left(\sum_{i=1}^K Z_i \right) \left(\sum_{i=1}^K b_i \right) + \frac{L}{K^2 \pi} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{i=k+1}^K O_{ki} (g_k + g_i)$$

大きさと π の大標本に基づく断面積の推定量 $\hat{y}$ を含む分散、共分散は 大きさと π の小標本に対するもので表わせる。ただし $\pi = \pi p$

p は整数

$$g = \frac{1}{K^2} \frac{1}{mp} \sum_{j=1}^{mp} \sum_{i=1}^N y_{ij}$$

$$= \frac{1}{K^2} \frac{1}{mp} \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N y_{ij} + \sum_{j=m+1}^{2m} \sum_{i=1}^N y_{ij} + \dots + \sum_{j=(p-1)(m+1)}^{mp} \sum_{i=1}^N y_{ij} \right)$$

この和の各項は $\frac{g}{p}$ である。

この p 個の独立な項の和の分散は

$$\sigma^2(g) = \frac{1}{p^2} p \sigma_g^2 = \frac{\sigma_g^2}{p}$$

共分散を求めるには $\text{Cov}(b+c) = \text{Cov}(ab) + \text{Cov}(ac)$
という式を用いる。

$$\text{Cov}(gg') = \text{Cov} \left(\frac{1}{K^2} \frac{1}{mp} \sum_{j=1}^{mp} \sum_{i=1}^N y_{ij} \right) \left(\frac{1}{K^2} \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N y_{ij} \right)$$

$$= \text{Cov} \left(\frac{1}{K^2} \frac{1}{mp} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N y_{ij} \right) \left(\frac{1}{K^2} \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N y_{ij} \right)$$

$$+ \text{Cov} \left(\frac{1}{K^2} \frac{1}{mp} \sum_{j=m+1}^{2m} \sum_{i=1}^N y_{ij} \right) \left(\frac{1}{K^2} \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N y_{ij} \right)$$

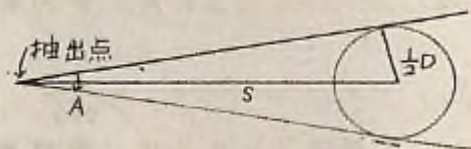
$$+ \dots$$

おのれ以外の共分散は 0 となる。というのは、これ以外の共分散は異った点との組合であり、関連のある測定値は互に独立だからである。従って

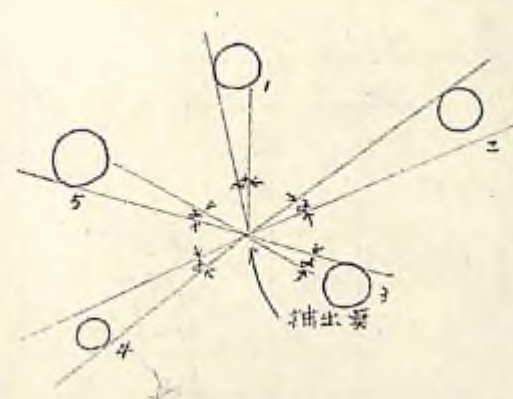
$$\sigma_{gg} = \frac{1}{p} \sigma_g^2$$

同様にして次のようになることを示すことができる。

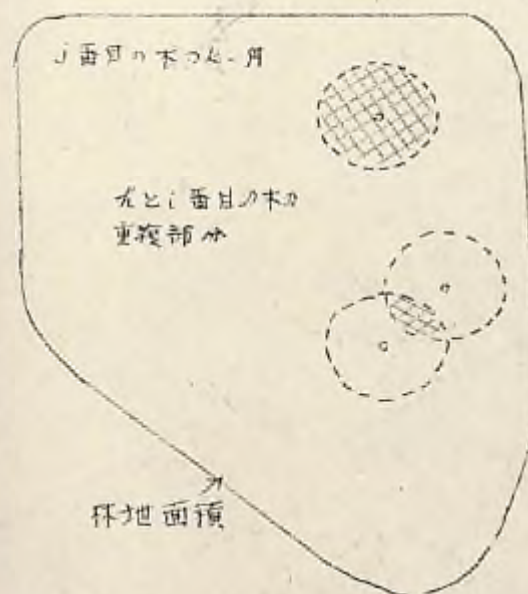
$$\sigma_{rg} = \frac{1}{p} \sigma_{rg}$$



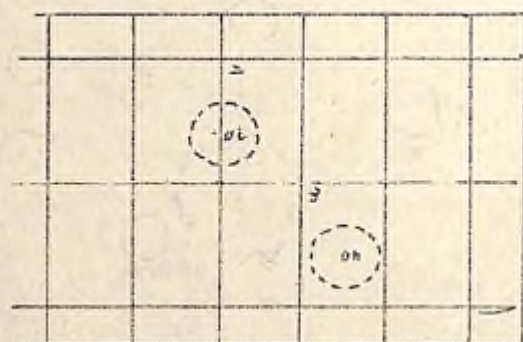
おのれ 圓点抽出法則の幾向学的表示



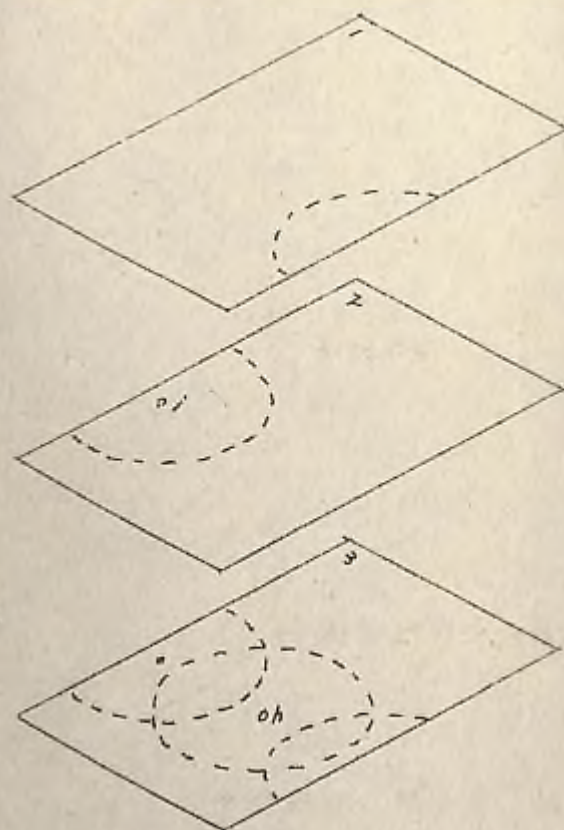
2 図 抽出点と林木との関係



3 図 K-円と重複部分



4図 Z本の代表的な木に対する系統的抽出格子



5図 重複合致部分の考え方

参考

- Bell, John F. and Lucien B. Alexander. 1957. Application of variable plot method of sampling Forest stands. Ore. Bd. For. Res. Note No. 30. 22 pp. Bitterlich, W. 1948. Die Winkelzahlprobe. Allg. Forst- u. Holzw. Ztg. 59: 4-5. Original not consulted. Abstracted in For. Abstracts. 10: 2114. 1949. Cochran, William G. 1953 Sampling techniques. John Wiley and Sons, New York. 350 pp. Finch, H. D. S. 1957. plotless enumeration with angle gages. Forestry 30: 173-192. Groosenbaugh, L. R. 1952. plotless timber estimates -- now, fast, easy. J. For. 50: 32-37. ----- . 1955. Better diagnosis and prescription in southern forest management. Sth. For. Exp. Sta. Occasional paper 145, 27 pp. ----- . 1958. point - sampling and line - sampling: probability theory, geometric implication, synthesis. Sth. For. Exp. Sta. Occasional paper 160, 34 pp. Hansen, Morris H., William N. Hurwitz and William G. Madow. 1953. Sample survey methods and theory. 2 vols John Wiley and Sons, New York. 638 and 332 pp. Strand, Lars. 1957 "Relaskopisk" hoyde - og tætheds - massebestemmelse. Norske Skogher. 5: 535-548. M. N. Palling, L. G. Horwitz (Forest Science VOL 7 No. 1961)

7. 無抽出調査法の理論に関する一考察

Still another explanation of the theory
behind point sampling

造林の現地試験に 無抽出調査法を利用しようとする場合には、この方法の使用法だけでなく、その原理も学生に説明してやることが望ましい。その原理に関する Grosenbaugh の説明をすべての学生が理解できるとは限らない。次の説明方法は簡単に結論を導くのに いくつかの長所をもっている。

記帳される一本の木がそれぞれ 10 ft^2 の断面積を表すようにすると便利であることが 経験的にわかっている。なおこれは分数の形で $\frac{\text{断面積 } 10 \text{ ft}^2}{12.56 - (4.71 \times \text{直径})}$ と書ける。これは

$$\frac{10}{4.71 \times 60} = \frac{1}{4.71 \times 6} = \frac{1}{(6)^2} \text{ で表わされる 一種の比}$$

その木で表わされるプロット面積である。必要であれば 記帳される一本の木が、エーカー当り 20 ft^2 , 50 ft^2 等の断面積を表わすことも出来る。例えば エーカー当り 50 ft^2 の断面積を表わすように記帳されたそれぞれの木に対する、比 $\frac{\text{断面積}}{\text{プロット面積}}$ は

$$\frac{50}{4.71 \times 60} = \frac{1}{5.712} \text{ となる。}$$

比 $\frac{\text{断面積}}{\text{プロット面積}}$ を比 $\frac{\text{d.b.h.}}{\text{プロット直径}}$ に変換するには

$$A (\text{円の面積}) = 0.7854 D^2 \text{ であるから } D = \sqrt{\frac{A}{0.7854}}$$

断面積は $(1)^2$, プロット面積は $(6)^2$ で表わせる。

D についての前記の公式に この A の値を入れると、

$$\frac{\text{d.b.h.}}{\text{プロット直径}} = \frac{\sqrt{\frac{11}{0.7854}}}{\sqrt{\frac{(66)^2}{0.7854}}} = \frac{\sqrt{1.401}}{\sqrt{54.754}} = \frac{1}{\sqrt{39}} \times \frac{\sqrt{0.7854}}{66} = \frac{1}{75}$$

$$\frac{\text{d.b.h.}}{\text{プロット直径}} = \frac{1}{75} \text{ であれば } \frac{\text{d.b.h.}}{\text{プロット半径}} = \frac{1}{39} \text{ となる}$$

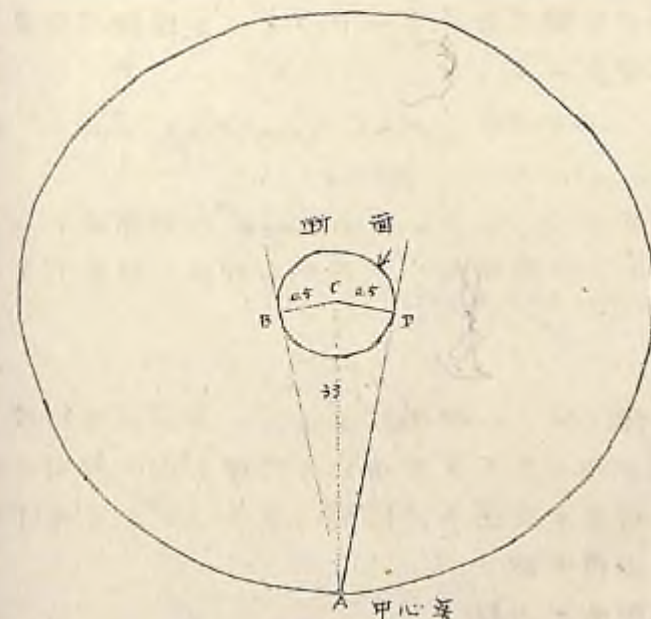
プロットの半径は 同一の単位で表わせば (一般に ft) d.b.h. の 39 倍である。

1 図と次の計算は、断面積係数 10 (エーカー当り断面積が 10 ft^2 であることを示す。) からどのようにして臨界角が導かれるかを表わしている。

$$\angle BAC = \sin^{-1} \frac{0.5}{39}$$

$$\angle BAD = 2 \sin^{-1} \frac{0.5}{39} = 104.18'$$

理解が容易であると自負しているこの説明文を書き終えた直ぐ後で 筆者は Afanasiev²³ が同じ問題について論じている論文と関連のあることを発見した。彼もまた その原理を学生に説明する必要に迫られていた。彼の説明は これとは違っているけれど 理解しやすいように思われる。



1 図 樹幹とその木を囲むプロット

Edward G. Roberts

(Journal of Forestry Vol. 59 No. 1, 1961 p. 26)

23/ Grosenbaugh, L. R. Plotless timber estimation - new, fast, easy. Jour. Forestry 50: 32-37, 1952

23/ Shortcuts for cruisers and scalers. U.S. Forest Service, Southern Forest Expt. Sta. Occ. paper 126. (Processed). 1952

註3 これは次の理由により便利である。(a) 1本の棒で多くの学的条件を満たす。(b) 一果で合理的な勘定数を与える(15本以上になることは稀である)(c) 断面積の計算が簡単である(各果での勘定数を10倍すればエーカー当り断面積に等しくなる。)

註4 Afanasiev, Michael. The Bitterlich method of cruising - why does it work? Jour. Forestry 55: 215-217. 1957

8. 果標本用の信頼できるボードフィート係数は必要であるか - ファイルの中をみよ

Need a reliable point sampling board foot factor?

- look in your files

1955年に L.R. Grosebaugh²³ は南都産マツのエーカー当りボードフィート材積が 次式から即座に計算できると発表した。

$$V = \frac{(\Sigma H)(BAF)(60)}{N}$$

ここで

V = 国際 1/4 in 規格によるエーカー当り材積

ΣH = 16 ft 丸太を単位とした標本木の取引可能樹高の和

BAF = 標本木を選ぶのに用いるプリズム(又はゲージ)の断面積係数

N = 標本果の数

次に彼は その地方の測定値から、"60"より現実なボードフィート係数を求める方法を示した。多くの場合 日常業務に連れている林業技術者は この目的にかなう代表的な林地で断面積、樹高、材積を計算する暇がなく、この結果、価値のある手段である果抽出法は等閑視されている。

幸にも 林業技術者の多くは、彼等のファイルのなかで、正しいボードフィート係数の計算に必要な総ての情報を活用できるように準備している。必要なものは

(1) 直径階別蓄積表および本数表

(2) d.b.h 級別の取引可能樹高

このようなデータを用いれば、ボードフィート係数(BFF)は Grosebaugh の方程式を次のように書き直して 推定できるであろう。

$$BFF = \frac{V}{(BAF)(\Sigma H)}$$

ここで $\Sigma H = \frac{\Sigma \hat{H}}{N}$ 、1表に示してあるように GfD^2H から推定した果当り平均丸太数

V = 直径階別蓄積表から求めたエーカー当り材積

係数の計算方法を示すため、1表に目を向ける。この中で最初の4らんには 通常のプロット抽出法で CFI の研究²²の際、Stephen F. Austin State College で収集したデータが含まれている。それ以外のらんには、以下に説明する計算が載せてある。公式を調べてみると、エーカー当りの材積は直径階別蓄積表の集計であることが分る。 BAF は使用した器械に合ったものでなければならず(例えば 3.03 diag. in のプリズムでは10)。1つの平均の果では N は1.0となるであろう。ボードフィート係数の期待値を求めるのに、求める必要のあるのは $(\Sigma \hat{H})$ だけである。

1952年に Grosebaugh²³ は直径階別蓄積表が、果標本の木数勘定から計算できるという概念を発表した。この論文で彼は数えられた本数を GfD^2 とした。ここで G は $\frac{0.00545415}{B}$ 、 B は $\frac{BAF}{N}$ である。 BAF を10とすれば $N=1$ としたこの場合には $G = 0.00545415$ である。Grosebaugh の方法と並に 1表7らんの数値は $BAF 10$ について求めた d.b.h 級別の果当り平均本数の推定値であり、7らんの値は果当り16フィート丸太の平均本数の算出値である。7らんの計が $\Sigma \hat{H}$ でこの算出平均値は 前述の $\frac{\Sigma \hat{H}}{N}$ に等しい。方程式にこの値を入れると。

$$BFF = \frac{1829.2}{(10)(3.0218)}$$

ここで 1829.2 = 国際 1/4 in 規格によるボードフィート材積

$$3.0218 = \Sigma \hat{H} : \frac{\Sigma H}{N} \text{ に等しい計算値}$$

$$100 = B A F$$

この式を解けば、向題となっている林に適用できる葉抽出用のボードフィート係数 BFF が 60.53 であることが分る。

中東テキサス州の他の林のデータを解析した結果（表 1 の林から離れたところにある 2 地方）同様な係数 60.3 が得られた。同様な係数は他の丸太規格による材積についても計算できるが、慎重に行う必要があり、Doyle 規格のように不正確な規格を用いる時には直径階の範囲を非常に狭くする必要がある。

1 表 東部テキサスの森林を構成する *shortleaf pine* 林の葉抽出ボードフィート係数の計算に用いた値

D 直径 (in)	f 葉抽出 数 (本)	葉抽出 ボードフィート (国際的な規格)	H 葉抽出可能 の平均樹高 (1 ft 以上)	D ²	fD ²	GfD ²	A ²
10	272	156.9	1.75	100	27200	0.14835	0.2591
11	228	168.8	2.00	121	27588	0.15047	0.3009
12	228	222.0	2.13	144	32832	0.17907	0.5814
13	159	203.6	2.31	169	26871	0.14656	0.4126
14	152	241.4	2.44	196	29792	0.16249	0.5465
15	133	269.7	2.63	225	29725	0.16922	0.4297
16	84	196.5	2.75	256	21504	0.11728	0.3223
17	66	159.3	2.82	289	18844	0.08827	0.2489
18	39	126.5	3.00	324	12676	0.04892	0.2068
19	10	32.4	3.06	361	3610	0.01969	0.0609
20	5	21.9	3.13	400	2000	0.01041	0.0441
21	0	0.0	3.19	441	0.00	0.00000	0.0000
22	5	22.2	3.25	484	2420	0.01320	0.0429
計		1829.2					3.0218

註 1 $G = 0.000545415$

註 2 $A = GfD^2$ に取引可能の平均樹高を乗じたもの

1. Grosenbaugh, L. R. Better diagnosis and prescription in southern forest management. Southern Forest Exp. Sta. Occasional Paper 145. 27 pp. 1955.

2 Baker, Robert D., and Ellis V. Hunt, Jr. Continuous forest inventory with punched card machines for a small property. Dept. of Forestry, Stephen F. Austin State College Bul. No. 5. Nacogdoches, Texas. 47 pp. 1960. Illus.

3 Grosenbaugh, L. R. Plotless timber estimates - new, fast, easy. Jour. Forestry 50:32-37. 1952.

Ellis V. Hunt,

(Journal of Forestry Vol. 59 No. 7 1961)