

(研 究 資 料)

ビッテルリッヒ法について (I)

(Research materials)

On the Bitterlich's Method (I)

Eishoh OHTOMO

大 友 栄 松⁽¹⁾

1. は し が き

本論文は昭和 30 年 3 月下旬、天城営林署天城経営区 153 林班い小班において行なつた標本調査法の研究のための調査の間に行なつた予備的なビッテルリッヒ法の調査結果にもとづき、同年度の業務報告会で報告したものであり、公表する予定ではなかつたが、現在すすめられている研究との関係や、得た結果が多少とも一般の参考ともなることが望まれるので、ここに資料としてほとんど当時の報告のまま発表する次第である。したがつて、その後の内外の研究成果についてはふれないことにする。

方 法 と 原 理

ビッテルリッヒ法はよく知られているとおり、林内の 1 点に立ち、一定の長さの棒の一端にとりつけられたのぞき穴から、他端に設けられた一定幅のわく（スリット）を見とおし、見とおし線を立木の胸高に一致させ、直径がこのスリット幅より大きい木を 1 本と数え、ちょうど一致するものを $1/2$ 本とし、その地点で一まわりして、周囲の林木についてすべて調査し、数えられた総本数に、棒の長さとスリット幅によつて定まる一定の数を乗ずると、その林分の単位面積あたりの胸高断面積が得られる。もちろんこの方法は実際には標本調査法と組み合わされて用いられ、観測点の数も 1 林分で 1 カ所ということではなく、要求される精度と森林の異質性その他の特徴により変わってくる。

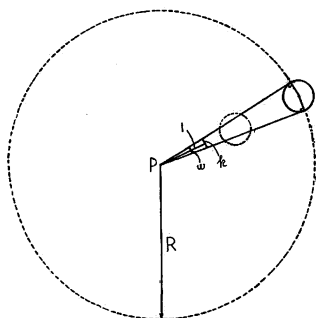
その原理については、いろいろな角度から説明されているが、ここでは最も普通に述べられていることを、1, 2 説明し、さらに M. PRODAN の一般的証明と称するものを付録にかかげておく。

まず、L. R. GROSENBAUGH の説明を引用する。いま全立木の胸高断面が描かれた地図に、格子わくをあて、立木の胸高断面におちた格子点をかぞえ、わくの格子点の総数でわると 1 格子点あたりの立木の平均値、すなわち断面積/林地面積が得られる。これに $10,000m^2$ を乗ずると 1 ha あたりの胸高断面積となる。また、半径が胸高直径の 50 倍の長さをもつ拡大円を各立木のまわりに描き、格子点をかこむ拡大円の数を数え、格子点の総数で割ると、点あたりの平均値、すなわち拡大円の総面積/林地面積がえられる。

(1) 経営部測定研究室長

これを $50 \times 2 = 100$ (半径の比に相当) の二乗でわり、10,000 をかけると 1 ha あたりの胸高断面積がえられる。この 100 の二乗でわり 10,000 をかけることは結果的には何もしないことになるから、1 ha あたりの胸高断面積を知るには前半の操作のみでよい。

これを実地に適用する場合は、上にのべた地図と格子点の集まりを林分と調査地点におきかえて考えればよい。何個の同心円 (胸高直径の 50 倍の半径をもつ円) がこれらの点をかこむかを決定するには、調査者は各点に立ち直径の両端を結ぶ視線の角度が $2 \sin^{-1}\left(\frac{1}{100}\right)$ に相当する角度以上の木を数えればその数字が ha あたり胸高断面積となる。



第1図

つぎに M. PRODAN の証明を引用する。

第1図において半径 R の円形標準地の周上に幹の中心をもつ直径 D の単木を考え、標準地の中心に機械をすえ付けのぞき穴より胸高を見たとき、視線がちょうど幹周に接したとするとこの円型標準地内にある直径 D の木はすべて数えられることになる。いま数えられた本数を n_i とすれば

$$\text{標準地面積} ; \quad \pi R_i^2 \quad m^2 = \pi R_i^2 / 10,000 \text{ ha}$$

$$\text{単木の断面積} ; \quad \frac{\pi D_i^2}{4} m^2$$

$$\text{本数} ; \quad n_i$$

$$\text{総胸高断面積} ; \quad \frac{n_i \pi D_i^2}{4} m^2$$

$$\text{単位面積あたり胸高断面積計} ; \quad \frac{\frac{n_i \pi D_i^2}{4} \times 10,000}{\pi R_i^2}$$

$$= \frac{n_i D_i^2 \times 10,000 \times k^2}{D_i^2} \left(\begin{array}{l} \text{視角を } \omega, \text{ 棒の長さを } 1 m, \text{ スリット幅を } k \text{ とすれば} \\ R_i = \frac{D_i}{2 \sin \frac{\omega}{2}} = \frac{D_i}{2k} \end{array} \right)$$

$$= n_i \times 10,000 \times k^2$$

$k = \frac{1}{50}, \frac{1}{100}$ とすれば、上式は $4 n_i, n_i$ となりいずれにしても k が一定だと本数にそれに応じた乗数を乗ると ha あたり胸高断面積の合計がわかる。もし D_i が変わつて $D_1, D_2, \dots, D_p$ の直径の林木のある林分だと ha あたり胸高断面積の合計は

$$\frac{\sum \frac{n_i \pi D_i^2}{4}}{\pi R_i^2} = \frac{\sum n_i D_i^2 \times 10,000 k^2}{\sum 4 D_i^2}$$

$$= \frac{\sum n_i D_i^2}{\sum D_i^2} \times 2,500 k^2 \quad \text{となり,}$$

D_i または n_i が一定以外の場合は $\sum n_i \times 2,500 k^2$ に一致しない。しかし、 D_i の木の単位面積あたりの胸高断面積は、 $n_i \times 10,000 \times k^2$ だから $D_1, D_2, \dots, D_p$ に対しては $\sum_i^p n_i \times 10,000 \times k^2 = n \cdot 10,000 \cdot k^2$ 、この

各標本点ごとの n をよみ、その平均をとれば全林の単位面積あたり胸高断面積の推定となる。

また1点のよみを n とし積分幾何学におけるように点の測度を $[dx, dy]$ とすれば、 n の平均値は

$$\begin{aligned}
 \frac{\int ndxdy}{\int dxdy} &= \frac{\int \sum \varepsilon_i dxdy}{\int dxdy} \quad \left(\varepsilon_i = \begin{cases} 1 & \text{視角} \geq \omega \\ 0 & \text{視角} < \omega \end{cases} \text{とする} \right) \\
 &= \frac{\sum \int \varepsilon_i dxdy}{\int dxdy} \\
 &= \frac{\sum \left\{ \pi \left(\frac{d_i}{2} \right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\omega}{2}} - \pi \left(\frac{d_i}{2} \right)^2 \right\}}{\int dxdy} \quad \left(\begin{array}{l} \text{分子の第2項は樹木の占める地域では観測できないのでそ} \\ \text{の分だけ補正した。これは幹脚の面積に相当するが胸高断} \\ \text{面積に近似するのでこれをもつて代用した。} \end{array} \right) \\
 &= \frac{\left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\omega}{2}} - 1 \right) \sum \pi \frac{d_i^2}{2}}{\text{林地面積}} = \frac{\text{胸高断面面積合計}}{\text{林地面積}} \times \cot^2 \frac{\omega}{2}
 \end{aligned}$$

したがって数えられた木の本数の平均に $\tan^2 \frac{\omega}{2}$ を乗ずると単位面積あたりの胸高断面面積がえられる

(この証明は東京都立大学本部均教授の指導による)。

このほかにもいろいろの証明がある (たとえば, 文献⁴⁾, なお本論文の付録(2)に M. PRODAN の一般的証明法と称するものを引用してある)。

ビッテルリッヒ法による誤差

ビッテルリッヒ法を実行する場合の誤差としては次のようなものが考えられる。

- 1) 測定者による個人誤差
 - 2) スリット幅を変えることによる誤差の大小
 - 3) 林分の異質性にもとない導入されてくる誤差
 - 4) 木が他の木のかげになつて見えないことにより生ずる誤差
 - 5) 境界すれすれの木は遠距離のため判定しがたく, そのため生ずる誤差
 - 6) 林縁近くにとられた標本点にもなうかたよりによる誤差
 - 7) サンプリングエラー
- 1) と 5) については, 高田和彦の角度測定法の誤差について (森林計画会報第 67 号, 4~8 頁) の論文で論じられている。
- 2) については本報告においてその実験例をのべる。
- 3) については, 付録(1)で M. PRODAN の模型による説明を引用する。
- 4) の誤差については, かげになつた調査木の見える地点 (ただし木からもとの調査地点と等距離の地点) に, 機械を移して見ればこの誤差は除かれる。
- 6) については前沢完次郎の研究がある。
- 7) については別途報告したい。

M. PRODAN によれば, 欧州では一般にこの方法の誤差は最大 10~15 %, 最小 2~3 % といわれているが, そのうち 3) は 1~8 %, 4) は ± 2 %, 5) は ± 4 % の最大誤差を有し, したがって 3), 4), 5) のみより生ずる誤差で $\pm 9 \sim 10$ % となる。

1) と 2) の誤差は 3), 4), 5) の誤差と交絡しているようにも考えられるが, 全体の最大誤差は 20 % 前後になる場合もあると考えられる。しかし, 最大 9~10 % の誤差も標本点を多くとることにより $\pm 2 \sim 5$ % に減じうると PRODAN は述べている。

天城国有林における実験例

本実験では、2) のスリット幅を変えることによる誤差の大小を見、どの幅が最も誤差が少ないかを検討したが、結論として、この林分ではいわゆる断面積乗数 $(100k)^2 = 4$ が最も適当だということがわかった。

東京管林局天城国有林の153林班い小班、スギ約50年生の林地にランダムにとつた0.1haの矩形標準地(20×50m)8個の中より、仕事の関係上6個をえらび、地域上下の2点で、断面積乗数1, 2, 4の3種のスリットを用い、2回ずつよみその平均の値をとつた。このような試験設計には多少問題もあるが、他の試験のあいまを利用したものであるからやむを得ないものがあり、全体的な傾向をつかむことはできよう。したがつて、この林小班全林地のhaあたり胸高断面積合計と対比検討することは、一応とりやめた。

第1表 調査結果

標準地名	本数	直径範囲	平均直径	真値	測定値 m^2		
					No. 1	No. 2	No. 4
ろ	80	21~40	29.41	55.7143	42.0	48.0	43.0
は	61	19~42	30.92	46.7692	36.0	39.0	48.0
ほ	134	8~34	21.58	51.4448	40.0	47.0	50.0
へ	121	10~37	20.97	45.1869	35.0	36.0	36.0
ち	106	12~36	25.32	54.5294	41.0	45.0	56.0
り	112	11~37	22.04	44.7035	36.0	45.0	48.0

標準地名	誤差 m^2			誤差率 %		
	No. 1	No. 2	No. 4	No. 1	No. 2	No. 4
ろ	-13.7	-7.7	-12.7	-24.6	-13.8	-22.8
は	-10.8	-7.8	+1.2	-23.1	-16.7	+2.6
ほ	-11.4	-4.4	-1.4	-22.2	-8.6	-2.7
へ	-10.2	-9.2	-9.2	-22.6	-20.4	-20.4
ち	-13.5	-9.5	+1.5	-24.8	-17.4	+2.8
り	-8.7	+0.3	+3.3	-19.5	+0.7	+7.4

(注) No. 1, No. 2, No. 4 のスリットはそれぞれよみとつた本数の1倍, 2倍, 4倍とすればhaあたり胸高断面積の合計が得られる。

第2表 誤差率の平均

標準地名	No. 1	No. 2	No. 4	計
ろ	-24.6	-13.8	-22.8	-61.2
は	-23.1	-16.7	+2.6	-37.2
ほ	-22.2	-8.6	-2.7	-33.5
へ	-22.6	-20.4	-20.4	-63.4
ち	-24.8	-17.4	+2.8	-39.4
り	-19.5	+0.7	+7.4	-11.4
計	-136.8	-76.2	-33.1	-246.1
平均	-22.8	-12.7	-5.5	

誤差率については No. 4 が最もよく, No. 2, No. 1 の順になつてゐる (第 1 表と第 2 表参照)。分散分析の結果を見ても, 標準地間には有意差が見いだされなかつたが, スリット幅には高度の有意差のあることがわかつた。

次に No. 1, No. 2, No. 4 の順位の一
致性を調べると

$$S = (6)^2 - (14.5)^2 + (15.5)^2 - \frac{(36)^2}{3}$$

$$= 36 + 210.25 + 240.25 - 432$$

$$= 54.50$$

$$\text{一致係数 } W_c = \frac{S - 1}{\frac{m^2(n^3 - n)}{12} + 2}$$

$$= 0.723$$

$$F = \frac{(m-1)W_c}{1-W_c} = \frac{5 \times 0.723}{0.277} = \frac{3.615}{0.277} = 13.1^{**}$$

$$\text{自由度 } n_1 = (n-1) - \frac{2}{m} = 2 - \frac{2}{6} = \frac{5}{3} = 1.667$$

$$n_2 = (n-1) \left\{ (n-1) - \frac{2}{m} \right\} = 1.667 \times 5 = 8.335$$

F -分布の表によれば, 右表のような値が
みられる。

正確に自由度 $n_1 = 1.667$ $n_2 = 8.335$ に対
する F の値を補間するまでもなく, 有意差が
あるので一応この順位があるものと判定して
もよいであろう。すなわち No. 4, No. 2,
No. 1 の順に精度が減じていくことになる。

次に平均直径と誤差率の大小の順位相関を見ると

標準地名	スリット番号		
	No. 1	No. 2	No. 4
ろ	1	3	2
は	1	2	3
ほ	1	2	3
へ	1	2.5	2.5
ち	1	2	3
り	1	3	2
合 計	6	14.5	15.5

$n_1 \backslash n_2$	1	2
8	5.32 11.26	4.46 8.65
9	5.12 10.56	4.26 8.02

標準地名	誤差率 大きいものから	平均直径 大きいものから	d_1	範囲 小さいものから	d_2	本数 少ないものから	d_3
ろ	2	2	0	1	1	2	0
は	4	1	3	2	2	1	3
ほ	5	5	0	4.5	0.5	6	-1
へ	1	6	-5	6	-5	5	-4
ち	3	3	0	3	0	3	0
り	6	4	2	4.5	-0.5	4	2

$$\sum d_1^2 = 9 + 25 + 4 = 38$$

$$\sum d_2^2 = 1 + 4 + 0.25 + 25 + 0.25 = 30.5$$

$$\sum d_3^2 = 9 + 1 + 16 + 4 = 30$$

$$P_i = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{N(N^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{6(36 - 1)} = 1 - \frac{\sum d_i^2}{35}$$

$$P_1 = 1 - 1.08 = -0.08 \quad \text{無相関}$$

$$P_2 = 1 - 0.87 = 0.13 \quad \text{〃}$$

$$P_3 = 1 - 0.86 = 0.14 \quad \text{〃}$$

上の結果によれば平均直径、直径範囲、本数は誤差率の大小には関係なさそうである。

なお直径が大になれば範囲は小となり、本数も小となり、これらには相関が認められる（ただし、直径と範囲、本数は逆比例、範囲と本数は正比例）。

したがって本実験例では、一応、誤差率と平均直径、本数、直径範囲とは関係がないものと認められた。しかし、ドイツ Tübingen 大学の H. BAUMANN は、ビッテルリッヒ法は誤差の点から、大きい径級の林分（30 cm 以上）に適し、小さい径級の林分にはむかないといっている。BAUMANN の論拠は下表にみるように、スリット幅と棒長が 1 : 100 のとき、

胸 高 直 径	10 cm	20	30	40	50	60
円 面 積	0.02 ha	0.05	0.11	0.19	0.28	0.38

で 30 cm のとき 0.1 ha になることにあるとのべている。なお参考までに BAUMANN により森林面積とその平均直径に関連させた必要な標本点の個数をあげておく（根拠不明）。

森 林 面 積 ha	1	2	4	6	8	12	16
調 査 総 面 積 ha	0.9	1.4	1.9	2.2	2.4	2.6	3.0
胸 高 直 径 cm	個 数						
30	8	13	17	20	22	24	28
40	5	7	10	12	13	14	16
50	3	5	7	8	9	9	11
60	2	4	5	6	6	7	8

む す び

本実験は、その設計等において十分でなく、標本点の個数の少ないうらみはあるが、その結果によれば断面積係数 4, 2, 1 の順に正確さを示している。本法の創始者ビッテルリッヒも係数 4 を使用するのがよいといっている。本法は調査の簡単なことで森林計画のような調査の場合広く用いられるであろうが、本邦のように灌木叢生する場合や、きわめて小径木の密生する場合には用いても効果はそれほどでないかもしれない。しかし、調査の簡易のため今後ますます広く応用されることが期待されよう。

最後に、本法の原理の証明にご指導を賜わった東京都立大学本部均教授、浄書整理に援助をうけた測定研究室神戸喜久技官に深じんな謝意を表するものである。

付録 (1) このことについては、次の模型的な実験例によればよりよくわかるので、紹介しておく。

次図のような、100 本の木よりなる林分があるとする。

木の距離はすべて $4m$ とし、 $\times$ 地点に機械をすえるものとする。

内側の 4 本を、No. 1 区画とし、漸次 No. 2 No. 5 とする。

区 画	本 数	「限界直径」 cm
1	4	5.6
2	8	12.7
2	4	17.0
3	8	20.8
3	8	23.3
3	4	28.3
4	8	28.3
4	8	30.5
4	8	34.4
4	4	39.2
5	8	36.5
5	8	38.0
5	8	41.2
5	8	45.6
5	4	50.9

各区画において、ゲージ外に出る最低限界木の直径は、中心点からの距離を、ゲージ対桿長比が $1:50$ のときは、50 で割ればよい。

しかしてこの直径に対応する本数などを上にあげておく。

いま $d_{1.2} = 30 \text{ cm}$ (全林木一様) とすれば林分の胸高断面面積計は

$$44.2 \text{ m}^2 / ha \quad (\text{単木の胸高断面面積は } 0.07069 \text{ m}^2 \text{ だから } 100 \text{ 本では } 7.069 \text{ m}^2, \text{ 標準地面積は } 40m \times 40m = 1,600 \text{ m}^2)$$

ビッテルリッヒ法による本数は 44 本だから、 ha あたり 44 m^2 となりほとんど誤差はない。

しかして次のように a), b) の 2 つの場合を考える。

a) 区画 No. 1 の木の d, b, h. はすべて	数えられる本数		b) 区画 No. 1	数えられる本数	
	25 cm	4		35 cm	4
No. 2	35 "	12	No. 2	25 "	12
No. 3	25 "	16	No. 3	35 "	20
No. 4	35 "	24	No. 4	25 "	—
No. 5	25 "	—	No. 5	35 "	—
計		56	計		36

ha あたり真の $G = 45.5 \text{ m}^2$

a) の場合 56 m^2 +19%の誤差率

b) の場合 36 m^2 -21%の誤差率

誤差の原因は限界直径に対し、大または小という直径の木が系統的に配列されたこと。

それゆえ読み取れる木の数が、より大、より小なる値を生ずる。

a) の場合はよみとられる限界距離にある木の直径が直径よりも大きい直径の木が系統的に配置されたことにより過大な値を示した。以上のことから、この方法は林分が homogenous でどのような小さい面

積の林分をとつても直径分配関係が変わらない。すなわち、いかに小さい林分でも全森林の代表となる構造を与える場合にのみ正しい推定を与える。すなわち同心円環内の木の平均直径は、ほぼ同一の平均値を示すことが必要である。また同時に系統的な差があつてもいけない。

c)	No. 1	2 本	25 cm	2 本	35 cm
	No. 2	6	"	6	"
	No. 3	10	"	10	"
	No. 4	14	"	14	"
	No. 5	18	"	18	"

この場合には $N=46$ となり、ほとんど正確に合う。

付録 (2) M.PRODAN による Winkelzahl Probe の一般的証明

直径階	本 数
d_1	n_1
d_2	n_2
$\vdots$	$\vdots$
d_k	n_k
	$\sum_{i=1}^k n_i = N_B$
相対本数 $h_1 = \frac{n_1}{N_B}, h_2 = \frac{n_2}{N_B}$	$\sum_{i=1}^k h_i = 1$

最大円半径 $R=50 d_k$

(ただしゲージ対桿長比は 1 : 50)

50 d_1 より小なる半径の円では d_1 以上の木はすべてはいる。したがつてその本数は

$$\frac{10,000 \frac{\pi}{4} d_1^2}{10,000 \frac{\pi}{4} d_k^2} N_B = \frac{d_1^2}{d_k^2} N_B$$

面積 $10,000 \frac{\pi}{4} d_k^2$ の円形標本地上に N_B 本の木があるから一様に木があるとすれば上のようになる。

d_2-d_1 に相応する円環では、 d_1 のものはもはやはいらず関係ある木は $(1-h_1)N_B$ の木である。したがつて、 d_2-d_1 の円環にある木の本数は

$$\frac{10,000 \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2)}{10,000 \frac{\pi}{4} d_k^2} (1-h_1) N_B = \frac{d_2^2 - d_1^2}{d_k^2} (1-h_1) N_B$$

となり、最後に d_k-d_{k-1} の円環にはいる木の本数は

$$\frac{\{d_k^2 - d_{k-1}^2 \cdot (1-h_1-h_2-\dots-h_{k-1})\}}{d_k^2} N_B = \frac{(d_k^2 - d_{k-1}^2)}{d_k^2} h_k N_B$$

この合計がピッテルリッヒ法によるよみ N となる。

$$N = N_B \left[\frac{d_1^2}{d_k^2} + \frac{(d_2^2 - d_1^2)}{d_k^2} (1-h_1) + \frac{(d_3^2 - d_2^2)}{d_k^2} (1-h_1-h_2) + \dots \right]$$

$$+ \frac{(d_k^2 - d_{k-1}^2)}{d_k^2} (1 - h_1 - h_2 - \dots - h_{k-1}) \Big]$$

$$= \frac{N_B}{d_k^2} (h_1 d_1^2 + h_2 d_2^2 + \dots + h_k d_k^2)$$

$h_1 + h_2 + \dots + h_k = 1$ であるから, [] 内は直径の二乗平均

$$h_1 d_1^2 + \dots + h_k d_k^2 = dm^2$$

すなわち胸高断面積合計平均の木の直径に等しい。

$$\therefore N = N_B \cdot dm^2 / d_k^2 \dots \dots \dots (A)$$

ha あたりの林分断面積合計を G/ha とすれば

$$G/ha = N_0/ha \cdot \frac{\pi}{4} dm^2$$

$$\text{最大円の面積は } \frac{10,000}{10,000} \cdot \frac{\pi}{4} d_k^2 \cdot ha$$

しかるに ha あたり本数は

$$N_0/ha = N_B \cdot \frac{10,000}{10,000 \cdot \frac{\pi}{4} d_k^2}$$

ゆえに

$$G/ha = N_B \cdot \frac{10,000 \cdot \frac{\pi}{4} dm^2}{10,000 \cdot \frac{\pi}{4} d_k^2} = N_B \cdot \frac{dm^2}{d_k^2} = N$$

となる。

なお BITTERLICH 法を行なう場合としては, H. F. を査定するには, 林分の平均直径と平均樹高を査定する必要があるので, 全林にわたり少なくとも 100~300 本の毎木調査を行なう必要がある。

このため BITTERLICH 法を使う場合, 機械設置カ所の周囲の 20 本くらいの毎木調査を行なう必要があるといわれている。これによりまた直径級別の材積の算出も可能となる。かれこれ勘案するときは, けつして能率的に格段とすぐれた方法ではないが, 種々の点で画期的なものといわなければならぬ。

付録 (3) 文 献

- 1) L. R. GROSENBAUGH : Plotless Timber Estimates-New, Fast, Easy. Journal of Forestry, 32. Jan. (1952) p. 32~37
- 2) M. PRODAN : Genauigkeit der Winkelzählprobe. Allgemeine Forstzeitung, (1953) 64, 7/8
- 3) 前沢完次郎 : Bitterlich 法における林縁の問題とその実験例, (東大)演習林, 120 (1957) p. 229~244
- 4) L. R. GROSENBAUGH, W. S. STOVER : Point-sampling compared with plot-sampling in southeast Texas, Forest Science, 3, March (1957), No. 1. p. 2~14