１１　材積および成長量測定法の基礎調査

１１－１　林分成長量の推定および予測方法に関する研究

１　試験担当者

測定研究室：西沢正久，川端幸蔵，椎林俊昭

２　試験目的

固定標準地内の林木の成長量（直径，樹高，材積など）のデータを用いて各成長量の分布を研究し，既往の各種林分成長量の推定方法を検討し，成長量推定の最適プロットサイズの決定，林木の配置状態による成長量測定本数をシュミレーションで決定すること，また林分の成長過程を時系列とみて取り扱う方法の研究，そしてあらゆる予測方法の誤差を検討して最終的に最適な成長量の予測方法を確立することを目的としている。このため少なくとも５期間（１期間は３～５年）にわたる継続した観測値を求めなければならない。

３　前年度までの経過とえられた結果

前年度および今年度以降の固定標準地の調査年度および測定回数は第１表のとおりである。

今までに得られた結果の既要は次のとおりである。

(i) 定期直径成長量は継時調査の直径階別本数の移動をもとにして，照査法と関連がある，DR／DE（進級本数の倍／継時本数の倍）法によって単木の番号づけをしないで求めることができる。固定標準地の単木の番号づけを行なった資料から求めた実成長量とこの方法で求めた成長量とがどの位違うか，また固定標準地の継時の直径の理論分布を検討し，それから求めた確率分布を用いてDR／DE法で有効な推定が行われるかどうかを前橋営林局，前橋営林署管内１９９林班ろ小班内に設定した0.5ha（１００m×５０m）のスギの固定標準地（設定１３年生）の１９５９年と１９６４年の直径測定の資料および長野営林局，王滝営林署管内１９林班は小班内に設定した0.0１haのヒノキ固定標準地（設定時８０年生）の１９５０年，１９５５年，１９６０年，１９６５年の４回にわたる直径測定の資料を用いて分析を行なった。

いずれの標準地も単木の番号づけを行ない直径測定は２㎝括約で行なわれている。各林木の継時における相対応した直径測定値を差引くことによって実際の定期直径成長量を求め，期間年数で割って連年直径成長量になおした。期首の直径階ごとにまとめて計算した平均された連年直径成長量をもって実成長量とした。

次にDR／DE法を適用するために各林木をまず最初の年度の直径を用いて直径階ごとに

第 1 表

営林署	事業区	林小班	樹種	面積	設定年度	第1回調査	第2回調査	第3回調査	第4回調査	第5回調査
前橋	前橋	2036に	人工林スギ (林齢13年)	1.36 (0.62)	S 34年	S34年(S37中間)	S39年(S41中間)	S44年(S47中間)	S49年(S51中間)	S54年
上田	川東	24た	人工林カラマツ (林齢5年)	0.52 (0.10)	S 32年	S32	S37	S42	S47	S52
王滝	王滝	19い	人工林ヒノキ (林齢50年)	0.323 (0.105)	S 25	(S25)	(S30)	S35	S40	S45
上松	小川	101い	天然生ヒノキ	8.96 (5.00)	S 31	(S31)3プロット	S36 8プロット	S41 8プロット	S46 8プロット	S51 8プロット
						(S32)2プロット	S37 2プロット	S42 2プロット	S47 2プロット	S52 2プロット
						(S33)5プロット	S38 5プロット	S43 5プロット	S48 5プロット	S53 5プロット
						(S34) /	S39 /	S44 /	S49 /	S54 /
						(S35)5プロット	S40 5プロット	S45 5プロット	S50 5プロット	S55 5プロット
留辺蘂	温根湯	41い	天然生 エゾマツ トドマツ	1.96 (1.00)	S33	S33	S38	S43	S48	S53

注） 1. 林齢は設定時で算定してある。

2. 面積の（ ）内の数値は試験地の面積で上段の数値は外株を含めた面積。

3. 王滝の1.2回測定値（ ）をつけてあるものは長野営林局で測定されたもの。

分類し，次に5年后の直径を用いて直径階ごとに分類した。成長期間中に枯損した林木（スギでは14本）や伐採された林木（ヒノキで1955年に32本間伐）は調査直後に枯損や伐採が行なわれたものとして調査時の本数から差引いた。これは実成長量が枯損木や伐採木を除いた両測定時期に存在する林木をもとにして求めたので，これと対比するためである。分類はスギは本数が多いので1cm括約，ヒノキは少ないので2cm括約で行なった。これをもとにしてDR／DE法で直径階ごとの直径成長量を求めたら実成長量とよく一致し，固定標準地全体では次のとおりであった。

	DR／DE法による推定直径成長量（cm）	実成長量（cm）	差（誤差率）%
スギ 1959〜1961	0.491	0.490	+0.001（0.2）
ヒノキ 1950〜1955	0.198	0.214	−0.016（7.5）
ヒノキ 1955〜1960	0.193	0.198	−0.005（2.5）
ヒノキ 1960〜1965	0.232	0.244	−0.012（4.9）

次にxを直径階を0，1，2，………とおきかえた数字とし，それに属する本数（度数）を$f(x)$としたとき

$$\lambda x = (x+1)\frac{f(x+1)}{f(x)}$$

を計算し，xとλxの関係から直径分布が二項型，ポアソン型，負の二項型のいずれの型であるかを検討した結果，どの標準地でも以上の三つの型ではなく，正規確率紙を用いて検討した結果正規分布をすることがわかった。

正規分布をあてはめて求めた理論的な確率分布を各調査時の直径階別本数におきかえて，DR／DE法で直径成長量を求めたら，実成長量をよく推定し，前の観測本数からDR／DE法で直接的に求めた直径成長量の間をぬうスムースな曲線が得られた。既往のDR／DE法はフリーハンドでスムースな曲線を引いて直径階ごとの直径成長量を求めていたが，この方法によれば最初からスムースな直径成長傾向が推定できることがわかった。理論分布からこのようにして求めた標準地全体の直径成長量の値を実成長量と対比すると次のとおりである。

	正規分布からのDR／DE法による推定直径成長量（cm）	実成長量（cm）	差（誤差率）%
スギ 1959〜1961	0.480	0.490	−0.010（2.0）
ヒノキ 1950〜1955	0.194	0.214	−0.020（9.3）
ヒノキ 1955〜1960	0.200	0.198	＋0.002（1.0）
ヒノキ 1960〜1965	0.232	0.244	−0.012（4.9）

この報告は41年4月に京都で行なわれた日本林学会大会で，西沢正久，川端幸蔵，椎林俊昭 〃直径成長量推定に関する一考察〃 として発表した。第77回日本林学会大会講演集に印刷予定である。

(ii) 長野営林局，上松営林署管内101林班い小班内のヒノキ天然生林固定標準地の02，12，21，22，30，の5ブロック（1ブロックは50m×50m）の125プロット（1ブロックが10m×10mの25個のプロットに分割してある）のヒバの稚樹の発生本数の理論分布を研究して負の二項分布がよくあてはまることがわかった。

観測されたヒバの発生本数とプロット数は次のとおりであった。

ヒバの生立本数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	計
プロット数	60	30	14	7	6	4	2	−	−	1	−	−	−	1	125

ポアソン分布の適合度の検定 $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\bar{x}}$ （nは観測数，$\bar{x}$は平均本数，S^2 は分散）を行なったら，P<<0.005で適合しないことがわかった。

$$P_x = \frac{(k+x-1)!}{x!\,(k-1)!}\ \frac{R^x}{q^k} \qquad (x=0,1,2\cdots\cdots)$$

ここに
$$R = \frac{p}{q} = \frac{m}{m+k}$$

$$Q = 1+p \qquad p = \frac{m}{k}$$

という負の二項分布をあてはめる場合，kの推定には次の三通りがある。

(i) $\hat{k}_1 = \bar{x}^2/(S^2-\bar{x})$

(ii) $\hat{k}_2 \log\left(1+\dfrac{\bar{x}}{\hat{k}_2}\right) = \log\ (N/f_0)$

ここに f_0 は x＝0のときの観測プロット数，Nは全プロット数

(iii) 最尤法

$$Z_i = S\left(\frac{A_x}{k'_i+x}\right) - N\,ln\left(1+\frac{\bar{x}}{k'_i}\right)$$

これらを用いて理論分布（Φ）を求め適合度の検定 $\left\{\chi^2 = \Sigma\dfrac{(f-\Phi)^2}{\Phi}\right\}$ を行なったら次のとおりであった。

x	f	方法1		方法2		方法3		備考
		Φ	$(f-\Phi)^2/\Phi$	Φ	$(f-\Phi)^2/\Phi$	Φ	$(f-\Phi)^2/\Phi$	
0	60	63.2	0.162	60.0	0.	61.1	0.020	
1	30	26.1	0.583	28.0	0.143	27.3	0.248	
2	14	14.1	0.071	15.3	0.110	14.9	0.054	χ^2≒(df＝3，
3	7	8.2	0.176	8.8	0.368	8.6	0.298	0.05)＝
4	6	5.0	0.200	5.1	0.162	5.1	0.162	7.81
5以上	8	8.4	1.190	7.8	0.051	8.0	0.	
計	125	125.0	χ^2≒1.382	125.0	χ^2≒0.834	125.0	χ^2≒0.782	

いずれも適合がよいが方法3が一番すぐれていることがわかる。

この詳細は，川端幸蔵，西沢正久 〃ヒノキ天然生林のヒバ稚樹発生本数の分布について〃 として41年10月に行なわれた日本林学会関東支部大会で発表した。

4　41年度の試験計画

長野営林局，上松営林署管内小川事業区のヒノキ天然生林固定標準地の8ブロックの第3回調査と，前橋営林局，前橋営林署管内のスギ人工林固定標準地の中間調査を行なう予定である。

5　41年度の試験経過と結果

長野営林局，上松営林署管内小川事業区101林班ヒノキ天然生林固定標準地の8ブロック（1ブロックは50m×50m）の第3回調査および前橋営林局，前橋営林署管内，前橋事業区2036林班のスギ固定標準地の中間調査を行なった。後者は標準地を3ブロックにわけ，プロ

ッタごとに２０ｍ×２０ｍの標準地をそれぞれ２個選んで間伐区と無間伐区とし，間伐区は断面積で約２５％，総本数５７本の樹幹解析を行なった。間伐効果を非分散分析でみようとするものである。間伐木については現在１年間隔で樹幹解析を実施中である。

6　こんごの問題点

固定標準地内で適当数のポイントを選んで角度加算法により生態的な分析を行なうと効果があると思われるが，予算の関係でなかなか実行できない。また，固定標準地による樹高成長の観測についての測定法や分析法を検討しなければならない。

１１　材積および成長量測定法の基礎調査

１１−２　航空写真材積表作成に関する研究

1　試験担当者

経済科長：大友栄松

航測研究室　：中島　巌，樋渡幸男，長谷川訓子

測定研究室　：樋渡ミヨ子，栗屋次郎，神戸喜久

2　試験目的

ステレオグラム（比較判例写真）調整の資料を用いて航空写真材積表を作成し写真により材積推定をおこなう方法を確立する。

3　前年度までの経過とえられた結果

航空写真材積表の調整に関しては，昭和３１年山梨県下カラマツ人工林写真材積表作成，昭和３４年天城スギ人工林写真材積表作成等の試験研究によって判読樹高と疎密度，樹冠直径，立木本数を変数とした二変数材積表作成の方法が考究され，その後各方面に応用をみた。昭和４０年全国森林について比較判例写真が作成されることとなったので，この資料にもとづき写真材積表を作成することとなり，その作成方法の研究が開始にいたった。

4　４１年度の試験計画

上記目的に対する基礎調査として，ステレオグラム作成のための１ha標準地の最適材積調査方法をもとめ，また写真測定地と地上調査値との結びつきの関係をみることが必要であるので，まずスギ林分を対象として東京営林局管内に試験地を設定し，全林毎木，ポイントサンプリング，写真測定の各法を試みる。

5　４１年度の試験経過と結果

天城営林署管内国有林５０年生スギ人工林分に１００ｍ×１００ｍの標準地を設定しその内部を１０ｍ方形に切り，全林毎木および，立木位置図，樹冠投影図を作成した。

また，Point Samplingによる推定値とPlot Sampling の値との比較を行なうために，方眼の各交点におけるPoint Sampling，Line Samplingによる測定をおこない，これらの値によるPlot Size およびPoint 数の変化による材積測定値の変動について，Plot の配置，個数，適用係数の面より検討を進めている。

標準地調査法の一手法としてPlotless Sampling法については従来明確な実施基準のないまま実行にうつされ材積推定上多くの問題を生じていたので，４１年度においてはこれに対す

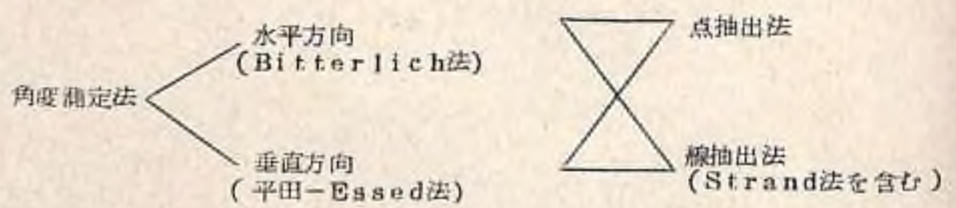
る検討が進められ，そのとりまとめが大友技官により行なわれた。

その概要は次のとおりである。

1. はじめに

1947年と1948年にオーストリヤのBitterlichは，画明的な独創的な森林調査法を発表した。その方法は始め数年は，オーストリヤ以外の国には余り知られなかったが，1950年頃より次第にオーストリヤ以外の国の林業研究者の注目を浴びてきた。日本では，アメリカの南部林業試験場のGrosenbaughがJournal of Forestryの1952年1月号にこの方法を紹介し，批判した論文「Plotless timber estimates, new, fast, easy」を同年，雑誌「林業経済」に九州大学の木梨が，紹介したのが始めてである。Grosenbaughの紹介はこの方法を全世界に普及する契機となり，それ以後，急速にこの方法の研究やそのための器械が続々と発表され，今日では全く実用化された。しかしこの方法の理論的研究が極めて多いのにも拘らず，非常に少なく，特に標本調査理論の面からの研究は，僅かにGrosenbaugh Palley and Horwitz らの研究があるにすぎない。

Bitterlichの方法は平田やEssedの方法や，Strandの線抽出法を生みだした。これらの方法はGrosenbaughの述べた通り，標本調査理論では全く共通的なものであるが，彼はその正確な証明を示さなかった。筆者は，これらの諸方法に共通する一般的な証明と母分散の式を与え，これらから，上記の諸方法の実地面における諸問題の解決をはかった。これらの方法の組合せは次のようになる。



2. 基礎理論

林地面積Am^2，成立本数N本の森林の調査をすることとしよう。この林の木に番号をつけたと考え，i 番目の木の特性値を x_i とする。Xは，木の特性なら何でもよい。例えば，胸高直径，

樹高，胸高断面積，材積など何でもよいが，本数を知りたいときは$X_i=1$とおけばよい。従ってxは上記の特性値を要素とするベクトルと考えた方がよい。ここで，次のことを仮定する。その面積・形状は何でもよいが，各木に対し，ある領域を対応させる。ただし，この領域の境界は，現地ではっきり定められるものでなければならない。つまり現地で，観測点に立ったとき，その点がある木の領域の内にあるのか，外にあるのか，わかるようになっていなければならない。この目的のため考察された器械としては点抽出法，線抽出法におけるレラスコープ，コノメーターなど各種の器械がある。そして，点抽出法の場合は領域の形は円形，線抽出法の場合は長方形となる。次に，領域は林の境界外にとびださないものとする。このときは林縁木の領域の形は複雑となる。

領域の面積をa_iとし，N個の領域はある個所では重なり，あるいは離れたり，あるいは，1領域が全く他の領域に含まれたりするであろう。ここで全林がこれらの領域の境界で，M+1個の部分に分れたとし，その面積をp_α ($\alpha=0, 1, \cdots, M$)とする。ただし，p_0 はどの木の領域にも含まれない林地の部分とする。この林地に，1ケの点，またはランダムに方向の定められた1ケの線を定め，そこで，線抽出法や点抽出法による調査を行なったとし，カウント木のx_i/a_iを求め，統計量としてその和$y_k=\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}\frac{x_i}{a_i}$ (i−木が点k，または線kでカウントされるときは $\delta_{ki}=1$，そうでないときは0をとるものとする)。この期待値は

$$E(y_k)=\frac{p_0}{A}\times 0+\frac{1}{A}\sum_{\alpha=1}^{M}p_\alpha\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}x_i}{a_i}=\frac{1}{A}\sum_{i=1}^{N}x_i$$

あるいは

$$E(y_k)=\sum_{i=1}^{N}\frac{x_i}{a_i}E(\delta_{ki})=\frac{1}{A}\sum_{i=1}^{N}x_i \tag{1}$$

ha あたりの各特性値の総計を求めるにはこれを10,000倍すればよいことがわかる。これから，10,000/a_iを各観測した特性値に乗じ，その合計を標本の大きさの数でわれば，haあたりの各特性の総数の不偏推定値が求まることがわかる。y_kの分散の期待値は次のようになる。

$$Var(y_k)=Var\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}\frac{x_i}{a_i}\right)=\frac{p_0}{A}\left(0-\frac{\sum_i^N x_i}{A}\right)^2+\frac{1}{A}\sum_{\alpha=1}^{N}p_\alpha\left(y_\alpha-\frac{\sum_i^N x_i}{A}\right)^2$$

$$=\frac{1}{A}\left[\sum_{i=1}^{N}\frac{x_i^2}{a_i}+2\sum_{i<j}^{N}\frac{a_{ij}x_ix_j}{a_ia_j}-\frac{\left(\sum_{i=1}^{N}x_i\right)^2}{A}\right] \tag{2}$$

または，

$$E(y_k^2)=E\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}x_i}{a_i}\right)^2=E\left\{\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}x_i^2}{a_i^2}+2\sum_{i<j}^{N}\frac{\delta_{ki}\delta_{kj}x_ix_j}{a_ia_j}\right\}$$

$$=\frac{1}{A}\left\{\sum_{i=1}^{N}\frac{x_i^2}{a_i}+2\sum_{i<j}^{N}\frac{a_{ij}x_ix_j}{a_ia_j}\right\}$$

から$Var(y_k)=E(y_k^2)-(E(y_k))^2$ より (2) 式を得る。

a_{ij}はiー木とjー木の共通な領域の面積で線抽出法では共通長方形の面積で点抽出法では2円の共通部分の面積となる。前者の場合の面積の計算は簡単だが，後者の場合は計算が厄介だから，次にその計算式を示しておく。

$$a_{ij}=r_i^2\cos^{-1}\frac{d^2+r_i^2-r_j^2}{2dr_i}+r_j^2\cos^{-1}\frac{d^2-r_i^2+r_j^2}{2dr_j}$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{4(d^2r_i^2+d^2r_j+r_i^2r_j^2)-(d^2+r_i^2+r_j^2)^2}$$

$$=r_i^2\cos^{-1}\frac{d^2+r_i^2-r_j^2}{2dr_i}+r_j^2\cos^{-1}\frac{d^2-r_i^2+r_j^2}{2dr_j}-2\sqrt{s(s-d)(s-r_i)(s-r_j)} \qquad (3)$$

ただし，$r_i r_j$はiー木，jー木の拡大円半径，dはiー木とjー木の距離，$s=\frac{r_i+r_j+d}{2}$。

(2) 式で林地面積を一定とし，a_iで偏微分すればわかるように，a_iが大きいほど分散が小になる。また，相対分散の式は

$$\frac{A}{\left(\sum_i^N x_i\right)^2}\left\{\sum_i^N\frac{x_i^2}{a_i}+2\sum_{i<j}^N\frac{a_{ij}x_ix_j}{a_ia_j}\right\}-1 \qquad (4)$$

だから，他の条件が同一の場合は，林地面積が大きいほど，精度が悪くなる（実例は後出）。

上述の理論から，点抽出法や線抽出法で，レラスコープやコノメターを用いて調査した場合の ha あたりの特性値の総計の不偏推定値や，分散の推定値の求め方が直ちに理解されよう。なお，ha 当り本数を推定したい場合，各点や各線における$10{,}000/a_i$の和を作り，それを平均すればよいが，a_iは直径や樹高の括約された値を用いて計算されるので，括約の幅が大きいときや，直径や樹高の値が小さいときは，区間内で一様分布を仮定して求めた次の値の和を計算するとよい。階級幅は直径は$d$cm，樹高はl m とする。

Bitterlich 法で切捨てのとき $\dfrac{40{,}000}{\pi d(d+l)}$

〃　四捨五入のとき $\dfrac{40{,}000}{\pi\left(d^2-\frac{l^2}{4}\right)}$

線抽出法でコノメター使用樹高1 m 括約 $\left(\log_e\dfrac{h+\frac{1}{2}}{h-\frac{1}{2}}\right)\times 10{,}000$

線抽出法でレラスコープ使用直径切捨て $\log_e\dfrac{d+l}{d}\times 10{,}000$

〃　〃　四捨五入 $\left(\log_e\dfrac{d+\frac{l}{2}}{d-\frac{l}{2}}\right)\times 10{,}000$

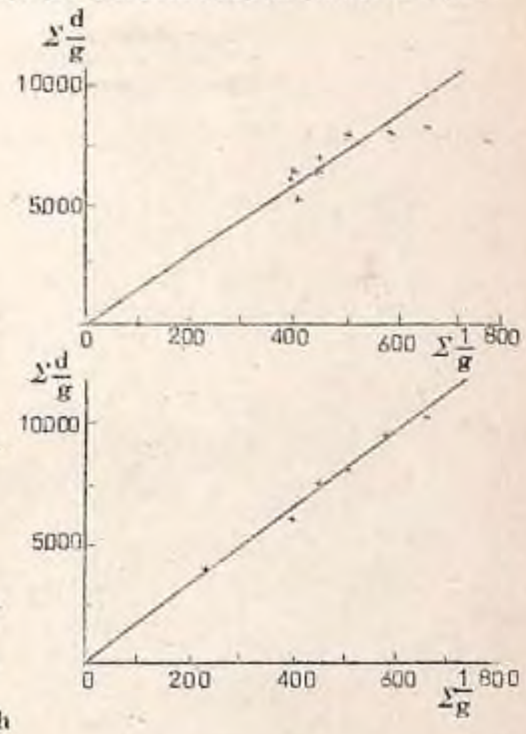
（直径2cm，樹高1 m 括約の表を計算してあるが紙数制限のため省略する）。

直径や樹高については，平均直径，平均樹高を推定しなければならないが，これには次の3方法が考えられる。ha あたりの本数や総樹高，総直径の推定が可能だから，まず普通の比推定法と比率の推定法が考えられる。原点を通る回帰を考えれば，yの分散がxに比例する場合は比推定法，yの分散がx^2に比例すれば比率の推定法がよくyの分散がxに対し，constantの場合は比を$\Sigma xy/\Sigma x^2$の形で推定するのがよい。なお，われわれの場合は，x，yは各点，各線ごとに計算される$\Sigma\dfrac{1}{a_i}$，$\Sigma=\dfrac{x_i}{a_i}$である。従って，上記の推定式を記せば次のようになる（分散の推定式はよく知られているから省略）。

ア）$$\bar{x}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}\frac{x_i}{a_i}\right)_k}{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}\frac{1}{a_i}\right)_k}$$

イ）$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}\frac{x_i}{a_i}}{\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}}{a_i}}\right)$$

ウ）$$\bar{x}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}}{a_i}\right)_k\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}x_i}{a_i}\right)_k}{\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}}{a_i}^2\right)_k}$$



となる。$\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta ki}{a_i}$ と $\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta ki\,x_i}{a_i}$ との関係を見るために1964年林業試験場高萩試験地のアカマツ35年生林分で9点をとり，Bitterlich 法を行なって，平均樹高 $(\bar{h})$，平均直径 $(\bar{d})$ を推定したが，上記を図示すると，第1図のようになり，$\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}x_i}{a_i}$ の分散は $\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}}{a_i}$ に対し一定のように見える。しかし，その推定値は，推定値，分散の両者を共に見るときは優劣が定め難いが，偏りについては，ア）法では$1/n$のオーダーだが，イ）法は固定バイアスが

ある点，ウ）法は計算が煩雑なことなどを考慮するときは，ア）法がよいように思われるが，この問題について，昨年調査した天城スギ５８年生林分につき検討中である。

上述の基礎理論に基き，従来の各種のプロットレスサンプリング及びそれに伴ないろいろの問題，新しい調査法などを次節以降に述べる。

3. 点抽出法

点抽出法においては，Bitterlich法と平田法が考えられる。何れの方法でも前記の林分構成因子のすべてについて情報を得ようとすれば，カウント木の直径はその毎木につき調査し，樹高はその毎木につき調査するかまたはカウント木中より抽出調査しなければならない。

3.1 Bitterlich法

この方法では $a_i = \dfrac{g_i}{\sin^2 \alpha/2}$ となる。ただし g_i は i 一木の胸高断面積で単位は m^2，α はレラスコープなどによりはられる角である。いわゆる断面積定数は $x_i = g_i$ としたときの

$$\frac{x_i}{a_i} = \frac{g_i \cdot \sin^2 \alpha/2}{g_i} = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

に10,000をかけたものである。10,000 $\sin^2 \alpha/2 = c$ とすれば

G／ha の推定値($\widehat{G}$)：$\dfrac{c}{n}$ ×カウント木の総数

V／ha 〃 ($\widehat{V}$)：$\dfrac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{1}^{N}\dfrac{\delta_{ki} v_i}{g_i}\right)_k = \dfrac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{1}^{N}\delta_{ki} f_i h_i\right)_k$

N／ha 〃 ($\widehat{N}$)：$\dfrac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki}}{g_i}\right)_k$

$\overline{h}$ 〃 ($\widehat{\overline{h}}$)：$\dfrac{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki} h_i}{g_i}\right)_k}{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki}}{g_i}\right)_k}$

$\overline{d}$ 〃 ($\widehat{\overline{d}}$)：$\dfrac{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki} d_i}{g_i}\right)_k}{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki}}{g_i}\right)_k} = \dfrac{1.27\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki}}{d_i}\right)_k}{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki}}{g_i}\right)_k}$

G，V，Nはhaあたりの胸高断面積合計，同材積，同本数，$\overline{h}$ は平均樹高，$\overline{d}$ は平均直径，nは標本の大きさで以下この記号を用いる。$\overline{h}$，$\overline{d}$，の推定には断面積定数が必要でないことに注意されたい。

3.2 平 田 法

平田は張る角 β が68°15′のコノメターを用い，平均樹高を推定する方法を考案した。1

点でのカウント数を z_k，その平均を $\overline{z}$ とすると，$\overline{h}$ は $100\sqrt{2\overline{z}/N} = h_H$ により推定されると述べている．

この式の分散の推定値は，筆者の計算では，$5{,}000\sum_{k=1}^{n}(z_k-\overline{z})^2/Nn(n-1)$ で近似される。平田の方法は，上記理論から $a_i = h_i^2\,\pi\cot^2\beta = h_i^2\,\pi\cot^2(68°15′) = h_i^2/2$ 故に $10{,}000/a_i = 20{,}000/h_i^2$，20,000をcとおけば，標本からの推定値は次のようになる。

$$\widehat{N}:\frac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}}{h_i^2}\right)_k,\quad \widehat{G}:\frac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki} g_i}{h_i^2}\right)_k$$

$$\widehat{V}:\frac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki} V_i}{h_i^2}\right)_k = \frac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki} f_i g_i}{h_i}\right)_k$$

$$\widehat{\overline{d}}:\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki} d_i}{h_i^2}\right)_k}{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki}}{h_i^2}\right)_k},\quad \widehat{\overline{h}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki}}{h_i}\right)_k}{\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki}}{h_i^2}\right)_k}$$

上記より平田の平均樹高

$$\overline{h}_H = \sqrt{\frac{20{,}000\,\overline{z}}{N}} = \sqrt{\frac{20{,}000}{n}\cdot\frac{\sum_{k=1}^{n} z_k}{N}} = \sqrt{\frac{20{,}000}{n}\cdot\frac{\sum^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki} h_i^2}{h_i^2}\right)_k}{N}}$$

これは $(\overline{h}_H)^2 = \sum_{i=1}^{N} h_i^2/N$ の推定値であることがわかる。すなわち平田樹高は，林木の樹高の自乗の平均の平方根であることがわかる。

一方，Bitterlich法の場合はカウント木の樹高を平均すると断面積を重みとした平均樹高（いわゆるLoreyの樹高）だということがわかる。

4. 線抽出法

この方法は林内にランダムに設定された一定長 l m の直線上を歩きながら，各林木の直径や樹高について，線上の林木との最短距離の点から，一定角のコノメター，レラスコープなどで，検視し，角度よりはみだす木をカウントする方法である。この方法では直線の両側の木につき検視する場合と片側の木のみ検視する場合の２方法がある。両側検視の場合は，使用する倍数（定数）を１／２すればよいから，ここでは，片側検視の場合のみを述べる。この方法の最初の考案者はノルウェイのL．Strandであるので，まず彼の方法を述べ，ついで著者の考案した２方法を述べる。

4.1 Strand法

Strand 法では線長lは$5\pi x=15.7x$である。断面積定数1でカウントされたi番目の木は$a_i=5\pi\times0.5d_{ri}$ (m²)，垂直角$\beta=63°30'$のコノメーターでは，

$a_k=5\pi\times0.5h_k$ (m²) である。

基礎理論から，林分のhaあたり胸高断面積合計は$x_i=g_i=\dfrac{\pi d_{ri}^2}{4\times100^2}$ だから

$$\frac{x_i}{a_i}\times10{,}000=\frac{\dfrac{\pi d_{ri}^2}{4\times10{,}000}\times10{,}000}{5\pi\times0.5d_{ri}}=\frac{d_{ri}}{10}$$

従って，$G/ha\leftarrow\dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\delta_{ki}d_{ri}}{10}\right)_k$ となり，Strandの推定は不偏であることがわかる。

一方，ha当りの$g\times h$の合計 $\sum_{i=1}^{n}g_i h_i/ha$ は次のようにして推定される。この場合はコノメーターでカウントされた木の直径をd_{ci}，樹高をh_iとすると，$a_i=5\pi\times0.5h_i$ (m²) $x_i=g_i h_i=\dfrac{\pi d_{ci}^2 h_i}{4\times100^2}$ (m³)

$$\frac{x_i}{a_i}\times10{,}000=\frac{\dfrac{\pi d_{ci}^2 h_i}{4\times10{,}000}\times10{,}000}{5\pi\times0.5h_i}=\frac{d_{ci}^2}{10}$$

したがって $\sum_{i=1}^{n}g_i h_i/ha\leftarrow\dfrac{1}{10n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}d_{ci}^2\right)_k$

Strandは林木平均高は

$$\hat{h}_s=\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}d_{ci}^2\right)_k}{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{N}\delta_{kj}d_{rj}\right)_k}$$

として計算しているが，分子の不偏推定値は $\sum_{j=1}^{N}g_i h_i/ha$，分母のそれは $\sum_{i=1}^{N}g_i/ha$ となるから，$\hat{h}_s$はLoreyの平均樹高になることがわかる。h_sの分散の推定値は近似的に次のようになることは当然理解されよう。

$$V(\hat{h}_s)=\frac{n\cdot\left[\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}d_{ci}^2\right)_k-2\hat{h}_s\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}d_{ci}^2\right)_k\left(\sum_{j=1}^{N}\delta_{ki}d_{rj}\right)_k+\hat{h}_s^2\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{N}\delta_{kj}d_{rj}\right)^2\right]}{(n-1)\cdot\left\{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{N}\delta_{ki}d_{rj}\right)_k\right\}^2}$$

Strandは更に形数fをΣghの推定値にかけて，haあたり材積の推定を行なっているが，単木材積を$v_i=f_i g_i h_i$とするとき，haあたり材積は$\Sigma v_i=\Sigma f_i g_i h_i$だから，$f_i$がすべて等しくない限り$\Sigma v_i=\Sigma f_i g_i h_i=f\Sigma g_i h_i$とはならない。しかし，大よその材積の見当をつけるには，彼の方法は有効であろう。

筆者はStrandの線抽出法から，次の01法，02法を考えて，2，3年前から実験して見たので，これらについて次に述べる。

4.2 01法

線長として，両側検視のときは10m，片側検視のときは20mをとり，垂直角$\beta=63°30'$のコノメーターを用いると，実行も計算も便利である。

$\beta=63°30'$のときは$\tan\beta=1/2$となるので，検視の際，一々器械を使用しないで，樹高の半分の距離を目測できめられるので，せいぜい2～3本の木に対して，器械を使用するだけで済み功程が高まる利点がある。カウント木については，求める林分構成要素によって，直径や樹高を測る。

もちろん，樹高はカウント木より抽出調査して，二重抽出法を利用してもよい。

とくに材積を算出するときfgが必要だがスギなどはfgはほとんど直径だけに関係するので，樹高測定を省略してもよかろう。

線長をl，垂直角をβとすると$a_i=l h_i\cot\beta$ となる。$\dfrac{\tan\beta\times10{,}000}{l}=c$ としてこの定数の値を次表に示す。

β ＼ l	10m	12.5m	13.4m	16.7m	20m
63°30′	2,000		1,500		1,000
68°15′	2,500	2,000		1,500	

各因子の推定値

$$\hat{G}=\frac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}g_i}{h_i}\right)_k,\quad\hat{V}=\frac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}V_i}{h_i}\right)_k=\frac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}f_i g_i\right)_k$$

h_i樹高階本数：$N_j=\dfrac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\dfrac{m_{jk}}{h_j}=\dfrac{c}{n}\cdot\dfrac{m_j}{h_j}$ （ただしm_{jk}は k線でのh_j階のカウント本数）

$$\hat{N}=\Sigma N_i,\ \hat{d}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}\dfrac{d_i}{h_i}\right)_k}{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}\dfrac{1}{h_i}\right)_k}$$

$$\hat{h}=\frac{\sum_{k=1}^{n} m_k}{\sum_{i=1}^{M} \frac{m_i}{k_i}} = \frac{\text{カウント木の総本数}}{\text{カウント木の}\frac{1}{h}\text{の総和}}$$

(スギ，ヒノキ，アカマツ，広葉樹のfg表は東京営林局，前橋営林局管内の分については，林業試験場で作成してある)。

4.3　0 2法

この方法は前の方法のコノメターの代りにレラスコープなどの断面積測定器を用いるだけである。この場合，$a_i=\left\{\frac{d_i \cdot l}{200}\cos\frac{\alpha}{2}\right\}$ m² となる。αと断面積定数(BAF)との関係は次表のようになる。

BAF	1	2	4
$\sin\frac{\alpha}{2}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{70.7}$	$\frac{1}{50}$

$\frac{200 \cdot 10{,}000}{l \cdot \mathrm{cosec}\,\alpha/2}=$ cとすれば，cは次表のようになる。

l m ＼ BAF	1	2	4
10	2,000	$2{,}000\sqrt{2}$	4,000
15	$\frac{4{,}000}{3}$	$\frac{4{,}000\sqrt{2}}{3}$	$\frac{8{,}000}{3}$
$5\pi=15.7$	$\frac{4{,}000}{\pi}$	$\frac{4{,}000\sqrt{2}}{\pi}$	$\frac{8{,}000}{\pi}$

n線を抽出し，カウント木について，d，hを測定するときは，各因子のhaあたり推定値は次のようになる。

$$\hat{G}=\frac{c}{n}\cdot\frac{\pi}{4}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}d_i\right)_k,\quad \hat{V}=\frac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}v_i}{d_i}\right)_k$$

d_j 直径階の本数: $\hat{N}_j=\frac{c}{n}\frac{1}{d_j}\sum_{k=1}^{n}m_{kj}=\frac{c}{n}\frac{m_j}{d_j}$

$$\hat{N}=N_j\text{の合計}=\frac{c}{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}}{d_i}$$

$$\hat{d}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\delta_{ki}\right)_k}{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}}{d_i}\right)_k}=\frac{\sum_{k=1}^{n}m_k}{\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}}{d_i}\right)_k},\quad \hat{h}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}h_i}{d_i}\right)_k}{\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{ki}}{d_i}\right)_k}$$

3節，4節においてはSampling errorの計算について，特別のものを除きふれなかったが，これは基礎理論から，簡単に分散の推定法がわかるので省略した。

4.4　線抽出法の実例

0 1法については，1964年に発見して，1964年，1965年に林業講習所の実習の際に，天城の保護林(面積約5.5 ha)において，生徒に研修させた2例，1964年に行なった収穫表調査の数例，1965年の天城162に小班の写真材積表調査の例などあるが，紙数の関係上割愛する。

5.　林縁効果による偏りの修正

4.4の実例にもみられるように，$\bar{h}$，$\bar{d}$のような平均値を除き，haあたりの値はすべて過小推定になっている。この原因は林縁木の確率は小さいにもかかわらず，この点を考慮しないで計算したためで，一方平均値の場合は分母，分子が同じ条件下にあるため，大よそ消しあい割合よい推定値を与えるのであろう。従って，小面積や境界が複雑な林地で，各木の対応する領域が林外にとび出していることの多い林では林縁効果による偏りの修正が問題となってくる。

この問題については増山氏が1953年修正を要しない抽出法を提案しているが，これは現地では実行不可能に近い。1958年のU. S. A. のGrosenbaugh の提案や1964年のBarret の提案は不偏性の条件にかなうが，ともに実行がやや煩雑である(日本の国有林では林縁附近に点を落ちないようにして実行しているようだが，これは偏りを生ずる)。筆者は，これらの方法以外にBitterlich 法につき次の2方法を考案して実験して見た。

ア)法　標本点と木との距離が，木と最も近い境界との距離より近いときのみカウントする。

この方法は木と最も近い境界との距離が l_i m の場合は，$a_i=\pi l_i^2$ とする方法で，この a_i を用いて，$x_i \cdot 10{,}000/a_i$ を計算する方法である。

イ)法　林縁木でカウントされた木の領域の面積を，ドットグリッドやプラニメーターで求め，これを a_i として，上のような計算を進めるものである。

両法とも，不偏であることは基礎理論よりわかる。

例1.　天城国有林146に へ小班(面積1 ha，スギ約60年林分)で，10点をランダムに落して，Bitterlich法による断面積推定を行なった。下表に見るように，真値に最も近いものはア)法で誤差は+3.5%にすぎない。イ)法は−8.8%だが，信頼幅は最もよい値を示している。林縁効果の修正を行なわないときは，極端な過小推定となっている。(ただしBAF＝4)

真値＝59.3m²	推定値	標準誤差	信頼幅(95%水準)	誤差 量	誤差 百分率	備考
ア)法	61.4m²	7.25m²	16.4m²	2.1m²	3.5%	
イ)法	54.1	4.02	9.1	−5.2	−8.8	
偏りを修正しない場合	49.4	4.13	9.3	−9.9	−16.7	信頼幅に真値は入らない

例2. 1959年巣羽国有林スギ，ヒノキ林分48年生林分でBAF＝4を用い，全面積12.40haに対し，78点を抽出してBitterlich法を行なった。この場合は，イ）法により偏りを修正した。その結果，左表のような推定値を得た。過去における実験の結果より考察すると，イ）法は内業での面積計算に労力を要するので，ア）法の方が実用上便利であろう。

	本数	断面積
真値	1,217本	39.1m²
推定値	1,184	39.6

林縁効果の偏りは小林分ではかなり大きいので，1ha内外の林でBitterlich法を行なうことは，極めて不利で，このような場合は，全林毎木とか，他のプロットあるいは単木単位のサンプリングを行なう方が賢明であろう。

6. Bitterlich法における諸問題

Bitterlich法における諸問題は基礎理論によって，ほとんど解決されることは既にふれているが，実例により，その若干を次に示す。

6.1 BAFの変化に伴なう推定値の分散の変化

既述のようにBAFが大きくなる程，母分散は大となる（ただし，他の因子は固定しておく）オーストリヤのPflugbeilは約90年生のストローブ松の18haの林分で，9点でBitterlich法，Spurrのangle−summation法，3アールの円形サンプリングを行ない，その際BAFの変化と標準偏差などの変化の関係を見ている。次に筆者は(2)式の母分散の計算式を利用して，天城国有林のスギ林の例によりしらべてみた。資料は4本の木であり，木の間隔その他は実際の値をとったが，面積だけは実際より広く，BAF＝1のときの拡大円がすべて林地内に含まれるような地域2,940m²をとった。データは次の通りである。

木番号	№1	№2	№3	№4
直径cm	46.2	49.4	45.2	36.1
樹高m	24.0	22.0	20.0	20.0

	樹間距離 m		
	№1.	№2	№3
№2	8.32		
№3	7.12	9.05	
№4	9.16	4.73	6.63

BAFの変化による母分散の変化は次のようになる。

BAF	1	4	16	32
分散	2.35	18.11	50.62	133.84

実面積に近い400m²を用い，林縁効果の偏りを修正すると次のようになる。

BAF		1	4	16	32
分散	ア）法	161.61	161.61	188.39	774.68
	イ）法	00.0	27.09	188.59	774.68

Pflugbeilはさらに，両対数方眼紙のx軸にBAFをとり，縦軸に変動係数をとると＋0.5の傾斜をなす直線となると述べ，このことはBoonも熱帯林の調査で同様なことを認めている。即ち$\log(CV) = a' + 0.5\log(BAF)$が成立し，またProdanのいうような，$(CV)_i^2 \cdot (BAF)_j = (CV)_j^2 \cdot (BAF)_i$の関係があることを一応認めている。彼はさらに，直径階別本数，材積についても比較しているが，その結果によれば，BAF＝1と0.03ha円形プロットとはよく類似しているが，2，4，····とBAFが大になるにつれ，次第に差が大きくなり，小径木が少なく，大中径木が大きくなっている。

BAF	分散 もとの距離	1/3 だけ近づけた場合	2/3 だけ近づけた場合
1	2.35	2.67	2.91
4	18.11	20.34	23.82
16	50.62	72.17	92.56
32	133.84	159.27	264.69
面積 / BAF	2,940m²	400m²	100m²
1	0.5247	0.00002	0
4	4.0436	0.1120	0.0053
6	11.3047	0.7798	0.1231
32	29.8904	3.2025	0.3127

6.2 密度に対する分散の変化

6.1の実際の資料を用い，林地面積，本数，その他の条件が一定としたとき，木間の距離を1/3，2/3だけ縮めたとき，すなわち密度が大になるにつれて分散がどのように変化するかをみると次表のように，密度が大になるにつれて分散が大になることがわかる。

6.3 林地面積の変化に対する相対分散の変化

樹間距離や林木の大きさなどの条件を一定にした場合，林地面積やBAFが変るとき，相対分散はどうなるかを前記資料に基き，次表に示すと，基礎理論で述べたように面積が大きくなるに従い，相対分散は大になる。（BAFについては既述を参照されたい）。

6.4 Bitterlich 法で立木断面内に抽出点がおちた場合，無視するときの偏り

この問題については日林誌（1966）№1に南雲が証明し，又一例ではあるが高田のシュミレーションによる解決によるように問題とならない。林内に1点をおとすとき，立木断面におちる確率は，$\sum_{i=1}^{N} g_i / A$ で，$\sum_{i=1}^{N} g_i$ がhaあたり70〜80m²ある林は極めて稀だから0.007〜0.008が最大確率となるから，常識的にも判断できる。

今，このような調査不能点を省くとすると比較的均斉な林分では，平均的にはhaあたり断面

積の偏りは $\frac{\sigma^2}{A^2}\times 10{,}000\,m^2$ となろう。従ってたとえ，1ha　100m² の胸高断面積合計の林があったとしても $\frac{(100)^2\times 10{,}000}{(10{,}000)^2}\,m^2 = 1\,m^2$ すなわち1m²の過小な偏りがあることになり，問題にならないであろう。

7. 点抽出法と円形プロットサンプリング

Bitterlich法と円形標本地調査法についての比較研究は，前記のPflugbeilの例を始めとし，極めて多い。筆者らの行なった1959年の黒羽国有林の例では（10m）円形プロット法もBitterlich 法（BAF＝4）も殆んど精度の点では差はなかった。

しかし，カナダのKirby の1965（Dec.)の発表では，県令天然針広混交林での実験例では1/5エーカー標本地法に対し，BAF＝10のBitterlich法は変動係数は10%ほど多かったし，直径3.6吋以上の木についてプロット法は5割位精度がよかったと発表している。

Grosenbaugh と Stover も1954年にこの比較を行なっているが，plot 面積は1/4エーカーで，point sample よりも，plot sample の方が精度は20%ほどよかったが，推定値がほとんど変りないこと，調査時間，労力の面から点抽出法の方がよいと発表している。

1957年発表のKendall と Wittgenstein の Pettawa の天然林の調査結果でも1/5エーカープロット法の標準偏差は，point sample よりも小さかったが，推定値はほとんど異ならない。これはGrosenbaugh らの調査結果とほとんど一致している。

上記の各研究者の発表から，一がいに何れの方法がよいか決定することは困難で，対象林分の地林況に相当関係するものと思われる。

一方また，筆者の基礎理論から，すべてのa_iが同じものとすれば，（形は円形でも，長方形でもよい）この理論がplot sampling にも使える。例えば$a_i=\pi r^2$ とすれば円形プロット法になり，しかもこの円形プロットは互に重なる部分があってもよい。一般に円形プロットでは平面を隙間なくおおうことができないので，むしろ却ってこの方がよいかも知れない。この場合の分散の式(2)は

$$\frac{1}{A}\left[\frac{1}{a}\sum_{i=1}^{N} x_i^2+\frac{2}{a^2}\sum_{i>j}^{N} a_{ij}\, x_i x_j-\frac{(\sum^{N} x)^2}{A}\right]$$

ただし　$a_{ij}=\frac{2a}{\pi}\cos^{-1}\frac{d\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}}-\frac{d}{2}\sqrt{\frac{4a}{\pi}-d^2}=\frac{2a}{\pi}\cos^{-1}\frac{d\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}}-\frac{d\sqrt{\pi}}{a}\sqrt{1-\left(\frac{d\sqrt{\pi}}{2a}\right)^2}$

となる。

8. 結　び

従来，定角測定法と称されるBitterlich 法，平田法，Strand 法については各人により色々の面から，証明されていたが，その分散の計算についてはPalley と Horwitzが材積について論じている外には，ほとんど論じられず，論じられても，無限母集団か有限母集団かの議論が日本では盛んであった。筆者は，上記のすべての方法について一貫した基礎理論より，各因子の推定値の求め方，母分散の計算公式やその分散の推定値の計算方法を述べた。平均樹高，平均直径の3種の推定法についても検討を加えた。

さらに現在U.S.A.で問題になっている林緑効果について偏りのない2方法を提案し，断面積定数が大になるに従い，分散が大になること，他の条件を一定にした場合は，胖度が大になるにつれ分散も大になり，林地面積も大になるにつれ，相対分散（rel−variance)が大になることを示し，日本で問題になった木の断面内に標本点がおちた場合に無視することにより偏りはnegligible smallであることを述べた。また，円形や長方形の標本地調査法は，木の対応するdomain がすべて一定の形状，面積を与えた特別な場合の点抽出法，線抽出法と考えられたことを示し，plot sampling と plotless sampling の若干の実例を引用したが，この優劣は林相調査目的や項目，労力，費用などの問題が関連しているので一概に何れがよいかはきめられない。やはり，その調査に応じてきめるべきものであろう　（小林分の場合は全林毎木調査のよいことは当然であろう）。

この論文をまとめるにあたり，実例の計算については主として樋渡みよ子氏に担当して頂き，また染袋次郎氏，神戸喜久氏，金森太郎氏らの援助を得た。なお上智大学教授斉藤金一郎博士には論文を通読され，とくに各種の推定式の正しいことを認めて頂き有益なご助言を賜わった。以上の諸氏に対しては，衷心より感謝の意を表する次第である。

写真測定については濃度測定法による写真像の濃淡構成と判読疎密度との関係について写真像が樹冠像，地表像，樹陰像によってそれぞれ占められる比率が疎密度により変化する関係（日林誌41年大会講演集）が求められ，標準的計数測定により写真を疎密度区分する方法が試みられ

た。

5　こんごの問題点

各種の調査方式による測定値が齢級，林分構造の違いによってどのように変化するかを明らかにし，各種林分に対応する標本地調査法を解明する必要がある。

また写真判読因子の選定，測定方法の研究を各林分構造ごとに進め，判読数値による林分材積推定の計算方式を確立する必要がある。