

經營	5 5
測定	1 4

材 積 — 斷 面 積 直 線

F. C. Hummel, M. A., D. Phil

昭和 3 2 年 1 2 月

林 業 試 驗 場 經 營 部

概 要

1948年英国に植林されている主要針葉樹種について胸高周囲、樹高による一般材積表を調製することが決められた。各種の調製方法をテストしたが結局欧州アカマツ

(*Pinus sylvestris* L.) の材積表は次式で調製された。

$$\frac{Y}{H} = a + b X \quad (5) \quad ※$$

ただし

Y = 材積

H = 樹高

X = 断面積 (胸高における断面積)

しかし、本式は欧州カラマツ (*Larix decidua* Mill, syn *L. europea* D. C.) に適用した場合には不十分なものであることが分つた。そこで一般材積表調製の手段として、材積—断面積直線が使えるかどうかを調べることにした。この方法は一定樹高をもつ木については断面積に対する材積の回帰は直線をなすということに基づいている。この直線性が次の7樹種について調べられ確認された。

欧州マツ	Scots pine (<i>Pinus sylvestris</i> L.)
欧州カラマツ	European larch (<i>Larix decidua</i> Mill)
欧州トウヒ	Norway spruce (<i>Picea abies</i> (L.) karst)
コルシカマツ	Corsican pine (<i>Pinus nigra</i> var <i>calabrica</i> (Loud) Schneid)
シトカトウヒ	Sitka spruce (<i>Picea sitchensis</i> (Bong) Carr)
ベイマツ	Douglas fir (<i>Pseudotsuga taxifolia</i> (Poir) Rehder)
カラマツ	Japanese larch (<i>Larix leptoslepis</i> (Sieb and Zucc) Murr)

各樹高級毎の断面積対材積の直線回帰は次の式で表わせる。

$$Y = a + b X \quad (6)$$

上記の方程式の回帰常数 *a* および回帰係数 *b* は樹高と一諸に変わることも解つた。

※ 式の番号は本文に使つた式の番号である。

この関係は多項式で表わすことが出来る。

$$a = a_1 + a_2 H + a_3 H^2 + a_4 H^3 + \dots \quad (7)$$

$$b = b_1 + b_2 H + b_3 H^2 + b_4 H^3 + \dots \quad (8)$$

(7)と(8)を(6)に代入すれば一般的材積方程式が得られる。

$$Y = a_1 + a_2 H + a_3 H^2 + a_4 H^3 + \dots \\ + b_1 X + b_2 XH + b_3 XH^2 + b_4 XH^3 + \dots \quad (9)$$

式(7)又は(8)、或は両式が直線であれば、この材積方程式は簡単になり、さらに a_1 又は b_1 或は両常数が0であれば一層簡単になる。

材積表は直接に(9)式から計算出来る。これは最も客観的で数学的に正しい方法であるが、材積式が多くの項を含む様になると計算は面倒になつてくる。

断面積 材積曲線を使う別の方法は次の様な4段階で材積表を調製することである。

1. 樹高級毎にXに関するYの直線回帰を決める
2. Xに関するYの1の回帰で求められたbの値を使ってHに関するbの回帰を決める。
3. 同様にして Hに関するaの回帰を決める。
4. (2)(3)段で求められたbとaの修正値は直接計算するが、再プロットした回帰直線から相当する材積を読みとることにより、材積表を調製するのに使える。

(2)(3)段の中間に一寸した改良を加えると役立つことが立証された。即ちそれは、(2)段で得られたbの修正値を方程式 $Y = a + bX$ に入れて、方程式のaの値を再計算することである。

この再計算されたaの値はHに関するaの回帰を決める時に使われる。この改良には、aの再計算された値を使えば、Hに関するaの回帰は元のaの値を使つた時より一層はつきりした一定の傾向に従うという長所がある。

6樹種に対する一般的材積表はこの方法で調製された。2つの樹種については全段階が計算で行なわれたが、残りの4樹種については一つ以上の段階がグラフで処理された。

調べられた6樹種について、Hに関するbの回帰は直線をなしているか、或は直線でもなくても直線性であると仮定しても、その結果として得られる材積表の精度をそれ程損なわないことが分つた。

Hに関するaの回帰はかなり変動している。

欧州トウヒ、米マツ、カラマツでは凹状曲線であり、欧州カラマツ、シトカトウヒでは曲線の下部はやはり凹状であるが曲線が変化して、上部では凸状となつていく。

コルシカマツではaの値はいづれも0に近かつた。Hに関するbの直線回帰で求められたbの値を方程式 $Y = a + bX$ に代入して再計算したaの値は、欧州カラマツの場合には変曲点が移動した。コルシカマツについて同じ様に再計算されたaは、欧州カラマツのH対aの原曲線、即ち変曲点を持つ曲線に似た、Hに関するaの回帰線を与えた。したがって、一般法則として、Hに関するaの回帰線は、低い樹高級では凹形となり、樹種によつては樹高範囲の上部界附近に変曲点が存在する。

そこで、調べられた樹種についての研究では、一般的材積方程式(9)が普通取る形は、

$$Y = a_1 + a_2 H + a_3 H^2 + b_1 X + b_2 XH \quad (9b)$$

となることが示されているが、 $a_4 H^3$ 、 $a_5 H^4$ の項が付け加えられる時もある。

前に説明した方法で材積表を調製した方が良いか、最小5項、最大7項からなる方程式(9b)から直接材積表を作つた方が一層良いかどうかという問題が起つてくる。

データがかなり巾の広い範囲にまとめられると、精度は落ちてくるがこのようにしないと直接計算は符号化が必要である為、実行不可能となるであらう。しかしたとえこのようにしたとしても時間が節約されるかどうかいまいちにはいえない。

この方法の長所は完全に客観的であるということであり、その主な欠点は色々なグラフで与えられるデータについての洞察力が失なわれることである。樹高級毎に、回帰線 $Y = a + bX$ が計算されたならば、全然グラフによる解法を使わないでどれだけの利益がえられるかどうかについてもいえない。しかし欧州カラマツ、欧州アカマツ、ベイマツ、カラマツの様にHに関するa、bの回帰線の傾向がはつきりしている場合には、この回帰の計算やbの修正された値でaの値を再計算したとしても余りよい結果の得られないことはつきりするであらう。しかし、この傾向に疑いがあればHに関するbの回帰は直線であると仮定して、これに従つてaの値を再計算するのが最もよい。

I層は、林分内、特に単一樹種の針葉樹同令林内の、材積—断面積直線を取扱っている。

ある場合には、この関係は普通直線かそれに近いものであることが解つた。I層で述べた不均質データについての材積—断面積直線と一つの林分についてのデータから得られる線との重な相違点は不均質データでは、断面積に対する材積の回帰線は一定の樹高では直線であるが、一方林木全てが、同一林分からとられたものであれば、樹高に無関係に直線となることである。

この調査の目的は、樹種、地位、林令、間伐方法の異なる林分内で、どの様にして、材積—断面積直線を求めるかということである。

この変化を調べるための資料は、林野庁、Forest Commission の固定標準地の記録から得られたものである。これらの標準地は、正常に間伐が行なわれており、3~6年間隔で測定が繰返されている。繰返し測定の度に、約8本の標本木 sample tree の材積が決定された。これらの標本木は標準地の周囲級の範囲全体に亘っている。ただし（選択方法は主観的である※）なぜならば幹形の点で、測定時に樹高および細りがその林分の代表である木を選ぶことであったから。

次の測定時に同じ標本木を選ぶ様にはしていない。材積対断面積の回帰はこの標本木から推定される。この推定は数年前まではグラフを使つて行なわれていたが、極く最近では、回帰線は次の方程式で計算されている。

$$Y = a + bX$$

ただし

Y: 材 積

X: 断 面 積

a, b: 常 数

回帰常数 a、回帰係数 b、或はその両者を推定する時の誤差は次の原因から起つたものである。

- i) 実測の際の誤差、これは余り小さいので重要でないことが知られている。
- ii) 計算せずに目測で回帰線をひくための誤差、回帰線が目測で引かれた場合も計算で回帰線を求めた場合についても8つの材積-断面積直線について誤差の原因が調べられた。1、2の例外はあるが目測で引いた線と計算による線との差は僅かであった。
- iii) 全林木から決定される代りに標本木から回帰が推定されるということのために生ずる誤差、この誤差の原因が最も大切であることが解つた。

正常な抽出誤差に加えて標本木を主観的に選択するため偏を生ずる可能性もあるがこの点を調べるために全林木の毎木調査を行つた4標準地では、この種の偏は全然なかつた。

約8本の標本木について、3つの原因全てによる、a、bの誤差の総計はたかだか、標準地の材積推定値の5~10%であり、大規模では材積推定の際の誤差は、この2倍になることが解つた。

※ その後、もつと客観的な標本木選択方法が導入された。

材積-断面積直線: $Y = a + bX$ を調べる場合まず、回帰係数 b が考えられた。この研究で取扱つた7樹種の木々について上層高に対し標準地の b の値をプロットした。各プロットの b の値を直線で結び違つた線の型と記号を使つて間伐方法を区別した。このグラフを調べた結果、次の様なことが観察された。

- i) b は間伐方法によつては影響されない。周囲は弱度の間伐の行なわれた標準地より、或る期間に強度の間伐の行なわれた標準地の方が大きくなることが知られているから、b は恐らく周囲とあまり密接な関係はないのではないかとこれを示している。
- ii) 樹高に対する b の回帰は 80 呎の上層高までは直線のように思われるが、これ以上では点の散ばりが大きいため、はつきりした傾向は表わせない。
- iii) 特定の樹高におけるある樹種の、平均からの b の個々の値の散ばりは、地位による b の変動というよりは、主に b を決める時の誤差によるものである。それにもかかわらず一連の再測の際、常に大又は小なる b の値をもつ標準地が、2、3あつた。この様な特定の林分では他の林分とは根本的に b の値が違つていないことを、これは示している。樹種によつては、点の散ばりが大きいものがある。シトカトウヒ、コルクカマツでは小さく、ベイマツでは大きい。
- iv) どの様な樹高においても、b の平均値は調べられた全樹種について類似している。グラフに表われている様な樹種間の差が正しいものであるか、或は同一樹種内の地位間の無作為変動によるのか、同一地位内単木間の変動によるのか、断言出来ない。上層高と a の変化を調べる代りに、 z' の変化を調べるのが便利であることが解つた。 z' は $Y=0$ となる。材積-断面積直線上の点である。a と z' との関係は次式であたえられる。

$$z' = \frac{-a}{b}$$

a の代りに z' を使う理由は、データを一寸調べてみたところ、a は普通、樹高と共に減少するが、 z' は一定だからである。したがつて、b について行なつたのと同じ方法で、 z' を上層高に対してプロットする。上層高に対する z' のグラフの研究から、約70呎の樹高までは、データに含まれている全ての樹種、地位、間伐方法について、 z' の平均値は一定で、略0.03平方呎であり、 z' がこの0.03平方呎という平均値から離れぬ林分は非常に少いことが分つた。上層高70呎以上では z' はかなり変動する様になり、大部分の標準地は多少一定であるけれども、 z' が、0.03平方呎と誤差に起因する量以

上に違っている標準地—これは主にベイマツとシトカトウヒの標準地—がある。

樹高に対する b と Z' の関係についてのこの発見は附録に示してある所謂一般적タリフ材積表 *ganeral tariff table* の調製に使われた。これは立木材積推定の新しい簡単な方法をあたえる様に設計されている。

これらの一般적タリフ表は一連の材積—断面積直線の表にされた値を示している。一般に点: $Z = 0.03$ 平方呎と b の値は、次の線との材積間隔が一平方呎の断面積 (即ち胸高1/4周囲、12吋) の処で、1 *hoppus feet* になる様に選ばれている。したがって、18表は B. H. Q. G. 12吋の点で 18 *hoppus feet* の材積、19表は 19 *hoppus feet* の材積を示している。特定の林分に適用される表は標本木の材積から決定される。

立木材積を推定する手段としての一般적タリフ表の主な利点と限界は次の通りである。

利 点

- i) 全材積の推定だけでなく胸高周囲級別の分布も推定される。
- ii) 客観的で標本木を林分又は標準地の全周囲級範囲にわたって分布させる様な一例例えば n 列目毎の全ての木—抽出方法を選ぶのが良いけれど、特定の周囲級から標本木を選ぶ必要はない。もしそうであれば Z の 0.03 平方呎からの隔は、全材積推定に大きな誤差を生ずる原因とはならない。これは周囲級の一端での材積の過小推定は一徹密に釣合う必要はないが一別の端での過大推定で相殺されるからである。
- iii) 林分又は標本木の平均断面積を計算する必要がない。
- iiii) 適切なサンプリング方法を使えば簡単に、材積推定値の精度は推定できる。
- v) この方法は同令喬木林に照査法 (*Methode du Controle*) を適用する際遭遇する困難性を除く助けとなる。

限 界

- i) この方法は、或る種の「中央木法」*mean sample tree' method* 程、理解しやすくはない。このことは材積が現地で未熟練者によつて決められる様な時には重要な事柄である。
- ii) この研究に含まれている以外の条件で一般적タリフ表が使えるかどうかということとは未だ解っていない。しかし林分の上層高 *top height* が 80 呎以下であれば、英国の全針葉樹に適用してもさしつかえない様に思われる。これらの表は平均胸高1/4周囲が約 6 呎に至る幼令広葉樹林にも使えるだろうが、調査された 2、3 の林分で Z' が 0.03 平方呎からひどく隔っている老令広葉樹林には使えそうもない。

ことが予備テストで分つた。

老令広葉樹林については別個の一般적タリフを作ることが出来るだろう。これはさらに研究を要する問題である。

才 1 篇 異質の林木母集団に対する材積—断面積直線

The Volume — Basal Area Linl for Heterogeneous Tree Populations

才 1 章 一般적材積調表製の諸方法の今味

Trials of Various Methods of Preparing General Volume Tables

Great Britain に植栽されている主要針葉樹の一般材積表を調製しようとした時、採用されるべき最適方法としてはどんなものがあるかという問題が起つた。

方法を選ぶ場合の才 1 の条件としては、表は胸高周囲と樹高だけで現わさなければならぬということである。このことのため形状や細り *taper* が考慮される場合に使われる方法は採用できなかった。

3 因子の代りに 2 因子を使う主な理由は出来るだけ表を簡潔にしたいからである。材積表は主として林業経営のため、蓄積を推定するのに役立てるためのものである。この様な推定値を求めねばならぬ林業技術者や土地所有者の大多数は、精しい方法を使う時間もなければ測樹学的理論の訓練も受けていないので、高い精度は大切なものではなく、又実際に求めることも出来ない。

利用し得るデータの性質によつて、方法の撰択はさらに制約を受ける。このデータは次の 3 つの主な源から得られたものである。

1. 山林委員会報 *Forestry Commission Bulletin No. 3* (1920) に発表された収穫表を調製するため、主として 1917~1919 年に設けられた。(漸定標準地 *temporary sample plot*)
2. 才 1 次、才 2 次大戦を通じて、伐採の際とられた測定値、これらの測定は木材供給部門、山林委員会および大学の調査班により実行されたものであつて、これらの方々はこのよくこのデータの使用を許してくれた。
3. 山林委員会の固定標準地の記録

単木について利用された項目は次の通りである。

- i) 胸高 $\frac{1}{4}$ 周囲 (B. H. Q. G) は斜面上で立木の上部、地上4呎3吋の点で測られた
- ii) 樹高は呎単位、時には $\frac{1}{2}$ 呎単位で測られた。
- iii) 皮付 Hoppus 呎単位の材積は、中央 $\frac{1}{4}$ 周囲と地際から、樹幹の皮付直径が3吋の点までの幹長とから計算された。したがって全長が一区分として取扱われたが、根株については考慮されなかつた。

枝条材は大きさの如何を問わず、無視された。

上記の測定規約は、特にことわらない限り本論文の第一章に引用してある全ての数値に適用される。

上記の測定値の外に固定標準地で標準木として使われた木について、10呎間隔で樹幹上の周囲が測定された。しかしこれらの固定標準地の大部分は幼令林であつたため、大樹木についての、細りの記録は少なかつた。

細りについては余り分らなかつたため von Wülfing 法 (1949) 或は、細りについての詳しい資料を必要とする、別の方法で一般材積表を調製出来なかつた。

Chapman Demeritt (1936) の述べている図解法は余りに主観的であり、又 Bruce, Schumacher (1950) の主張する別の欠点のため採用しなかつた。

そこで後者の推奨する方法を調べてみることにした。これは次の方程式に基づくものである。

$$Y = G^a H^b C \quad (1)$$

Y = 材 積

G = 胸高周囲

H = 樹 高

a, b, c, 常 数

この方程式から材積表を計算するには対数式に変換する必要がある。

$$\log Y = K + a (\log G) + b (\log H)$$

$$K = \log c$$

703本の欧州赤松 (*Pinus sylvestris* L.) を使つてこの方法で調製された。この資料はスコットランドにある欧州赤松固定標準地で標準木として過去30年間に測定されたものである。

地位 (quality class) I~IV にわたる28標準地がこの資料に示されている。胸高周囲は $\frac{1}{2}$ 吋単位で真囲を測り、樹高は地際から (根株は考えていない) 梢頭まで $\frac{1}{2}$ 呎

単位で測られた。データは4吋真周囲級 (即ち1吋 $\frac{1}{4}$ 周囲級) 10呎樹高級毎に括められた。この様なグループ毎の平均周囲、平均樹高が実際に計算された。それというのはこれらの平均値はその級の理論的平均値と違つており、特に本数の少ない場合はそうなるからである。例えば16吋周囲、50呎樹高のグループは、実際には平均周囲16.5吋平均樹高47呎であつた。各グループの平均材積と一緒に、この平均値は1表の最初の3列に示してある。

この資料を使つて方程式 (1a) から、材積表が計算された。

標準誤差をつけた回帰式は次の通りである。

$$(\log Y - 0.5158 \pm 0.0013) = (2.232 \pm 0.019) \times (\log G - 1.312) + (0.971 \pm 0.022) \times (\log H - 1.616) \quad (1.6)$$

1 表

欧州赤松 (スコットランド) j

実際のデータと方程式 (1.6) で計算された値との比較

胸高真周囲	樹 高	算出材積	実材積	本 数	本数 × 差	
吋	呎	hoppus feet	hoppus feet		+	-
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
11.5	23.5	.52	.45	36	2.52	
12	28.5	.69	.60	39	3.51	
12.5	37	.98	.88	18	1.80	
15	24.5	.98	1.07	7		.63
16	28.5	1.32	1.37	72		3.60
16	39	1.79	1.87	60		4.80
16.5	47	2.29	2.34	13		.65
19	30.5	2.06	2.22	28		4.48
19.5	42.5	3.02	3.14	69		8.28
20.5	48	3.80	3.99	44		8.36
20	56.5	4.21	4.88	2		1.34
23	42.5	4.36	4.46	39		3.90
24	49.5	5.56	5.64	71		5.68
24	57.5	6.43	6.71	11		3.08
27	42.5	6.24	6.07	7	1.19	
27.5	49.5	7.53	7.53	60	-	-
28	57.5	9.07	8.97	25	2.50	
26.5	66	9.16	9.64	2		9.6
31.5	52	10.70	9.80	25	22.50	
				0		

胸高真周囲	樹 高	算出材積	実材積	本 数	本 数 × 差	
吋	呎	hoppus feet	hoppus feet		+	-
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
3 2.	5 8	123.1	115.4	3 0	23.10	
3 1.5	6 6.5	135.8	135.8	3	-	-
3 4.5	5 2	13.10	11.65	3	4.35	
3 5	5 9.5	154.3	145.0	2 3	21.39	
3 5.5	6 8	181.1	154.2	4	10.76	
3 9	5 9.5	19.63	16.86	7	19.39	
4 0	6 7	23.32	19.62	3	11.10	
4 4	6 3	27.17	23.31	2	7.72	

変形して、標準誤差を落せば

$$Y = \frac{G^{2.28} H^{0.971}}{3.981}$$

小又は大の周囲級では過大の推定値、中庸の周囲級では過小の推定を、算出材積が与えることを1表の、4~7列は示している。

データ全体をみれば、算出材積の総計は実材積の総計より2.5%大である。1356本の欧州カラマツ (*Larix decidua* Mill.) について同じ方法が試みられた。この資料はGreat Britain 全体にわたる固定標準地で記録された全標本木を示している。この測定値は2表の最初の3らんに取組めてある。

方程式 (1a) から計算された回帰式は

$$(\log Y - 0.6441 \pm 0.0008) = (2.059 \pm 0.013) \times (\log G - 1.325) + (1.131 \pm 0.016) \times (\log H - 1.697) \quad 1.d)$$

変形して標準誤差をおとせば

$$Y = \frac{G^{2.059} H^{1.131}}{4.004} \quad 1.e)$$

2表の4~7らんに、欧州カラマツでは、算出材積と実材積の差が欧州ブカマツと同じであることを示している。即ち最小、最大の周囲では過大推定、中庸の周囲級では過小推定となり、データ全体を考えればかなり、正の偏奇がある。

表 2

欧州カラマツ： 実際のデータと方程式 1.e で計算された値との比較

胸高真周囲	樹 高	算出材積	実材積	本 数	本 数 × 差	
吋	呎	hoppus feet	hoppus feet		+	-
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1 1	2 2.5	. 4 7	. 4 4	9	. 2 7	
1 1.5	3 0.5	. 7 2	. 6 0	7 2	8.6 4	
1 2.5	3 8.5	1.1 2	1.0 5	5 8	4.0 6	
1 3	4 8.5	1.5 7	1.5 3	4	. 1 6	
1 4.5	2 4	. 8 9	. 9 3	2		. 0 8
1 5	3 1	1.2 7	1.3 2	3 7	1.8 5	
1 6	3 9.5	1.9 1	1.9 3	1 5 1	3.0 2	
1 6.5	4 9	2.6 0	2.5 9	7 0	. 7 0	
1 7	5 6.5	3.2 4	3.3 5	7	. 7 7	
1 8	3 1	1.8 5	2.1 4	4	1.1 6	
1 9.5	4 1	2.9 9	3.0 6	9 7	6.7 9	
1 9.5	4 9.5	3.7 1	3.9 6	1 5 1	3 7.7 5	
2 0	5 7.5	4.6 2	4.9 7	5 0	1 7.5 0	
2 0	6 6	5.4 1	5.6 8	1	. 2 7	
2 3	4 2.5	4.3 9	4.3 8	2 7	. 2 7	
2 3.5	5 0	5.5 1	5.6 9	1 2 5	2 2.5 0	
2 4	5 8.5	6.8 7	7.0 0	1 0 0	1 3.0 0	
2 4.5	6 7.5	8.4 1	8.5 0	1 0	. 9 0	
2 7.5	5 2	7.9 6	7.7 7	4 1	7.7 9	
2 7.5	5 9.5	9.2 7	9.4 1	9 9	1 3.8 6	
2 7.5	6 8.5	1 0.8 6	1 1.0 9	2 1	4.8 3	
2 9	7 7.5	1 3.9 3	1 3.5 4	7	2.7 3	
3 1	5 4.5	1 0.7 4	1 0.6 6	2	. 1 6	
3 1.5	6 1	1 2.5 9	1 2.1 1	5 2	2 4.9 6	
3 1.5	6 7.5	1 4.1 3	1 3.7 4	2 4	9.3 6	

胸高真周囲	樹 高	算出材積	実材積	本 数	本 数 × 差	
吋	呎	hoppus feet	hoppus feet		+	-
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
3 2	7 8.5	1 7.3 0	1 6.2 9	2 9	2 9.2 9	
3 0.5	8 7	1 7.6 2	1 6.7 3	1	. 8 9	
3 5	6 2	1 5.9 2	1 5.5 5	7	2.5 9	
3 5.5	6 8	1 8.2 4	1 6.7 8	1 2	1 7.5 2	
3 5.5	8 0.5	2 2.0 3	2 0.7 1	2 8	3 6.9 6	
3 5	8 5	2 2.7 5	2 0.2 2	3	7.5 9	
3 8	6 4.5	1 9.7 7	1 8.7 2	1	1.0 5	
3 8.5	7 2	2 3.0 1	2 0.4 8	2	5.0 6	
3 9.5	8 1.5	2 7.8 6	2 5.4 0	2 4	5 9.0 4	
4 0.5	8 6	3 1.1 9	3 0.2 6	4	3.7 2	
4 3.5	8 2	3 4.2 8	3 1.6 8	1 0	2 6.0 0	
4 4	8 7	3 7.5 0	3 2.7 5	8	3 8.0 0	
4 7.5	8 2	4 1.0 2	3 3.8 7	1	7.1 5	
4 7.5	8 6.5	4 3.5 5	3 8.0 9	3	1 6.3 8	
5 1.5	8 8	5 2.4 8	4 7.1 8	2	1 0.6 0	

この様に思わしくない結果となつたのは主として次の2つ理由によるものと思われる。
 オ1に二つの独立変数 ($\log G$) ($\log H$) に対する ($\log Y$) の回帰は直線であると仮定しているが、調査を行つた両樹種では明らかに直線性とは違つていた。方程式に二次の項を加えれば、データの傾向により忠実な材積表を作製出来るけれども、これを付け加えることにより一直線性を仮定したときも相当なものであつたが、一層計算が繁雑となる。

オ2に Sampford の言を引用すれば (手紙によるもの) 真数をとる際、対数でのある大きさの誤差は、真数の大きさに略比例して増すということと一語になつて、直線からの正の偏差は大部分大きな材積に対応し、負の偏差は小さな材積に対応しているという事から全体にわたる正の偏差は起つたものである。

したがつて、直線からの偏差を対数目盛で0に加算することによつて、真の材積尺度に換算する際、正の偏差は負の偏差以上に比例的に増大する。

材積は3次元であるから、方程式 $G = G^a H^b c$ の常数の和 ($a+b$) は3に等しいといえる。一方欧州アカマツの方程式 (1.b) によれば ($a+b$) = 3.203 であり欧州カラマツでは ($a+b$) = 3.190 である。 $b = 3 - a$ を求めることにより、条件 ($a+b$) = 3 を満足する方程式を作ることは可能であるが Supper (講演による) はこの条件が満されていても、方程式 $Y = G^a H^b c$ から計算された材積表は、かならずしも満足のゆくものでないことを、別の樹種について発見した。

一般的材積表を調製するための簡潔な方法を求めたいと考えたから、偏奇を除き、データに対する方程式の適合を一層良くするために必要な、骨の折れる計算法はやつてみなかつた。Oxford 大学科学研究所の設計、分析部門の講師 Hammersley は手紙で、次の方程式を検討していることを示した。

$$\frac{Y}{G^3} = a + b \left(\frac{H}{G} \right) + c \left(\frac{H}{G} \right)^2 + \dots \quad (2)$$

$$\frac{Y}{H^3} = a + b \left(\frac{G}{H} \right) + c \left(\frac{G}{H} \right)^2 + \dots \quad (3)$$

かなり計算量が多いため、回帰の計算の場合と同様に、 $\frac{Y}{H^3}$ 、 $\frac{G}{H}$ の様な項に原データを交換し、二つの項をもつた方程式の形だけを計算した。余分の項を付け加えると、この公式は実用価値が減るであらうと考えられた。実際に検討してみた方程式は

$$\frac{Y}{G^3} = a + b \left(\frac{H}{G} \right) \quad 2. a)$$

$$\frac{Y}{H^3} = a + c \left(\frac{G}{H} \right) \quad 3. a)$$

その時著者の頭に浮び、記号を含んでいないので、取扱いが簡単であるという長所をもつ、別の2つの公式も検討してみた。

$$\frac{Y}{X} = a + b H$$

$$\frac{Y}{H} = a + b X$$

Xは断面積 (hsppus 単位の測定では $X = G^2$)

この方程式が一般的材積表調製に役立つことを検討するために 5.677 本の欧州アカマツを使つた。この資料は別の場所でもとられた、4974本の外に、1表に示してある

703本を含んでいる。別の場所でもとれたデータは、漸定植草地でもとれたデータ、Great Britain 全般にわたる戦時中の伐採木、England, Wales の固定植草地の記録からなっている。周囲、樹高極毎の本数は既に発表された欧州アカマツ材積表 (Hummel, Irvine, Jeffers 1950(1)) に示してある。

4の公式について計算した回帰式は次の通りであつた。

$$\begin{aligned}
 2.a) \quad \frac{Y}{G^3} &= a + b \left(\frac{H}{G} \right) \\
 Y &= a G^3 + b G^2 H \\
 Y &= \frac{G^2 (176.86H + 13.68212G)}{10^6} \\
 3.a) \quad \frac{Y}{H^3} &= a + c \left(\frac{G}{H} \right)^2 \\
 Y &= a H^3 + c G^2 H \\
 Y &= \frac{H(0.08320H^2 + 185.145G^2)}{10^6} \\
 4) \quad \frac{Y}{X} &= a + b H \\
 Y &= a X + b X H \\
 Y &= \frac{X(4.17464H + 4.85044)}{10} \\
 5) \quad \frac{Y}{H} &= a + b X \\
 Y &= a H + b H X \\
 Y &= \frac{H(425.68393X - 0.10535)}{10^3}
 \end{aligned}$$

形数Fと結び付けた次の仮定がこの公式の中には暗に含まれている。 $Y = F \times H$ 、従つて

$$\begin{aligned}
 2.a) \quad F &= a \left(\frac{G}{H} \right) + b \\
 3.a) \quad F &= a \left(\frac{H}{G} \right)^2 + c \\
 4) \quad F &= \frac{a}{H} + b \\
 5) \quad F &= \frac{a}{X} + b
 \end{aligned}$$

形数が $\left(\frac{G}{H}\right)$ 又は $\left(\frac{H}{G}\right)^2$ の比によつて変る。二つの式の方が、形数が樹高又は直径だけで変る二つの式より良いと考えられるが、周囲、樹高極で簡化して、5670本から100本のランダムサンプルを抽出して、標本木の実材積と4つの公式の夫々について計算した材積とを比較した検定では、このことは確認されなかつた。

この結果は3表に示してある。この表の才1らんは公式を示し、才2らんは実材積の百分率で表わした平均偏差(算出材積-実材積)才3らんは個々の材積と算出材積の差の標準偏差である。2らん3らんの数値は算出材積と実材積の差を実材積の百分率で表わし、この個々の百分率を使つて求められたものである。

3 表

公式2~5で計算された欧州アカマツの材積表の偏りと精度

公 式	差 %	標準偏差 %
(1)	(2)	(3)
(2a) $\frac{Y}{G^3} = a + b \left(\frac{H}{G} \right)$	-4.30	20.18
(3a) $\frac{Y}{H^3} = a + c \left(\frac{G}{H} \right)^2$	-3.91	19.87
(4) $\frac{Y}{X} = a + b H$	-4.25	20.61
(5) $\frac{Y}{H} = a + b X$	-3.21	19.56

3表はどの公式についても、単木材積と実材積の差の標準偏差はこの算出材積の略19~20%であることを示している。3表はまた算出材積は実材積より平均して3~4%低いことを示しており、この差は5%確率水準で略有意であつた。標本を構成する100本の木の測定値を調べてみたところ、負の偏りの略半分は、その樹高、胸高周囲に比して、異常に小さな材積を持っていた。50と60呎樹高極の2本の木によるものであつた。

上記公式のいずれで調製された材積表の精度、偏りも同じであることが予期され、公式を撰択する際、記号が少く $\left(\frac{Y}{H^3}\right)$ の様な項を避けて)したがつて計算が少くてすむ。公式4)、5)の実用的長所に対して、形数が樹高と周囲の両者に対して変化する、公式2a)3a)の理論的長所に主点のおかれていることを示すため3表の数値は求められたものである。結局、検討の結果、4)式よりも幾分小さい偏りと標準偏差を与える5)式で材積

表を調製することが決められた。

この様にして、方程式 $\frac{Y}{H} = a + bX$ で計算された材積表が発表された (Hummel Irvine, Jeffers 1950 (1)), データとして使われた。1900本の木について調べてみたところ、次の様な結果が得られた。

算出材積	46929.19	hsppus feet	
実材積	46332.47	hsppus feet	
差	596.72	hsppus feet	
単木当り平均差	0.31	"	129%

この材積表は又山林委員会の65の欧州アカマツ固定標準地についても検討された。いづれの場合においても、材積表から標準地の平均樹高、平均周囲に相当する材積が求められ、それに標準地の本数が掛けられた。65標準地についてこの様にして算出された材積の累積合計は山林委員会の標準地測定要綱にしたがって直接測定で求められた材積より1.08%少なかつた。65標準地の内37コはエーカー当り1000

hsppus feet 以上の蓄積であつた。この37コの内30コについては、材積表から推定された材積は測定材積の10%以内であり、残りの7コは10~14%であつた。1000 hsppus feet 以下の蓄積の28標準地では推定値の精度は低かつた。15標準地については、推定材積は測定材積の10%以内であり、9コが10~20%、残りの4コが20~27%であつた。

欧州アカマツ材積表に使われた公式は、4903本で欧州カラマツの材積表を調製するのに使われたがその結果は欧州アカマツの場合より不満足なものであつた。算出材積と単木材積の標準偏差は24.6%で、これに対して欧州アカマツでは19.6%であつた。欧州アカマツとは逆に、低い樹高級に著しい偏りがあつた。

公式 $\frac{Y}{X} = a + bH$ から、同じ様な失策的結果が得られた。

欧州カラマツの場合、この2公式が役に立たないことが解つた後、著者は、一般材積表を調製する手段として、材積-断面積直線の使用の可能性を調べることにした。

才2章 材積-断面積直線から一般的材積表を調製するための理論的背景

Theoretical Background to the Preparation of General Volume Tables from the Volume-Basal Area Line.

本章で説明している材積調製の方法は、与えられた樹高に対して(直線をなしている)材積断面積の回帰線に基づいている。この直線性は次のデータについて検討された。

樹 種	本 数
欧州アカマツ	5,677
欧州カラマツ	4,903
欧州トウヒ	2,617
コルシカマツ	1,108
シトカトウヒ	946
ベイマツ	1,472
カラマツ	1,389

10呎樹高級、1吋胸高周囲級(1/4吋1/4周囲)にこれらのデータを含めた。10呎樹高級毎に、各1吋周囲級の平均材積をその平均断面積に対してプロットした。調べられた7樹種の夫々について、30呎、50呎、70呎の樹高級に対する点が、1~7図に示してあり、これにはこれらの点を通る計算された直線回帰も示している。40呎、60呎樹高級に対する点は図をはつきりさせるため省き、このデータの最高樹高である70呎~110呎の樹高級に対する点は目盛が難しいため省かれた。この目盛はこれら級に適用するには大き過ぎ、これよりの小さな目盛では、小樹高級に対しては不適当なものとなる。

この図に示してない他の樹高級についても、材積断面積回帰は各樹高級内では、直線であらうく近似出来ることが観察されるという事実を、1~7図は示している。各樹高級の周囲の上部限界に近い点で直線からの偏差が大きいのは、この様な点は普通僅く小数の点で表わされているという事で説明される。

夫々の点が多数の木の平均を表わしている周囲範囲の中央部では偏差は小さい。樹高級毎の、材積-断面積直線が直線であれば、

$$Y = a + bX \quad (6)$$

Y: 材 積

X: 断 面 積

a: 回 帰 常 数

b: 回 帰 係 数

どの樹種についても、方程式(6)の回帰常数a、回帰係数bは、樹高で変化していることも判明した。この関係は多項式で表わせる。

$$a = a_1 + a_2 H + a_3 H^2 + a_4 H^3 + \dots \quad (7)$$

$$b = b_1 + b_2 H + b_3 H^2 + b_4 H^3 + \dots \quad (8)$$

(6)に(7)、(8)を代入すれば、一般的材積方程式が得られる。

$$Y = a_1 + a_2 H + a_3 H^2 + a_4 H^3 + \dots + b_1 X + b_2 XH + b_3 XH^2 + b_4 XH^3 + \dots \quad (9)$$

方程式(7)、(8)又はこの両者が直線であれば、材積方程式は簡単になり、この場合材積方程式は次の様になる。

$$Y = a_1 + a_2 H + b_1 X + b_2 XH + b_3 XH^2 + \dots \quad (9a)$$

$$Y = a_1 + a_2 H + a_3 H^2 + a_4 H^3 + b_1 X + b_2 XH \quad (9b)$$

$$Y = a_1 + a_2 H + b_1 X + b_2 XH \quad (9c)$$

a_1 、 b_1 又はこの常数の両方が0であれば、さらに簡単になる。

$$Y = a_2 H + b_1 X + b_2 XH \quad (9d)$$

$$Y = a_1 + a_2 H + b_2 XH \quad (9e)$$

$$Y = a_2 H + b_2 XH \quad (9f)$$

方程式(9f)が、欧州アカマツ材積表を調製した式で、第1章で説明した式であることが分るであらう。(Hummel, Irvine, Jeffers 1950 (1))

方程式(9f)から出発して、精度が有意な増加を表すものは漸次項を増して、材積表を計算してもよい。これは最も客観的、数学的に正確な方法であるが、材積方程式が複雑になれば、計算は骨の折れるものになる。

材積—断面直線を使うもう一つの方法は次の4段階で、材積表を調製することである。

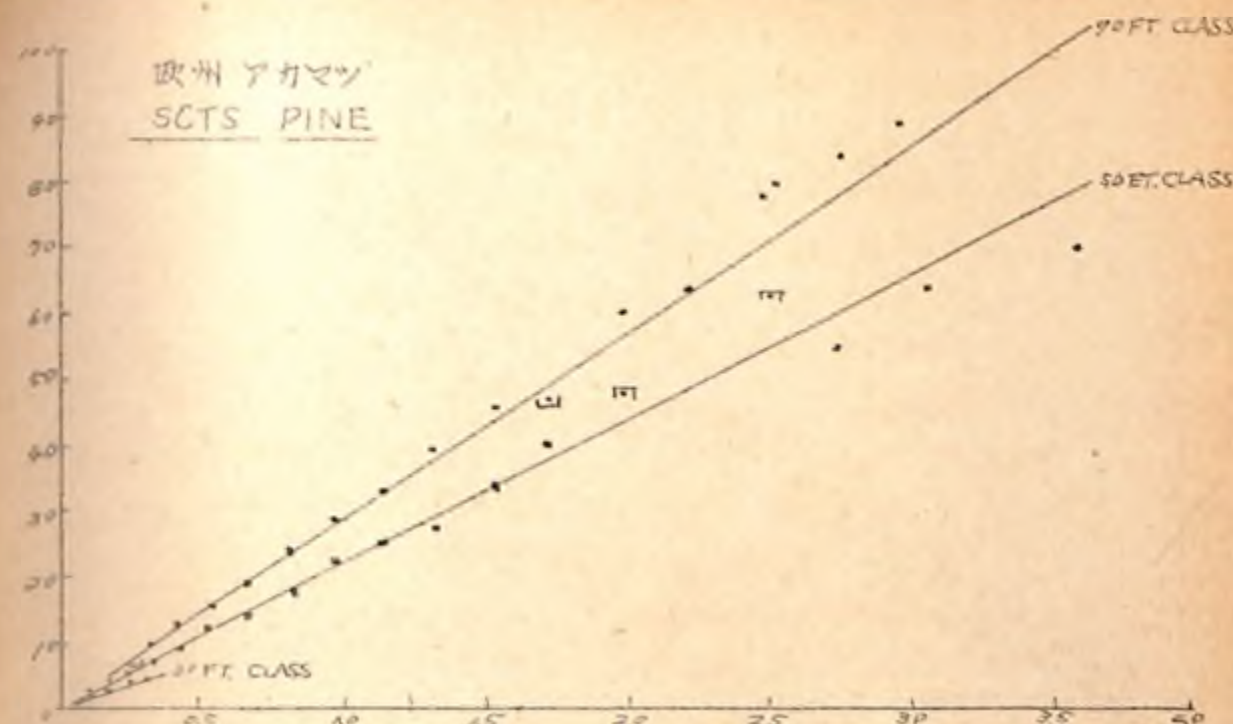
1. 各樹高極毎に(グラフ又は計算により) X対Yの直線回帰を決定する。
2. X対Yの回帰線から求められたbの値を使ってHに対するbの回帰を決める。
3. 同じ様にしてH対aの回帰を決める。

4. 直接計算するか、再プロットした回帰線から近似的な材積を読みとることにより、

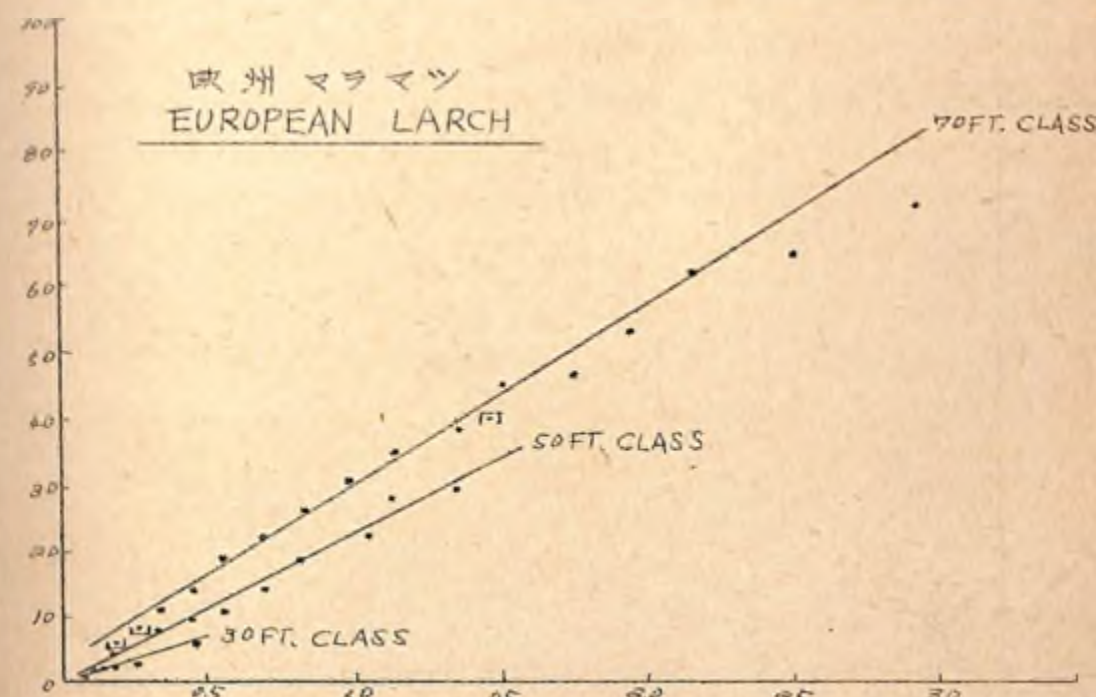
2)、3)段で求めたb、aの修正値を材積表の調製に使う。

2)、3)段の間の一歩した改良を加えると良い結果の得られることが立証された；それは、2)段で求めたbの修正値を方程式 $Y = a + bX$ に代入して、この方程式aの値を再計算することである。

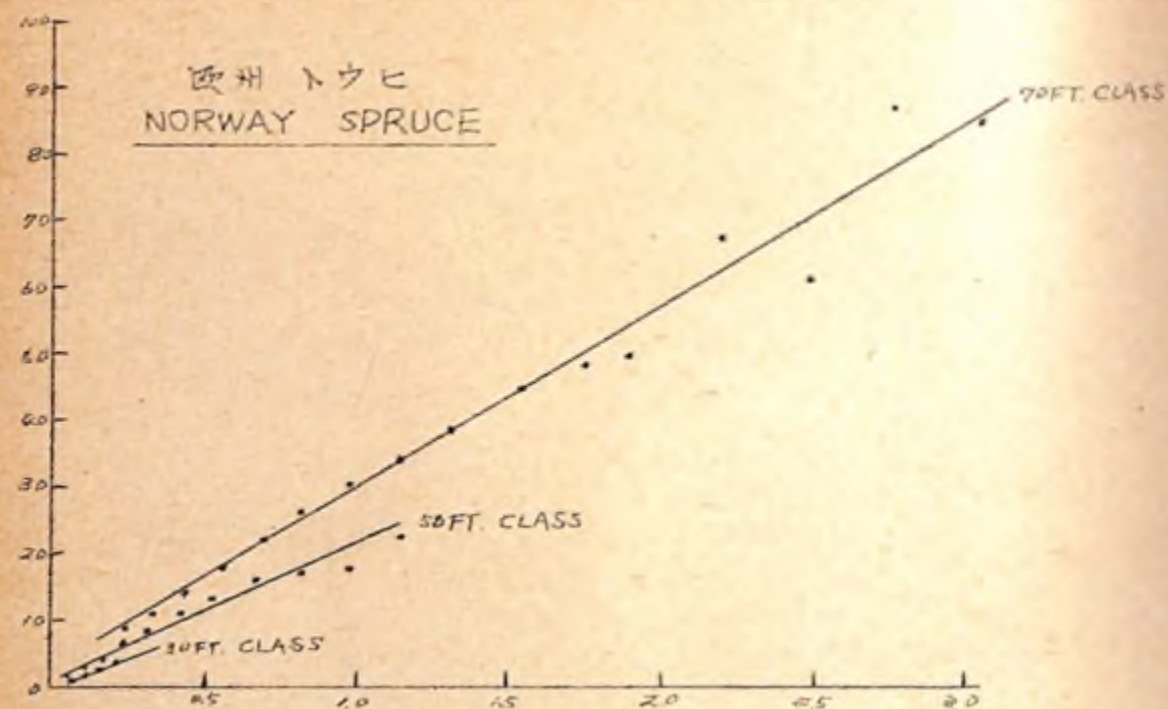
Hに対するaの回帰を決める時に、この再計算したaの値を使う。aの再計算値を使えば、aの原の値を使った時より、Hに関するaの回帰ははつきりした傾向を持つていると



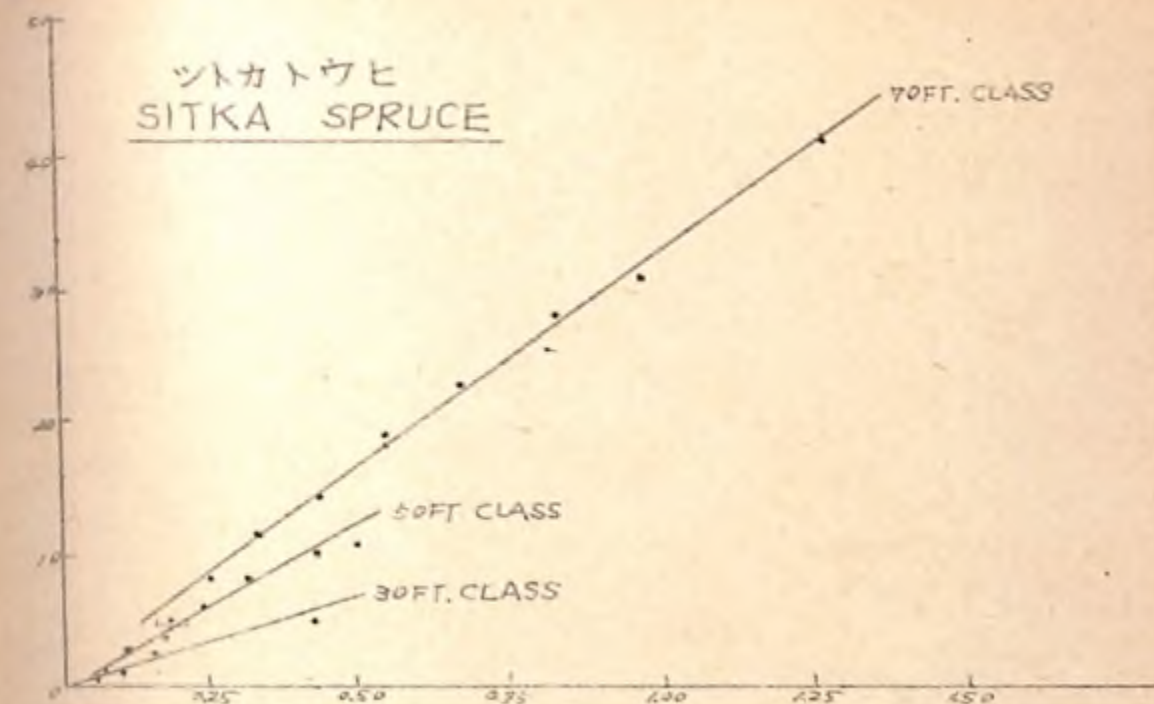
1 図 欧州アカマツ；30, 50, 70 呎樹高級の材積と断面積との関係



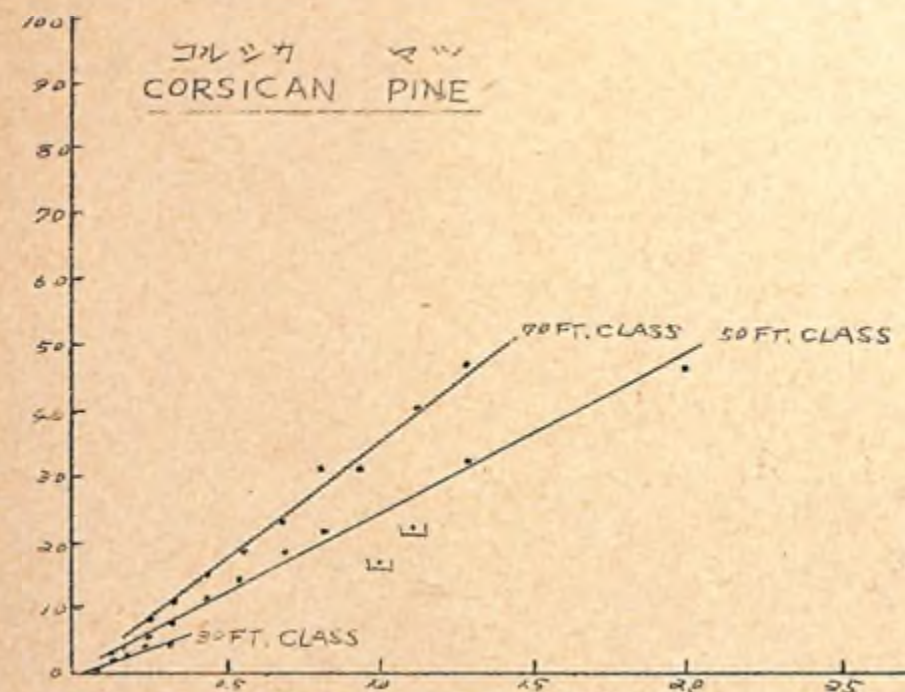
2 図 欧州カラマツ；30, 50, 70 呎樹高級の材積と断面積との関係



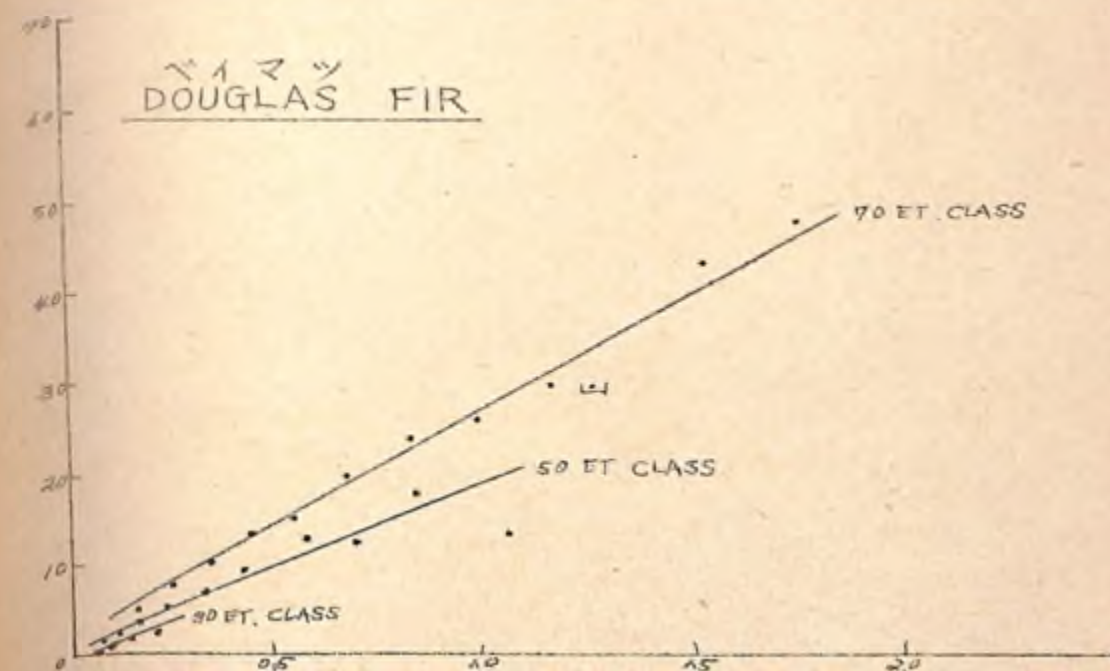
3図 欧州トウヒ; 30, 50, 70 呎樹高級の材積と断面積との関係



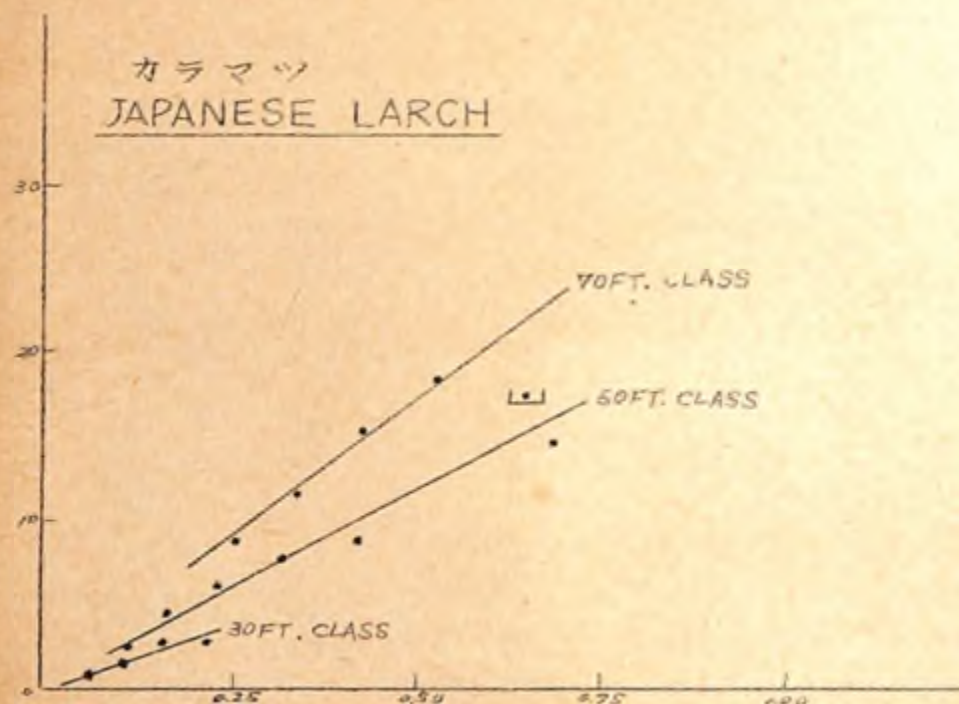
5図 シトカトウヒ; 30, 50, 70 呎樹高級の材積と断面積との関係



4図 コルシカマツ; 30, 50, 70 呎樹高級の材積と断面積との関係



6図 ベイマツ; 30, 50, 70 呎樹高級の材積と断面積との関係



7図 カラムツ；30, 50, 70呎樹高級の材積と断面積との関係

いうのが、この改良の長所である。

6樹種の一般的材積表がこの方法で調製された。2樹種については全段階の計算を行つたが、残りの4樹種については、一段階以上がグラフで処理された。

資料に適合させるため樹種によつて違つてはいるが、この方法の詳細は才3章に述べてある。この一般的材積表の内5つは山林委員会報に発表してある。(附録Iおよび Hummel, Irvine, Jeffers 1950 (2) (3) 1951 (1) (2) (3) 参照) 6番目の表(シトカトウヒ)は3章にのべてある理由で不満足なものであることが解つた。したがつて、これらは発表されなかつた。

才3章 材積—断面積直線法による一般的材積表調製例

Examples of the Preparation of General

Valum Tables from the Volum — Basal Area Line

一般的材積表は欧州カラムツ (*Larix decidua* Mill) 欧州トウヒ (*Picea abies* (L.) Karst), コルシカマツ (*Pinus nigra* var. *calabrica* (Loud) Schneid), シトカトウヒ (*Picea sitchensis* (Bong) Corr) ベイマツ (*Pseudotsuga taxifolia* (Poir) Rehder), カラムツ (*Larix leptolepis* (Sieb and Zucc) Murr) の順序で材積表を調製した。今後この順序で説明することにする。

欧州アカマツ (*Pinus sylvestris* L.) の一般的材積表 (Hummel, Irvine, Jeffers 1950 (1)) は、才1章で説明したのとは幾分違つてはいるが、関係のある方法で調製された。

どの樹種についても、1/4呎樹高/4周級、10呎樹高級別に材積は記列してある。

周級、樹高級別に、平均周級、平均樹高を實際に計算する。それは欧州アカマツについての才1表に示してある様に、その平均はクラス平均と幾分違つてはいる。

シトカトウヒの、周級、樹高級別本数一覧表を9表に示す。その他6樹種の本数一覧表は既刊の材積表に示してある。(Hummel, Irvine, Jeffers 1950 (1)(2)(3); 1951 (1)(2)(3))

最初に作られた欧州カラムツ材積表の調製法については幾分詳しく説明するが、他の樹種については主として、材積—断面積直線の研究と、欧州カラムツに使つた方法と違つた点だけを説明することに留める。

欧州カラマツ

欧州カラマツの材積表は4,903本の木を使用した。

10呎樹高級毎に断面積に対する材積の回帰を次の方程式から計算した。

$$Y = a + b X$$

Y ; 材 積

X ; 断面積

a ; 回帰常数

b ; 回帰係数

この方程式の回帰常数a、回帰係数bの計算値は4表に示してあり、第2章で説明した2図は、30呎、50呎、70呎樹高級の回帰線をグラフで表わしたものである。

この方法を詳しく説明するため、30呎樹高級の回帰方程式の全計算が5表に示してある。9図には樹高級毎の回帰常数aの計算値が樹高に対してプロットしてある。

同様に、8図には回帰係数bが樹高に対してプロットしてある。

4 表 欧州カラマツ：10呎樹高級別回帰係数、回帰常数

樹高級 (呎)	回帰係数 b	回帰常数 a
30	1.640574	- 0.28254
40	2.011561	- 0.28436
50	2.271879	+ 0.10569
60	2.554871	+ 0.96050
70	2.699653	+ 2.90121
80	2.840631	+ 6.21069
90	3.048808	+ 11.06037
100	3.465266	+ 12.85592

このいづれの図においても、点は厳密に一定の傾向に従っていることが観察され、簡単に平滑な曲線を描くことが出来た。この曲線から、aの修正値、 a_1 、bの修正値 b_1 が読みとられる。データが特に不適当なものであつた110呎級を除いて、曲線が厳密に適合しているので、回帰常数、回帰係数のグラフによる修正値は、無修正値と殆んど同じであつた。

10呎樹高級毎に、無修正のa、bの値の代りに、図上修正された a_1 、 b_1 の値を使

つて、断面積に対する材積の回帰を再計算した。

10呎樹高級別の代りに、1呎樹高級別の材積を材積表は示す必要があるもので、a、bの適当な中間値を、8、9図から読みとり、この中間の樹高級に対する材積-断面積回帰線を順次計算した。

各樹高級、特に低い樹高級の最小間隔では、回帰 $Y = a + b X$ から計算した材積は高過ぎることが解つた。これは主として、材積が全樹高the tip of the treeではなく、3吋直径限界までの高さで記録されているということによるものであると考えられる。

5 表

欧州カラマツ：30呎樹高級の回帰方程式の計算

f 本 数	周 囲 吋	X 断面積 平方呎	Y		f Y	樹 高 呎
			f x	材 積 hsppus feet		
5	10	.043	215	.34	1.70	28½
8	11	.053	424	.58	4.64	30
2	11½	.057	114	1.19	2.38	31
12	12	.063	756	.77	9.24	30½
6	12½	.068	408	.74	4.44	30
9	13	.073	657	.92	8.28	30
9	13½	.079	711	1.06	9.54	31
8	14	.085	680	1.08	8.64	30½
6	14½	.091	546	1.38	8.28	33
9	15	.098	882	1.28	11.52	32
5	15½	.104	520	1.56	7.80	31½
7	16	.111	777	1.81	12.67	33
5	16½	.118	590	1.60	8.00	31
5	17	.125	625	2.01	10.05	33½
6	17½	.133	798	1.83	10.98	32½
1	18	.141	141	2.08	2.08	32½
3	19	.157	471	2.43	7.29	34

f	周 围	X	f X	材 積	f Y	樹 高
本 数	吋	平方呎		hsppus feet		呎
2	19 1/2	.165	.330	2.22	4.44	30 1/2
1	20 1/2	.182	.182	2.66	2.66	34
1	21 1/2	.201	.201	3.06	3.06	32 1/2
1	23	.230	.230	2.89	2.89	34 1/2
1	31	.417	.417	6.16	6.16	34
62	11 1/2	.056	3.472	.55	34.10	30
4	12 1/2	.067	.268	1.04	4.16	32
11	15	.101	1.111	1.52	16.72	31
8	13	.073	.584	.94	7.52	33
20	15 1/2	.104	2.080	1.40	28.00	32
3	18	.143	.429	2.02	6.06	30 1/2

$$n = 220$$

$$\Sigma X = 3338 \quad \Sigma f X = 18619 \quad \Sigma f X^2 = 1899335 \quad \Sigma f X Y = 2589941$$

$$\Sigma Y = 4712 \quad \Sigma f Y = 24330 \quad \Sigma f Y^2 = 3595702$$

$$\Sigma x^2$$

$$\Sigma x^2 = \Sigma f x^2 - \frac{(\Sigma f X)^2}{n}$$

$$= 0.323576$$

$$\Sigma x y = \Sigma f X Y - \frac{(\Sigma f X)(\Sigma f Y)}{n}$$

$$= 5.30849$$

$$b = \frac{\Sigma x y}{\Sigma x^2} = 16.40574$$

$$Y = \bar{y} + b(X - \bar{x}) = \frac{\Sigma f Y}{n} + b(X - \frac{\Sigma f X}{n})$$

$$= 16.40574 X - 0.28254$$

Σ = 和

f = 1/4吋 1/4周 围 級 毎の本数

X = 断 面 積

Y = 材 積

$\bar{x}$ = 平均断面積

$\bar{y}$ = 平均材積

n = 標本数

x = X - $\bar{x}$

y = Y - $\bar{y}$

假の5樹種についても起るものであるが、最小周圍級の点に適合する様に材積—断面積回帰の(計算)直線の低い方の端を目測で修正することにより、この障害は除かれる。

この大體はな回形修正によつて、最小周圍級の推定は良くなるが、必然的に材積表全体に若干の偏りが入つて来る。

表の完成と関係があり、以下に説明する色々な検定を行つた結果、この偏りは小さなもので殆んど障害とはならず、これらの検定では発見することさえ出来なかつた。

才1の検定では、材積表調製に使つたデータから、樹高、周圍で層化した90本の無作為標本を抽出した。この標本は30呎から出発して、10呎樹高級毎に10本の標本がらなつており、各樹高級内で、標本は周圍で層化された。材積表から求めた90本の木の樹材積は、3.351 hsppus feetであつた。これは測定材積3.380 hsppus feetに比べて0.9%の過小推定であつた。しかしこの差は統計的に有意ではなく、したがつて偏りはいつていない。

標本を構成している単木毎の差の分析から(材積表材積—測定材積)7.4 hsppus feetの標準偏差が得られた。これは標本の平均木の測定材積37 hsppus feetの20%に相当する。才2の分析では、単木毎の差(材積表材積—測定材積)を測定材積の百分率で表わした。この百分率から計算された標準偏差は18%であつた。

44ヶ所の山林委員會のカラマツ固定標準地で別の検定が行なわれた。各標準地毎に、標準地の平均周圍、平均樹高に相当する材積を材積表から読みとり、これに標準地の立木本数が掛けられた。この様に計算した44標準地の材積合計は、山林委員會標準地調査要領による測定で求められた材積より0.25%大きかつた。31標準地では、材積の誤差に、測定材積の±5%以内で、残りの13標準地では±5%と±10%の間であつた。

ここで、一寸、本筋を離れる。これは8圖に示してある様に、欧州カラマツでは、樹高対bの回帰線は直線でないという事実に関係がある。シトカトウヒ以外の樹種では、樹高

対bの回帰線は直線であることが解つてゐるから、欧州カラマツの材積表で、樹高対bの回帰線が直線であると仮定することによつて、どの様な差異が生ずるか調べることにした。

8図の点線はこの計算による直線であり、いづれの点も、含まれている本数で重み付けられている。この方程式は、

$$b_1' = 1.151642 + 0.21999H \quad 00$$

10呎樹高級毎の方程式 $Y = a + bX$ に回帰係数の修正値 (b_1') を代入すれば、aの修正値 a_1' が求まる。9図に点線で示している4次方程式は、樹高対 a_1' の回帰線として計算されたものである。これより a_1' の修正値 a_2' が得られる。

この方程式は

$$a_2' = 1937.1 + 1.7879T + 0.4661T^2 + 0.0330T^3 - 0.0029T^4$$

$$T = \frac{H - 6.5}{1.0}$$

(計算を簡単にするためHの代わりにTを使つた)

主に、70呎以上の樹高級では、 a_2' の値は元のaの値とは違つてゐることが観察されるであらう。70呎以上の場合にはH対 a_2' の回帰線はH対aの回帰線で示されている曲線のような変曲点をもつてゐない。

方程式(10)で求めた b_1' 、 a_2' の値を使つて、欧州カラマツ材積表を再計算した。H対bの回帰が直線であるという仮定が材積表におよぼす影響を、6表に示す。この表では、既刊の材積表と、H対bの回帰線は直線であるという仮定から求めた材積表が比較してある。

30呎、60呎、90呎樹高級に対する既刊材積表の最大、中間、最小周囲級に、この比較は限られている。

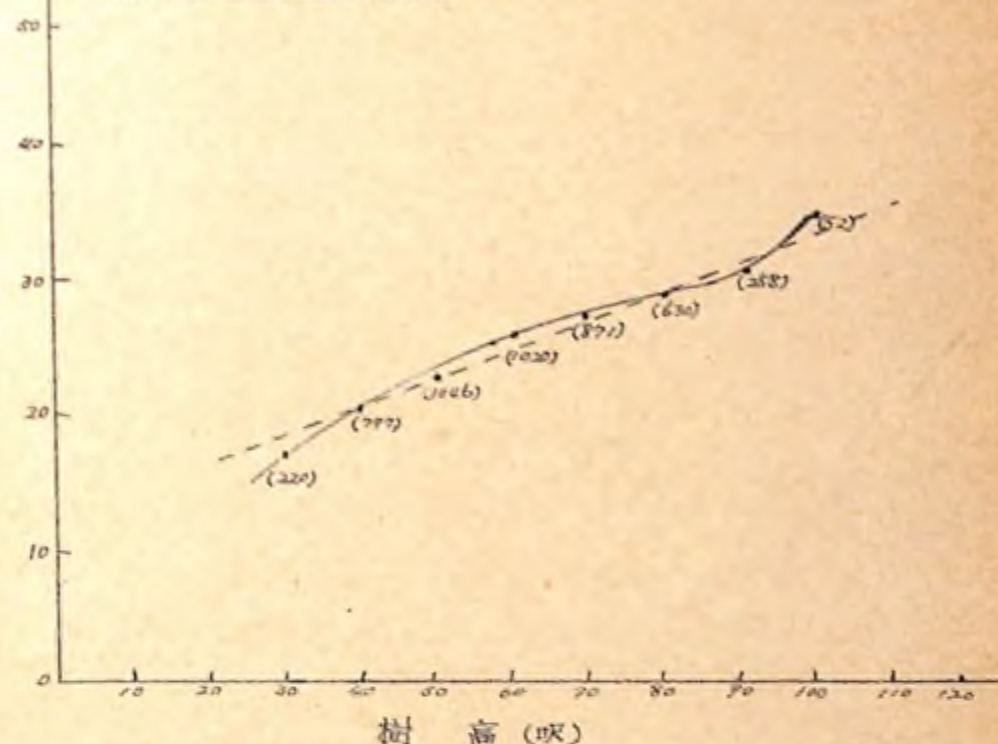
6 表

欧州カラマツ；既刊材積表とH対bの回帰が直線であるという仮定から求められた材積表の比較

樹 高 (呎)	胸高 1/4 周囲 (吋)	材 積 (hsppus feet)		
		既刊材積表	b/h 直 線	差 %
30	3	0.76	0.71	-6.6
"	5	2.57	2.72	+5.8
30	8	7.00	7.62	+8.9

欧州 カラ マ ツ EUROPEAN LARCH

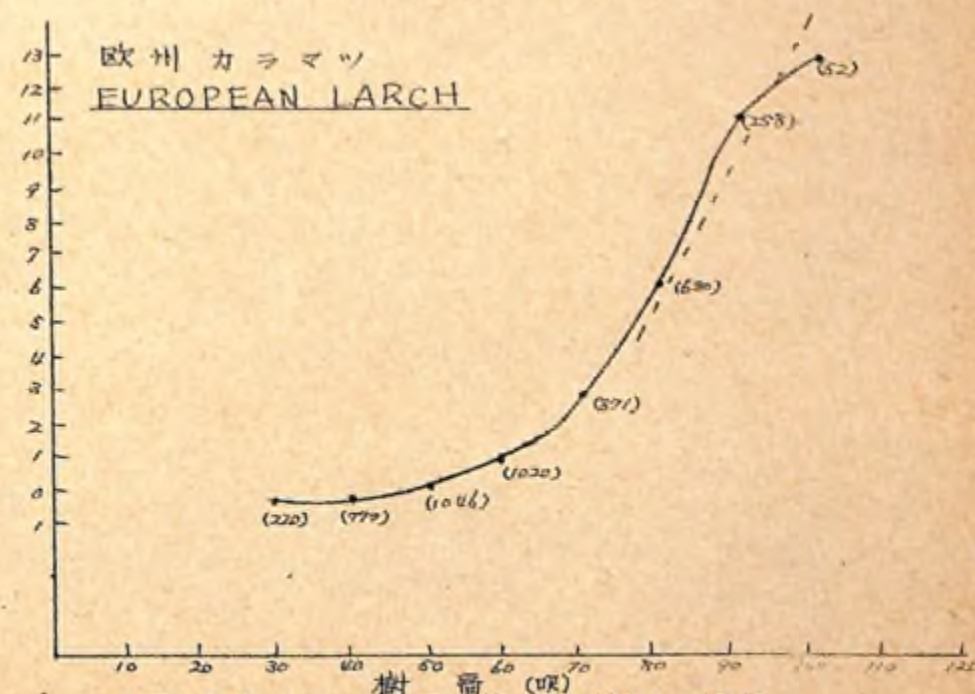
回
帰
係
数
b



8図 欧州カラマツ：回帰係数bと樹高との関係

欧州 カラ マ ツ EUROPEAN LARCH

回
帰
係
数
a



9図 欧州カラマツ：回帰係数aと樹高との関係

樹 高 (呎)	胸高1/4周囲 (吋)	材 積 既刊材積表	(hspus feet) b/h 直 線	差 %
60	4	(3.80)	4.04	+6.3
"	11	2 2.4	2 2.1	-1.3
60	18	5 8.4	5 6.9	-2.6
90	8	(24.6)	2 3.8	-3.3
"	17	7 2.2	7 2.8	+0.8
"	26	1 5.4	1 5.7	+1.9

注： 各樹高級の最小周囲に相当する材積はのつていないので括弧内の2つの数値は既刊材積表とは違っている（15頁参照） この修正値に対しては6表の36んの数値は46んの対応する数値と比較は出来ない。

最小周囲級を除いては、この2表の差は小さい、このことは、材積-断面直線から一般的材積表を調製する場合、はつきりした矛盾のない限り、H対bの回帰線は直線であると假定出来ることを示している。

欧州トウヒ

欧州トウヒ材積表は2617本の木から調製された。10呎樹高級毎に断面積対材積の回帰を計算し、その結果得られた回帰係数b、回帰常数aの値を7表に示す。

7 表

欧州トウヒ；10呎樹高級毎の回帰係数、回帰常数

樹 高 級 (呎)	回 帰 係 数 b	回 帰 常 数 a
20	1 6.1 6 6 0	-0.4 3 7 8
30	1 8.1 1 4 3	-0.4 0 2 5
40	2 1.2 1 2 4	-0.2 9 5 7
50	2 0.6 8 2 3	1.0 6 4 7
60	2 4.7 4 7 4	1.7 1 7 6
70	2 6.9 5 6 2	3.1 3 7 6
80	2 9.8 5 5 6	3.5 9 8 6
90	2 9.3 2 0 6	9.4 7 9 1
100	3 3.8 6 5 9	5.7 9 4 8

この表に示してある b 、 a の値は、10、11 図に樹高に対してプロットしてある。

10 図の直線は樹高対 b の計算による直線回帰を表わし、その方程式は

$$b_1 = 11.3602 + 0.2202H \quad (12)$$

これに対して、11 図の点を通して引いてある曲線は目測で引いたものである。

材積表は 10、11 図で求めた b_1 、 a_1 の値から直接計算された。他のいくつかの材積表で行なわれた様に、 a_1 の値を修正するため、方程式 (12) で計算された b_1 の値を使うようなことはしなかつた。

全計高級にわたつて一様に分布している、96 本の木の材積を材積表から決め、この木の測定材積と比較した。材積表は平均して、 0.56 ± 0.71 hspus feet の最大測定値を与えることが解つた（平均実材積の 1.56%）。材積表で得られた材積と単木材積との標準偏差は標本の平均材積の 19% であつた。36ヶ所の山林委員会の欧州トウヒ樹地標準地全部について精度の検討を行つた。夫々について標準地の平均周囲、平均樹高に相当する材積を材積表から求め、これを標準地の立木に減差させた。この値に計算した 36 標準地の材積合計は基準標準地調査法による直接測定で求められた材積より 0.45% 大であつた。36 標準地の内 24 標準地では材積表から推定された材積は測定材積の $\pm 5\%$ 以内であり、10 標準地が 10% 以内、残りの 2 標準地が 20% 以内であつた。

コルシカマツ

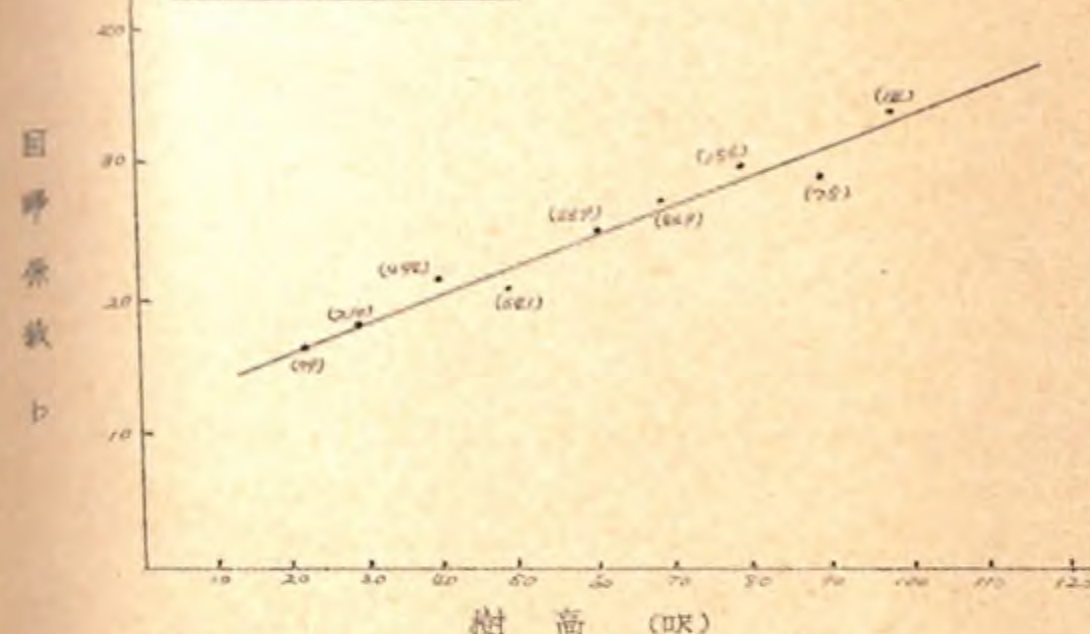
コルシカマツの材積表は 1,108 本の木から作られた。回帰係数 b 、回帰常数 a の計算値を 8 表に示す。

8 表

コルシカマツ；10 呎樹高級別回帰係数、回帰常数

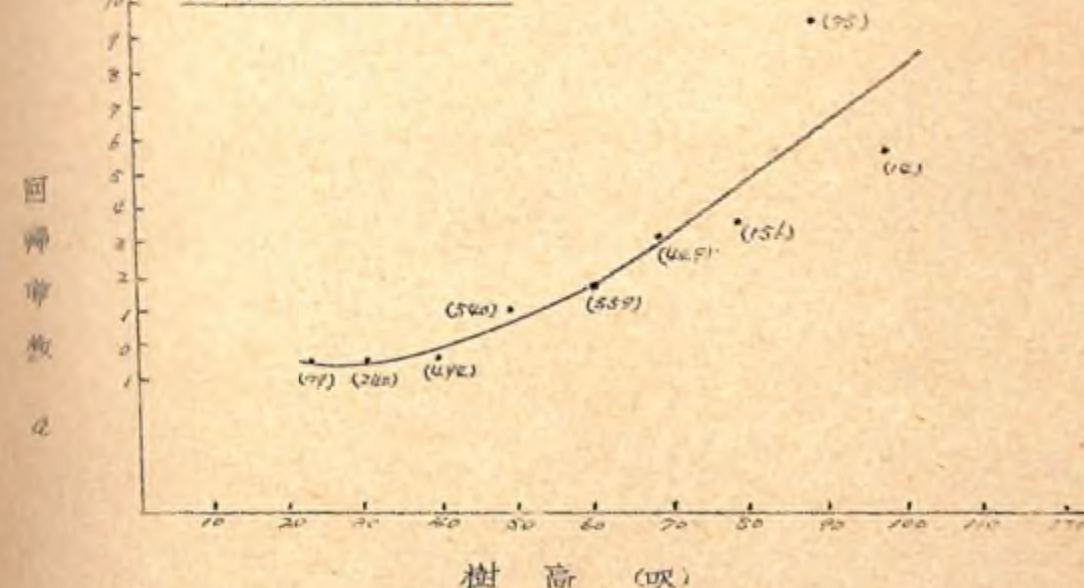
樹高級 (呎)	回帰係数 b	回帰常数 a
20	14.555	- 0.336
30	17.482	- 0.438
40	20.820	- 0.311
50	23.979	+ 0.208
60	29.969	+ 0.174
70	35.268	- 0.205
80	37.773	+ 0.699
90	41.819	- 0.798
100	37.696	+14.174

欧州 トウヒ NORWAY SPRUCE



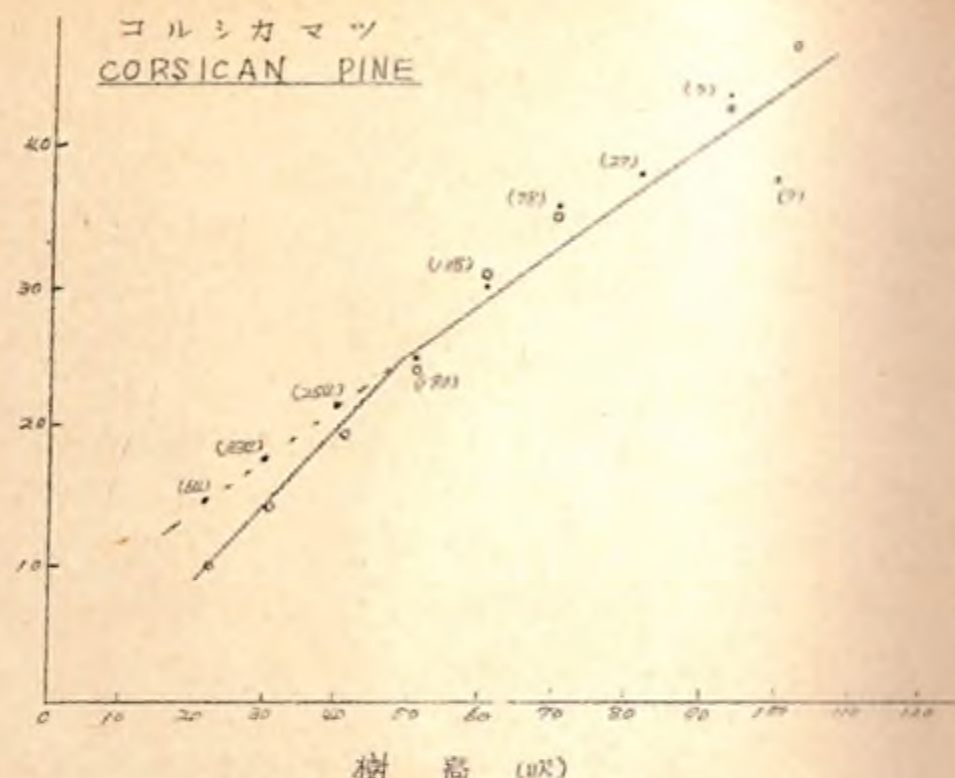
10 図 欧州トウヒ：回帰係数 b と樹高との関係

欧州 トウヒ NORWAY SPRUCE



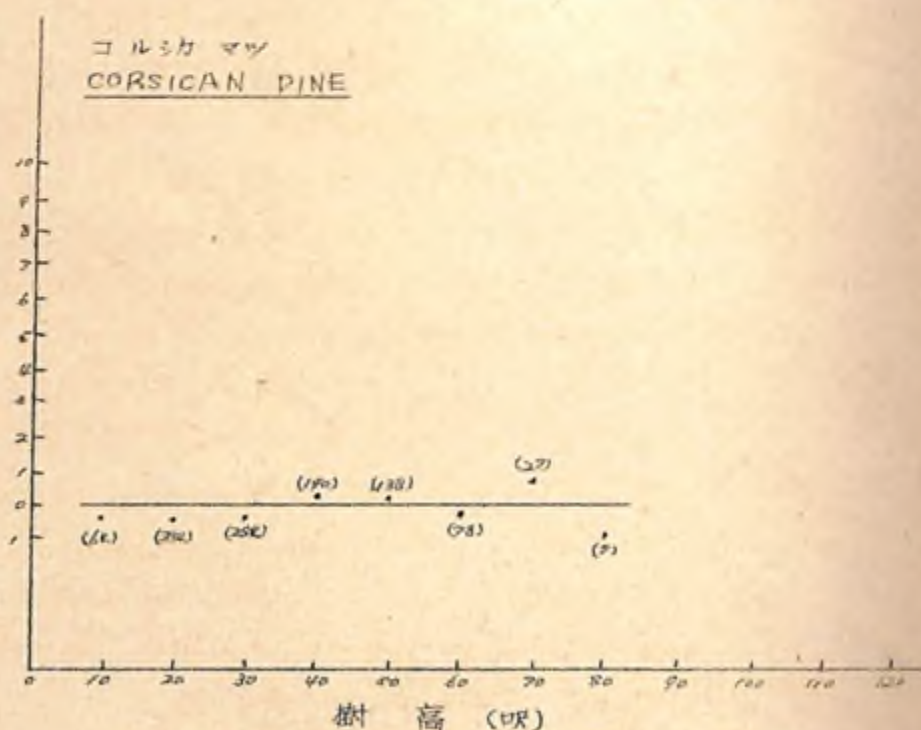
11 図 欧州トウヒ：回帰常数 a と樹高との関係

回帰係数
b



12図 コルシカマツ： 回帰係数 b と樹高との関係

回帰常数
a



13図 コルシカマツ： 回帰常数 a と樹高との関係

12図に、bの値は点(・)でもつて樹高に対してプロットしてあり、この点に対して直線関係が計算された。

$$b_1 = 5.3893 + 0.3975 H \quad (12)$$

同様、13図にはaの値が樹高に対してプロットしてある。これらの点は、どの樹高に対しても、0の周りにかなり近く散らばっていることが分る。

したがって、どの樹高に対しても $a = 0$ とし上記方程式(12)で求めた b_1 の値を使つて、材積表を調製した。

93本の層化無作為標本について検討した結果、この表は50m以上の樹高級については、真実のゆくものであるが、20m、30m、40m樹高級に対してはそうでないことが解つた。

b_1 の修正値は、方程式 $Y = a + bX$ で $a = 0$ とおいて計算された。この b_2 の値は、12図にマル田(○)で示してある。50m以上の樹高級に対する材積表はそのままであつたが、20m、30m、40mに対するものは、この b_2 の値を使つて再計算した。

別の種類の材積表の計算で得られた経験から言えば、樹高対bの回帰からaの修正値を計算する方法が、ここで採用した、これとは逆の方法より良いであらう。

標本としてとつた93本の単木材積と材積表から求めた値との標準偏差は標本の平均材積の1.9%であつた。

54ヶ所の山林委員会のコルシカマツ固定標準地の全部について、精度の調査を行つた。この標準地の夫々について、標準地の平均周囲、平均樹高に相当する材積を材積表から求め、それに標準地の立木本数を掛けた。この様にして求めた54標準地の材積合計は基礎標準地調査法による直接測定で求めた材積より0.3%大であつた。測定材積と材積表から推定した材積との差の変動係数は平均測定材積の約8%であつた。

シトカトウヒ

シトカトウヒのデータは907本であつて、その樹高級別分布は9表に示してある。

10m樹高級毎に、回帰式： $Y = a + bX$ を計算した、回帰係数b、回帰常数aの値を10表に示す。一方14図、15図は、これらの値を夫々樹高に対してプロットしたものである。

9 表

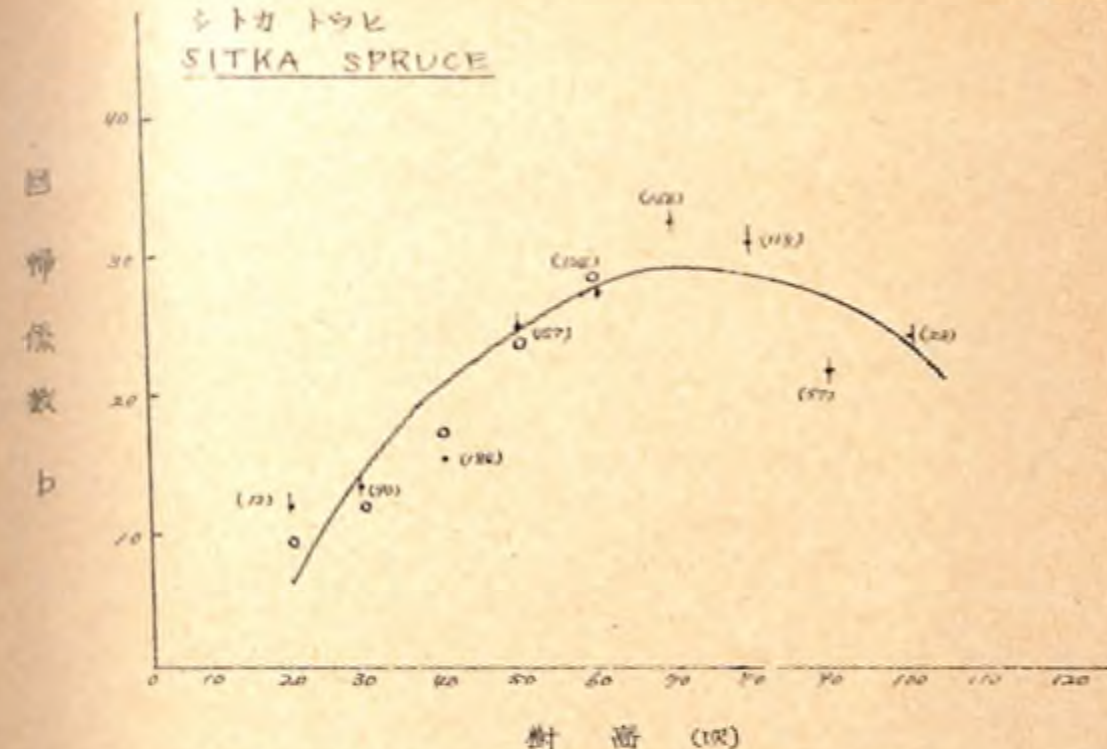
シトカトウヒ；材積表調製に使つた周囲、樹高級別本数。

胸高周囲 (吋)	樹 高 級 (呎)												計
7	51	18	2										78
2	28	60	21	4									115
3	9	63	49	24	1								149
	—	26	43	27	18	2							116
	—	12	38	32	43	3							128
	2	3	3	21	39	10	2						80
		1	1	13	30	25	4						74
		—		3	23	31	6						63
		1			7	22	13	1					44
					6	10	8	2					26
					—	8	13	7					28
					1	3	7	7					18
						1	2	5	1	13			9
							2	2	1				18
12	90	184	157	124	168	115	57	24	2	13			946

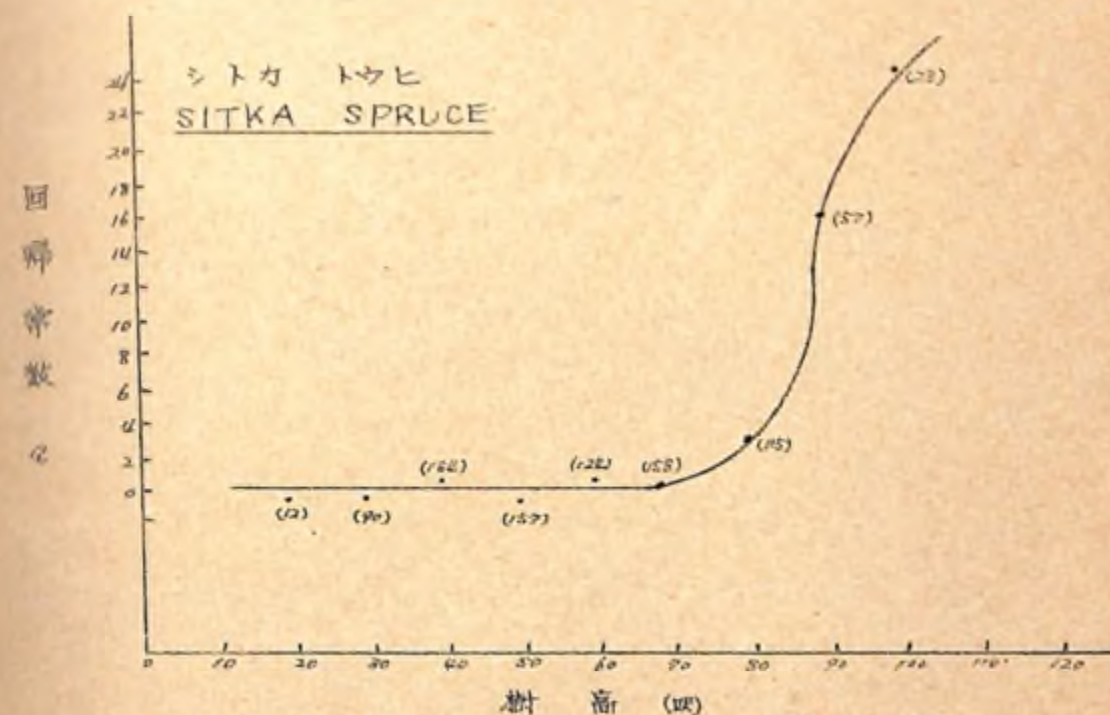
10 表

シトカトウヒ ; 10呎樹高極別回帰係数、回帰常数

樹 高 級 (呎)	回 帰 係 数 b	回 帰 常 数 a
20	12.87 ± 0.365	— 0.319
30	14.13 ± 0.214	— 0.169
40	16.14 ± 0.317	0.242
50	24.99 ± 0.267	— 0.246
60	27.41 ± 0.264	0.374
70	32.73 ± 0.378	0.256
80	31.20 ± 0.688	2.942
90	22.19 ± 0.904	15.835
100	24.28 ± 1.211	24.359



14図 シトカトウヒ : 回帰係数 b と樹高との関係



15図 シトカトウヒ : 回帰常数 a と樹高との関係

樹高対bの回帰は(14図)一定の傾向に従っているとは思えず、個々の点の信頼限界内にある様に単一曲線を適合させることさえ、不可能である。この点を通る垂線で5%信頼限界を示してある。

最も大きい2つの樹高級のbの値がその前の3つの樹高級の値より小さくなっているのが特に障害となつてゐる。特に大きな樹高級では、樹高の増大によつて、ありそうもない材積の減小をひきおこすことをこれは意味している。各樹高級のデータは単一母集団から抜き出されたものでないとするのが最も確からしい説明と思はれる。それらが成育している地位、それらがうけている間伐方法と同様に各樹高級の木の遺伝的性質は幾分違つたものであり、各樹高級において、これらの因子は樹高における根張りに影響を及ぼしている。

根張のある場合には、根張のない時に較べて、胸高周囲の増加の割りには材積の増加は少い。

回帰常数a(15図)は60呎までは0に近いが、これ以上の樹高ではaの値はかなり増加している。したがつて60呎までは、aは0であると仮定し、60呎以上の5つの点を通る次の4次方程式を計算した。(H=60に対してa=0とする)

$$a_1 = 2.9421 + 8.5561T + 6.0345T^2 - 0.5666T^3 - 0.9313T^4 \quad (1)$$

$$T = \left(\frac{H - 80}{10} \right)$$

a=0において、20、30、40、50、60呎樹高級について、方程式: Y = a + bXを計算して、bの修正値、b₁、を求めた。これは14図にマル印(○)で示してある。大きな樹高級のa₁について計算した4次方程式は実際にaの元の計算点を通る。従がつて70、80、90、100呎ではa₁=a 故にb₁=bである。

14図に描いてある曲線はb₁(○)の値から計算されたものである。方程式で書けば

$$b_2 = 27.7838 + 2.0775T - 0.7959T^2 \quad (2)$$

$$T = \left(\frac{H - 60}{10} \right)$$

この様にして求めたa₁、b₂の値を使つて材積表を調製した。まず単木について、次に標準地全体について表の検定をした。

1. 6つの10呎樹高級にわたる72本の木の材積をシトカトウヒ、欧州トウヒの材積表から決定し、これらの木の測定材積と比較した。

この結果は11表に示してある。

11 表

無作為に選んだ72本のシトカトウヒの実材積と、シトカトウヒと欧州トウヒ材積表材積の比較

樹高級 (呎)	本数	シトカトウヒ材積表		欧州トウヒ材積表	
		平均偏差 (hsppus feet)	%	平均偏差 (hsppus feet)	%
30	3	0.43	17.6	-0.14	-5.1
40	19	0.77	17.2	0.30	7.5
50	9	0.04	0.5	0.49	5.5
60	7	-0.53	-4.6	0.07	-0.6
70	20	-3.08	-14.9	1.82	8.8
80	14	-1.12	-4.6	0.67	2.8
有意水準	5%	1.63	-	1.63	-
	1%	2.16	-	2.16	-

注：上記の差は材積表材積ー測定材積

シトカトウヒの材積表では表材積と実材積との差の平均は-0.9 hsppus feet (標本の平均実材積14 hsppus feet の6.4%に当る)で標準誤差は±0.23 hsppus feet であった。単木材積と表の値との差の標準誤差は±1.93 hsppus feet 即ち平均実材積の13.8%であった。

欧州トウヒの材積表では、表材積と実材積の差の平均は-0.38 hsppus feet で(標本の平均実材積の2.7%)標準誤差は±0.23 hsppus feet であった。単木材積と表の値との差の標準誤差は±1.91 hsppus feet (13.5%)であった。

2. 両樹種の材積表を、56ヶ所のシトカトウヒ固定標準地の立木材積を推定するのに使った。二通りの検討を行つてみた。

1) 第1の検討としては、標準地の平均周囲、平均樹高に相当する材積表材積にカーダりの本数を掛けた。この材積を山林委員会の基準標準地調査法によつて測定

した材積と比較した。

シトカトウヒ材積表では差の平均(材積表材積ー測定材積)は81.8 hsppus feet 即ち平均測定材積の3.10%、標準誤差は±33.5 hsppus feet (1.27%)であった。したがつて、この材積表を使えば有意な正の偏りが入つて来る。標準誤差は±255.5 hsppus feet (9.67%)であった。百分率で表わせば、差の平均は3.82%、標準誤差は±1.05%、標準偏差は±8.00%であった。

欧州トウヒ材積表では差の平均は106.6 hsppus feet 即ち平均測定材積の3.97%、標準誤差は±25.6 hsppus feet (0.95%)であった。したがつてこの材積表を使う場合にも有意な正の偏りが入ってくる。標準誤差は±191.5 hsppus feet (7.14%)であった。百分率で表わせば、差の平均は、5.09%、標準誤差は±0.94%、標準偏差は±7.02%であった。

II) 第2の検討では、固定標準地においては、林木は周囲級別にグループしてあり、各グループの材積が別々に決めてあるという事実を利用した。この様なグループ毎の中央木の材積表材積にそのグループの本数を掛け、このグループ材積の合計と標準地の測定材積とを比較した。

シトカトウヒの材積表では、差の平均(材積表材積ー測定材積)は7.44 hsppus feet 即ち平均測定材積の1.09%標準誤差は±8.96 hsppus feet (1.31%)であった。この材積表を使つて求めた結果には有意な偏りはなかった。標準誤差は±37.98 hsppus feet であった。(5.56%)

百分率で表わせば、差の平均は1.34%、標準誤差は±1.36%、標準偏差は±5.77%であった。

欧州トウヒ材積表も有意な偏りはなかった。

差の平均は11.46 hsppus feet 即ち平均測定材積の1.40%、標準誤差は±12.04 hsppus feet (1.48%)であった。百分率で表わせば、差の平均は、2.12%、標準誤差は±1.55%、標準偏差は、±5.59%であった。

この結果をみれば、シトカトウヒの材積を推定する時、欧州トウヒ材積表は良かれ悪かれシトカトウヒ材積表と同じ推定値を与えることが確信出来ることを示しており、相当量の資料が得られるまでシトカトウヒの材積表は使わないことにした。

ベイマツ

ベイマツ材積表は1472本の本で調製された。10呎樹高級毎の方程式： $Y=a+bX$ の回帰係数b回帰常数aの計算値が12表に示してある。

16図から明らかな様に樹高対bの回帰線は直線であつた。回帰方程式は

$$b_1 = 6.1918 + 0.2493H \quad (16)$$

樹高に対してプロットしたaの値を点(・)で17図に示す。修正値 b_1 からaの修正値 a_1 を計算した。この修正値 a_1 はaの未修正値より平滑な傾向に従っていることが現れるであらう。点 a_1 を通る二次方程式を計算した。

$$a_2 = 2.9306 + 1.5443T + 0.2013T^2 \quad (17)$$

$$T = \left(\frac{H - 70}{10} \right)$$

樹高級別の材積表を方程式 $Y = a_2 + b_1 X$ から計算した。この場合にはaの最初の計算値に対して2つの修正値と、bに対する1つの修正値とがあつた。

周囲、樹高で層化した96本の無作為標本を材積表データから抽出した。この標本は平均して0.34hsppus feet 即ち標本の平均材積の10%の過大推定値を与えた材積表で求めた材積からの単木材積の標準偏差は標本の平均材積の29%であることが判つた。

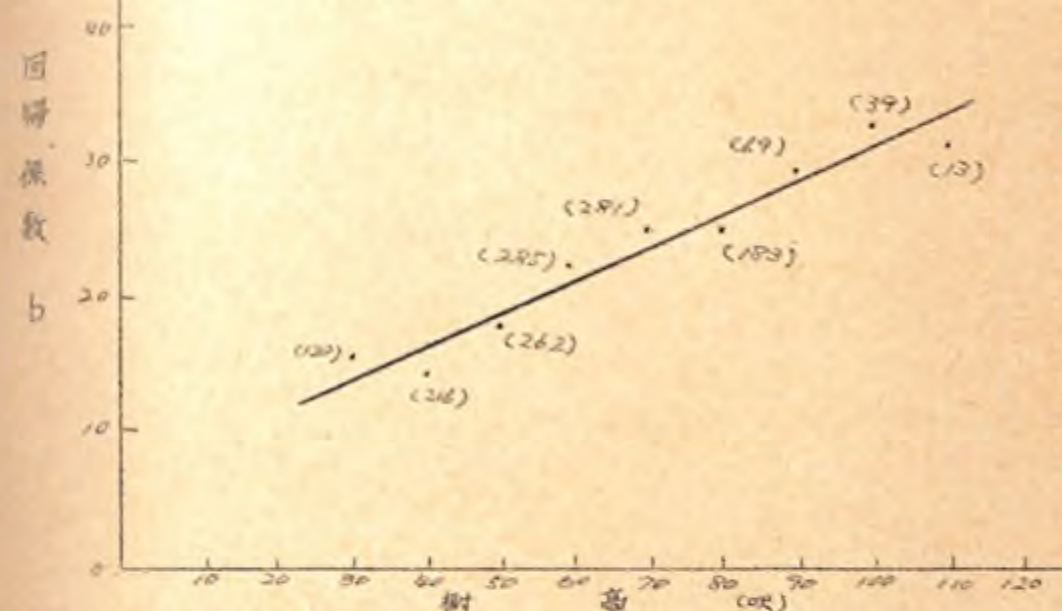
さらに山林委員会の63ヶ所のベイマツ固定標準地の全部について精度の検討を行った。この標準地の各々について、標準地の平均周囲平均樹高と相当する材積を材積表から求め、これに標準地の立木本数を掛けた。この様に計算した63標準地の材積合計は基準標準地調査法による直接測定で求められた材積より3.09%大であつた。測定材積と材積表で推定した材積との差の標準偏差は平均測定材積の略8%であつた。

12 表

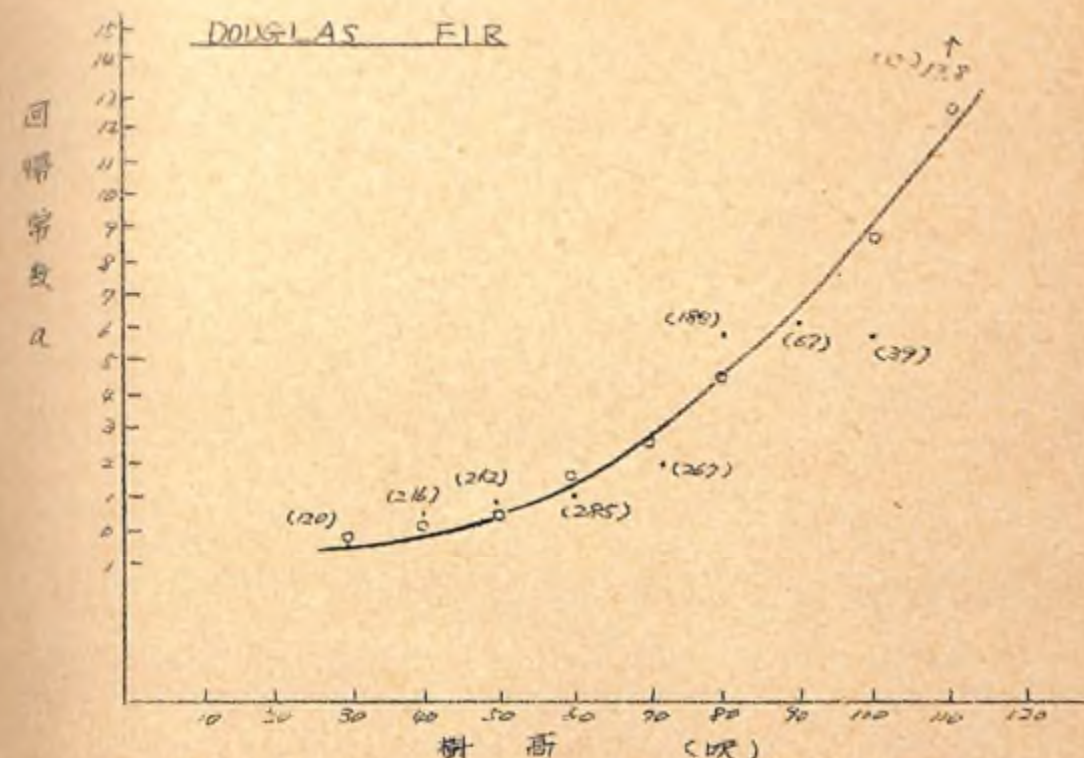
ベイマツ；10呎樹高級別の回帰係数と回帰常数

樹 高 (呎)	回 帰 係 数 b	回 帰 常 数 a
30	15.4899	0.2568
40	14.3167	0.4388
50	17.8569	0.8380
60	22.2423	1.2465
70	24.9122	2.1259

ベイマツ DOUGLAS FIR



16図 ベイマツ；回帰係数bと樹高との関係



17図 ベイマツ；回帰常数aと樹高との関係

樹 高 (呎)	回帰係数 b	回帰常数 a
80	24.6941	6.0125
90	29.0341	6.3918
100	32.8148	6.0423
110	30.6934	19.8334

カラマツ

カラマツ材積表は1389本の木で調製された。10呎樹高級毎に回帰式: $Y = a + bX$ を計算した。

回帰係数b, 回帰常数aの値を13表に示す。

18, 19図に, b, aの計算値が夫々点(・)で樹高に対してプロットしてある。

18図の点を通る直線回帰を計算した。この様にして修正値 b_1 を求め、修正値 a_1 を求めるためにbの代りに、原方程式 $Y = a + bX$ に代入した。これは19図にマル印で示してある。

点 a_1 を通る2次方程式を計算した。

$$a_2 = -0.1417 + 0.2009T + 0.0726T^2 \quad (20)$$

$$T = \frac{H - 45}{10}$$

樹高級毎に回帰式: $Y = a + bX$ に a_2 , b_1 の適当な値を代入して材積表を計算した。ベイマツの場合と同じく、aの回計算値に対して2つの修正値bに対しては1つの修正値がある。

第四、樹高で層化した45本の無作為標本を材積表データから抽出した。この標本は平均して0.04 hspus feet 即ち標本の平均材積の0.6%の過少推定値を与えた。材積表で求めた材積からの単木材積の標準偏差は標本の平均材積の約11%であつた。これはこれまでに調製された材積表の内標準偏差の最も少ないものである。

山林委員会の45ヶ所のカラマツ固定標準地の全部についても精度の検討を行つた。各標準地について標準地の平均周囲、平均樹高に相当する材積を材積表から求め、これに標準地の立木本数を掛けた。この様に計算した45標準地の材積合計は基準標準地調査法による直接測定で決定された材積より0.5%小さかつた。測定材積と材積表から推定した材

積との差の標準偏差は測定材積の約6%であつた。

13 変

カラマツ：10呎樹高級毎の回帰係数、回帰常数

樹高級 (呎)	回帰係数 b	回帰常数 a
20	15.2203	-0.3844
30	15.0680	-0.2081
40	20.3500	-0.3062
50	23.1668	0.0715
60	27.8723	0.2763
70	31.9436	0.7216

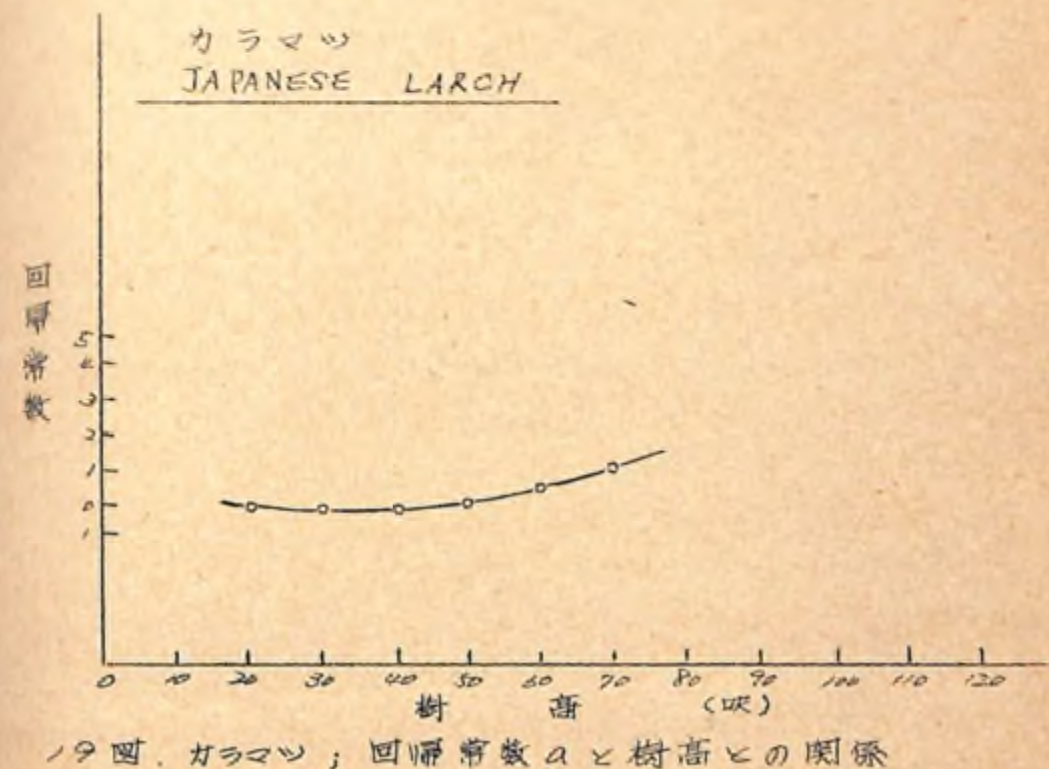
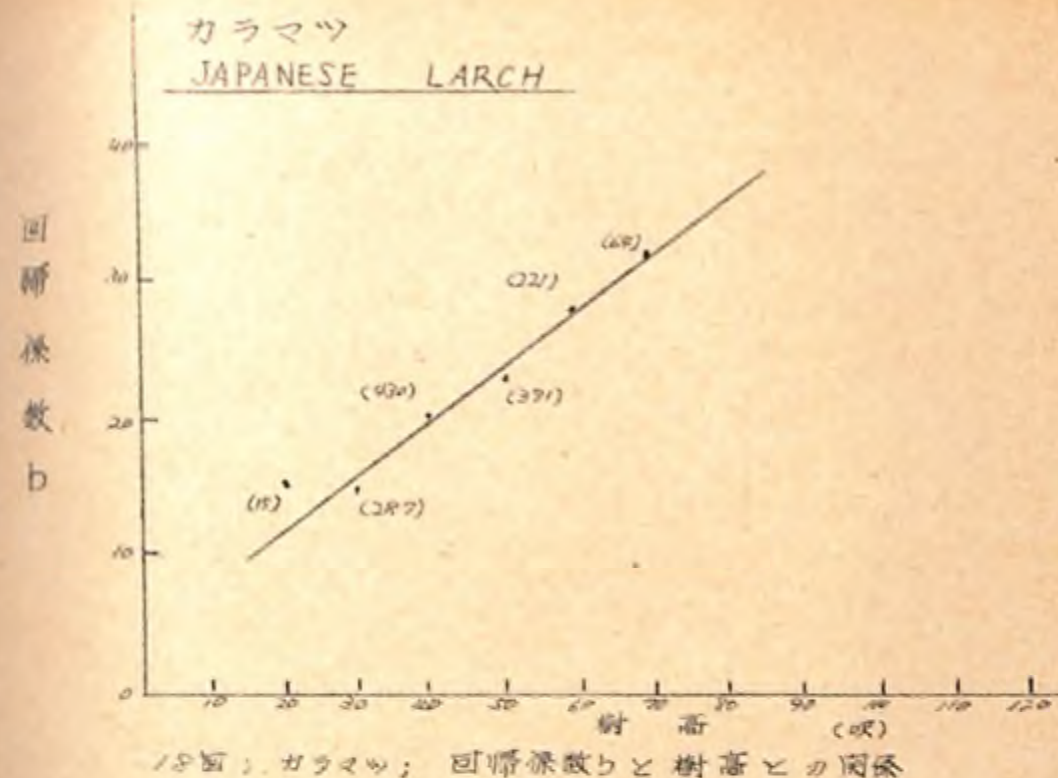
討議と結論

H対bの回帰線は欧州トウヒ、コルシカマツ、ベイマツ、カラマツでは直線であり、欧州カラマツでは略直線であつた。この場合には直線性の仮定は、結果として得られる材積表に大した影響を与えないことが解つた。ただしトカトウヒだけについては、回帰線は直線とは明らかに違つたものであつた。この樹種においてさえ、欧州トウヒ材積表のデータを検討する時暗示した直線性の仮定はトカトウヒの実際のbの値から調製した材積表と変らない結果を与えた。したがつて、H対bの回帰線は直線であるとしても、よし直線でなくても、直線であると仮定してもその結果えられる材積表の精度を害なわないであらうということが、調べられた6樹種について明になつた。

H対aの回帰はかなり変化している。欧州トウヒ、ベイマツ、カラマツでは凹状曲線であり、欧州カラマツ、シトカトウヒでは曲線の下部は凹状であるが、曲線率変化があり、曲線の上部では凸状となつている、コルシカマツではaの値は全て0の周りにあつた。

欧州カラマツではH対bの直線回帰から求めたb₁の値を方程式： $Y = a + bX$ に代入して再計算したaの値は曲線の変曲点をなくした。

しかしコルシカマツの場合の同様なaの再計算値—これは材積表の調製には使わなかつた—は欧州カラマツの場合の初めのS字型曲線に似たH対aの回帰線を与えた。シトカトウヒでは、aの再計算はしなかつた。そこでH対aの回帰線は低い樹高級では凹状をなし樹高範囲の上限近くに、樹種によつては変曲点が存在するという一般法則が成立つものと



思われる。

調べた資料から、普通使われる一般材積表(9a)の形は多分次の様になることが暗示される：

$$Y = a_1 + a_2 H + a_3 H^2 + b_1 X + b_2 XH \quad (9b)$$

ただしこれに $a_4 H^3$ 、 $a_5 H^4$ が加えられることもある。

前に説明した方法で材積表を調製する方が良いか、或は最小5項、最大7項を持つ方程式(9b)から直接材積表を調製した方がよいかという問題が起る。精度を落して、かなり広い周回グループにデータを拾めない限り、コーディングの量が多くなるため直接計算は真くできなくなるであらう。たとえ、この様にしたとしても、時間の節約になるかどうか断言することは難しい。その長所は完全に客観的であるということであり、主な欠点は色んなグラフによつて得られるデータについての洞察力が失なわれることである。樹高毎毎に回帰： $Y = a + bX$ が計算されたならば、全然図解法を使わない時、どのようなことが得られるかを言うことはできない。しかし欧州カラマツ、欧州トシヒ、ペイマツ、カラマツの場合の様に、 H に対する a 、 b の回帰線の傾向がはつきりと決まっている場合には、この回帰の計算又は b の修正値から a の値を再計算したとしても、得る所は少いように思われる。しかしコルシカマツ、シトカトウヒの場合の様に、傾向について、何んらかの疑があれば、 H 対 b の回帰線は直線であると仮定し、それによつて a の値を計算するのが最善の方法である。

オII 林分における材積—断面積直線

The Volume — Basal area Line Within A Stand

オ4章 精 度 Precision

この論文のオ1篇では、ある樹種の個々の木が広範囲の地位、令級にわたつてとられ、これが一つの母集団として取扱かれる場合の断面積対材積の回帰線について説明した。7つの針葉樹種のいづれについても、与えられた樹高に対して、断面積対材積の回帰線は、直線（即ち

$$Y = a + bX$$

$$Y = \text{材 積}$$

$$X = \text{断 面 積} \quad) \quad \text{で十分近似できる。}$$

上の方程式に含まれている、 a 、 b は樹高の函数であることも分つた。これらの関係が、オ1篇で述べた、一般的材積表調製方法の基礎となつている。

オI篇では、一つの林分、特に針葉樹の同令単純林内の断面積対材積の回帰線を取扱うことにする。

その後、この関係は普通、直線であるか、それに近いものであることが分つた。オI篇で説明した異質のデータに対する、材積—断面積直線と、一林分についてのデータから得られた線との重要な相違点は、異質なデータでは、断面積対材積の回帰線は、与えられた樹高に対して、直線と考えられることである。それに対して、全ての木が、単一の林分からとられたものであれば、樹高に無関係に、回帰は直線で十分近似出来るということである。Krenn (1944) Jolly (1950), Prodan (1951)

Loetsh (1952) による極く最近、発表された若干の文献では、一林分内における断面積対材積の回帰線を取扱い、ある条件のもとで、直線からどの程度の過りが生ずるかについても述べている。しかしながら、樹種、地位、樹令、間伐方法によつて断面積対材積直線が、どの様な変化をするかということについては未だ充分な研究はなされていない。この点についても欠けている我々の知識を満すために説明をし、この様にして得られた知識が実際に使えるかどうかを明らかにするのが、この研究の主目的である。

この場合に表われる最も重要な事実は次の通りである。

- I) 2, 3の例外はあるが、回帰線がX軸(横軸)を切る点は、少くとも、全ての地位、調べられた7樹種の全部について同じであり、樹令、間伐方法によつては変らない。
- II) 一つの樹種については、回帰線の傾き(即ち回帰係数)は林分の樹高と共に増大するが、間伐方法、地位によつては、はつきりした影響は受けてない。

林業における測樹学的問題を解くために、この発見の実際の応用についてはオ6章で説明することにする。

資 料

この研究に使つた資料は、山林委員会の固定標準地の記録からとつたものであるが、少くとも3回測定のおこなわれた一連の間伐比較試験地、一標準地の中には少くとも4回測定されているものもあるが一だけが調べられた。

測定回数の少い標準地から得られたデータは、それらを調べてみるだけの価値のある、情報は得られないと考えられた。標準地が皆伐されてから、全ての木の材積を決定した4標準地だけは、この一般規約から除外する。；これらの標準地は他のデータから得られない情報を提供した。調査された標準地数および、測定回数の総計が14表に示してある。

その詳細は附録Vに示してある。

最近実行されている方法に従つて、全ての材積が皮付の測定値で与えられている。オI篇と対比的に、オII篇の材積は、上述の4皆伐標準地を除いて、全て皮内(under bark)で与えられている。；原簿および標準地調査簿の材積の計算は殆んど全て皮内で測定されている。仕事の手間の問題を除いても、色々な理由から、原データを皮付の単位に直すことは難しい。逆に4つの皆伐標準地の材積を皮内の材積に直すことにより、オI篇のデータを統一にすることは実行不可能であつた。なぜなら正確に換算するには、樹皮厚の測定値は不確かなものであるからである。

オII篇では、断面積はオI篇と同様に皮付で与えられている。

14 表 調査された標準地数と測定の総数

	単 一 標 準 地		間 伐 標 準 地 の 組		
	標準地数	測定回数	組 数	標準地数	測定回数
欧州アカマツ	2	固 定 10	標準地 10	25	125
コルンカマツ	—	—	5	10	49
欧州カラマツ	3	20	12	32	149
カラマツ	3	12	7	16	69
欧州トウヒ	—	—	7	29	140
シトカトウヒ	5	28	3	8	24
ベイマツ	5	26	5	10	46
計	18	96	49	130	602

	伐 採 標 準 地				
コルンカマツ	—	—	1	2	—
ベイマツ	2	—	—	—	—

山林委員会の標準地調査法に従つて(Macdonald 1931)標準地は、普通に間伐を行い、その生長率によつて3~6年間隔で測定を繰返した。再測の際には、いつも、皮付直径3吋の点までの10呎間隔の丸木材積を測ることで、約8本の木の材積が決定された。標準地は、その標準地の周囲範囲全体にわたつてとられ、標本木は特定の周囲級に

対する平均樹高の2吋以内の樹高をもっているという条件を満たしていなければならない。
ただし、平均樹高は胸高周囲に対して20~30本の樹高をプロットし、平滑な曲線を描くことによつて決定されたものである。この条件 つけられた範囲内で、標本木の選択は主観的であつて、樹幹の形状、細りの点で、測定の時点において、その林分の“代表” representative であると思われる林木をとる様にする。

標本木測定方法は材積推定値の精度を上げることが目的としているが、その精度をもつ、妥当な推定値を計算することは出来ない。この点については、後で詳しく説明しよう。※
順次行なわれた測定の際、同じ標本木が選ばれる様なことはしない。数年前までは標本木の材積を断面積に対してプロットし、その点を通つて目盛り線が描かれた。しかし、最近では、計算曲線とそのもとになつてゐる点を示すグラフはやはり作られるけれど、回帰を計算するのが普通になつてきた。これは、計算を吟味し、直線がこの関係を説明するのに不適當であるか、どうかをみるために、描かれるものである。全般的に、山林委員会のデータは非直線性はめつたにないことが確認され、そのようなことがあつたとしても、通常標本抽出に基因する誤差限界内にあることが分つた。材積推定値が影響を受ける他の誤差を念頭におけば、この非直線性は十分小さなものであり、特定の周囲級の材積よりもつと大切なその標準地の総材積の決定には無視してよい。しかし、この研究では、いくぶん詳しく、抽出誤差を考えなければならない。というのは樹種、樹令、地位、間伐方法による、材積-断面積直線の明瞭な変化に影響をおよぼすからである。

材積-断面積直線の誤差

一林分における材積と断面積の関係が直線であれば、回帰線は次の方程式で表わされる

$$Y = \alpha + \beta X$$

Y = 材 積

X = 断 面 積

α = 回 帰 常 数

β = 回 帰 係 数

回帰がある林分内の全林木の代りに標本から計算されたならば、 a 、 b の真の値の代りに推定値が得られるであらう。この推定値には誤差があるから、真の回帰常数 α 、真の回帰係数 β と区別するために、 a 、 b で示される。

α の推定値 a は

(※ その後、より客観的な標本木測定方法が導入された。)

$$a = \frac{\sum Y - b \sum X}{n} \quad (19)$$

β の推定値 b は

$$b = \frac{n \sum X Y - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad (20)$$

から求められる

n = 標本木の数

$\sum$ = 和の記号

a の誤差は、一部は b の誤差の影響を受け、一部は、林分の推定平均材積($\bar{y}'$)が真の平均材積($\bar{y}$)と同じでないために生じたものである。この関係は20図に示してある。

説明に使われている記号は

AA_1 = 真の回帰線 $Y = \alpha + \beta X$

$\bar{x}$ = 林分の平均断面積

$\bar{y} = \bar{x}$ における真の材積、即ち林分の平均材積

$\bar{y}' = \bar{x}$ における推定材積

$\sigma \bar{y}' = \bar{y}'$ の標準誤差

$\lambda \bar{y} = \sigma \bar{y}$ の推定値

σ = 真の回帰常数

$a = \sigma$ の推定値

$\sigma a = a$ の標準誤差

$\lambda a = \sigma a$ の推定値

β = 真の回帰係数

$b = \beta$ の推定値

$\sigma b = b$ の標準誤差

$\lambda b = \sigma b$ の推定値

e = 回帰係数が β の代りに b と推定された場合の a の誤差

$\mu = \bar{x}$ における材積が $\bar{y}$ の代りに $\bar{y}'$ と推定された場合の a の誤差

$z = Y = 0$ における断面積

$z' = z$ の推定値; z を導入した理由は後で説明する。

W = 回帰係数が β の代りに b と推定された場合の Z の誤差

$g = \bar{x}$ における材積が $\bar{y}$ の代りに $\bar{y}'$ と推定された場合のZの誤差

20図からこの論議に関連した次の様な関係が推論される。

$$1. -e = \bar{x}(b - \beta) \quad (20)$$

何故ならば

$$\beta = \frac{\bar{y} - \alpha}{\bar{x}} \quad (20 \text{ 図では } \alpha \text{ は負であることに注意せよ})$$

$$b = \frac{\bar{y} - \alpha - e}{\bar{x}}$$

引算をすれば

$$b - \beta = \frac{-e}{\bar{x}}$$

$$-e = \bar{x}(b - \beta) \quad (21)$$

したがって、eの標準誤差は

$$\sigma_e = \bar{x} \sigma_b \quad (21a)$$

$$2. \mu = \bar{y} - \bar{y}' \quad (22)$$

したがって、 μ の標準誤差は

$$\sigma_\mu = \sigma_{\bar{y}'} \quad (22a)$$

$$3. -\frac{\alpha}{z} = \beta \quad (23)$$

故に

$$z = -\frac{\alpha}{\beta} \quad (23a)$$

および;

$$z' = -\frac{a}{b} \quad (23b)$$

4. 誤差 μ は誤差eと同じ方向のこともあれば、或は反対の方向のこともある。推定値は

$$\sum e = \bar{x} \sum b \quad (21a \text{ より})$$

および

$$\sum \mu = \sum \bar{y}' \quad (22a \text{ より})$$

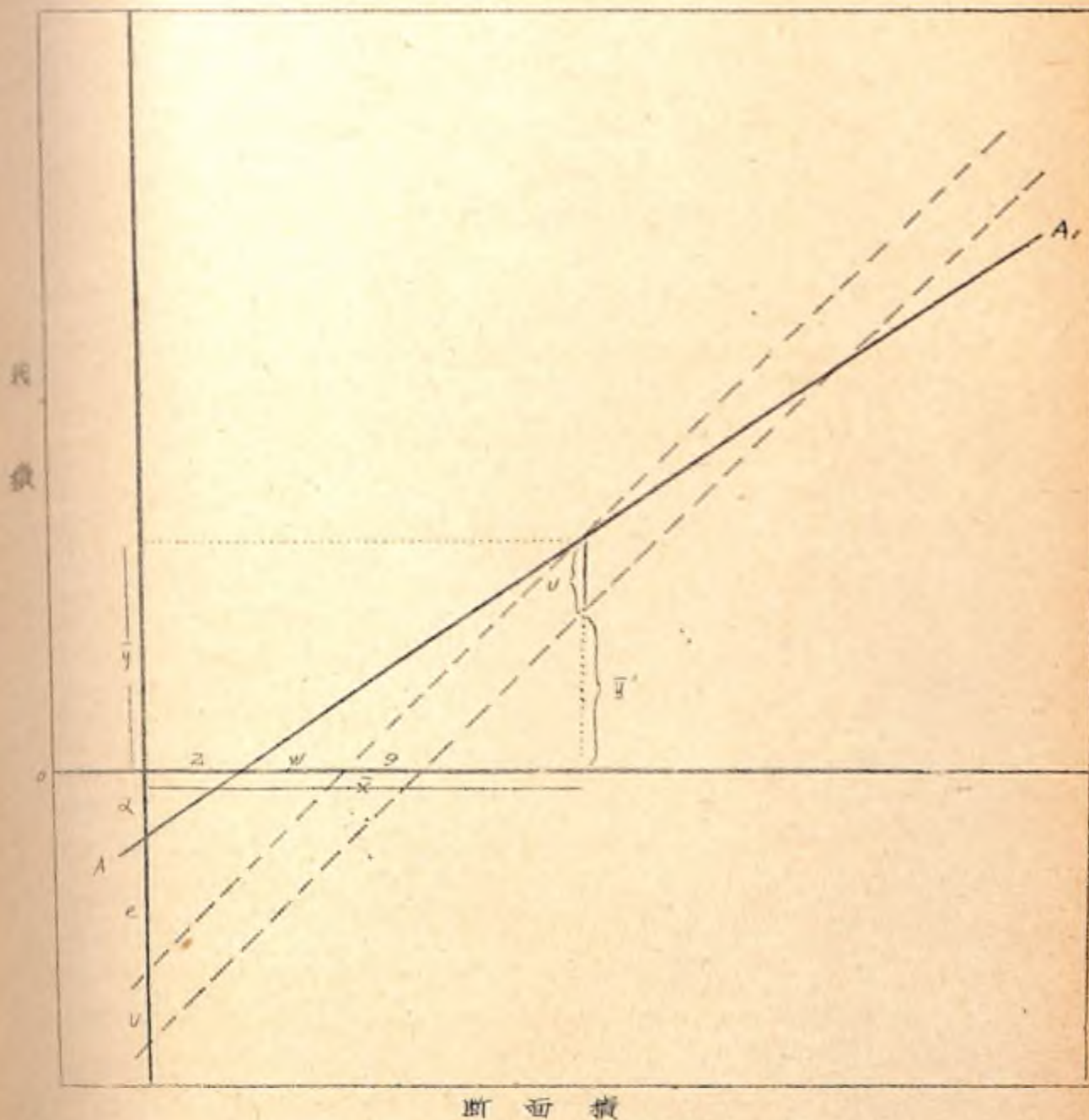
回帰線が林木の無作為標本から計算された場合の様に2つの標準誤差が独立であると

仮定すれば

$$\sum a^2 = \sum e^2 + \sum \mu^2 = \bar{x}^2 \sum b^2 + \sum \bar{y}'^2 \quad (24)$$

$$5. W = (\bar{x} - z) \left(\frac{b - \beta}{b} \right)$$

何故ならば



20図 $\bar{y}, \beta, \alpha$ の誤差間の関係

$$\beta = \frac{\bar{y}}{\bar{x} - z} \quad \text{故に } \bar{y} = \beta (\bar{x} - z) \quad (22)$$

$$b = \frac{\bar{y}}{\bar{x} - z - W} \quad (23)$$

②に②を代入すれば

$$b = \frac{\beta (\bar{x} - z)}{\bar{x} - z - W}$$

$$\bar{x} - z - W = \frac{\beta (\bar{x} - z)}{b}$$

$$W = (\bar{x} - z) - \frac{\beta (\bar{x} - z)}{b}$$

$$W = \frac{(\bar{x} - z) (b - \beta)}{b} \quad (24)$$

$$6. \quad g = \frac{\bar{y} - \bar{y}'}{b} \quad (25)$$

$$7. \quad z' = z + W + g \quad (26)$$

②に②④を代入すれば

$$z' - z = \frac{(\bar{x} - z) (b - \beta) - (\bar{y}' - \bar{y})}{b} \quad (24a)$$

bの調整がbそのものに較べて小であれば(この場合には、この比は普通10%より小である)オ1の近似値として、 β で分母のbを置き換えることが出来る。これを平方して期待値をとれば

$$\sigma^2(z') = \frac{(\bar{x} - z)^2 \sigma^2 b^2 + \sigma^2 \bar{y}'}{\beta^2} \quad (29b)$$

(bと $\bar{y}'$ は無相関である。

実際には β と母分散はその推定値 b 、 $\delta^2 b^2$ 、 $\delta^2 \bar{y}'$ 、で置き換えられる。

$$\delta^2 z' = \frac{1}{b^2} \{ (\bar{x} - z)^2 (\delta^2 b^2) + \delta^2 \bar{y}' \} \quad (30)$$

したがつて、 $\bar{x}$ とzが共に正であれば

($\bar{x}$ は常にzより大である。)

$$\sum z^2 < \frac{1}{b^2} \{ \sum x^2 (\sum b^2) + \sum y^2 \}$$

$$\sum x^2 (\sum b^2) + \sum y^2 = \sum a^2 \quad \text{であるから} \quad (30)$$

$$\sum z^2 < \frac{\sum a^2}{b^2}$$

故に

$$\sum z^2 < \left| \frac{\sum a}{b} \right| \quad (31)$$

しかし、 $\bar{x}$ が z に比べて大きければ

$$\sum z^2 \approx \frac{\sum a}{b} \quad (31a)$$

回帰常数 a 、回帰係数 b 、或はこの両因子を推定する場合の誤差は次の様な原因によるものである。

- (i) 実測の際の誤差
- (ii) 計算せずに目測で回帰線を描くための誤差
- (iii) 標準地内の全林木から決定する代りに、標本木から回帰が推定されるということのために生ずる誤差；普通の抽出誤差の外に標本木が有意選択されるために、偏倚が加わってくる。

- (i) 測定の際の誤差

測定の際の色々な慣例的な吟味によつて、実測の際の誤差は小さいので、余り重要でないことが知られているが、(ii)、(iii)の誤差は重大なものであり、注意を要する。

- (ii) グラフを描く際の誤差

予め目測で描いた回帰線全部を計算することは実行不可能であらうが、4つの間伐方法についてラテン方格を組んで試験を行つたBowmontの欧州トウヒの標準地について、この計算を行つてみた(Hummel 1947)

この標準地の詳細は附録Vに示してある。この標準地は1930年に始まつて5年或は6年間隔で測定が行なわれている。従つて $4 \times 4 \times 5 = 80$ の回帰線がある。その各々について、図から求めた b と a の値を計算値と比較した。その結果が15表に示してある。

a はhoppus feet 単位で与えられており、一方 b の数値は、断面積が一平方呎

増した時の、hoppus feet 単位で表はした材積の増加を示している。

例えば、 $b = 20$ であれば、断面積が2平方呎の木の材積は、断面積が一平方呎の木より20 hoppus feet 大きいであらう。特にことわりのない限り、この a 、 b の単単位が、才尺節を通じて適用される。

才尺表における各数値はある年におけるある間伐期の4プロットの平均である。 a 、 b を決定する2方法から生ずる相違の重要性を幾分考察するためこれらの数の計算値を、平均して15表に示してある。表の示すところでは目測で引かれた回帰線は b の推定値には偏を生じなかつたが、 a では最初の2つの測定値について心もち負の偏りが入っている感じがする。この偏はもしあるとしても幸ひ小さいので余り重要でない。

15 表

Bowmont 欧州トウヒ標準地の b と a のグラフ値と計算値の差

標準地番号と間伐期	林 令 (年)					平均差
	20	25	30	35	40	
S 8 5 B	0.4	-0.5	0.2	-0.3	0.9	+0.14
S 8 6 C	0.1	0.1	-0.3	0.9	-0.5	+0.06
S 8 7 D	-0.1	0.3	-2.5	-0.4	-0.9	-0.36
S 8 8 L C	0.2	0.0	-0.8	0.4	-0.3	-0.10
平 均 差	+0.15	-0.025	-0.85	+0.15	+0.25	-0.065
b の計算値の平均	13.6	16.1	18.4	20.0	21.25	
a						
S 8 5 B	-0.037	-0.007	-0.087	+0.030	-0.210	-0.062
S 8 6 C	-0.022	-0.024	-0.028	-0.163	+0.094	-0.029
S 8 7 D	-0.007	-0.062	+0.464	+0.031	-0.160	+0.053
S 8 8 L C	-0.024	-0.020	+0.011	-0.076	+0.050	-0.012
平 均 差	-0.023	-0.028	+0.090	-0.044	-0.057	-0.012
a の計算値の平均	-0.358	-0.401	-0.395	-0.307	-0.239	

b 、 a の誤差が特に大きく表われたのは、30年生のD種間伐の標準地であつた。この標準地の記録を調べてみると、その一つ；87号標準地(3)の回帰線が、その基となる点の傾向に、従っていないことが分つた。線を描くものは誰れでも、この標本木は代表的なものでないと考え、それが通ると役が考える線を描いたに違いない。Bowmontのこれ以外

の例では、全て、bとaの計算値とグラフ値の差は小さいので、林令、間伐方法によるこの係数の変化は、ぼやかされなかつた。しかし目線で描いた線が点と一致していない様な他の例が2、3ある。後に説明する、S. 48号標準地の最後の2つの測定値はこの一つの例である。

(iii) 抽出誤差

抽出誤差を調べるために使える資料はより一層の制約を受ける。標本木が無作為ではなく、この章の初めに説明した方法で主観的に選ばれているために、b、aの標準誤差の不偏推定値 δb 、 δa を求めるのに標本木の測定値を使うことは出来ない。標本木の確率的選択と主観的選択の効果を調べることに出来る標準地は、全林木の材積が測定されている標準地即ち、標準地の樹実材積が分っている場合だけである。この測定値は、皆伐された若干の標準地のものが利用出来るに過ぎない。

この伐採された標準地の4つについては、才14表に記載しており、その詳細は16表に示してある。

この4標準地の夫々について、記録から、標本木の二組が選ばれた。その一つは標準的方法によるものであり、もう一つは、周囲を等本数のクラスに分け、各クラスから標本木を一本宛採んだものである。

16 表

4標準地の詳細

標準地番号と位置	標準地面積 (ヘクタール)	間伐型	樹高	林令 (年)	標準地の 本数	最大樹高 (呎)	真の平均 胸高周囲	標準地の 伐採材積 (hoppus ft)
E 59 Highclere, Hants	0.378	B	コルクケマツ	37	322	72½	24	2,579
E 60 Highclere, Hants	0.374	D	コルクケマツ	37	106	73	34	1,907
E 27 Lake Vyrnwg Mont	0.403	D	ベイマツ	29	166	61	26	1,315
S 32 Kildrumy Aberdeen	0.317	C	ベイマツ	40	82	75½	37	1,536

才17篇で論じている他のデータと違つて、4標準地で記録された材積は全て、皮内hoppus feetではなくて皮付のhoppus feetである。

2組の標本木から決定された、b、aおよび δb 、 δa の値が17表に示してある。

18表は、実材積と一緒に、このb、aの値から計算した材積と、次の公式から計算された、材積推定の標準誤差も示してある。

$$\delta vol = NSb \sqrt{\sum X^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x}_p - \bar{x}_s)^2}{\sum X^2} \right)} \quad (2)$$

δvol = 標準地の推定材積の標準誤差

N = 標準地の立木本数

n = 標本木数

$\bar{x}_p$ = 標準地の平均断面積

$\bar{x}_s$ = 標本木の平均断面積

$\sum X^2$ = 平均からの各単木断面積の偏差平方和 即ち

即ち $\sum (X - \bar{x}_s)^2$

普通行うように目線で材積-断面積直線を描いたとしても、どの標準地についても、材積推定値に大した影響のないことを、17、18表は示している。この表は又、期待に反してa、bの推定値および材積推定値の明白な精確度が、標本木の普通の主観的選択法によつて、たとえあつたとしても、極く僅かしか増さないことを示している。材積推定値の標準誤差は主観的に選ばれた標本木の組では、2.45と4.18%の範囲であり、無作為に選ばれた組では、1.49と6.29%の範囲にあることがわかつた。

特定の胸高周囲級で、略平均の材積をもっていると思われる標本木をみつける機に努力することで、材積推定値の精確度を増さうと言うのが、主観的選択の主目的なのであるが、少なくとも、この4標準地では驚いたことにはこの目的が達せられないことが分つた。

17 表

4標準地のb、a、Sb、Saの値

標準地 番号	標 本 木									
	主 観 的 選 択					無 作 為 選 択				
	標本木数	b	δb	a	δa	標本木数	b	δb	a	δa
E 59	8	41.8	1.76	-228	1.08	8	39.7	2.20	1.95	1.06
E 60	8	41.3	4.53	-3.39	2.94	8	36.0	1.55	0.44	1.12
E 27	8	27.5	2.28	+0.02	1.08	8	26.8	3.05	0.06	1.26
S 32	9	32.8	2.26	-0.63	2.03	9	32.5	4.83	1.51	4.78

一方、この標準木の主観的選択により偏りが入ってくるか否かの証拠はない。しかし、4標準地からの証拠だけでは、これ以上の全ての標準地で偏りが入っていないとは断言すしきれない。この様な偏りがおよぼす影響について考察することが望ましい。偏りが、間伐方法や年令と関係があるようであれば、問題は重大になつてくる。

これは、偏りはこれらの因子と b 、 a の真の変化をあいまいにしてしまうからであるが、よくある様に、起りうる偏りが、いづれも、これらの因子のいづれとも関係がなく、一定であるか、観測者により変るだけであれば、精度は低くなるが、この研究の結果は歪曲されないであらう。

主観的に選んだ標準木から計算した $\hat{b}$ 、 $\hat{a}$ が σb 、 σa の正確な推定値とならないにしても、少なくとも真の標準偏差らしきものの指標となりうることを、4標準地の結果は示している。

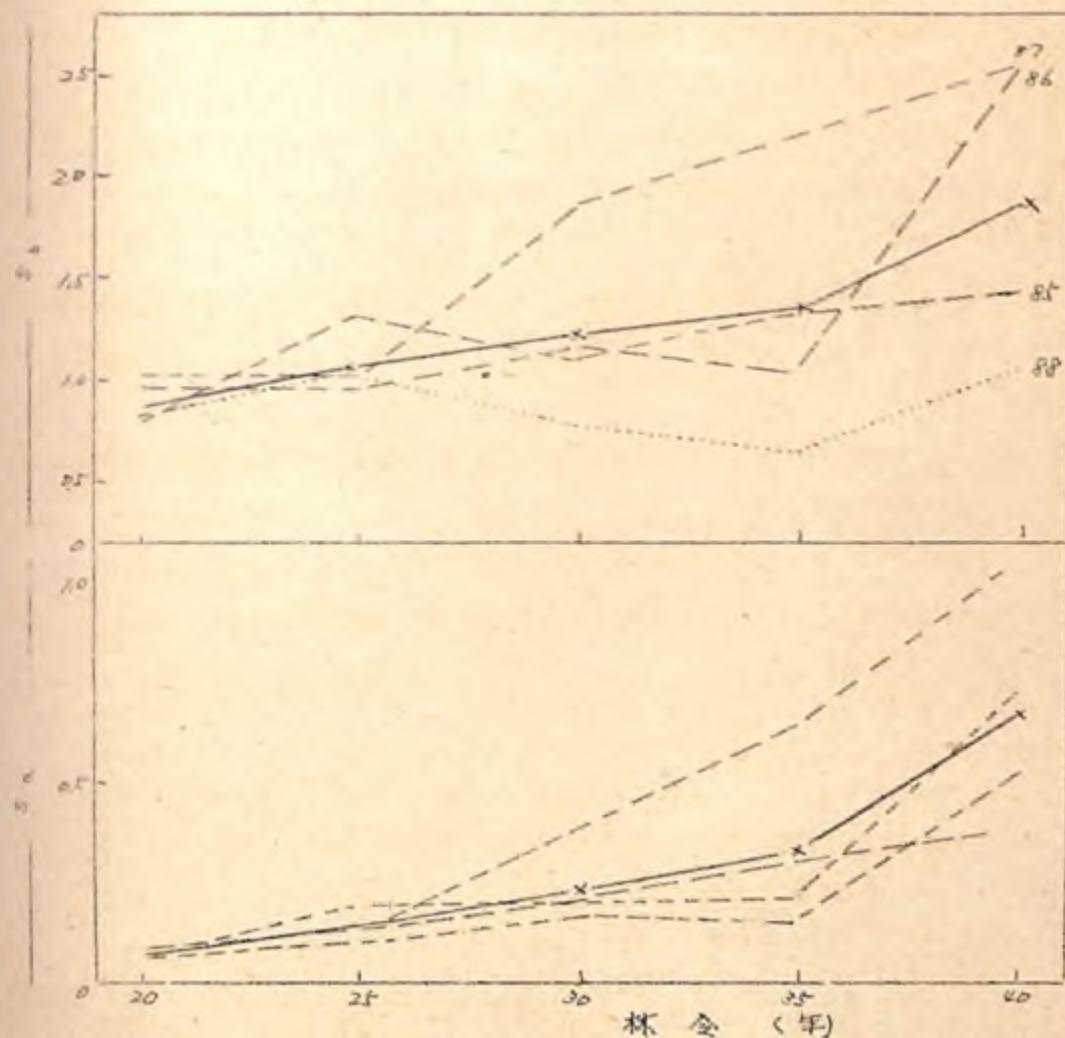
従つて、Bowmont の欧州トウヒの各標準地において、主観的に選ばれた標準木から $\hat{b}$ 、 $\hat{a}$ の値を計算することは当を得たものと考えられる。この様にして得られた σb 、 σa の推定値は、19表の前半に示してあり、21図の上に図示してある。表の数値、および、図の点線沿の点は、与えられた測定時に同箇間伐の行なわれた標準地の平均を示している。

$\hat{b}$ の処理平均は 0.77 と 2.5 の範囲内にあるが、表には示していないけれど、個々の標準地での両端の値は 0.16 と 4.78 であつた。

$\hat{b}$ の値は表 16、17、18、に示した4つの伐採した標準地のそれと同じオーダーである。即ちこの表では、主観的に選ばれた標準木の組に対しては 1.76~4.53、無作為に選ばれた標準木の組に対しては 1.55~4.83 であつた。

$\hat{a}$ の値は 19表と 21図の下半分に示してある。処理平均は 0.066~1.059 であり、19表には示していないが、個々の標準地での両端の値は、0.015 と 1.488 であつた。Bowmont の材積は、皮内で測られたものであるという事を斟酌しても、なほかつ、 $\hat{a}$ の値は4標準地で求められたものより小さい。即ち主観的に選ばれた標準木の組では、1.08、1.08、2.53、2.94 であり、無作為に選ばれた組では 1.06、1.12、1.26、4.78 であつた。 $\hat{a}$ の値が平均周囲に比例するということは既に述べたところであり、伐採標準地の $\hat{a}$ の値が比較的に大きい一因は $\hat{a}$ の最大値をもつ二標準地の平均胸高1/4周囲が、夫々 1/2 吋、9 1/2 吋であるということのためである。一方 Bowmont の標準地では、平均胸高1/4周囲が 8 吋を超えるものはなかつた。しかし、樹皮の有無や、周囲の相違でもつて、皆伐された4標準地の $\hat{a}$ が大きいことを十分に説明することは出来なかつた。

図を書く時の誤差と推定誤差の結合された影響



21 図 Bowmont の欧州トウヒ標準地、林令に対する σb 、 σa の

変化を示す。各点は同じ取扱いをうけた4標準地の平均を示す。

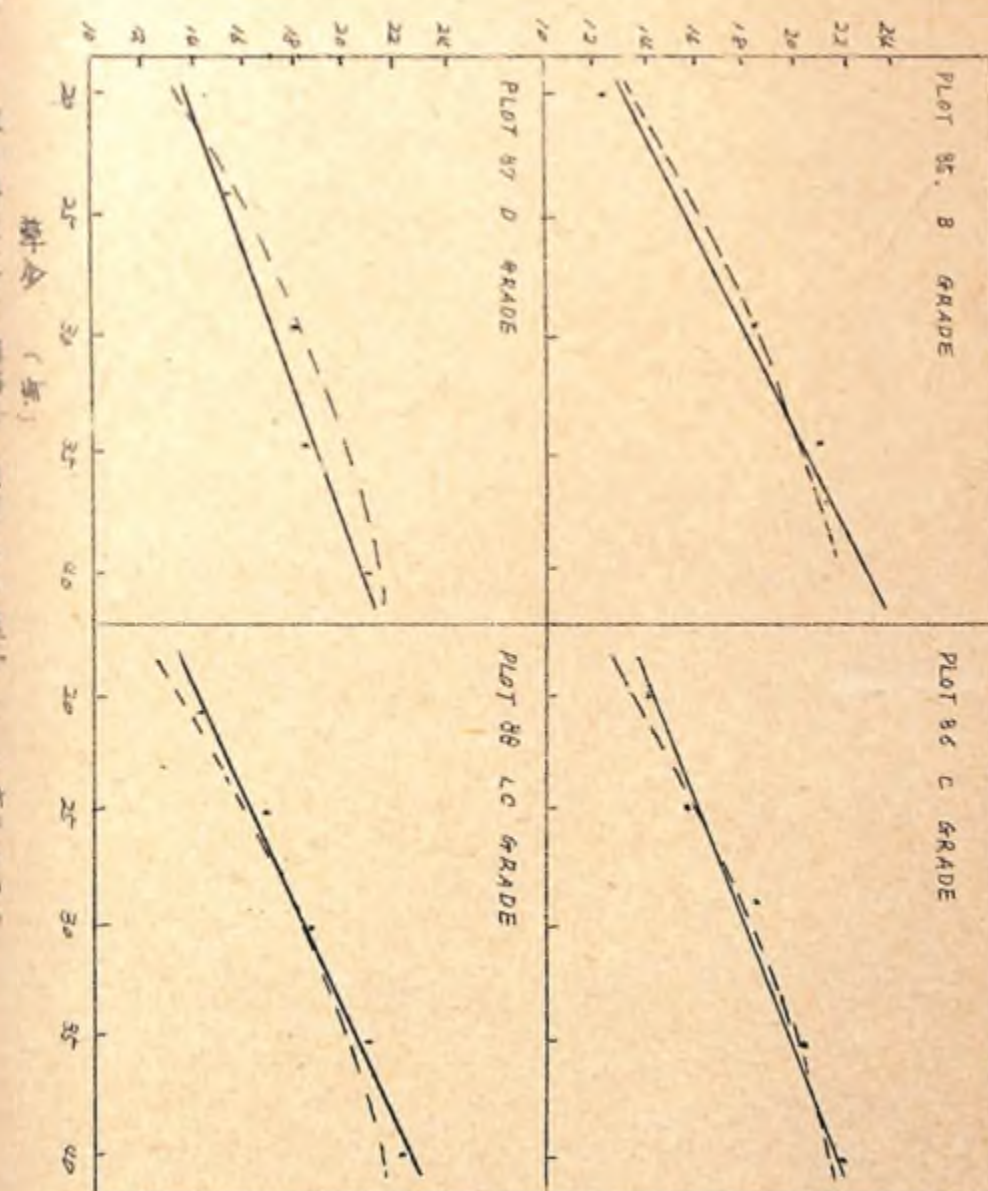
(x) 印と実線は全体の平均を示している。

標準地番号	実材積	標準木法で推定した材積					
		主観的に選んだ標準		無作為に選んだ標準		目で求めた標準	
		計算で求めた材積	標準誤差	材積	標準誤差	計算で求めた材積	目で求めた材積
E. 59	2,579	2,586	±108	2,586	±108	2,595	2,523
実材積との差		+0.27%				+0.62%	-2.17%
E. 60	1,907	1,872	±58	1,872	±58	1,899	1,893
実材積との差		-1.84%				-2.52%	-0.73%
E. 27	1,315	1,337	±46	1,337	±46	1,332	1,294
実材積との差		+1.67%				+1.29%	-1.60%
S. 32	1,536	1,539	±38	1,539	±38	1,500	2,480
実材積との差		+0.20%				+0.91%	-3.55%

19 表

Bowmont の欧州トウモロコシ畑地における $\bar{b}$ 、 $\bar{a}$ の値

処理番号および間伐型	年				
	20年	25年	30年	35年	40年
S 8 5 B	0.77	1.30	$\bar{b}$ 1.09	1.31	1.40
S 8 6 C	0.95	0.93	1.15	1.03	2.47
S 8 7 D	1.02	0.98	1.85	2.18	2.50
S 8 8 LC	0.79	1.02	0.77	0.63	1.02
平 均	0.88	1.06	1.21	1.29	1.85
計算した $\bar{b}$ の平均値	1.36	1.61	1.84	2.00	2.15
S 8 5 B	0.071	0.192	0.204	0.305	0.407
S 8 6 C	0.084	0.132	0.201	0.227	0.716
S 8 7 D	0.090	0.136	0.376	0.624	1.059
S 8 8 LC	0.066	0.096	0.169	0.156	0.519
平 均	0.078	0.039	0.238	0.328	0.675
計算した $\bar{a}$ の平均値	-0.358	0.401	-0.395	-0.301	-0.239

回帰係数 $\bar{b}$ 

22 図 Bowmont の欧州トウモロコシ畑地における、間伐による樹径と樹高の関係を示す。
 図は、間伐の程度に對して計算した回帰係数 $\bar{b}$ 、 $\bar{a}$ の値を示す。縦軸は樹高 (m)、横軸は樹径 (cm) である。

今までのところ、標本木の主観的選択は、抽出誤差に大した影響をおよぼさないことが立証されている。又サンプリングに帰因する b の標準誤差 (δb) は平方呎当り 4 hopus feet を越えることもあるが、普通はこの半分であり、さらに、計算の代り、目測で、材横一断面積直積を描くことで生ずる誤差よりも普通、抽出誤差は大きいということも示された。

したがって、 b を推定する際、この二つの原因による結合誤差は概して小さいことが期待され抽出誤差だけよりは少し大きい有余大きくはない。 a については、証明は確かではないが、抽出誤差が少くとも最大限 6 hopus feet に達している様に思はれる。 b の場合と同様サンプリングによる誤差は、普通目測で回帰線を描くことによる誤差より大きい。

標準地を順次測定する際決められた b 、 a の値を比較することで、 b 、 a の推定値が与える二つの原因による誤差の結合された影響についての 2、3 の概念が得られるだろう。 b 、 a の値を樹令或は樹高に対してプロットすれば、(樹令とは極めて密接な相関がある) これらの点はある一定の傾向をもち、その周りに、 b 、 a の個々の値が散ばっているのが見られる。この散ばりは、次の測定までの木の不規則な変化によるか、上にのべた誤差によるか、或は、この二つの原因の組合さつたものによつて生じたものであることは間違いない。林分の生育過程について知られている事実から、たとえ、実際の生長率が年によつて変化したとしても、樹型の不規則な変化は殆んどありえないものであり、したがつて散ばりの大部分は a 、 b を決める時の誤差によるものに違いない。

上層高 (top height) に対する b の回帰線の周りの個々の b の値の散ばりは、23、25、27、29、31、33、35 図に示してある。図は夫々、一つの樹種の標準地を示している。各標準地の点は点線で結んであり、記号と線の型で間伐型が示してある。この図については才 5 章で詳しく論ずることにして、ここでは点の散ばりだけを考察することにする。この散ばりは普通 b の 3 位より小さいが、特定の標準地の平均的傾向から 5 単位だけ隔つてゐる標準地もある。 b 、 δb の値を計算した標本木の内部的証拠に基く前述の Sb の推定値は、このダイアグラムに示されている大きさの偏差を期待させるだろう。

b と同様に、 a の値を上層高 (top height) に対してプロットすることは可能であつたが、才 5 章で説明する様な理由から、 a の代りに上層高に対して z' をプロットの方が良いということが分つた。 z' は $Y=0$ における断面積である (20 図参照)。 Z' と上層高との関係は 24、26、28、30、32、34、36 図に樹種別に示してある。

これらのグラフから a の変化を推定するには $\delta z'$ と δa との関係を思い出さねばならな

い。 z' が正であれば、

$$\Delta z' < \frac{\Delta a}{b} \quad (31)$$

z' が $\bar{x}$ に較べて小であれば

$$\Delta z' > \frac{\Delta a}{b}$$

即ち

$$\Delta a \approx b \Delta z' \quad (31a)$$

であることが既に証明してある。

7 樹種のグラフを調べた結果、 z' の平均値は全樹高を通じて一定で、約 0.3 平方呎であることが示され、個々の z' の値は、一つの標準地における、 z' 対樹高の回帰線から 0.2 平方呎位、離れていることもあることが示された。 $\Delta z'$ の最大値は恐らくもつと小さく、0.1 と 0.15 平方呎の間位にある。

z' の値の散ばりは樹高範囲の上端近くで最も大きく、 b の値は平方呎当り約 4.0 hoppus feet であり、又高い木は大きな断面積を持っているから、 $\bar{x}$ は z' に較べて大きいことが知られている。したがって、積 bz' は Δa の幾分過大な推定値となることが期待され(方程式 31a) Δa の最大値は恐らく 4~8 hoppus feet の間にあるだろう。 Δa を直接計算して求めた標準地では、これは前述の結果と一致する。

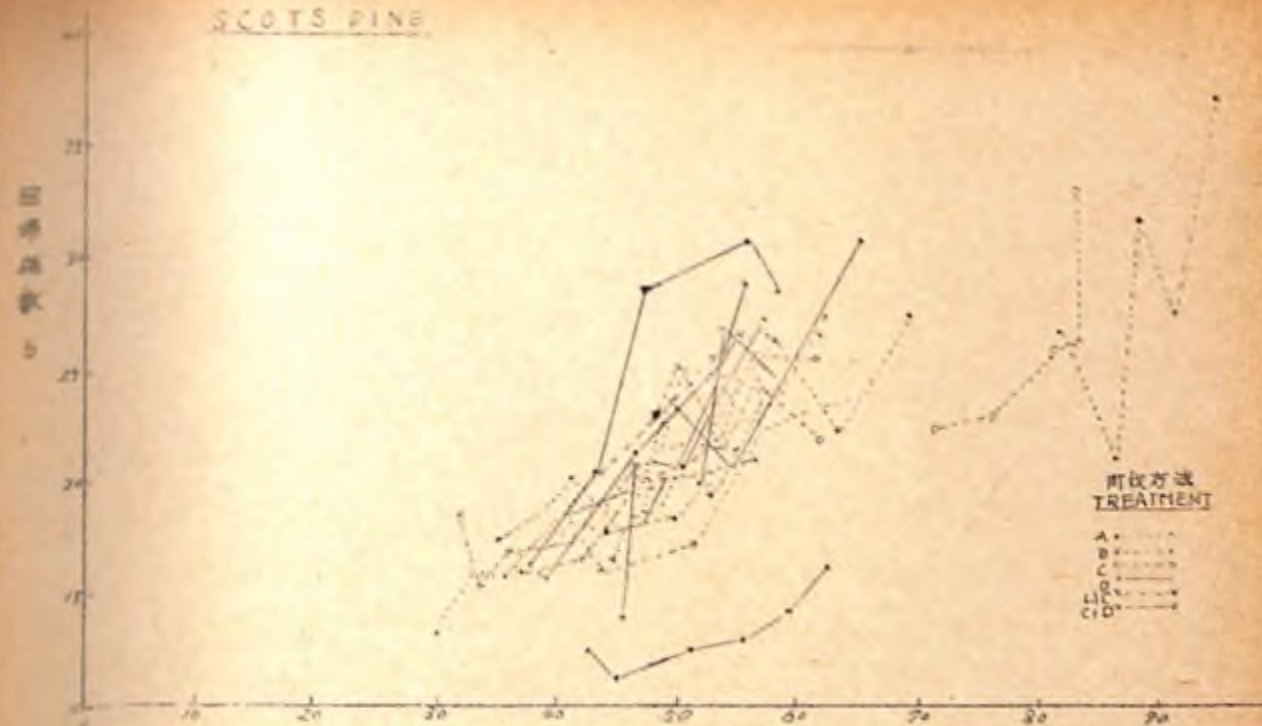
要約すれば回帰常数 a 、回帰係数 b は誤差の 2 つの主因の影響を受ける。オ 1 は目視で回帰線を描くこと、オ 2 はサンプリングによる誤差である。この結果、 b の標準誤差は通例平方呎当り 2 hoppus feet より小さいが、平方呎当り 5 hoppus feet 位のこともあり得る。 Δb の比較的に大きな値は、 b そのものが大きい処に生ずる傾向があり、百分率で表わせば、 Δb は、大体 b の 10% 以下である。

Δa は通例 0.5 hoppus feet より小さいが 8 hoppus feet 位のこともあり、 $\Delta z'$ は通例 0.03 平方呎より小さいが 0.2 平方呎位のこともあり得る。この程度最大の誤差は、周囲の小さな林木からなる標準地では、材積推定の際極めて重大なこととなるが、この様に大きな誤差は、小周囲の林木のない老令標準地でみられるのが普通である。

これらの誤差が材積推定におよぼす影響、

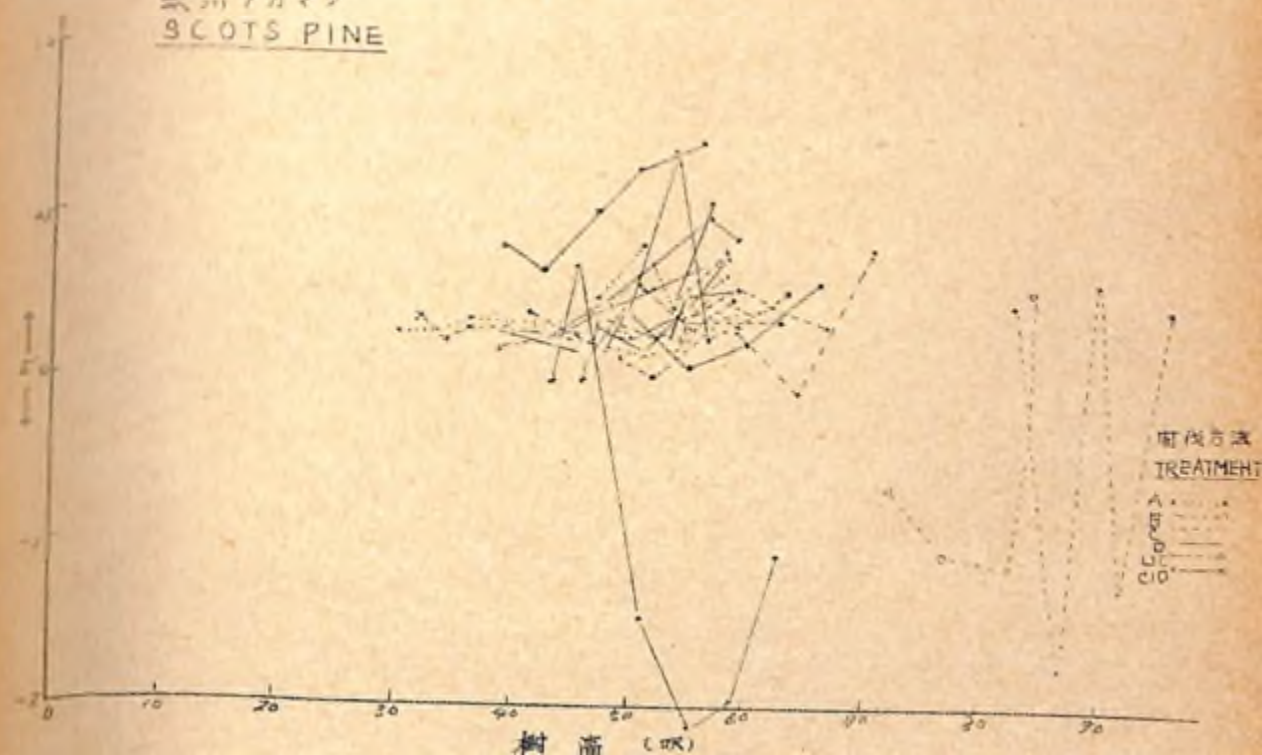
しかし、 a 、 b の組合さつた誤差が標準地の材積推定におよぼす影響をもつとくわしく調べてみたい。17 表には、4 伐採標準地の b 、 Δb 、 a 、 Δa の値が示してあり、18 表には、これに対応する材積推定値の標準誤差が測定材積の 6.29% と 1.49% の間にあることを示している。

スウェーデン
SCOTS PINE



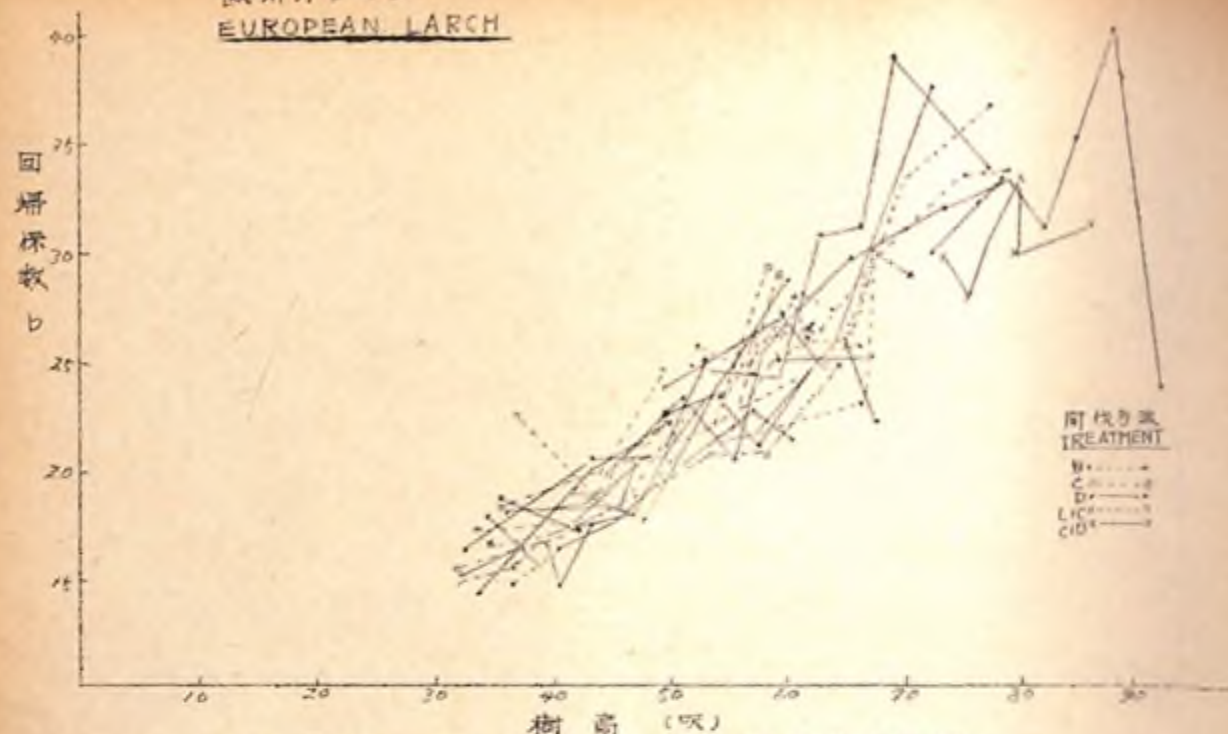
23 図 欧州アカマツ; 回帰係数 b と樹高との関係

スウェーデン
SCOTS PINE



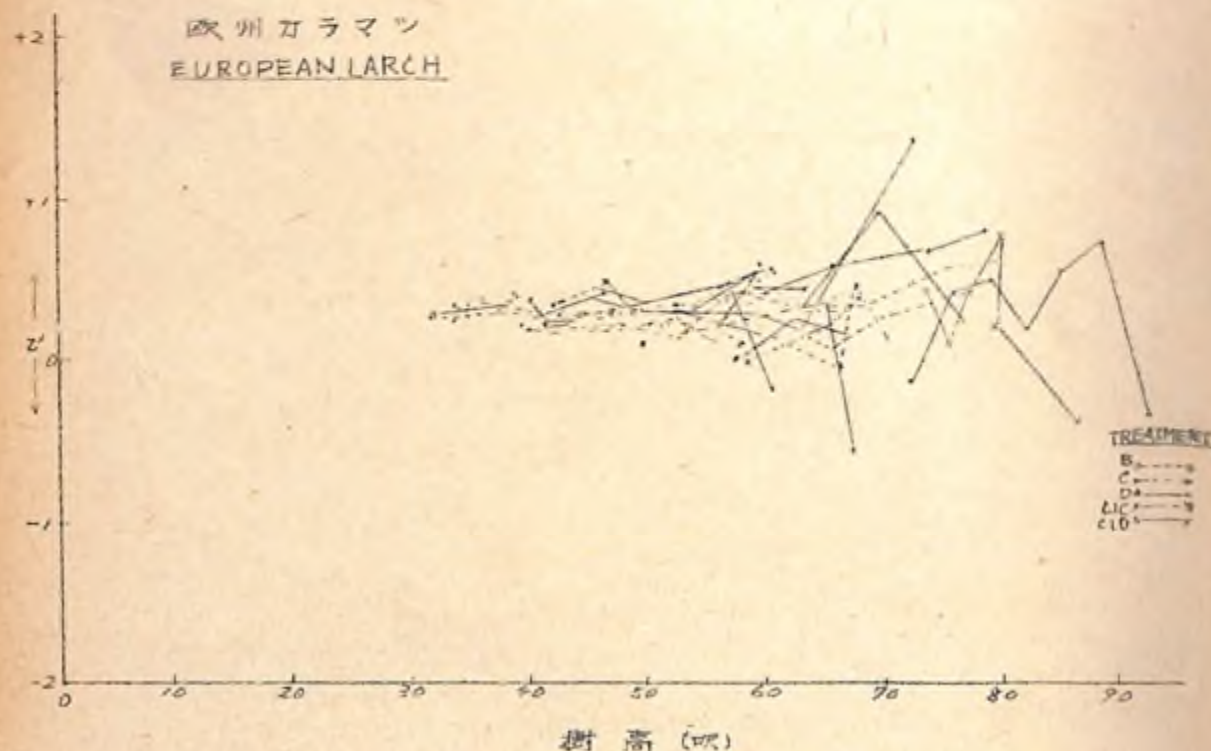
24 図 欧州アカマツ; z' と樹高との関係
欧州カラマツ
EUROPEAN LARCH

欧州カラマツ
EUROPEAN LARCH



25図 欧州カラマツ; 回帰係数と樹高との関係

欧州カラマツ
EUROPEAN LARCH



26図 欧州カラマツ; Z' と樹高との関係

恐らくこの精度は大抵の標準地では典型的なものであるが、現行の標準地調査法による回帰係数の算定と思われる最大誤差について何んらかの概念も求めたい。a、bの異常値を求めるために、23図～26図を調べてみた。

これらの図では、樹高に対して、aではなくZ'がプロットされているけれども、この誤差は極くはなかつた。それは、この二つの係数間には簡単な関係のあることが示されているからである。

$$\text{即ち } z' = \frac{-a}{b} \quad (23b)$$

さらに詳しく調べるために27、28図に示してある欧州トウヒの2標準地S5、S6を選び出した。この2標準地は同一林分内にあり、対照的な間伐がほどこされているにもかかわらず、極く最近の測定の場合を除いて、2標準地のa、bの値は幾時でも同じであつた。

両者の時差が表れたのは、誤差のためであると考えられる。

20表は、2標準地の夫々について、b、aおよびZ'の図から得られた値と計算値とを示している。この表は又、これらの標準地を一括にした時、図から得られたこれらの係数の平均値も示している。a、bおよびZ'の図から得られた値と計算値との差は、この2標準地の差に較べて、極めて小さなものであることがみられるであろう。このことは、標準地間の見掛けの差は、実際に差があるのか、サンプリングのために生じたものに相違ないことを意味しており、目測で回帰線を引いたことに、その責をおわすことは出来ない。

標準地間のb、aの値—これも20表に示してある—は、2標準地の回帰線間の差は5%確率水準で有意ではなく、それはサンプリングに起因するものであることを確証している。20表の4らんに示してあるa、bの平均値は、各標準地の計算値の5%信頼限界内に含まれている。

20表

1943年調査の欧州トウヒ標準地S5、S6

b、aおよびZ'の図から得られた値と計算値

	標準地番号と間伐型		平均
	S.5 (D種)	S.6 (B種)	
b 図	34.9	26.2	30.55
計算値	33.3±4.158	26.8±2.048	
a 図	-2.77	+1.05	-0.86
計算値	-2.9±3.17	+0.76±1.34	
Z' 図	+0.080	-0.040	+0.028*
計算値	+0.087	-0.028	

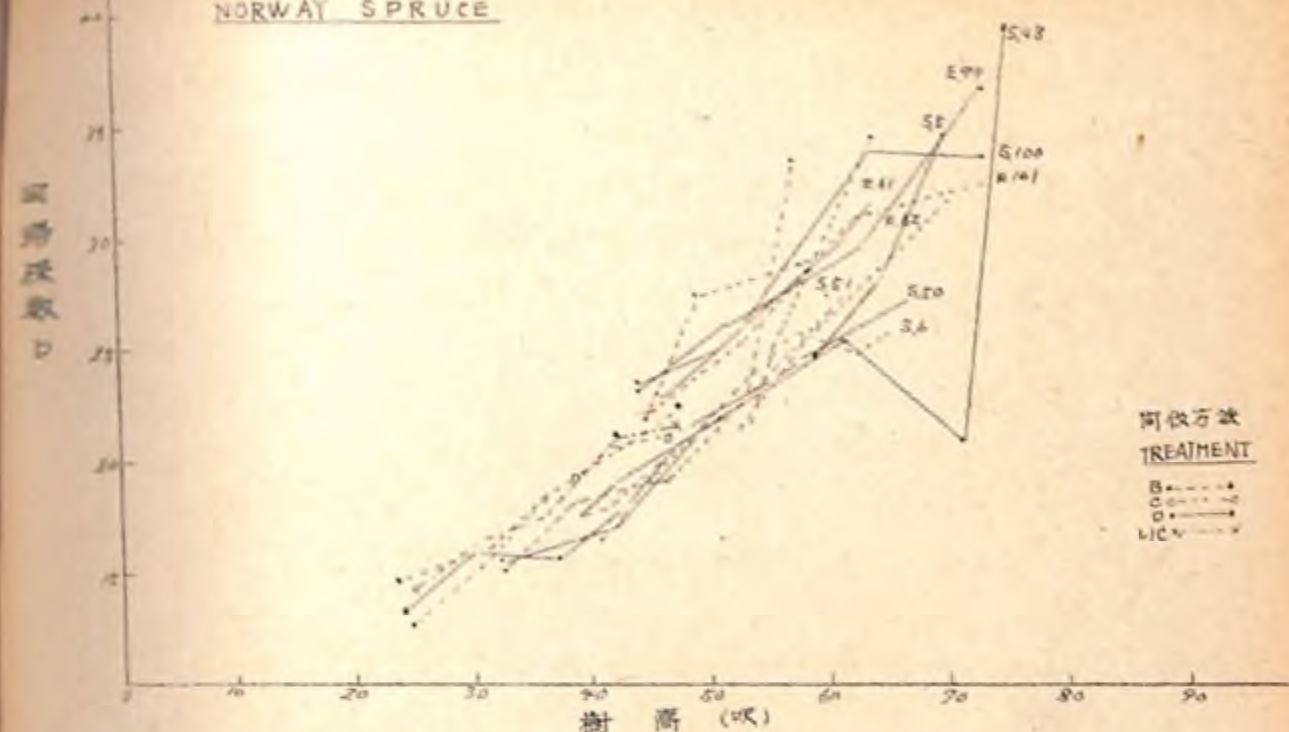
* この数値は上記の a、b の平均値から計算したもので、2つの Z' の値の算術平均ではない。

21表は直径の大きさ順に並べた組毎に、目測で引いた原線から決定した材積と、20表4らんに示してある b、a の平均値を使つて、2つの標準地の新面積に対する共通回帰の値を假定することにより求めた材積とを比較したものである。標準地 S5 では、平均回帰線は 119.3 hoppus feet 即ち、原回帰から求めた推定値の 6.30% に当る最大推定値を与え、標準地 S6 では 163.7 hoppus feet 即ち 6.45% の最小推定値を与えた。しかし個々の周回級毎の材積推定値の差は、標準地 S5 では +14%、標準地 S6 では、-20% に達するものがある。この数字は現行法で得られる材積推定値の最大誤差について、何等かの指標となるものである。平均回帰線は 2 標準地の夫々について別々に描いた材積線より良い、或は悪いということを確認をもつて決めることは不可能である。とにかく、標準地 S6 では、平均回帰線による推定値がよいという証拠がある。それは 21表に示してある様に、別々の線から求められた形数は最初の周回級では異常に高いからである。

1938年に再測し、22表に示してある全周回級に対する形数の様に、比較的に大きな直径に対して記載されている形数はまったく正常なものであるという事から、形数は正確なものでないことが示してある。標準地 S5 についての証拠は結論的なものではなく、平均回帰線がその標準地の原線より、周回級毎のよい材積推定値を与えないということを示す証拠はないのである。

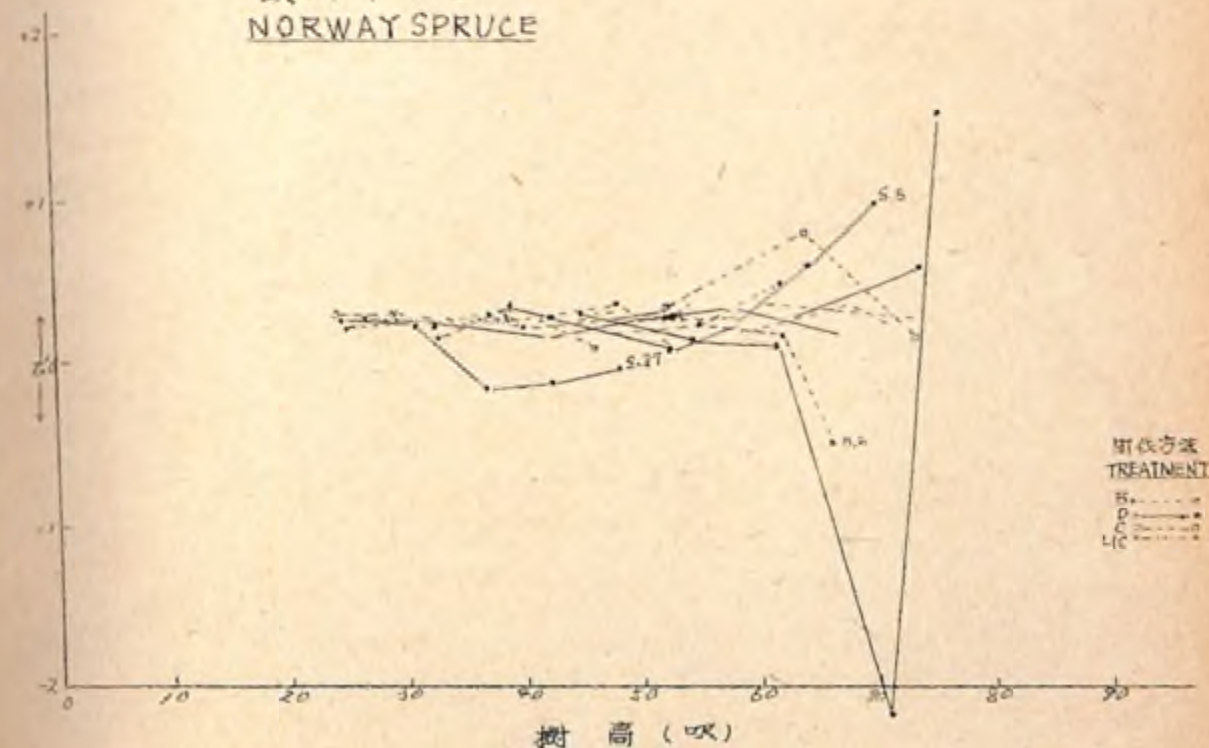
この結果については 6 章で論べることにする。

欧州 トウヒ
NORWAY SPRUCE



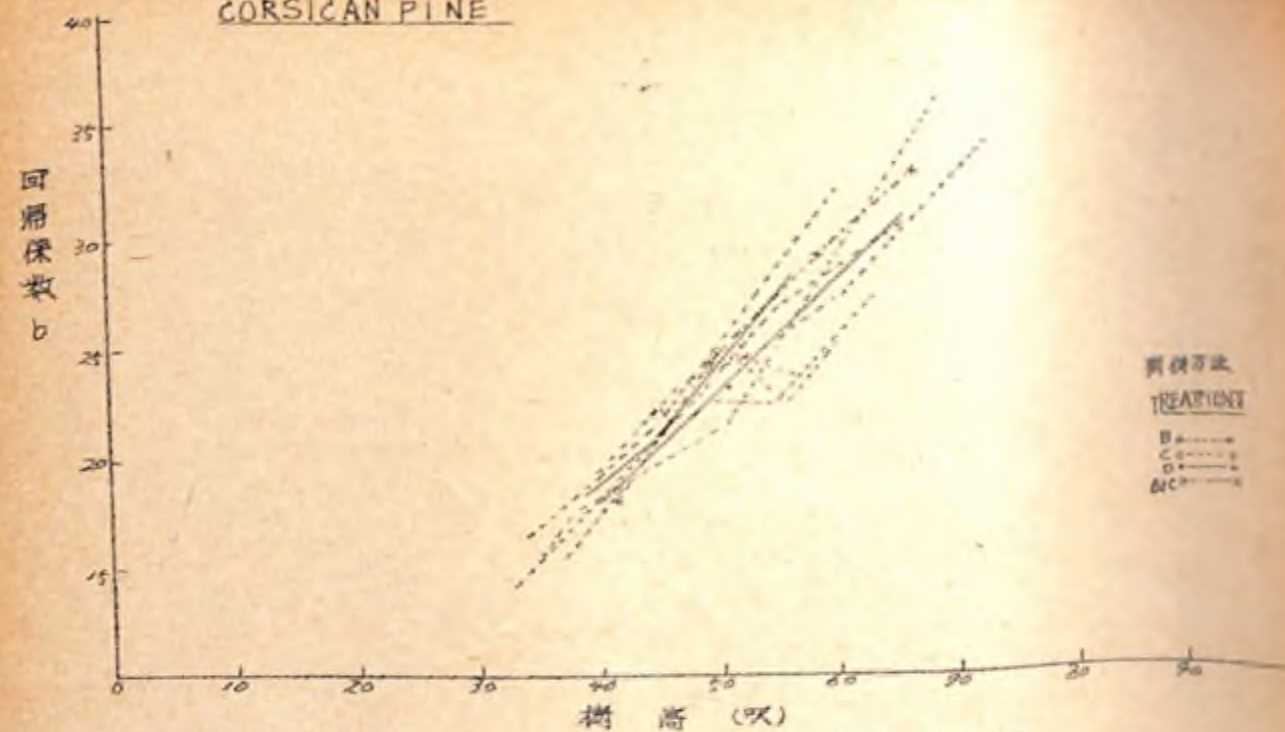
27図 欧州トウヒ; 回帰係数 b と樹高との関係

欧州 トウヒ
NORWAY SPRUCE



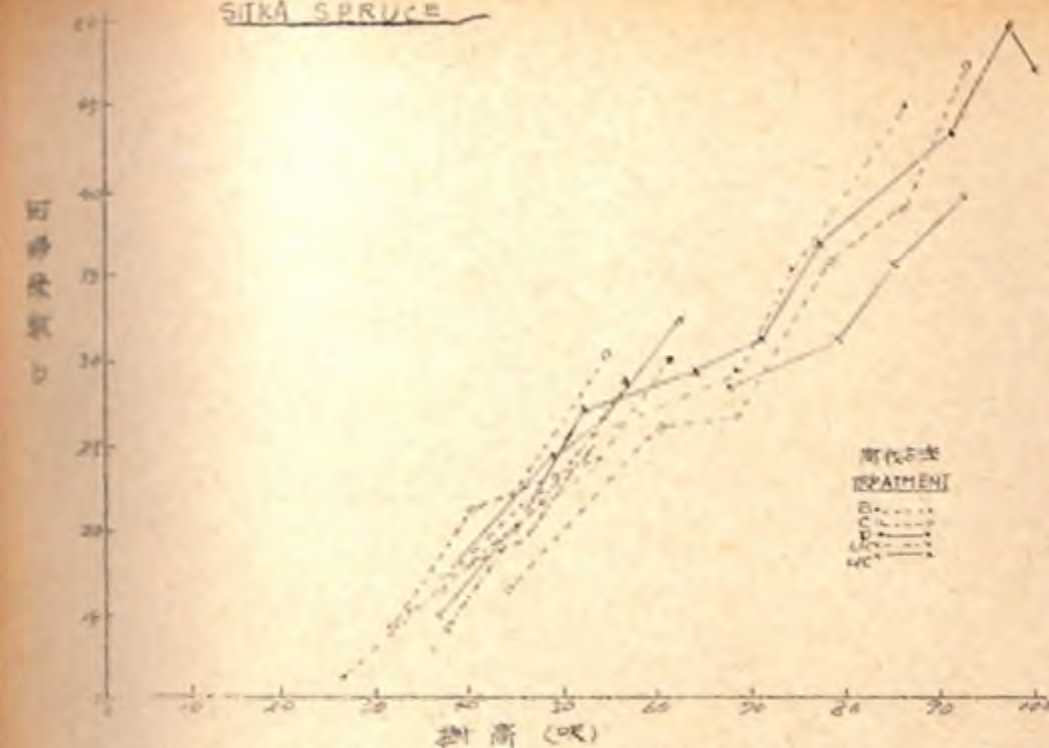
28図 欧州トウヒ; Z' と樹高との関係

コルシカマツ
CORSIKAN PINE



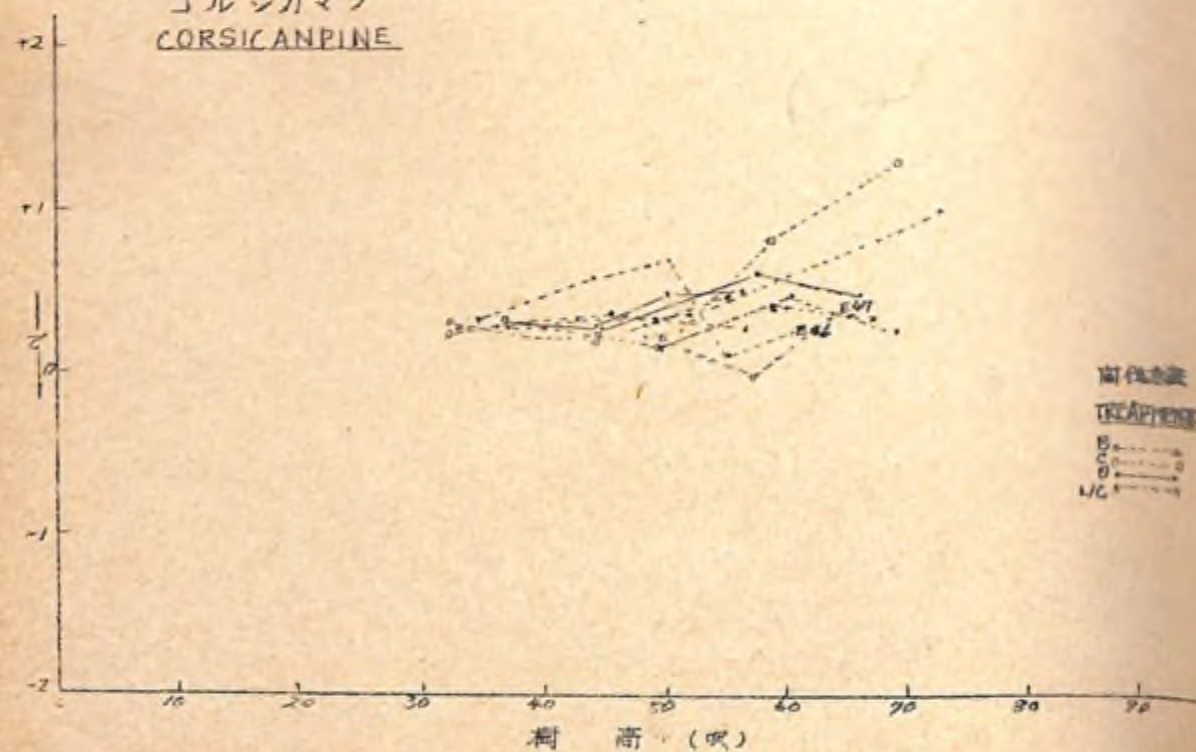
29図 コルシカマツ; 回帰係数bと樹高との関係

シトカトウヒ
SITKA SPRUCE



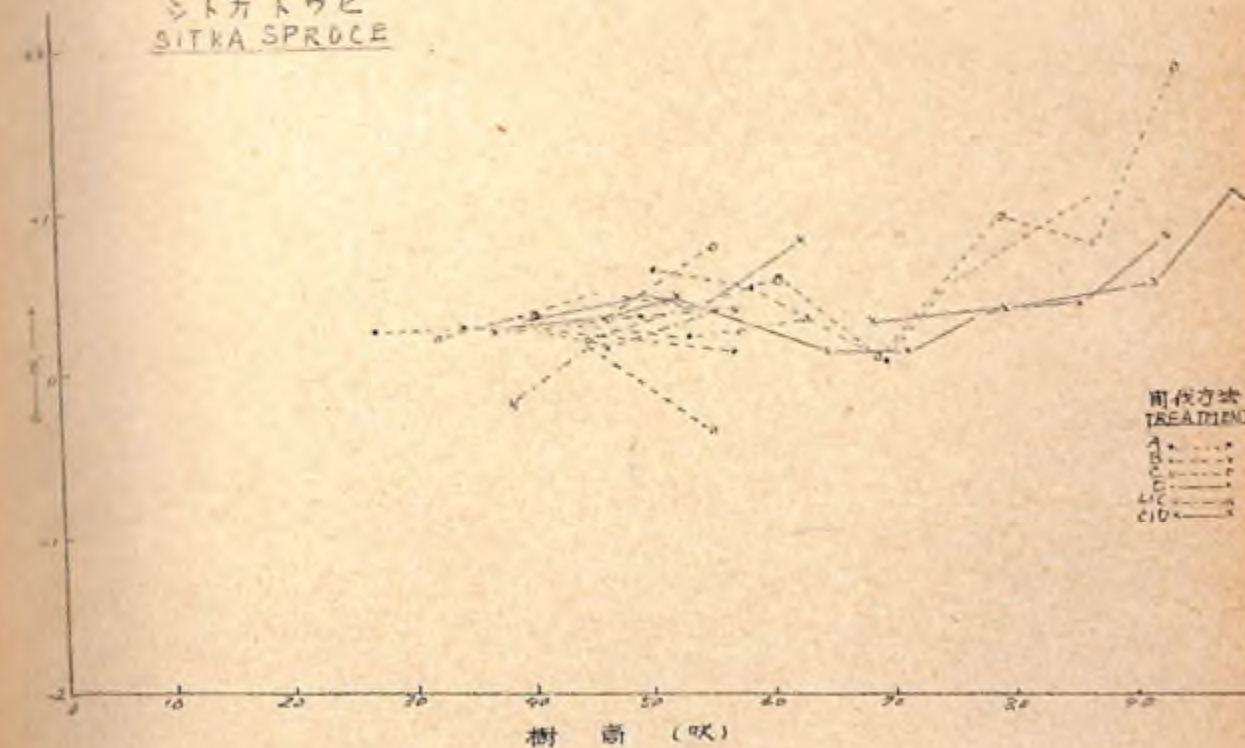
31図 シトカトウヒ; 回帰係数bと樹高との関係

コルシカマツ
CORSIKAN PINE

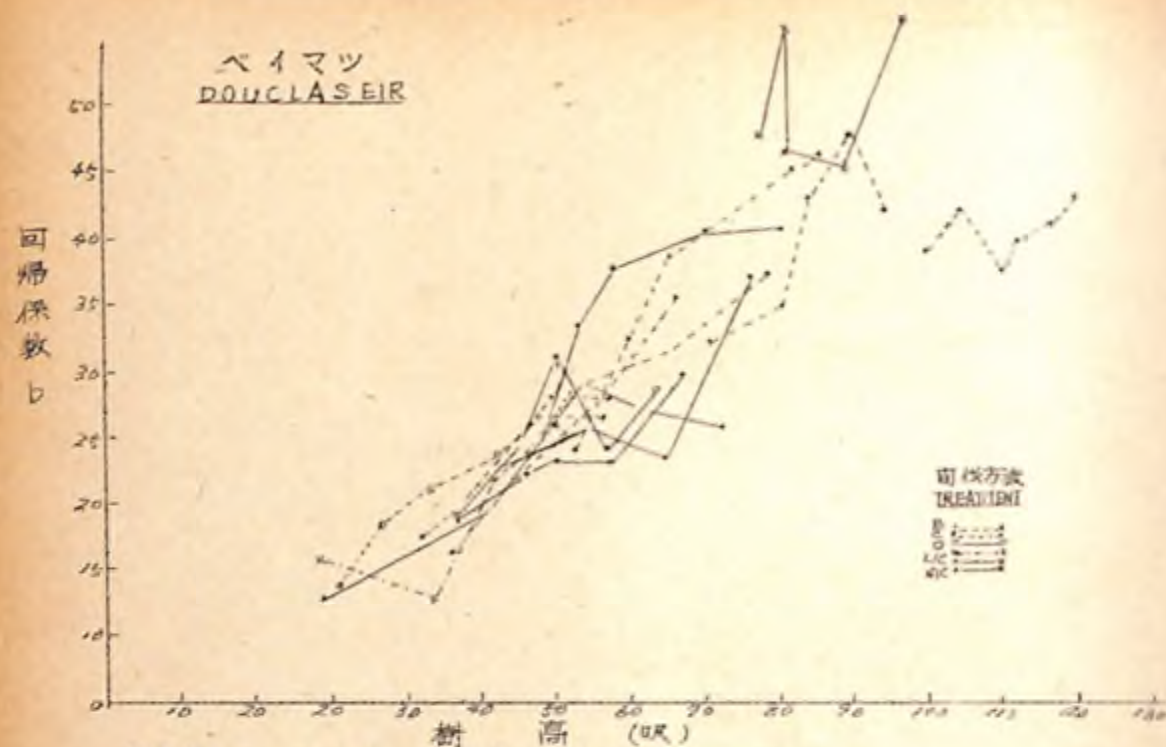


30図 コルシカマツ; rと樹高との関係

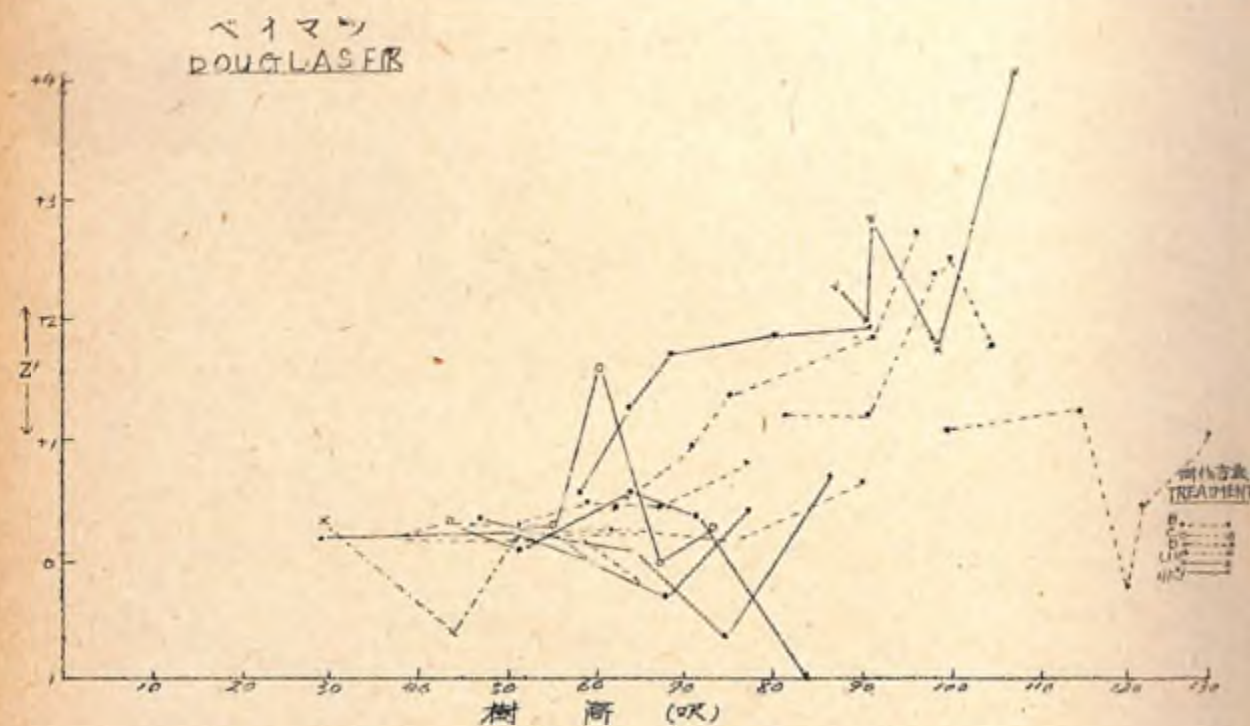
シトカトウヒ
SITKA SPRUCE



32図 シトカトウヒ; rと樹高との関係



33図 ベイマツノ回帰係数と樹高との関係



34図 ベイマツノ $\bar{z}$ と樹高との関係

21表

歐洲トウヒ標準地S5、S6、1942年に推定した

原回帰線と平均回帰線の周回級別比較

	本数	平均 断面積	級当り反内総材積		差 hoppus feet	%	形数	
			原推定値	平均回帰 線からの 推定値			原推定値	平均回帰 線からの 推定値
標準地	20	0.809	490.1	477.1	-13.0	2.65	424	418
	20	0.633	353.4	369.5	+16.1	4.56	415	426
	20	0.558	301.0	323.5	+22.5	7.48	411	430
	20	0.489	256.0	281.8	+25.8	10.08	406	437
	56	0.356	492.6	560.5	+67.9	13.78	397	454
S5	136	-	1893.1	2012.4	+119.3	6.30	408	434
標準地	20	0.694	390.3	407.0	+16.7	4.28	420	438
	20	0.525	303.2	303.8	+0.6	0.20	437	445
	20	0.478	278.3	274.6	-3.7	1.33	449	446
	20	0.426	251.6	242.9	-8.8	3.50	458	449
	40	0.371	445.8	418.5	-27.3	6.12	479	452
S6	40	0.297	368.5	328.3	-40.2	10.91	508	455
	73	0.207	500.5	399.5	-101.0	20.19	552	455
	233	-	2538.2	2374.5	-163.7	6.45	479	448

分1段階として、林令、間伐期によるbの計算値の変化を調べた。この結果は23表に示してある。

23表

Bowmont 欧州トウヒ標準地における回復係数b

間伐 方法	処理番号	年 令 (年)				
		20	25	30	35	40
B	S85	12.4	16.1	18.5	20.9	21.6
C	S86	14.4	15.8	18.7	19.9	21.8
D	S87	13.5	15.3	18.2	18.4	20.7
L/C	S89	14.1	16.8 ±0.65	18.5	20.8	22.2
全 体		13.6	16.1	18.4 ±0.32	20.0	21.5

まず、縦断調査のデータを別々に分析した。各測定時における誤差分散の間に有意な差があるかどうかを検定するため、Bartlettの分散の一様性の検定が使われた (Snedecor 1946)

この結果有意差は認められず、こみにした誤差分散から計算した個々の標準地に対するbの標準誤差は、平方呎当り1.30 hoppus feetであることがわかった。したがって、この標準誤差の推定値— δp で表わしてある—は、全ての再測値に適用する。23表の数字は同様の間伐の行なわれた4標準地の平均であり、したがって、標準誤差は $\frac{1.30}{\sqrt{4}} = 0.65$ である。標準地の標準誤差の推定値は二つの要素から成っている。そのうち1のもの δb は各標準地のbが全林木からではなく標本から決められているということから生じたものである。この抽出誤差は第4章で調べたものであり、0.77~2.50まで変化しており、全平均は1.26であることが、19表に示してある。 δp のうち2の要素— δd で表わしてある—標準地間のbの実際の差によるものである。この2つの要素が互に独立であり、独立でないことを示すものがなければ、次の関係が成立する。

$$\delta p^2 = \delta b^2 + \delta d^2 \quad (33)$$

この方程式および上記の δp 、 δb の推定値から δd は極く小さなものでなければならず、予期された様に、bの真値は同じ間伐法を受けた標準地には有意差のないことが分った。

漁つた間伐法をうけた標準地間においても b は等しいことを 23 表は示している。しかし年令による b の増加は極めて有意なものであつた。

標準地が 20 年生で、上層高が約 25 呎であつた、1930 年には、 b の値は B 種標準地の平均 12.4 と L/C 種標準地の平均 14.1 の間にある。

上層高が 45~48 呎にまで伸長した 40 年生では b は D 種の 20.7 と L/C 種の 22.2 の間にあつた。

年令によつて b が増加する傾向は、22 図にグラフで示してある。どの間伐法においても、年令に対する b の回帰は幾分曲線性を示していたけれども、直線から有意に逸つていく様なものはなかつた。しかし、全ての方法を一緒にすると、直線からの隔りは有意になつた。点線はこのとみにした曲線を示している。年令の代り上層高に対して b をプロットすれば、同じ様な結果となる(どの様な場合でも、年令と樹高には密接な相関がある。)しかし樹高成長は観測の行なわれた 20 年間に幾分低下するので、全然無くなりはないが、曲線性は減少する。樹高成長が極度になる状態は 24 表に示してある。

24 表

Rowmont の欧州トウと標準地における 100 本の最大の木の平均樹高

間伐方法	処理番号	年 令 (年)				
		20	25	30	35	40
B	S85	25	31	36½	42	47
C	S86	24	30½	36	41½	46
D	S87	24½	30½	37	42½	48
L/C	S88	25	30½	36	42	47

次の段階として、 a が年令、間伐方法によつて変化するかどうかを調べた。25 表は各測定時における間伐方法毎の平均を示している。 a の標準地の標準誤差の推定値 (δpa) — 25 表の最下行に示してある。— は測定時によつてかなり変化していることが分つた。即その実際の数値は 0.074, 0.066, 0.085, 0.045, 0.304 である。この標準誤差間の差は有意であることが分り、したがつて、 b の時に行つたようにプールのことは出来なかつた。そこで間伐方法による標準誤差は測定時毎に示してある。各間伐方法には標準地が 4 つあるので、間伐方法に対する標準誤差は標準地に対する標準誤差の 1/2 に等しい。標準地に対する標準誤差 (δp) は二つの要素から成つている。その一つ、 δa は標準地

毎の a が全林木ではなくて標準木から決められているということから生じたものである。この要素については 4 章に説明がしてあり、5 つの測定時において夫々平均して 0.078, 0.139, 0.238, 0.328, 0.675 であることが 19 表に示してある。 δpa の 2 の要素 — δda で表わしてある — は同じ間伐法のどこされた標準地間の a の実際の差に帰因するものである。この 2 つの要素が互に独立であれば — そうなることが多いが — 一次の関係が成立する。

$$\delta pa^2 = \delta a^2 + \delta da^2 \quad (34)$$

δda が極めて小さければ、 δpa と δa は同一オーダーでなければならないが、実際には同じではなく、どの測定時においても、サンプリングによる測定値の誤差は、大部分の標準地において同一方向に生ずるため、 δa は δpa を越えることさえある。この様なことが起れば δa の推定値の平均より小さい δpa の推定値が標準地間の差の分析の結果得られるであろう。この様なことが 2, 3 5 回目の測定時に起つている。この場合には δa の平均は δpa より大きい。

25 表

Bowmont 欧州トウと標準地における回帰係数 a

			年 令 (年)				
			20	25	30	35	40
a	B	S85	-0.26	-0.38	-0.48	-0.48	-0.59
	C	S86	-0.41	-0.39	0.43	-0.37	-0.50
	D	S87	-0.37	-0.36	0.32	+0.17	+0.20
	L.C	S88	-0.39	-0.47	-0.45	-0.55	-0.47
平 均			-0.36±0.018	-0.40±0.016	-0.40±0.021	-0.39±0.016	-0.24±0.076
標準地の標準誤差			±0.074	±0.066	±0.085	±0.045	±0.304

方程式 (34) と上に示した δpa と δa の数値から δda は非常に小さなものでなければならない。則ち、どの測定時においても、同一間伐方法の行なわれた標準地では、 a の真値は極めて似ている。間伐方法、測定時の間の a にも有意な差はなかつた。その総平均は -0.34 hoppus feet であつた。しかし、D 種間伐では、 a の値は 20 年の -0.37 から 40 年の +0.20 に上り、一方他の間伐法ではいづれも -0.26~0.55 であつたことには注目の価値がある。

Studies on other Norway Spruce Plots

Bowmont の欧州トウヒ標準地について調べた後、この研究で調べた7樹種の標準地全てについて調べてみたが、林令に対する b 、 a の回帰を考究する代りに b と、 $-\frac{a}{b}$ (23) に等しいことが示された z' の回帰を考究する方がよいことが分つた。 a より z' を使う方が望ましい、と云うのは、Bowmont では a の大きさは林令(樹高)に対して略一定であつたが、他の場所では林令と共に増加しており、これに対して、 z' は一定である様に思われた。

次の2つの理由から、樹高を林令の代りに独立変数として選んだ。オ1に上層高に対する b の回帰は、林令に対する b の回帰より直線に近いことが Bowmont の標準地で分り、オ2に地位の違つた、即ち生長率の非常に違う場所の林木を比較した時、殆んどの林木の特性は、林令より樹高と密接な関係があることが分り、このことを b に適用する方がよいと考えたからである。例えば上層高の80呎の欧州トウヒ林分の総材積は、この樹高に達するのに50年かかろうと、80年かかろうと関係なく、エーカー当り略々皮付10,000 hoppus feet である。この結果、 b は林令より樹高とより密接な関係にあると云う仮定が確認された。Bowmont では、年令を使つてもこの様な不合理は起らなかった。それは、林令と樹高が極めて密接な関係にある様に、一様な立地で全ての繰返し測定が行なわれたからである。次の測定が行なわれるまでの期間が等しいが、一方樹高の間隔は樹高生長が徐々に緩慢となるため幾分変化しているの、解析するのに便利な様に林令を選んだ。

他の欧州トウヒのデータを取扱う場合、その仿きを地位の違う標準地の仿と比較するため、Bowmont の標準地をもう一度データに含ませた。しかし Bowmont のデータと他のデータと揃えるために、 b 、 z' の計算値の代りに、グラフから求めた値が使われた。16ヶ所の Bowmont 標準地に加えて、13ヶ所の標準地から成る6つの間伐シリーズをこの研究に使つた。この標準地は附録Vに示してある。

27図には、上層高に対する、測定時毎の各標準値の b の値がプロットしてある。各標準地の b の値を順次直線で結んだ。間伐方法は線の型および記号で区別してある。この図から次の様なことが分つた。

- i) b は間伐方法によつて影響されない。
- ii) 樹高30呎では b は平均して約1.5で、上層高が10呎増す毎に約4単位の割合で

樹高と共に増して行く。この回帰は明らかに直線である。これは Bowmont でみられた極く僅かでありしかも有意でなかつた曲線性と矛盾するものではない。これは余り小さいため、27図ではみつけることは出来なかつた。

- iii) 点の散ばりは上層高と共に増している。標準地 S.48を除けば、30呎の上層高では b は1.4~1.7であり、70呎では2.6~3.6である。標準地 S.48の調査簿をしらべてみると、最後の2つの測定時において断面積-材積直線は、その基となつて点と明らかに無関係に描かれていることが示されているから、この除外は當を得たものである。

点の散ばりは主に、前述の色々な原因の調整のために生じた、測定時の間の b の不規則な変化のためであるように思われる。それにもかかわらず、考えられた樹高に対して、 b は地域によつて幾分変化するであろうということをグラフは示している。例えば、上層高40~50呎では、標準地 E.61、62、99、100、101、では同じ樹高の他の標準地より高い b の値を持つている。この差違が正しいものであれば、このことは生長率と密接な関係があるとは考えられない。これら5標準地は全て1級地および2級地に属しているが、 b の低いことの分つてくる標準地グループに属している S.50、S.51も又1級地に属している。(附録V参照) b を27図にプロットしたのと同じ方法で上層高に対して z' をプロットした28図では次の様なことが観察された。

このデータに含まれている、約25呎~75呎に至る上層高の範囲を通じて、 z' の平均値は一定で、約0.03平方呎である。標準地によつては測定時の間の z' の変動がかなり大きいものもある。この変動は樹高と共に上昇するが、不規則なものであり、その原因は主として z の推定に不可分な抽出誤差によるものである。(しかし、標準地 S.48の2つの異常な z' の値は、主として断面積-材積直線を描くのに誤りがあつたからである。Bowmont のD種標準地 S.87を除いて z' が幾時でも高い、或は低い様な標準地はなかつた。S.87で、 z' が3つ連続して低い値となつたことについて、充分説明をする根拠は見付からなかつた。Bowmont の他の標準地は皆同じ場所にあるから、これを立地に帰因させることも出来ないし、又他のD種間伐標準地では、 z' は別の間伐方法の標準地と同じ大きさであるから、これを間伐方法に帰因させることも出来ない。 z' が上層高、土地、間伐方法により影響されないことを28図で示している一般的な論拠と、その原因が何であつても、標準地 S.87の z' の値が低い原因とは矛盾していない。 z' が樹高の如何にかかわらず一定であるという見方は、 a が樹高の如何にかかわらず一定であるとい

う Bowmont での見方に明らかに反するものである。その理由は $z' = \frac{a}{b}$ であり b は樹高と共に増大することが示されているからである。したがって a が樹高の如何にかかわらず、一定であれば z' は減少しなければならない。しかし、28 図を調べてみると、 z' を一定の値、 $z' = 0.03$ と仮定しても、この標準地の材積推定値に大した誤差が生じない位、この減少は小さなものであることが分つて来た。

樹高、間伐方法、立地の如何にかかわらず z' が殆んど一定であることが確実になれば、この一定の値が何故、近似的に 0.03 平方呎でなければならないのかということを考察する必要がある。0.03 平方呎の断面積は 2 1/4 吋の胸高径周囲に該当し、さらに約 3 吋の根株直径に相当する。材積測定は全て、3 吋の直径限界までであり、この限界以下の材積は全て無視されている。したがって胸高径周囲が 2 1/4 吋以下の木は、定義により材積がないものとして示され、胸高径周囲が 2 1/4 吋以上の木は材積を持つていなければならない。このため、2 1/4 吋に達しない胸高径周囲の木が存在する若い標準地では、 z' は略 0.03 平方呎でなければならない。しかし、標準地の最小の木が断面積 2 1/4 吋以上の場合、 z' が 0.03 平方呎でなければならないとは必ずしも考えられない。そして z' が何故一定でなければならないかという理由は、はつきりとは理解出来ない。

他の樹種についての研究

欧州トウヒ以外の樹種の上層高と b との变化を次に示す。

23 図： 欧州アカマツ

25 図： 欧州カラマツ

29 図： コルシカマツ

31 図： シトカトウヒ

33 図： ベイマツ

35 図： カラマツ

このグラフを調べてみると、2,3 の修正された処はあるが、欧州トウヒについて行なわれた観測が、これらの樹種にも適用出来ることが示されている。

i) b は間伐方法の影響を受けない。

ある期間中に、強度の間伐がほどとされた標準地の方が、弱度の間伐のほどとされた標準地より、周囲の大きいことが知られているから b は周囲とはそう密接な関係はないであろうということをこれは示している。

ii) 樹高に対する b の回帰は上層高 80 呎までは殆んど直線をなしているが、それ以上

になる木の散ばりが大きいので、はつきりした傾向は分らない。

iii) 特定の樹種におけるその樹種の平均からの個々の b の値の散ばりは、地位に帰因する真の回帰係数 β の変動のためというよりは主として b を決める時の誤差のため生じたものである。それにもかかわらず、どの観測時においても b の値が一様に高い、或は低い標準地が 2,3 あつた。このことは、これらの標準地では他の標準地と β が本質的に違つてゐることを示している。グラフの標準地の中で最も著しいのは、欧州アカマツの標準地 S30、ベイマツの標準地 E19 であるが、何故これら他の標準地と違わなければならないのかという理由の満足は分らなかつた。

iv) 一定の樹高において、どの樹種についても b の平均値は同じであり、グラフでは、はつきりしていた樹種間の差が、真の差であるかどうか断定出来ないし、又それが単に同一樹種の立地間、同一立地の単木間の無作為変動のために生じたものであるとも云えない。

点の散ばりが他に較べて大きな樹種もある。シトカトウ、コルシカマツでは小さく、ベイマツでは大きかつた。

z' と上層高との関係—欧州トウヒについては 28 図に示してある。—は他の樹種については、次のグラフに示してある。

24 図： 欧州アカマツ

26 図： 欧州カラマツ

30 図： コルシカマツ

32 図： シトカトウヒ

34 図： ベイマツ

36 図： カラマツ

これらのグラフを調べ、前述の欧州トウヒのグラフと比較してみると、上層高約 70 呎までは、資料に含まれている樹種、立地、間伐方法のいづれにおいても、 z' の値は一定で約 0.03 平方呎であり、この平均値 0.03 平方呎から離れている林分は極く僅であることが分つた。上層高 70 呎以上では z' は変化が激しくなり、殆んど標準地では多小一定ではあるが、主としてベイマツ、シトカトウヒの標準地では、 z' は誤差に帰因するものより弱かに 0.03 平方呎より離れていた。

この発見の使い方については次章で説明することにする。

オ 6 章

実際の応用 Application to Forestry Practice

林分内の断面積—材積直線の研究で明らかになつた主要点を要約すれば次の様になる。

i) 断面積 X に対する材積 Y の回帰線は普通、直線とみなすことが出来る。

$$Y = a + bX$$

ii) 上層高に対する b の回帰線も殆んど直線である。この回帰線は間伐方法による影響は受けず(与えられた樹高における)樹種間、地域間による b の僅かな相違は、大部分誤差の限界内にある。

iii) 約70呎の上層高までは、 Z' の平均値はこのデータに含まれている樹種、立地、間伐方法のいずれについても約0.03平方呎であり、この平均値0.03平方呎から、明らかに離れている林分は極く僅かであることが認められた。上層高70呎以上では Z' の変化は大きくなり大部分の標準地では多少一定であるけれども主としてベイヤツ、シトカトウヒの標準地では Z' は0.03平方呎から離れており、その相違は誤差に帰因するものより遙かに大である。

iv) 約8本の標準木については、 b 、 Z' を決める時の誤差は標準地当りの推定材積の5~10%に達する誤差を生じ、極端な周回級では材積推定の2倍になることもあつた。

これらの発見から測樹の実際面において二つの主要な応用例が考えられる。

オ1は断面積—材積直線が測定時に決められている固定標準地に限定することである。このような標準地では次の方法を使つて前の測定時になされた材積推定値の精度を増すことが出来る。

i) 上層高に対する a 、 b の回帰を計算するか、グラフで決定する。

ii) 回帰式 $Y = a + bX$ に a 、 b の修正値を使つて各測定時における標準地材積を再計算する。

材積—断面積直線を決めるには、傾斜と平均点即ちその座標が標準木の平均断面積と平均材積に相当する点をサンプリングで決める必要があつた。

しかしこの様な線が全て、 $Z = 0.03$ 平方呎を通るとみなされれば、特定の林分の線は平均点だけで求められる。こうすれば自然、相当量の仕事が節約される。しかし更に大切なことは、附録Ⅲに示してあるいわゆる一般的一変数材積表の調整を可能にする道が開かれ、さらに労力が節約され、これを使えば材積—断面積直線を描く必要がないということ

である。

tariff 或は tarif という言葉はスイス、フランス、又極く最近ドイツで使われており樹高級で分類せずに、胸高周囲だけに基ずいている材積表に使われている。これに相当する良い英語がないためここではこの言葉をそのまま使つた。

タリフ表には地方的なものも一般的なものもある：この論文のタリフ表は、林分の上層高が80呎以下の英国の全ての地位、全ての針葉樹に適用される一般的タリフ表をいうものである。

材積—断面積直線からこれを調整する方法は最近ヨーロッパで使われている Loetsch の云つて一般的タリフ表とは幾分違つている。(1952)

附録Ⅲの一般的タリフ表は一組の回帰直線の表にされた値を示している。この線はいづれも $Z = 0.03$ で b の値は次の線との材積間隔が1平方呎の断面積即ち胸高周囲12吋において1 hoppus feet である様に選ばれている。したがつて tariff-18 は12吋の胸高周囲において18 hoppus feet の材積、tariff-19 は19 hoppus feet の材積を示している。

ある時期にある林分に適用する tariff は次の様にして標準木の材積から決定される。

1. 客観的な抽出方法即ち n 番目毎の木をとるとか、 n 列目毎の全ての木をとる様な方法で適当数の標準木を選ぶ、少くとも20本の標準木は必要である。
2. これらの標準木の夫々について胸高周囲(B, H, Q, G)と材積とを決定する。
3. 標準木毎にその B, H, Q, G に相当する tariff 表を調べる：その胸高周囲で、標準木の材積に最も近い材積を見つける。例えば胸高周囲5吋、材積4.77 hoppus feet の木では tarif number は32であり、その tarif の4.75 という材積は4.77に最も近い。

4. ③で求めた tarif table number を加え、平均 tariff number を求めるため、標準木の数で割る。得られた結果を四捨五入して整数にする。

この番号の tariff が実際に使われるべき tariff である。

蓄積計算に使うタリフ表が決定されると、該当するタリフ表に示してある、その周囲に相当する材積に、クラスの木数を掛けることにより、林分内の胸高周囲級毎の総材積が求められる。

大面積調査では、通常毎木調査をする代りに客観的な標本、例えば n 番目毎の木とか、 n 列目毎の木を測つて、各周囲級の本数を推定するだけで充分である。しかし普通は、少

くとも200本位の周囲を測ることが望ましい。

附録Ⅲには、一般的tariff tableの外に、次の事項も記入してある。

- I) 間伐する日は付けてあるが、まだ伐倒してない木の材積を測るのに、この表を使うことについての委員会の草案の写し。
- II) 必要とされる測定値の記録およびタリフ表法による材積計算法を計画した山林委員会の様式
- III) 方法並びに様式の使い方を示した要綱

附録Ⅳにはタリフ表法による材積推定値の精度の簡単な推定方法が示してある。

条件によつて、何箇所かは上述の方法を修正することが望ましい。例えば単木又は列による抽出の方が良いことが分つた。又標本木の周囲測定や伐倒についての抽出密度の増減の必要性は抽出誤差を調べてみれば分る。正当なタリフ表をみつける方法はいろいろとあるが、特に次の二つの方法をおすすめる。

- I) 標本木が伐倒したり登つたり出来ない時には、立木のまわりの標本木の材積は、胸高周囲と樹高とを測り、適当な一般的材積表を使えば、推定されるだろう。この方法は一般的材積表の使用に不可分の誤差の影響を受け、その使用は、一般的材積表が発表されている樹種に限定されている。この方法は全国森林調査national forest surveyの様な目的に最も役に立つ様は思はれ、又実際にBritainの森林センサスで使われた。
- II) 伐倒されたものであれ、立木であれ、標本木を全然使わない時には、直接林分の上層高から、その林分に相当するtariff numberを推定できるだろう。この様な一般的材積表の使用法はまだくわしく研究されておらず又実際にテストされていないが、もちろん同令森林で照査法を効果的に行うための鍵となるであろう。異令森林に照査法を適用する場合には才1回目の調査の時に地方的タリフ表を作製するのが習慣である。異令森林では、与えられた周囲に対する平均樹高、平均材積は殆んど同じであるから、次からの調査には同じ地方的タリフ表を使えることが分つた。

一方、同令森林ではこの論文に示してある様に樹高が成長するから、与えられた周囲に対する平均材積は樹令と共に増してゆく。したがつて、同じタリフ表を次からの調査に適用すれば、成長量は系統的に過小推定され、成長の速い幼令林ではこの過小推定は最大となるであろう。

調査のたびに新しい地方的タリフ表を作製するか、標本木を使つて一般的tariff

tableからtariffを調らぶことは、この偏りをなく一つの方法であるが、各調査の材積推定値の誤差は相関のないものとなり、成長量の推定値の精度は偏りはないけれど、それに応じて低いものとなる。(Knuchel 1951)

しかし偏りがなく、同時に合理的な精度をもつ成長量の推定は一般的材積表を使つて求めることが出来そうであるが、tariff間の変化は、樹高成長によるものである。これがさらに研究に値する点である。

立木材積推定方法としての一般的タリフ表の主な長所とその限界について述べてこの論文の結論とする。

長 所

- I) 樹材積だけでなく、胸高周囲級別の材積分布も推定される。
- II) 客観的な抽出方法—例えばn列目毎の木を使うのが望ましいが、特定の周囲級から標本木を選び出す要はない。この抽出法によれば間違なく標本木は林分或は標準地の各級にわたつて分布していることが確かめられるだろう。この方法を使えば、 z' が0.03平方呎から僅かに離れていても材積推定値において大きな誤差は生じないであろう。これは一方の端の周囲での材積の過小推定は—正確には釣合っていないが—反対側での過大推定で相殺されるだろう。
- III) 林分又は標本木の平均断面積を計算する必要がない。
- IV) 適切な抽出法が使われたならば、材積推定精度の近似的な推定値が容易に求められる。
- V) 同令森林に照査法を適用する時に起るいくつかの困難性を除くのに一般的タリフ表は役立つ。

この方法の主な限界

- I) 本法はある種の“平均木法”程、理解することは易しくはない。このことは現場で活動な調査員によつて材積が測られる時には重要なことである。
- II) 一般的タリフ表が、この調査に含まれていない条件のもとで使えるか、ということについては未だ分っていない。しかし、林分の上層高が80呎を越えないGreat Britainの全針葉樹にこれを適用しても安全な様に思われる。又平均周囲が約6呎以上の幼令広葉樹林分にも、この表は適用出来るが、調査された林分は少いが、 z' が0.03平方呎と極端に離れている様な老令広葉樹林分には適用出来ないことを、予備テストは示している。老令針葉樹について別に一般的タリフ表を作ることは出来

るけれど、これはさらに研究を要する問題である。

感 謝 の 辞

私は次の方々の御援助に対して厚く感謝いたします。

この調査を始める様にすすめられ、いろいろ便宜を与えられた調査、教育部長James Macdonald氏、山林委員会主任研究官M.V.Laurie氏、この調査を通じて助言と指導をたまわつたエジンバラ大学林学教授Mark Anderson氏、科学研究所設計、解析学講師M.R. Samford 博士、統計的解析その他の計算に従事された私の助手 J. Jeffers 嬢 J. Christie 嬢

参 考 文 献

- Bruce, D., and Schumacher, F.X. (1950) Forest Mensuration (3rd Edition) Macgraw Hill.
- Chapman, H.H., and Demeritt., D.B. (1937) Elements of Forest Mensuration. Second edition. Williams Press, Inc., Albany, New York.
- Finney, D.J. (1948) Random and systematic sampling in timber surveys. Forestry, XXII, No. 1, 1948 (64-99)
- Forestry Commission (1920) Rate of Growth of Conifers in the British Isles. Bulletin No.3. H.M. Stationery Office, London. (Out of print.)
- Hummel, F.C. (1947) The Bowmont Norway Spruce Sample 1930-1945. Forestry, XXI, No. 1, 1947 (30-42)

- Hummel, F.C., and Christie, J. (1953) Revised Yield Tables for Conifers in Great Britain. Forest Record No. 24 H.M.S.O. 1s. 3d.

- Hummel, F.C., Irvine, T. W., and Jeffers, J. (1950 (1)) General Volume Tables for Scots Pine in Great Britain. Forest Record No. 8 H.M.S.O. 1s. 6d.
- ditto (1950 (2)) General Volume Tables for European Larch in Great Britain. Forest Record No.9 H.M.S.O. 1s. 6d.
- ditto (1950 (3)) General Volume Tables for Norway Spruce in Great Britain. Forest Record No. 10. H.M.S.O. 1s.

- Hummel, F.C., Irvine, T. W., and Jeffers, J. (1951 (1)) General Volume Tables for Corsican Pine in Great Britain. Forest Record No. 11. H.M.S.O. 1s. 6d.
- ditto (1951 (2)) General Volume Tables for Douglas Fir in Great Britain. Forest Record No. 15. H.M.S.O. 1s. 6d.
- ditto (1951 (3)) General Volume Tables for Japanese Larch in Great Britain. Forest Record No. 14. H.M.S.O. 9d.
- Jeffers, J.M.R. (1952) Use of Range/Standard Deviation Tables. Forestry, XXV. No. 1, 1952 (66-68)
- Jolly, N.W. (1950) The Volume Line Theory in relation to the Measurement of the Standing Volume of a Forest. (With Particular reference to Pinus Radiata.) Woods and Forests Department, South Australia.

Knuchel, H. (1951) Planning and Control in the Managed Forest.

(English translation by Mark L. Anderson, 1953.) Oliver and Boyd, Edinburgh.

Krenn, K. (1944) Die Bestandemassenermittlung mit Hilfe stehender Probestämme. J.D. Sauerländer, Frankfurt am Main.

Loetsch, F. (1952) Der Einfluss von Höhenstufen und Holzarten auf einen einheitlichen Massentarif bei Mitteleuropäischen Waldvorrats-inventuren. Zeitschrift für Weltforstwirtschaft, Band 15, Heft 5, October 1952.

MacDonald, J. (1931) Sample Plot Methods in Great Britain. Empire Forestry Journal. Vol. 10, No. 2, 1931 (241-258).

Prodan, M. (1951) Messung der Waldbestände. J.D. Sauerländer, Frankfurt am Main.

Snedecor, G.W. (1946) Statistical Methods. Iowa State College Press.

Spurr, S.H. (1952) Forest Inventory. The Ronald Press Company, New York.

Wolff Von Wulffing (1949) Wolff von Wulffing's Stem Form Auxiliary Tables, with an introduction and explanations by J.H.H.A. Ferguson. Special Publications of the Forest Research Institute, No. 3 (English edition), Bosbouwproefstation Buitenzorg, Indonesia.

附 録 I

定義および換算係数 Definitions and Conversion Factors

定義 Definitions

年令 Age : 林木の年令は播種された時からではなく植栽された年から数える。

断面積 Basal Area : 胸高即ち地際から4呎3吋の位置の断面積。断面積は全て皮付で平方呎単位で示してある。即ち断面積は測定点における吋単位の円周囲を平方し平方呎単位になおすため144で割って算出する。

胸高 Breast Height : 4呎3吋の高さである。(地際から1.3m、傾斜の上側に測る。)

Hoppus feet : 樹幹又は丸太の中央点で測った吋単位の円周囲の平方に呎単位の長さを乗じて144で割って求めた丸太材積。78.54 hoppus feet の丸太の真材積は100平方呎である。

地位級 Quality Class : 林分はGreat Britainにおける針葉樹の修正収獲表で地位級に分類してある。(Hummel and Chistie, 1953)

四分周囲 Quarter Girth 円の周囲を吋単位で測り4で割ったもの。

Tariff tables : tarif 或は tariff という言葉は、フランス、スイス、ドイツでは樹高級で分類せずに、胸高周囲(又は直径)だけで材積を示す材積表に使われている。これに該当する適当な英語がないのでこの言葉をここで使うことにする。他の材積表と同じく tariff table には、地方的なものと一般的のものがある。この論文で説明してある材積表は一般的タリフ表である。これは51組の材積表から成っており、現実林に適用される tariff は一定数の標本木から決められる。

上層高 Top Height : 最大周囲100本の木のエーカー当りの平均樹高

材積 Volume : 材積はいづれも地際から3吋の直径限界までの皮付幹材積である。材積は全て hoppus feet で示してある。

オ1篇では材積は全て皮付であり、オ2篇では皮付であることを特にことわらない限り材積は全て皮内である。

材積-断面積直線 Volume-Basal Area Line : この術語は材積と断面積との関係を示すために用いられる。

材積表 Volume Table : この表は与えられた樹種の色々な大きさの木の平均材積を示している。オ1篇で説明した一般的材積表に示してある変量は胸高円周囲(B.H.Q.)

G)と樹高total heightである。

換算係数 Conversion Factors

次に示してある係数は、この論文に引用してある数値を、英国の測定単位による材積法からメートル単位の直径法に換算するのに使はれる。相互の換算係数を次の場合について示せば

呎からメートル＝呎×0.3048

メートルから呎＝メートル×3.2808

呎単位の材積法からセンチメートル単位の直径＝呎単位の材積法×3.234

センチメートル単位の直径から呎単位の材積法＝センチメートル単位の直径×0.3092

エーカー当り本数からヘクタール当り本数＝エーカー当り本数×2.471

ヘクタール当り本数からエーカー当り本数＝ヘクタール当り本数×0.4047

エーカー当り材積法の平方呎からヘクタール当り平方メートル＝エーカー当り材積法の平方呎×0.2922

ヘクタール当りの平方メートルからエーカー当りの材積法の平方呎＝ヘクタール当り平方メートル×3.421

ヘクタール当りの材積法の立方呎からヘクタール当り立方メートル＝エーカー当り材積法の立方呎×0.0891

ヘクタール当りの立方メートルからエーカー当りの材積法の立方呎＝ヘクタール当り立方メートル×11.22

材積法の測定値から真の測定値への換算：いずれも英国式単位

材積法の立方呎から真の立方呎＝材積法の立方呎×1.273

真の立方呎から材積法の立方呎＝真の立方呎×0.7854

附 録 II

一般的材積表

節約して一般的材積表からの一部を26表として再録した。完全な表はH. M. Stationery Office から林業報告Forest Records として刊行されており、次に示してある価格で裏表紙に示してある宛名の処から購入出来る。

山林委員会報

表8 Great Britainの欧州アカマツ一般的材積表 1S 6d(1S 7½d)

表9 Great Britainの欧州カラマツ一般的材積表 1S 6d(1S 7½d)

表10 Great Britainの欧州トウヒ一般的材積表 1S 0d(1S 1½d)

表11 Great Britainの欧州コシカマツ一般的材積表 1S 6d(1S 7½d)

表14 Great Britainの欧州カラマツ一般的材積表 9d(10½d)

表15 Great Britainの欧州ベイマツ一般的材積表 1S 6d(1S 7½d)

* この報告で説明した様に欧州トウヒの材積表はかなりの精度でシトカツウヒの積算に適用される。

26表

英国の欧州カラマツの一般的材積表：Forest Record 9より引用

樹 高 30呎～40呎

B.H.Q.G. 2½吋～12½吋

上部直径3吋までの皮付材積

	樹 高 (呎)										
B.H.Q.G. ()	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	皮付ホツブス呎										
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
¾	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
½	35	35	36	36	36	36	37	37	37	37	38
¼	58	58	59	59	59	60	60	61	61	61	62
3	76	78	80	82	84	86	88	89	90	91	92
¾	92	94	97	100	102	104	105	107	108	110	112
½	111	115	118	121	124	126	129	131	134	136	139
¼	133	136	140	143	147	150	154	157	161	164	167
4	154	158	162	166	170	174	178	182	186	189	193
¾	177	182	186	191	195	200	204	208	213	217	221
½	203	208	214	219	224	229	234	238	243	248	252
¼	229	235	241	247	252	258	263	269	274	280	284
	2.										
5	257	264	270	276	283	289	295	301	307	313	318
¾	285	292	299	306	313	320	326	333	340	346	352

B.H.Q.G.(吋)	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1/2	3.16	3.24	3.32	3.39	3.47	3.54	3.62	3.69	3.76	3.83	3.90
3/4	3.49	3.58	3.66	3.74	3.83	3.91	3.99	4.07	4.15	4.23	4.30
6	3.82	3.91	4.00	4.09	4.18	4.27	4.36	4.45	4.53	4.62	4.70
3/4	4.16	4.26	4.36	4.46	4.56	4.65	4.75	4.84	4.94	5.03	5.11
1/2	4.52	4.63	4.74	4.84	4.95	5.05	5.16	5.26	5.36	5.46	5.55
3/4	4.90	5.02	5.13	5.25	5.36	5.47	5.58	5.69	5.80	5.91	6.01
7	5.30	5.42	5.54	5.67	5.79	5.91	6.03	6.15	6.27	6.38	6.49
3/4	5.71	5.84	5.97	6.10	6.24	6.36	6.49	6.62	6.75	6.87	6.99
1/2	6.13	6.28	6.42	6.56	6.70	6.84	6.97	7.11	7.25	7.38	7.50
3/4	6.56	6.71	6.86	7.01	7.16	7.31	7.46	7.60	7.75	7.89	8.02
						7.80		8.11			
8	7.00	7.17	7.35	7.49	7.65	7.80	7.96	8.11	8.27	8.42	8.56
3/4	7.48	7.65	7.82	7.99	8.16	8.33	8.49	8.66	8.83	8.99	9.14
1/2	7.95	8.14	8.32	8.50	8.68	8.86	9.03	9.21	9.38	9.56	9.72
3/4	8.45	8.64	8.83	9.02	9.22	9.40	9.59	9.77	9.96	10.1	10.3
9						9.97	10.2	10.4	10.6	10.7	10.9
3/4						10.5	10.7	10.9	11.2	11.4	11.5
1/2						11.1	11.4	11.6	11.8	12.0	12.2
3/4						11.7	12.0	12.2	12.4	12.6	12.9
10						12.4	12.6	12.8	13.1	13.3	13.5
3/4						13.0	13.3	13.5	13.8	14.0	14.3
1/2						13.7	13.9	14.2	14.5	14.7	15.0
3/4						14.3	14.6	14.9	15.2	15.5	15.7
11						15.0	15.3	15.6	15.9	16.2	16.4
3/4						15.7	16.0	16.3	16.6	16.9	17.2
1/2						16.4	16.7	17.1	17.4	17.7	18.0
3/4						17.2	17.5	17.8	18.2	18.5	18.8
12						17.9	18.3	18.6	19.0	19.3	19.6
3/4						18.7	19.0	19.4	19.8	20.1	20.5
1/2						19.5	19.8	20.2	20.6	21.0	21.3
3/4						-	-	-	-	-	-

附 録 III

Tariff 表による立木材積推定法と一般的タリフ表 The Tariff Table Method of Estimating Standing Volumes and General Tables.

(この附録は1953年6月、森林委員会職員のために出された通譯(State Forest Memorandum 40)の再録である。この方法は間伐木に指定されているが未だ伐倒されていない木の材積を推定するのに使用する。しかし立木材積を決めるためにも同じ様に使える)

tariff という言葉はスイスでは、樹高級による分類を行わず、胸高周囲だけの材積表に使われている。これに該当する適当な英語がないのでこゝではこの言葉をそのまま使うことにする。タリフ表には地方的なものと一般的なものがあるが、この附録では一般的タリフ表を扱うことにする。その理由は、この表はあらゆる地位、林令の上層高(エーカー当りの最大の本100本の平均樹高)が80呎以下の英国の全針葉樹に適用出来るからである。

一般的タリフ表が広く使われている理由は、それが単一の表ではなくて、数多くの別個の表から構成されており、ある林令に適用する表は、一定数の標本木を測ることにより決められるからである。

幼令林、同令人工林は単木の材積をその断面積に対してプロットすれば、点はかなりはつきりと、直線の周りに正規分布しているということが一般的タリフ表の原理である。傾は樹種、林令、立地で変わるが、断面積=0.03平方呎(hoppus measure)材積=0なる点をいづれも通る(37図参照)

一般的タリフ表は夫々、この様な線一本一本を表したものである。これらの線は1平方呎即ち12吋胸高周囲(B.H.Q.G)で、次の線との間隔が常に1hoppus feetである様に描いてある。

各tariffは表の1らんを占め、B.H.Q.G12吋に対して示してある材積にしたがつて番号がつけてある。この番号は各らんの上に示されている。例えばtariff 18はB.H.Q.G12吋で、18hoppus feetの材積を示す表である。10~60までの61のタリフ表が示してある。これを越える様なtariffが要る様な林分は殆んどなさそうである。

材積推定値は次の様にして求める。

外 業 Field Work

1. 間伐指定の測定しなければならない木(混交林では樹種別に)を数え、間伐木記載様式Bの“gate”法で記録する。本数の測定は間伐木を指定するときに行うのが最も良い。(測定可能な大きさ以下即ち2½吋以下の指定された木は必要あれば数えるが、別にしておく)
2. 測定しなければならない間伐指定木の10本目毎の胸高における4周囲を測定し、又抽出が指定とは別に行なわれれば、10列目毎或は等高線や地位の変化する主要な方向に直角な線即ち略10%の代表的標本を与える様に配列されている線上の測定しなければならない間伐指定木の4周囲を測る。しかし測定しなければならない間伐指定木が2,000本以下であれば、少くとも200本の木が測られる様に抽出率を増す必要がある。
B.H.Q.Gは間伐木記載様式T.Y.5(オ4列)Cに周囲級別に記入する。
混交樹種の人工林では、各樹種を別々に記入する以外は、抽出方法は純林と真く同じである。即ち各樹種の10番目毎の測定しなければならない木或は、これと同じ割合の線抽出法で4周囲の標本木をとる。普通、樹種毎に別の様式が必要であろう。
3. 測定しなければならない間伐指定木の1%を伐倒する；小面積の場合には20本を下らない標本木を伐倒しなければならない。伐倒する標本木は指定又は周囲測定を行う時に任意に選ばれ特別の印を付けておく。即ち10番目毎の木を鉋ではつきりと印付けるか又は他の方法で印をつけておく。4周囲の抽出方法で述べたのと同じ原則に従って列又は線で抽出を行う。混交林の場合には伐倒される標本木は各樹種毎に約1%であり、別々に記載する。

伐倒木について次の測定を行い、間伐木記載様式Dに記入する。

- I) 伐採前-B.H.Q.G(オ1列)
- II) 伐採後-3吋の皮付上部直径までの高さ(オ2列)
- III) 伐採後-中央4周囲即ち3吋の上部直径までの½の高さの周囲(オ3列)

内 業 Office Work

4. 周囲級毎に周囲を測つた本数を数え記入する。(Part Cオ3列)
5. 周囲級毎に総本数を計算し記入する。(Part Cオ4列)10番目毎の木を測つておれば総本数は測定本数の10倍である；4周囲の抽出が線で行なわれたとすると、周囲を測つた木の本数に対する測定しなければならない間伐指定木の総本数の比が乗数で

ある。例えば測定しなければならない間伐指定木の総本数が2,980本で、周囲を測つた木の本数が327本であれば乗数は $\frac{2,980}{327} = 9.1$ である。

6. hoppus 法で伐倒木の尖々について材積を計算し(即ち中央Q.G×3吋の上部直径までの長さ)Part Dオ4列に記入する。
7. 伐倒した標本木に最もよく適合するtariffをみつけ、使用すべきtariffを決める。これは次の様に行う。
 - I) 標本木のB.H.Q.Gに該当するタリフ表の行を調べ、そのB.H.Q.Gに相当して、標本木の材積の材積は最も近い値をみつける。その材積を示すtariffの番号をPart Dオ5列に記入する。(例えばB.H.Q.G5吋で材積4.77 hoppus feetの木ではtariff番号は32である。即ち4.77に最も近いのは、このtariffの材積4.75である。
 - II) 平均tariff番号を求めるため、オ5列のtariff番号を加えて資料数(即ちこの様式に記載してある伐倒した標本木数)で割り、4捨5入して整数にする。この番号のtariffを使う。このtariffの各B.H.Q.Gに示してある材積を間伐木記載様式Cのオ5列の対応する行に記入する。
8. Part Cにおいてオ4らの数値にオ5らの数値を掛ければB.H.Q.G毎の材積合計が求まりこの積をオ6らんに記入する。
9. 材積はB.H.Q.G6吋以下のものとそれ以上のものとに分け(これ以上の分類の必要なくともある)グループ毎の合計をPart Aの最下行に記入する。
(注: この分類は委員会の業務上必要とされたもので、勿論これ以外の分類も使える)
N.B. 上記の様に決定されたtariffは特定7生長段階にある林分に適用されるに過ぎない。数年後において、再び林分内の間伐指定木の材積を求めたい場合には、この方法を繰返し新しいtariffを計算しなければならない。



27表

英国の針葉樹の一般的タリフ表

BH.Q.G. (インチ)	材 積 (皮付 hoppus feet) タ リ フ 番 号											BH.Q.G. (インチ)
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2
¾	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	¾
½	13	15	16	17	19	20	21	23	24	25	27	½
¼	24	26	28	31	33	36	38	40	43	45	47	¼
3	34	37	41	44	48	51	54	58	61	65	68	3
¾	44	49	53	58	62	66	71	75	80	84	89	¾
½	57	62	68	74	79	85	91	96	102	108	113	½
¼	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140	¼
4	84	92	100	109	117	125	134	142	150	159	167	4
¾	98	108	118	127	137	147	157	166	176	186	196	¾
½	114	126	137	149	160	172	183	195	206	217	229	½
¼	131	144	157	170	183	196	210	223	236	249	262	¼
5	148	163	178	193	208	223	238	252	267	282	297	5
¾	166	183	199	216	232	249	266	282	299	315	332	¾
½	186	204	223	241	260	278	297	315	334	353	371	½
¼	206	227	247	268	289	309	330	350	371	392	412	¼
6	227	250	272	295	317	340	363	386	408	431	454	6
¾	248	273	298	323	348	373	398	422	447	472	497	¾
½	271	298	325	352	380	407	434	461	488	515	542	½
¼	295	324	354	383	413	442	472	501	531	560	590	¼

注(1) BH.Q.G.=胸高四分周囲 Breast-height quarter girth

(2) 測定値は全て皮付である。

針葉樹タリフ表

B.H.Q.G (インチ)	材 積 (皮付 hoppus feet)											B.H.Q.G (インチ)
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
7	320	352	383	415	447	479	512	543	575	607	639	7
$\frac{1}{4}$	345	380	414	449	483	518	553	587	622	656	691	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	372	409	447	484	521	558	596	633	670	707	744	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	399	439	479	519	558	598	639	678	718	758	798	$\frac{3}{4}$
8	427	469	512	555	597	640	683	726	768	811	854	8
$\frac{1}{4}$	457	502	548	594	639	685	731	776	822	868	913	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	487	535	584	633	681	730	779	827	876	925	973	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	518	569	621	673	724	776	828	880	932	983	104	$\frac{3}{4}$
9	550	604	659	714	769	824	879	934	989	104	110	9
$\frac{1}{4}$	581	640	698	756	814	872	931	988	105	110	116	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	616	677	738	800	861	923	985	105	111	117	123	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	650	714	779	844	909	974	104	110	117	123	130	$\frac{3}{4}$
10	685	753	821	890	958	103	110	116	123	130	137	10
$\frac{1}{4}$	722	794	866	938	101	108	116	123	130	137	144	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	759	835	910	986	106	114	121	129	137	144	152	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	797	877	956	104	112	120	128	135	143	151	159	$\frac{3}{4}$
11	835	919	100	109	117	125	134	142	150	159	167	11
$\frac{1}{4}$	875	963	105	114	123	131	140	149	158	166	175	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	916	101	110	119	128	137	147	156	165	174	183	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	958	105	115	125	134	144	153	163	172	182	192	$\frac{3}{4}$
12	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	12
$\frac{1}{4}$												$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$												$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$												$\frac{3}{4}$

針葉樹タリフ表

B.H.Q.G (インチ)	材 積 (皮付 hoppus feet)											B.H.Q.G (インチ)
	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2
$\frac{1}{4}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	27	28	29	31	32	34	35	36	38	39	40	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	47	50	52	55	57	59	62	64	66	69	71	$\frac{3}{4}$
3	68	71	75	78	82	85	88	92	95	99	102	3
$\frac{1}{4}$	89	93	98	102	106	111	115	120	124	129	133	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	113	119	125	130	136	142	147	153	159	164	170	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	140	147	154	161	168	175	182	189	196	203	210	$\frac{3}{4}$
4	167	175	184	192	200	209	217	225	234	242	251	4
$\frac{1}{4}$	196	206	215	225	235	245	255	264	274	284	294	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	229	240	252	263	275	286	298	309	320	332	343	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	262	275	288	301	314	327	340	354	367	380	393	$\frac{3}{4}$
5	297	312	327	341	356	371	386	401	416	431	445	5
$\frac{1}{4}$	332	349	365	382	398	415	432	448	465	481	498	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	371	390	408	427	446	464	483	501	520	538	557	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	412	433	454	474	495	515	536	557	577	598	619	$\frac{3}{4}$
6	454	476	499	522	545	567	590	612	635	658	680	6
$\frac{1}{4}$	497	522	547	571	596	621	646	671	696	721	745	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	542	569	596	624	651	679	705	732	759	786	813	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	590	619	649	678	708	737	767	796	826	855	885	$\frac{3}{4}$
7	639	671	703	735	767	799	831	863	895	927	959	7
$\frac{1}{4}$	691	725	760	794	829	863	898	932	967	100	104	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	744	782	819	856	893	930	968	100	104	108	112	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	798	838	878	918	958	997	104	108	112	116	120	$\frac{3}{4}$
8	854	896	939	982	102	107	111	115	120	124	128	8
$\frac{1}{4}$	913	959	100	105	110	114	119	123	128	132	137	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	973	102	107	112	117	122	127	131	136	141	146	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	104	109	114	119	124	129	135	140	145	150	155	$\frac{3}{4}$
9	110	115	121	126	132	137	143	148	154	159	165	9
$\frac{1}{4}$	116	122	128	134	140	146	151	157	163	169	174	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	123	129	135	142	148	154	160	166	172	178	185	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	130	136	143	149	156	162	169	175	182	188	195	$\frac{3}{4}$
10	137	144	151	157	164	171	178	185	192	199	205	10
$\frac{1}{4}$	144	152	159	166	173	180	188	195	202	209	217	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	152	159	167	175	182	190	197	205	212	220	228	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	159	167	175	183	191	199	207	215	223	231	239	$\frac{3}{4}$

針葉樹タリフ表

B.H.Q.G (インチ)	材 積 (皮付 hoppus feet)											B.H.Q.G (インチ)
	タ リ フ 番 号											
	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
11	167	175	184	192	200	209	217	225	234	242	251	11
$\frac{1}{4}$	175	184	193	201	210	219	228	236	245	254	263	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	183	192	201	211	220	229	238	247	256	265	275	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	192	201	211	220	230	239	249	259	268	278	287	$\frac{3}{4}$
12	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	12
$\frac{1}{4}$	209	219	230	240	250	261	271	282	292	303	313	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	218	228	239	250	261	272	283	294	305	315	326	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	227	238	249	261	272	283	295	306	317	329	340	$\frac{3}{4}$
13	236	248	259	271	283	295	307	318	330	342	354	13
$\frac{1}{4}$	245	257	270	282	294	306	319	331	343	355	368	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	255	268	280	293	306	319	331	344	357	370	382	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	265	278	291	304	318	331	344	357	370	384	397	$\frac{3}{4}$
14	274	288	302	316	329	343	357	370	384	398	412	14
$\frac{1}{4}$	285	299	313	327	342	356	370	384	398	413	427	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	295	310	324	339	354	369	383	398	413	428	442	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	305	321	336	351	367	382	397	412	428	443	458	$\frac{3}{4}$
15	316	332	347	363	379	395	411	426	442	458	474	15
$\frac{1}{4}$	327	343	359	376	392	409	425	441	458	474	490	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	338	355	371	388	405	422	439	456	473	490	507	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	349	367	384	401	419	436	454	471	489	506	524	$\frac{3}{4}$
16	360	378	396	414	433	451	469	487	505	523	541	16
$\frac{1}{4}$	372	391	409	428	446	465	484	502	521	539	558	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	384	403	422	441	461	480	499	518	537	556	576	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	395	415	435	455	475	494	514	534	554	573	593	$\frac{3}{4}$
17	408	428	448	469	489	510	530	550	571	591	611	17
$\frac{1}{4}$	420	441	462	483	504	525	546	567	588	609	630	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	432	454	476	497	519	540	562	584	605	627	649	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	445	467	489	512	534	556	579	601	623	645	667	$\frac{3}{4}$
18	458	481	503	526	549	572	595	618	641	664	687	18
$\frac{1}{4}$												$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$												$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$												$\frac{3}{4}$

針葉樹タリフ表

RH.Q.G (インチ)	材 積 (皮付 hoppus feet)											RH.Q.G (インチ)
	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2
$\frac{1}{4}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	40	42	43	44	46	47	48	50	51	52	54	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	71	73	76	78	81	83	85	88	90	92	95	$\frac{3}{4}$
3	102	105	109	112	116	118	122	126	129	133	136	3
$\frac{1}{4}$	133	137	142	146	151	155	160	164	168	173	177	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	170	176	181	187	193	198	204	210	215	221	227	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	210	217	224	231	238	245	252	259	266	273	280	$\frac{3}{4}$
4	251	259	267	276	284	292	301	309	317	326	334	4
$\frac{1}{4}$	294	304	313	323	333	343	355	362	372	382	392	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	343	355	366	378	389	401	412	423	435	446	458	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	393	406	419	432	445	458	471	484	498	511	524	$\frac{3}{4}$
5	445	450	475	490	505	520	535	549	564	579	594	5
$\frac{1}{4}$	498	515	531	548	564	581	598	614	631	647	664	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	557	575	594	612	631	650	668	687	705	724	742	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	619	639	660	680	701	722	742	763	784	804	825	$\frac{3}{4}$
6	680	703	726	748	771	794	817	839	862	885	907	6
$\frac{1}{4}$	745	770	795	820	845	870	895	919	944	969	994	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	813	840	868	895	922	949	976	100	103	106	108	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	885	914	944	973	100	103	106	108	112	115	118	$\frac{3}{4}$
7	959	991	102	105	109	112	115	118	121	125	128	7
$\frac{1}{4}$	104	107	111	114	117	121	124	128	131	135	138	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	112	115	119	123	127	130	134	138	141	145	149	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	120	124	128	132	136	140	144	148	152	156	160	$\frac{3}{4}$
8	128	132	137	141	145	149	154	158	162	166	171	8
$\frac{1}{4}$	137	142	146	151	155	160	164	169	174	178	183	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	146	151	156	161	165	170	175	180	185	190	195	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	155	160	166	171	176	181	186	191	197	202	207	$\frac{3}{4}$
9	165	170	176	181	187	192	198	203	209	214	220	9
$\frac{1}{4}$	174	180	186	192	198	204	209	215	221	227	233	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	185	191	197	203	209	215	222	228	234	240	246	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	195	201	208	214	221	227	234	240	247	253	260	$\frac{3}{4}$
10	205	212	219	226	233	240	246	253	260	267	274	10
$\frac{1}{4}$	217	224	231	238	245	253	260	267	274	281	289	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	228	235	243	250	258	266	273	281	288	296	304	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	239	247	255	263	271	279	287	295	303	311	319	$\frac{3}{4}$

針葉樹タリフ表

BH.QG (インチ)	材 積 (皮付 hoppus feet)											BH.QG (インチ)
	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
11	25.1	25.9	26.7	27.6	28.4	29.2	30.1	30.9	31.7	32.6	33.4	11
1/4	26.3	27.1	28.0	28.9	29.8	30.6	31.5	32.4	33.3	34.1	35.0	1/4
1/2	27.5	28.4	29.3	30.2	31.1	32.0	33.0	33.9	34.8	35.7	36.6	1/2
3/4	28.7	29.7	30.6	31.6	32.6	33.5	34.5	35.4	36.4	37.4	38.3	3/4
12	30.0	31.0	32.0	33.0	34.0	35.0	36.0	37.0	38.0	39.0	40.0	12
1/4	31.3	32.3	33.4	34.4	35.5	36.5	37.6	38.6	39.7	40.7	41.7	1/4
1/2	32.6	33.7	34.8	35.9	37.0	38.1	39.2	40.2	41.3	42.4	43.5	1/2
3/4	34.0	35.1	36.3	37.4	38.5	39.7	40.8	41.9	43.1	44.2	45.3	3/4
13	35.4	36.6	37.7	38.9	40.1	41.3	42.5	43.6	44.8	46.0	47.2	13
1/4	36.8	38.0	39.2	40.5	41.7	42.9	44.1	45.4	46.6	47.8	49.0	1/4
1/2	38.2	39.5	40.8	42.0	43.3	44.6	45.9	47.1	48.4	49.7	51.0	1/2
3/4	39.7	41.0	42.3	43.6	45.0	46.3	47.6	48.9	50.3	51.6	52.9	3/4
14	41.2	42.5	43.9	45.3	46.7	48.0	49.4	50.8	52.1	53.5	54.9	14
1/4	42.7	44.1	45.5	46.9	48.4	49.8	51.2	52.6	54.1	55.5	56.9	1/4
1/2	44.2	45.7	47.2	48.6	50.1	51.6	53.1	54.5	56.0	57.5	59.0	1/2
3/4	45.8	47.3	48.9	50.4	51.9	53.4	55.0	56.5	58.0	59.5	61.1	3/4
15	47.4	49.0	50.5	52.1	53.7	55.2	56.8	58.4	60.0	61.6	63.2	15
1/4	49.0	50.7	52.3	53.9	55.6	57.2	58.8	60.5	62.1	63.7	65.4	1/4
1/2	50.7	52.3	54.0	55.7	57.4	59.1	60.8	62.5	64.2	65.9	67.6	1/2
3/4	52.4	54.1	55.9	57.6	59.3	61.1	62.8	64.6	66.3	68.1	69.8	3/4
16	54.1	55.9	57.7	59.5	61.3	63.1	64.9	66.7	68.5	70.3	72.1	16
1/4	55.8	57.7	59.5	61.4	63.2	65.1	67.0	68.8	70.7	72.5	74.4	1/4
1/2	57.6	59.5	61.4	63.3	65.2	67.1	69.1	71.0	72.9	74.8	76.7	1/2
3/4	59.3	61.3	63.3	65.3	67.2	69.2	71.2	73.2	75.1	77.1	79.1	3/4
17	61.1	63.2	65.2	67.3	69.3	71.3	73.4	75.4	77.5	79.5	81.6	17
1/4	63.0	65.1	67.2	69.3	71.4	73.5	75.6	77.7	79.8	81.9	84.0	1/4
1/2	64.9	67.0	69.2	71.3	73.5	75.7	77.8	80.0	82.2	84.3	86.5	1/2
3/4	66.7	69.0	71.2	73.4	75.6	77.9	80.1	82.3	84.6	86.8	89.0	3/4
18	68.7	70.9	73.2	75.5	77.8	80.1	82.4	84.7	87.0	89.3	91.6	18
1/4												1/4
1/2												1/2
3/4												3/4

針葉樹タリフ表

材 積 (皮付 hoppus feet)												
BH.QG (インチ)	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	BH.QG (インチ)
4	334	342	351	359	367	376	384	392	401	409	418	4
1/4	392	402	411	421	431	441	450	460	470	480	490	1/4
1/2	458	469	481	492	503	515	526	533	549	561	572	1/2
3/4	524	537	550	563	576	589	602	615	628	642	655	3/4
5	594	609	624	638	653	668	683	698	713	727	742	5
1/4	664	681	697	714	730	747	763	780	797	813	830	1/4
1/2	742	761	779	798	816	835	854	872	891	909	928	1/2
3/4	825	845	866	887	907	928	948	969	990	101	103	3/4
6	907	930	953	975	998	102	104	107	109	111	113	6
1/4	994	102	104	107	109	112	114	117	119	122	124	1/4
1/2	108	111	114	117	119	122	125	127	130	133	136	1/2
3/4	118	121	124	127	130	133	136	139	142	144	147	3/4
7	128	131	134	137	141	144	147	150	153	157	160	7
1/4	138	142	145	149	152	155	159	162	166	169	173	1/4
1/2	149	153	156	160	164	168	171	176	179	182	186	1/2
3/4	160	164	168	172	176	180	184	188	192	195	199	3/4
8	171	175	179	184	188	192	196	201	205	209	213	8
1/4	183	187	192	196	201	206	210	215	219	224	228	1/4
1/2	195	200	204	209	214	219	224	229	234	238	243	1/2
3/4	207	212	217	223	228	233	238	243	248	254	259	3/4
9	220	225	231	236	242	247	253	258	264	269	275	9
1/4	232	238	244	250	256	262	267	273	279	285	291	1/4
1/2	246	252	258	265	271	277	283	289	295	302	308	1/2
3/4	260	266	273	279	286	292	299	305	312	318	325	3/4
10	274	281	288	294	301	308	315	322	329	335	342	10
1/4	289	296	303	310	318	325	332	339	346	354	361	1/4
1/2	304	311	319	326	334	342	349	357	364	372	379	1/2
3/4	319	327	335	343	351	359	367	375	383	390	398	3/4
11	334	342	351	359	367	376	384	392	401	409	418	11
1/4	350	359	368	376	385	394	403	411	420	429	438	1/4
1/2	366	375	384	394	403	412	421	430	439	449	458	1/2
3/4	383	393	402	412	421	431	441	450	460	469	479	3/4

針葉樹タリフ表

B.H.Q.G (インチ)	材 積 (皮付 hoppus feet)											B.H.Q.G (インチ)
	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
12	400	410	420	430	440	450	460	470	480	490	500	12
¾	417	428	438	449	459	470	480	490	501	511	522	¾
½	435	446	457	468	479	490	500	511	522	533	544	½
¼	453	465	476	487	499	510	521	533	544	555	567	¼
13	472	484	495	507	519	531	543	554	566	578	590	13
¾	490	503	515	527	539	552	564	576	588	601	613	¾
½	510	522	535	548	561	574	586	599	612	624	637	½
¼	529	542	556	569	582	595	608	622	635	648	661	¼
14	549	563	576	590	604	618	631	645	659	672	686	14
¾	569	583	598	612	626	640	654	669	683	697	711	¾
½	590	604	619	634	649	664	678	693	708	722	737	½
¼	611	626	641	657	672	687	702	718	733	748	763	¼
15	632	648	664	680	695	711	727	743	759	774	790	15
¾	654	670	686	703	719	735	752	768	784	801	817	¾
½	676	692	709	726	743	760	777	794	811	827	844	½
¼	698	716	733	751	768	786	803	820	838	855	873	¼
16	721	739	757	775	793	811	829	847	865	883	901	16
¾	744	763	781	800	818	837	856	874	893	911	930	¾
½	767	787	806	825	840	864	883	902	921	940	959	½
¼	791	811	830	850	870	890	910	929	949	969	989	¼
17	815	836	856	876	897	917	938	958	978	999	102	17
¾	840	861	882	903	924	945	966	987	101	103	105	¾
½	865	886	902	930	951	973	994	102	104	106	108	½
¼	890	912	938	957	979	100	102	105	107	109	111	¼
18	916	938	961	984	101	103	105	108	110	112	114	18
¾												¾
½												½
¼												¼

針葉樹タリフ表

B.H.Q.G (インチ)	材 積 (皮付 hoppus feet)											B.H.Q.G (インチ)
	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
6	113	116	118	120	122	125	127	129	132	134	136	6
¾	124	127	129	132	134	137	139	142	144	147	149	¾
½	136	138	141	144	146	149	152	155	157	160	163	½
¼	147	150	153	156	159	162	165	168	171	174	177	¼
7	160	163	166	169	173	176	179	182	185	189	192	7
¾	173	176	180	183	186	190	193	197	200	204	207	¾
½	186	190	194	197	201	205	208	212	216	220	223	½
¼	199	203	207	211	215	219	223	227	231	235	239	¼
8	213	218	222	226	230	235	239	243	248	252	255	8
¾	228	233	237	242	247	251	256	260	265	269	274	¾
½	243	248	253	258	263	268	272	277	282	287	292	½
¼	259	264	269	274	279	285	290	295	300	305	311	¼
9	275	280	286	291	297	302	308	313	319	324	330	9
¾	291	297	302	308	314	320	326	331	337	343	349	¾
½	308	314	320	326	332	339	345	351	357	363	369	½
¼	325	331	338	344	351	357	364	370	377	383	390	¼
10	342	349	356	363	370	377	383	390	397	404	411	10
¾	361	368	375	382	390	397	404	411	419	426	433	¾
½	379	387	395	402	410	417	425	432	440	448	455	½
¼	398	406	414	422	430	438	446	454	462	470	478	¼
11	418	426	434	443	451	459	468	476	484	493	501	11
¾	438	446	455	464	473	481	490	499	508	516	525	¾
½	458	467	476	485	491	504	513	522	531	540	549	½
¼	479	488	498	508	517	527	536	546	555	565	575	¼

針葉樹タリフ表

B.H.Q.G. (インチ)	材 積 (皮付 hoppus feet)											B.H.Q.G. (インチ)
	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
12	50.0	51.0	52.0	53.0	54.0	55.0	56.0	57.0	58.0	59.0	60.0	12
¼	52.2	53.2	54.3	55.3	56.3	57.4	58.4	59.5	60.5	61.6	62.6	¼
½	54.4	55.5	56.6	57.6	58.7	59.8	60.9	62.0	63.1	64.2	65.3	½
¾	56.7	57.8	58.9	60.0	61.2	62.3	63.4	64.6	65.7	66.8	68.0	¾
13	59.0	60.1	61.3	62.5	63.7	64.9	66.0	67.2	68.4	69.6	70.8	13
¼	61.3	62.5	63.7	65.0	66.2	67.4	68.6	69.9	71.1	72.3	73.6	¼
½	63.7	65.0	66.3	67.5	68.8	70.1	71.4	72.6	73.9	75.2	76.5	½
¾	66.1	67.5	68.8	70.1	71.4	72.8	74.1	75.4	76.7	78.0	79.4	¾
14	68.6	70.0	71.4	72.7	74.1	75.5	76.8	78.2	79.6	81.0	82.3	14
¼	71.1	72.6	74.0	75.4	76.8	78.3	79.7	81.1	82.5	83.9	85.4	¼
½	73.7	75.2	76.7	78.1	79.6	81.1	82.6	84.0	85.5	87.0	88.5	½
¾	76.3	77.9	79.4	80.9	82.4	84.0	85.5	87.0	88.6	90.1	91.6	¾
15	79.0	80.6	82.2	83.8	85.3	86.9	88.5	90.1	91.7	93.2	94.8	15
¼	81.7	83.3	85.0	86.6	88.2	89.9	91.5	93.1	94.8	96.4	98.0	¼
½	94.4	86.1	87.8	89.5	91.2	92.9	94.6	96.3	97.9	99.6	101	½
¾	87.3	89.0	90.8	92.5	94.2	96.0	97.7	99.5	101	103	105	¾
16	90.1	91.9	93.7	95.5	97.3	99.1	101	103	105	106	108	16
¼	93.0	94.8	96.7	98.6	100	102	104	106	108	110	112	¼
½	95.9	97.8	99.8	102	104	106	107	109	111	113	115	½
¾	98.9	101	103	105	107	109	111	113	115	117	119	¾
17	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	17
¼	105	107	109	111	113	115	118	120	122	124	126	¼
½	108	110	112	115	117	119	121	123	125	128	130	½
¾	111	113	116	118	120	122	125	127	129	131	133	¾
18	114	117	119	121	124	126	128	130	133	135	137	18
¼												¼
½												½
¾												¾

附 録 IV

材積推定値の精度

The Precision of the Volume Estimate

tariff 法による材積推定値の誤差は3つの部分から成っている。これを順序をおつて考察し、附録IIの実例で求めた数値を使つて、夫々の計算例を示そう。

1) 標本木から計算した平均タリフ番号 T_m はタリフ表に合せるため四捨五入して整数にしてある。

実例では $T_m = \frac{698}{22} = 31.7$ 使用すべきタリフは 32 である。したがつて tariff 番号の誤差は $T_u - T_m = 32 - 31.7 = 0.3$

材積推定値 Y' に含まれる相対誤差 proportionate error P はタリフ番号の相対誤差に等しい。

$$P = \frac{T_u - T_m}{T_u}$$

この例では

$$P = \frac{32 - 31.7}{32} = 0.009$$

この原因による実際の誤差は材積推定値 Y' に P を乗すれば求まる。

したがつて、この例では

$$K = P(\sum Y') \\ = 0.009 \times 14021$$

しかし普通にはこれ以外の原因による誤差と一併にして P を使うのが便利である。

タリフ番号を四捨五入して整数にしたため生じた誤差がある結果、材積推定値 $(\sum Y')$ は推定値の信頼限界の中心にはない。中心は材積 $(\sum Y')$ であつてこれは tariff 番号の実際の平均値を使つて求められるものである。

$(\sum Y)$ は次式で表えられる。

$$(\sum Y) = (\sum Y') - k$$

必要があれば、この修正は、慣例として生の材積推定値 $(\sum Y')$ に適用出来る。しかし上例から分る様に、この修正項を無視したための影響は、 T_m が特に小さい場合を除いて、極く僅かなものである。

したがつて現場でこれを常時使うことにすると、不必要に複雑さを増し、特に、正のこともあれば、負のこともある。この省略による誤差は全体としては相殺される傾向がある。

2) 平均タリフ番号 T_m は全林木から決定する代りに標本から推定されているので抽出

誤差を含んでいる。Tmの標準誤差をStとしこれに対応する材積定値の標準誤差を δ_{yt} とする。

これらの標準誤差は都合のいいように、Tm ($\sum Y'$) の小数で表わしてある。

標本木のタリフ番号即ちTmの平方偏差から誤差 δ_t は計算出来る。別法としては δ_t の大体の推定値を求めるため標本木のタリフ番号の範囲を使つても良い。この推定値は28表に示してある表を利用して求められる。この表には色々な大きさの標準偏差と範囲の理論的比率が示してある (Snedecor 1946, Jeffers, 1952)

この簡単ではあるが余り正確でない δ_t の推定方法を、ここでは使うことにする。

この例では単木のタリフ番号は24~38である。したがつて

$$rt = 38 - 24 = 14$$

28表

範囲 / 標準偏差の比

n	r/σの平均値	n	r/σの平均値
2	1.13	20	3.73
3	1.69	30	4.09
4	2.06	50	4.50
5	2.33	75	4.81
6	2.53	100	5.02
7	2.70	150	5.3
8	2.85	200	5.5
9	2.97	300	5.8
10	3.08	500	6.1
15	3.47	700	6.3

伐倒した標本木数 (n_t) は22である。表から $n=22$ に対する比 r/σ は略3.75である。これに最も近い表の値は $n=20$ に対する3.73である。したがつて

$$\frac{r_t}{s} = 3.75$$

$$s = \frac{r_t}{3.75} = \frac{14}{3.75}$$

ただし、sは単木のタリフ番号の標準偏差である。Tmは n_t 個のタリフ番号の平均であるからTmの標準偏差は

$$\delta_t = \frac{s}{\sqrt{n_t}} = \frac{14}{3.75\sqrt{22}}$$

Tm (=例では3.17) の小数で表わせば

$$\delta_t = \frac{14}{3.75\sqrt{22}} \times 3.17 \times Tm$$

$$= 0.025 \times Tm$$

上述d)の様にタリフ番号の比例偏差 proportionat deviation は材積の比例偏差に等しいから

$$\delta_{yt} = 0.025 \times (\sum Y')$$

$$= 0.025 \times 14021$$

3) 全林木からではなく標本木の測定で推定する平均範囲 $\bar{g}_m$ したがつて平均材積 $\bar{y}'$ 総材積 ($\sum y'$) は抽出誤差を含んでいる。 $\bar{g}_m$ の標準誤差を δ_m これに対応する $\bar{y}'$ の範囲の成分をSg, ($\sum Y'$)の標準誤差の成分をSygで表わすことにする。この標準誤差は都合のいいように夫々 $\bar{g}_m$, $\bar{y}'$ ($\sum Y'$) の小数で表わしてある。

最初に δ_m を計算しなくても、範囲級毎に漁獲するタリフTuで与えられる材積(Y')から δ_g を決定出来る。 δ_g は平均材積 $\bar{y}'$ からの各範囲級の材積の平方偏差から計算されるが、実用的には範囲/標準偏差表を使つて δ_g の大体の推定値を求めたので充分であり、この方法をこゝでは使うことにする。

例えば範囲の範囲は9/4時~3時であり、相当するタリフ (Tu=32) によるこの範囲に相当する材積は夫々18.6~1.09 hoppus feet である。

この材積範囲rgは次式で求まる。

$$rg = 18.6 - 1.1 = 17.5$$

範囲を測つた本数hgは218である。表から $n=218$ に対する比 r/σ は略5.5である。これに最も近い表の値は $n=200$ に対する5.5である。

$$Y_g = 5.5$$

$$s = \frac{rg}{5.5} = \frac{17.5}{5.5}$$

ただし、sは平均材積 $\bar{y}'$ からの個々の材積の標準偏差である。 $\bar{y}'$ は n_g 本の平均材積であるから標準偏差 δ_g は次の方程式で与えられる。

$$\delta_g = \frac{s}{\sqrt{n_g}} = \frac{17.5}{5.5 \times \sqrt{218}}$$

これを $\bar{y}'$ の小数で表わせば (この例では $\bar{y}' = 6.43$ hoppus feet)

$$\delta_g = \frac{17.5}{5.5 \times 218 \times 6.43} \times \bar{y}'$$

$$=0.033 \times \bar{y}'$$

平均材積の比例的偏差は全材積の比例的偏差と等しいから

$$\begin{aligned}\delta y g &= 0.033 \times (\sum Y') \\ &= 0.033 \times 14021\end{aligned}$$

各種の原因による誤差の結合

The Combination of Errors from Different Sources

材積推定値の標準誤差を δy で表わし、その成分 $\delta y t$ と $\delta y g$ の様に便宜上推定値 $(\sum Y)$ の小数で表わすことにする。tariff 番号と周回級間の材積の散ばりは全数別個の標本から推定されているから、これに対応する標準誤差には相関はない。即ち

$$\delta y = \delta y t^2 + \delta y g^2$$

この例では

$$\begin{aligned}\delta y &= 0.025^2 + 0.033^2 \times 14021 \\ &= 0.0414 \times 14021\end{aligned}$$

5%確率水準による材積推定値の信頼限界

$$\begin{aligned}F_1 &= Y' - k + 2\delta y \\ F_2 &= Y' - k - 2\delta y\end{aligned}$$

この例では

$$\begin{aligned}F_1 &= 14021(1 - 0.009 + 2 \times 0.0414) \\ &= 14021 \times 1.0738 = 15060 \\ F_2 &= 14021(1 - 0.009 - 2 \times 0.0414) \\ &= 14021 \times 0.9082 = 12730\end{aligned}$$

実材積が15060 hoppus feet (推定値14021 hoppus feet より7.4%大)より大きくなるか12730 hoppus feet (推定値14021 hoppus feet より9.2小)より小さくなるのは20回に1回の割合である。

二組の標本の選択に無作為抽出法より系統的抽出法を使う方法を附録Ⅲでおすすめした。系統的方法は実行が容易であり、普通—いつでもそうなるとは限らないが—母集団をよく代表しており、したがって正確な推定値が得られるからである。したがって公式

$$s^2/\sqrt{n}$$

を使えば一般に真の抽出誤差 $\delta y t^2, \delta y g^2$ の過大推定値を与える。さらに母集団全体にわたっているというだけで系統的標本を使えば、無作為標本で期待されるものより巾の広

い誤差、tariff 番号が得られさうである。範囲/標準偏差表の値は無作為標本に基づいているから、系統的標本で求めた範囲にこの表を使えば標準誤差は過大推定されることになるだろう。

この様にこの附録の方法は無作為標本には適当なものがあるが、系統的標本に対しては標準誤差の上限だけを与えるものとみなすべきである。しかして上限と下限は F_1 と F_2 に対応する。系統的抽出法の精度に関するさらに詳細な論議については Finney (1948) の論文を参照されたい。

附 録 V

才Ⅱ篇で調べられた標準地の詳細

地 方	プロット番号	間伐種	測定回数	上層高(フート)		地位級
				才1回測定時	最終測定時	
欧州アカマツ						
Bagshot, Windsor, Surrey	E. 35	A	5	35 $\frac{1}{2}$	50	IV
	E. 36	B	5	35 $\frac{1}{2}$	53 $\frac{1}{2}$	IV
	E. 37	L.C.	5	38 $\frac{1}{2}$	55 $\frac{1}{2}$	III
	E. 38	D	5	38	58 $\frac{1}{2}$	III
	E. 39	C	5	40	62	III
Healey, Northumberland	E. 74	B	5	49	57 $\frac{1}{2}$	IV
	E. 75	C	5	50 $\frac{1}{2}$	61 $\frac{1}{2}$	III
Dilston Northumberland	E. 76	D	3	52 $\frac{1}{2}$	65 $\frac{1}{2}$	III
	E. 77	B	3	52 $\frac{1}{2}$	60 $\frac{1}{2}$	III
Dilston Northumberland	E. 80	A	5	40 $\frac{1}{2}$	58	IV
	E. 81	B	5	42 $\frac{1}{2}$	56 $\frac{1}{2}$	IV
New Forest, Hants	E.103	C	5	71 $\frac{1}{2}$	83 $\frac{1}{2}$	II
	E.104	B	5	82	95	I
Brandon Park, Suffolk	E.130	L.C	4	32	41 $\frac{1}{2}$	III
	E.131	A	4	30	42	III
Glendye Kincardine	S. 15	B	6	37 $\frac{1}{2}$	61 $\frac{1}{2}$	III
	S. 16	C	6	38 $\frac{1}{2}$	63	II
Balmoral Aberdeen	S. 29	B	6	41	66 $\frac{1}{2}$	II
	S. 30	D	6	43	62 $\frac{1}{2}$	III
Evanton Ross-shire	S. 33	B	6	42	69 $\frac{1}{2}$	I
	S. 34	D	6	41	65 $\frac{1}{2}$	II
Seafield, Moray	S. 64	B	5	38 $\frac{1}{2}$	55	III
	S. 65	C/D	5	39	55 $\frac{1}{2}$	III
Broomhill, Inverness-shire	S. 68	D	5	43 $\frac{1}{2}$	56	III
	S. 69	B	5	43	57	III
	S. 70	D	5	43	56	III
	S. 71	D	5	45 $\frac{1}{2}$	57 $\frac{1}{2}$	III

地	方	プロット番号	間伐種	測定回数	上層高 (フート)		地位級
					オ1回測定時	最終測定時	
コ ル シ カ マ ツ							
Minehead Somerset	E. 46	B	5	35	60½	II	
	E. 47	C	6	32½	63	III	
Highclere Hants	E. 57	L.C	4	41½	66½	I	
	E. 58	B	4	42	68½	I	
Highclere Hants	E. 59*	B	4	38½	65½	I	
	E. 60*	D	4	37	66	I	
Delamere Cheshire	E. 66	B	6	33	73	II	
	E. 67	C	6	32½	69	II	
Sherwood Forest Notts	E.118	B	5	39	56½	II	
	E.126	D	5	39	56½	II	

伐倒調査した標準地

Cressage Shropshire	E. 15	B	5	43½	61½	III
	E. 16	C	3	47½	55	III
	E. 17	D	5	49½	67	II
Haldom Devonshire	E. 32	D	4	49½	72½	I
	E. 33	D	6	52	77	II
	E. 34	B	6	52½	77½	II
Highclere Hants	E. 63	B	3	33½	49½	II
	E. 64	D	3	33½	49½	I
Highmeadow Forest of Dean	E.105(1と2)B		4	38	58	II
	E.125(1と2)D		4	40	53½	II
Tintern Monmouth	E&W.1	D	7	72½	93	I
	E&W.2	C/D	6	73½	86½	II
	E&W.3	C	7	52½	70½	III
Haystoun, Peebles	S. 1	B	5	42½	56½	III
	S. 2	D	5	44½	58	III
Haystoun Peebles	S. 3	B	5	32	45	IV
	S. 4	D	5	32½	43½	IV

*

	プロット番号	間伐種	測定回数	上層高 (フート)		地位級
				オ1回測定時	最終測定時	
欧 州 カ ラ マ ツ						
Fyvie	S. 20	B	6	33½	62	II
Aberdeenshire	S. 21	D	6	34	60½	III
	S. 22	L.C	6	34½	62	II
Shambellie	S. 24	D	5	56½	78½	II
Kirkcudbright	S. 25	B	5	57	79½	II
Murthly	S. 44	L.C	6	40	67½	II
Perthshire	S. 45	B	6	40	67½	II
	S. 46	D	6	39½	67½	II
Seafield	S. 66	D	5	45	63½	III
Moray	S. 67	B	5	43	66	III
Shambellie	S. 74	C	5	31½	58½	II
Kirkcudbright	S. 75	D	5	32½	60	II
Drummond Hill,	S.103A&B	C	3	36	48½	II
Perthshire	S.104A&B	D	3	36	48	II

カ ラ マ ツ

Stourhead Wilts	E. 54	D	6	38	79	II
	E. 55	B	6	38	74½	II
	E. 56	C	6	38	75½	II
Hafod Faur Merioneth	E W.112	C	3	29½	37	V
	E W.113	C	3	31½	40½	V
	E W.114	C	3	45	49½	III
	E W.115	C	5	41½	64	II
Kirkennan Hill Kirkcudbright	S. 27	D	6	34	70½	II
	S. 28	C	6	34½	72	II
Dunach Argylshire	S. 54	B	4	29½	56½	II
	S. 55	D	4	29	56	II
Ardgowan Renfrewshire	S. 58	B	4	40½	67	II
	S. 59	D	4	40½	64½	II

地	方	プロット番号	間伐種	測定回数	上層高 (フート)		地 位
					オ1回測定時	最終測定時	
カ ラ マ ツ							
Benmore, Argyll		S. 99	D	4	55	68½	II
Bowmont, Kelso, Boxburgh		S.109	L.C	4	59	69	III
		S.110	D	4	59	70	III
Inverliever, Argyll		S.120	D	3	41½	51½	I
Knapdale, Argyll		S.121	C/D	3	27	38	I
		S.122	C/D	3	26½	39½	I
欧 州 ト ウ ヒ							
Highclere, Hants		E. 61	D	4	44	64	I
		E. 62	B	4	44½	63½	I
Hexham Northumberland		E. 78	B	3	53	64	III
		E. 79	C	3	53	64½	III
Tintern Monmouthshire		E W. 99	D	4	44	73½	I
		E W.100	C	4	45½	73	I
		E W.101	B	4	45	73½	I
Dumfries		S. 5	D	6	38½	70	II
		S. 6	B	6	38	66	II
Grandtully Perthshire		S. 48	D	6	40½	75	I
		S. 49	B	6	40½	70½	II
Grandtully Perthshire		S. 50	D	5	32½	67	I
		S. 51	B	5	32½	61½	II
*Bowmont, Kelso, Roxburgh		S. 85	B	5	25	47	III
		S. 86	C	5	24	46	III
		S. 87	D	5	24½	48	III
		S. 88	L.C	5	25	47	III
各標準地は4つの副次標準地をもっている。							
Minehead, Somerset		E. 41	C/D	9	37	100	I

*

地 方	プロット番号	間伐種	測定回数	上 層 高		地 位
				オ1回測定時	最終測定時	
シ ト カ ト ウ ヒ						
Fenwick	E. 69	C	3	32	55	IV
Northumberland	E. 70	B	3	27	57	III
Dumfries	S. 9	C	6	44½	93	II
Drumlanrig, Dumfries	S. 73	B/C	5	50	87½	II
Benmore, Argyll	S. 84	C/D	4	68	92	IV
Drummond Hill, Perthshire	S.105	B	3	41	62	II
	S.106	L.C	3	38	57	III
Corrour, Inverness-shire	S.108	C/D	4	38	62½	IV
Inverliever, Argyll	S.116	C	3	36½	54	II
	S.117	L.C	3	34½	51½	II
	S.118	C	3	37½	55	I
	S.119	L.C	3	38½	54	II
ベ イ マ ツ						
Dunster, Somerset	E. 18	C/D	5	87½	107	II
Tortworth, Glos	E. 19	B	6	109½	130	I
	E. 20	B	6	81½	104½	III
Dunster Somerset	E. 44	B	5	62½	96	III
	E. 45	D	5	58	91	III
Stourhead Wilts	E. 52	B	4	51½	90	II
	E. 53	D	4	52½	86½	II
Fenwick, Northumberland	E. 71	H.C	5	47	73½	IV
	E. 72	D	5	47	77½	III
Lake Vrynwy, Montgomery	E&W.27*	D	4	29	59	III
	E&W.28	L.C	4	29½	60	III
Kildrummy Aberdeen	S. 32*	C	5	47	76	III

地 方	プロット番号	間伐種	測定回数	上 層 高		地 段
				1回測定時	最終測定時	
ベ イ マ ツ						
Murthly, Perthshire	S. 41	C	6	31	67½	IV
Dunach, Argyll	S. 52	C	3	36	68	II
Culloden Inverness-shire	S. 79	D	5	44½	83½	III
	S. 80	B	5	43	77	III