

林分成長量の推定および予測 方法に関する研究

西 沢 正 久⁽¹⁾

目 次

第1章 概 説.....	2
§ 1—1 緒 言.....	2
§ 1—2 林木の成長.....	4
§ 1—3 林分の成長.....	12
§ 1—4 成長量の種類.....	14
§ 1—5 成 長 率.....	14
第2章 同齢林分の成長および収穫の間接推定および予測法.....	19
§ 2—1 まえがき.....	19
§ 2—2 林分密度.....	19
§ 2—3 地 位.....	22
§ 2—4 基準収穫表の作成法.....	23
§ 2—5 基準収穫表を用いる成長量の予測.....	24
§ 2—6 平均断面積直径をもとにした成長予測表.....	28
第3章 異齢林の構造および成長量の推定および予測方法.....	30
§ 3—1 まえがき.....	30
§ 3—2 直径分布の統計的分析.....	31
§ 3—3 異齢林の構造型の変化.....	32
§ 3—4 異齢林の材積増加および成長量.....	32
§ 3—5 進界成長本数の計算.....	34
§ 3—6 成長予測表の作成法と使用法の概略.....	35
第4章 林分成長量の直接推定および予測法.....	36
§ 4—1 まえがき.....	36
§ 4—2 成長錐を用いる連年材積成長量の推定法.....	36
§ 4—3 林分表法.....	42
§ 4—4 進界成長量および純成長量の推定.....	44
§ 4—5 二 段 法.....	44
§ 4—6 SCHNEIDER 公式を用いた林分成長量の予測法.....	47
§ 4—7 材積平均木による林分成長量の推定法.....	48
§ 4—8 あとがき.....	56

(1) 経営部経済科測定研究室員

第5章 標本抽出法による林分成長量の推定および予測法.....	56
§ 5—1 まえがき.....	56
§ 5—2 成長量調査とその推定手段.....	57
§ 5—3 林分成長量の推定または予測に用いる標本抽出法.....	59
§ 5—4 実 際 例.....	74
§ 5—5 成長錐を用いる林分成長量の推定.....	94
§ 5—6 二段法による推定の誤差の評価の実際例.....	121
§ 5—7 成長率による成長量の推定と予測.....	124
§ 5—8 大面積調査への拡張.....	135
第6章 固定標準地法.....	140
§ 6—1 まえがき.....	140
§ 6—2 施業目的のための標準地の設定および測定.....	141
§ 6—3 直径成長量および樹高成長量の計算.....	143
§ 6—4 材積成長量の計算.....	144
§ 6—5 照 査 法.....	144
§ 6—6 照査法による直径階ごと直径成長量の計算.....	145
§ 6—7 照査法による材積成長量の計算.....	147
§ 6—8 照査法による成長量の正確度.....	148
§ 6—9 固定標準地の結果を用いた成長量公式の作成.....	149
§ 6—10 経営目的のための固定標本地.....	151
摘 要.....	152
謝 辞.....	154
文 献.....	154
Résumé	157

第1章 概 説

§ 1—1 緒 言

林分成長量の推定や予測に関する研究は米国では M. A. MEYER, S. H. SPURR, ドイツでは F. LOETSCH らにより最近とりあげられているが、森林経営における収穫規整にとつて重要な問題であるにもかかわらずわが国ではこれまで系統的な研究は行なわれなかつた。この研究を行なうためにはまず推定と予測という言葉を明らかにしなければならない。

推定 (estimation) とはわれわれが林分母集団の真の成長量を知りたいときに費用や労力の面からどうしても全林木のそれを詳細に調査することができないために、標本木や標本地の調査結果によつてそれを推測しなければならないようなことがある。このような場合に、標本木や標本地の値によつて真の林分母集団の成長量を推定したという。推定を行なう場合には必然的に全体を調べないための標本抽出誤差を生じている。林分の成長量調査においては全林木を詳細に調査することは不可能に近い。したがつて、林分成長量を標本によつて最もよく推定する方法、および標本抽出誤差の評価法を明らかにして調査の設計の指針にすることは、測樹学において非常に大切な問題であろう。

林分成長量の予測 (prediction, projection) は森林の経営計画のためには重要な問題であるが、通常林業においては短期的な予測が主として必要であり、その場合には通常短期間の過去の成長量を推定してそ

れをもとにして将来の予測を行なうという手段がとられている。したがって、林分成長量の推定が予測に対しての基礎的な問題であろう。H. CRAMÉR⁹⁾ は予測という言葉をかれの著書 *Mathematical method of statistics* (1946, p. 339) において次のように定義している。“予測 (prediction) という言葉はここでは次のような質問に答える能力に関連したものとしてきわめて広い意味に理解されなければならない。すなわち、与えられた条件のもとにおいて何が起ころうとしているか？ もしわれわれが何かある行動をとった場合どのような結果にぶつかりそうであるか？ ある与えられた事態を生みだすためにはわれわれはどのような行動をとるべきであるか？ このような言葉の広い意味での予測はあらゆる形態の科学の実際的な目的である”と。かれの定義のなかにある3つのもののうち、第1のものは自然的な予測、第2、第3のものは計画的予測と呼ばれるものにあたるであろう⁸⁹⁾。統計的な予測は推定されたモデルをもとにして時間的、空間的にまだ観測されない範囲の状態を推定することであり、その予測方式としては、(1) 標本観測値からモデルを推定し、ついでそれをもとにして予測する方式、(2) モデルの推定とそれをもとにして予測値を統計的決定の単一の問題として定式化する方式とにわかれよう。前者は FISHER 流の統計的推測論¹²⁾であり、後者は WALD 流の統計的決定函数論⁸¹⁾である。

本研究では林分成長量の予測を CRAMÉR のいわゆる第1の自然的予測に焦点をおき、その予測方式を推定にもとづいて予測する(1)の方式により検討しよう。ここにおいて林分成長量の推定や予測の問題が他産業の推定や予測の問題と異なる特異性について認識しなければならない。

林業はその技術的な特質のひとつとして林木の生育は長期間にわたり、その生理的成熟期が確然としないことがあげられている⁸⁹⁾が、長期にわたる林木の生育過程ひいてはその集合体である林分の成長過程を観測し、その法則性を明らかにすることは林木相互の生存競争や人為的な除間伐、気候的な変動、土壌的な変化や風害、虫害等の不時の災害の影響のために非常に困難な問題である。長期観測による固定標準地法は林分の成長過程を明らかにできるが、各時点の単木の測定法および林分としての材積、胸高断面積、直径、樹高等の各因子の集計法を精密かつ斉一にしなければ、各時点の差である成長量について正確な数値は得られない。また長年月の観測が終了してその成長過程の分析を行なうにしても、他の環境因子の各時点の同時観測がなければ、林分成長量に影響する種々なる因子の分析が不可能であろう。

林木は原則として1年に1つの年輪が現われるから、樹幹析解により各因子の過去の成長過程を明らかにすることが可能である。簡略法としては、成長錐により直径の成長過程を測定して他を類推することができる。しかし、全林木について樹幹析解を行なつたとすれば、膨大な費用を要するとともにその林分はその時点において皆伐されることになる。もしそれが可能であるとしても、林分の変化は林齢の変化にともない立木本数やその構造内容に変化があるために、単木の集合体として過去の正確な成長量の数値をうることも困難である。またある時点で標準木を樹幹析解して、過去の成長過程を明らかにしても、その林木が過去の各時点の標準木*であるかどうかの保証はない。したがって林分成長量の長期の推定や予測は、自然的なものと計画的なものの両面からの検討が必要で、多くの仮定がそのなかに含まれなければならない。したがって短期間(5~10年)の林分成長量を推定し、それをもとにして予測する問題が長期に対するそれらの問

* 標準木とは調査費用が少ない場合に、有意的に選んで調査する平均的な林木であると定義する。標準木は直径標準木、断面積標準木、樹高標準木、材積標準木等と目的によつて異なる。材積標準木が他因子の標準木とは限らない。

題の基礎的なものであることはいうまでもない。しかもこの短期間の成長量を推定し、それを用いて予測を行なうことは保続的な経営計画立案のための基礎であり、その方法を明らかにすることが急務であろう。本論文ではこの短期間の林分成長量の推定および予測方法を、自然的なものに重点をおいてとりまとめよう。

林分成長量の推定および予測の方法はその測定手段によつて次のように分類できる。

1. 単 木

(a) 伐倒木

(a1) 樹幹析解法

(b) 立 木

(b1) 形数法

(b2) 成長率法

(b3) 成長量法

2. 林 分

(a) 固定標準地法

(b) 収穫表法

(c) 成長率法

(d) 成長量法

以上の方法を正確度と費用の面から考察すると、1(a1)、2(a)は正確であるが費用がかかる。

1.(b1)、2(b)は費用はかからないが正確度の面から疑問がある。したがつて単木および林分に対する測定方法として、成長率法と成長量法が主としてとりあげられなければならない。対象林分に対して直接的に推定や予測を行なう方法は、実際的には1(a)および1(b)を組み合わせる2(c)および2(d)に用いる。2(b)は対象林分に対する間接的な推定および予測方法である。2(a)は費用はかかるが林木および林分の成長量推定に最も重要な手段である。間接的な推定や予測の方法については、内外で行なわれているいろいろな方法を系統だてて同齡林分および異齡林分に対してとりまとめよう。直接的な推定や予測の方法については既往の成長量法や成長率法をとりまとめ批判し、次に展開する林分成長量の標本調査への足がかりとしよう。これは林分材積の標本調査が静的であるに対して動的な標本調査とも呼ばれよう。すなわち林分成長量の調査は材積調査よりは多くの費用を要し、したがつて全林分に対する成長量調査はほとんど不可能に近いといつても過言ではないであろう。ここにおいて、当然標本木や標本地の調査によつて全林の推定および予測を行なわなければならない。そのときの調査木の抽出法、成長量の推定法および標本抽出誤差の評価法は材積推定のような1事象の問題でなく、2事象にわたる問題で両事象の関係を利用した他事象の推定と、その差である成長量の推定という2つの問題がとりあげられなければならない。本論文はこのような継時事象の標本調査の立場から林分成長量の推定および予測の問題を明らかにすることが目的である。林分成長量の推定および予測の妥当性は長期観測による固定標準地の結果と照合しなければ一概には論じ難い。最後に固定標準地法を、施業目的のための固定標準地法と経営目的のための固定標本地法とにわけて論ずるが、後者もまた継時事象の標本調査法が適用されなければならない。

§ 1—2 林木の成長

以下の各節において、簡単に成長量の推定や予測に必要な項目を検討してみよう。

(1) 年齢の測定

樹木の年齢(樹齢)はこれを現実齢と経済齢とに分けることができる。現実齢とは樹木が発芽または成立してから経過した年数をいい、通常樹齢と称するのはこれを指す。熱帯を除く地域では1年の間に春材と秋材が交互に形成されるので、地際断面の年輪数を数えれば樹齢を知ることができる。上部の断面でそれを測定した場合には、その高さに達するまでに要した年数を加算すればよい。立木では成長錐を用いて年輪数を数えることができる。年輪の測定にあたっては偽年輪には注意を要する。マツ・モミなどは前年の梢端から枝が毎年規則正しくでるので、枝または枝節を数えることによつて樹齢を知ることができる。同齢林では少数林木の年齢を測定して林齢を知ることができるが、異齢林の場合は相当本数調査しないとその決定は困難である。異齢林の平均林齢の出し方はいままでにいろいろ提案があり、本数、断面積、材積をそれぞれ荷重にした本数齢、断面積齢、材積齢などがある。たとえば測定された樹齢が A_i である林木の本数を N_i 、単木あたり断面積を B_i 、または単木あたり材積を V_i とすると

$$\text{本数齢} \quad A_N = \frac{\sum_{i=1}^n N_i A_i}{\sum_{i=1}^n N_i} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i A_i}{N}$$

$$\text{断面積齢} \quad A_B = \frac{\sum_{i=1}^n B_i A_i}{\sum_{i=1}^n B_i}$$

$$\text{材積齢} \quad A_V = \frac{\sum_{i=1}^n V_i A_i}{\sum_{i=1}^n V_i}$$

ここに $i=1, 2, \dots, n$, $\sum_{i=1}^n N_i = N$ である。

同齢林は荷重が1の場合で、 N 本について樹齢を測定したとすれば、

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{N}$$

である。

異齢林の場合の本数齢はあらかじめ樹齢の変動係数を知れば、ある精度に応ずる平均林齢を定めるのに必要な測定本数を予定することができる*。 A_B および A_V も同様に予定できるが A_N に比して実行上面倒である。

経済齢は取扱いの便宜上から定めた年齢で年齢類似の概念ともいうべきものである。植栽木や植栽林

* 樹齢の変動係数を C 、目標精度を p とすれば、簡単には 95% 信頼度では測定本数 n は

$$n = \left(\frac{2C}{p} \right)^2$$

で、植栽後の経過年数を樹齢または林齢と見なすのが普通であるし、さし木の場合は穂の育つた年数は数えないが、これらはすべて経済齢の一種である。また国有林では人工林の林齢は更新年度を第1年としてこれを起算し、天然生林では地上高 20 cm の位置の年輪数を基礎として計算するが、これもまた経済齢の一種である。同齡林分の収穫表は林齢を独立変数にして地位ごとに本数、直径、樹高、材積、成長率などを知る表ともいえるが、このときの林齢はわが国ではこの経済齢をもとにしている。

(2) 直径成長量とその測定

伐倒木についての直径成長量の測定は樹幹析解によつてこれを知ることができる。立木については、固定標準地による定期的な間隔での直径測定か、または成長錐を用いて測定することができる。直径成長量は通常材積の場合と同様胸高直径で取り扱う。固定標準地での直径測定は成長休止期(秋、冬または早春)に、直径巻尺を用いる場合は同一箇所で行なうようペンキで胸高周囲に印しづけをしておく必要がある。また輪尺を用いるならば輪尺をあてる箇所に上印などの印しづけをし、できれば2方向の測定が望ましい。

成長錐を用いる場合は胸高の数箇所の点で錐片の測定を行なうが1方向の測定ですませる場合がある。GROSSMANN¹⁴⁾は小面積調査では輪尺で測定した直径と直角方向の2方向、大面積調査では1方向で十分であるといっている。1方向で抽出する場合には胸高位置で長径、短径を測定してその平均の方向を見出し、その方向で錐片を測定すると平均的な成長量が得られることを MEYER⁸⁶⁾は提案している。また錐片の精密測定には Addo-X があり 1/100 cm または 1/1,000 cm まで読むことができる。

胸高で抜錐して樹木を傷つけたり、伐倒したときに胸高を切断したりすることができないような場合には、伐採高の成長量の測定値によつて胸高での成長量を推定しなければならない。このような場合には、胸高直径を D 、伐採高の直径を D_s とすれば、この間には直線的な関係が成立することが知られている。

$$D = a + bD_s \dots\dots\dots (1 \cdot 1)$$

胸高での直径成長量を I 、伐採高での直径成長量を I_s とすれば、

$$(D + I) = a + b(D_s + I_s) \dots\dots\dots (1 \cdot 2)$$

(1・2) より (1・1) を差し引けば、

$$I = bI_s \dots\dots\dots (1 \cdot 3)$$

伐採高で測定した直径成長量 I_s に (1・1) で求められる回帰係数 b を乗ずれば胸高での直径成長量に変換できる。

直径成長量は樹幹析解では 1/50 cm、成長錐では 1/10 cm または 2/10 cm まで読むのが普通である。抜錐した林木は皮付直径および皮内直径 (= 皮付直径 - 2 倍の皮厚) をも測定する。

樹皮厚の問題については WIEDEMANN⁷⁹⁾ は 2 倍の皮厚を Kiefer について次のように定めている。

胸 高 直 径 (cm)	11~15	16~20	21~25	26~30	31~35	36~40	41~50	51~60	61~70	71~80
皮 厚	1.8	2.4	2.8	3.3	3.8	4.3	4.7	5.5	5.9	6.3
同 範 囲	1.5~2.1	2.0~2.7	2.3~3.2	2.7~3.8	3.1~4.5	3.6~4.5	4.1~5.5	4.6~6.0	4.9~6.7	6.1~6.9

KRÄUTER²⁷⁾ は樹皮厚と断面積成長量の関係を分析して、樹皮成長を考慮にいれると断面積成長量は 10 ~ 14% 大きくなることを実例で示した。真の樹皮成長は定期的な樹皮の測定を行なわなければ適確にはつかむことができない。いままでこのような観測も研究も行なわれていない状態である。過去の直径や直

径成長量は樹皮を考慮にいれない量しかつかみ得ないが、材積表からの材積は樹皮を考慮にいれたものから計算される。したがって皮内直径を皮付直径に変換する問題が考えられなければならない。樹皮成長について正確な数値が得られない限り、現在の皮付と皮内の関係から過去の皮内を皮付に変換する樹皮係数を用いるよりほかに手段はない。樹皮係数についての実例は第5章で述べるが、現在皮付直径を D 、皮内直径を D_{ib} とすれば、これを n 本について測定すれば、

$$K_d = \frac{\sum_{i=1}^n D}{\sum_{i=1}^n D_{ib}} \dots\dots\dots (1 \cdot 4)$$

これを直径樹皮係数と呼ぶ。同様に断面積を B 、材積を V で表わせば、

$$K_b = \frac{\sum_{i=1}^n B}{\sum_{i=1}^n B_{ib}} = \frac{\sum_{i=1}^n D^2}{\sum_{i=1}^n D_{ib}^2} \dots\dots\dots (1 \cdot 5)$$

を断面積樹皮係数、

$$K_v = \frac{\sum_{i=1}^n V}{\sum_{i=1}^n V_{ib}} \dots\dots\dots (1 \cdot 6)$$

を幹材積樹皮係数と呼ぶ。

第5章でわかるように K_d の最尤推定量は

$$K_d = \frac{\sum_{i=1}^n D D_{ib}}{\sum_{i=1}^n D_{ib}^2}$$

であるが、精度があまり変わらないので (1・4), (1・5), (1・6) の形の比推定を樹皮係数に用いる。天城国有林⁵⁷⁾で得られた K_d の値を参考のために直径階ごとに掲げると 1—1 表のとおりである。これによれば K_d は 1.01~1.09 の範囲である。 K_d , K_b および K_v の推定の誤差の問題に関してはさらに第5章でこれに触れることにしよう。

次に K_d を考慮にいれた場合と、いれない場合の断面積成長量について考えてみよう。現在皮付直径を D 、皮内直径を D_{ib} 、過去の皮内直径を d_{ib} 、樹皮厚 (2 倍) を $b = D - D_{ib}$ としよう。そのとき、直径樹皮係数は $K_d = \Sigma D / \Sigma D_{ib}$ である。

(1) 樹皮係数を考慮にいれない場合の断面積成長量

$$I_B(1) = \frac{\pi}{4} (D_{ib}^2 - d_{ib}^2) \dots\dots\dots (1 \cdot 7)$$

(2) 樹皮係数を過去直径のみに用いた場合

$$I_B(2) = \frac{\pi}{4} (D^2 - K_d^2 d_{ib}^2) \dots\dots\dots (1 \cdot 8)$$

1-1 表 樹種別 K_d 一覧表

直 径 階	スギ	ヒノキ	広 葉 樹
4	—	—	1.0905
6	1.0764	1.0779	1.0613
8	1.0589	1.0680	1.0544
10	1.0449	1.0458	1.0445
12	1.0408	1.0505	1.0414
14	1.0348	1.0345	1.0294
16	1.0347	1.0378	1.0350
18	1.0328	1.0353	1.0381
20	1.0347	1.0393	1.0326
22	1.0334	1.0249	1.0408
24	1.0352	1.0244	1.0389
26	1.0263	1.0248	1.0460
28	1.0267	1.0255	1.0364
30	1.0268	1.0084	1.0232
32	1.0321	1.0244	1.0221
34	1.0208		1.0373
36	1.0222		1.0167
38	1.0295		1.0231
40	1.0203		1.0359
42	1.0209		1.0254
44	1.0262		1.0256
46	1.0229		1.0158
48	1.0261		
50	1.0080		
52	1.0097		
54	1.0316		
56	1.0249		
58	1.0259		
62	1.0146		
64	1.0125		
72	1.0101		
90	1.0216		

(3) 樹皮係数を現在および過去の両皮内直径に用いた場合

$$I_B(3) = \frac{\pi}{4} K_{ib}^2 (D_{ib}^2 - d_{ib}^2) \dots\dots\dots (1 \cdot 9)$$

(4) 現在、過去ともに等樹皮厚と仮定した場合

$$I_B(4) = \frac{\pi}{4} \{D^2 - (d_{ib} + b)^2\} = \frac{\pi}{4} (D_{ib} - d_{ib})(D_{ib} + d_{ib} + 2b) \dots\dots\dots (1 \cdot 10)$$

(1・9) と (1・7) から

$$\frac{I_B(3)}{I_B(1)} = K_d^2$$

K_d は 1.01~1.09 であるから $I_B(3)$ は $I_B(1)$ より 2~9% 過大な値を与える。

(1・9) と (1・8) から

$$I_B(2) - I_B(3) = \frac{\pi}{4} (D^2 - K_d^2 D_{ib}^2) = -\frac{\pi}{4} \left[D^2 - \left(\frac{\sum D}{\sum D_{ib}} \right)^2 D_{ib}^2 \right] \neq 0$$

したがって

$$I_B(2) \neq I_B(3)$$

また (1・10) と (1・9) とを比較して

$$\frac{I_B(4)}{I_B(3)} = \frac{1}{K_d^2} \left[1 + \frac{2b}{D_{ibm}} \right]$$

ここに $D_{ibm} = (D_{ib} + d_{ib})/2$ で期間中央皮内直径である。これで見ると

$$K_d^2 = 1 + \frac{b}{D_{ibm}}$$

のとき両者は相等しく

$$K_d^2 > 1 + \frac{b}{D_{ibm}}$$

のとき

$$I_B(4) < I_B(3)$$

$$K_d^2 < 1 + \frac{b}{D_{ibm}}$$

のとき

$$I_B(4) > I_B(3) \quad \text{である。}$$

実際的には樹皮成長のため K_d の値は現在および過去で異なるであろうが、短期間で K_d が不変とすれば (1・8) がほぼ現実に近いであろうが、過去の K_d が小さいことを考慮にいれると (1・8) による推定は安全側であろう。しかしこのような批判は樹皮成長の定期的な観測をもとにしなければその正否は論じがたい。

(3) 樹高成長量の測定

前述のマツやモミのような幅状側枝を出す樹種については、枝や枝節間の測定によつて樹高成長量を測定できる。幼齢木については、直径成長量よりもむしろ樹高成長量の方がたいせつであるし、測定も可能である。その他のものは樹幹析解による以外は簡単な方法はない。

(4) 断面積および材積成長量

断面積成長量は直径と断面積の関係を用いて、材積成長量は直径、樹高、形数などを用いて求めることができる。まず記号を次のようにしよう。

	胸 高 直 径	断 面 積	材 積
現 在	D	B	V
期 間 中 央	D_M	B_M	V_M
過 去	D_0	B_0	V_0
成 長 量	$I_d = D - D_0$	$I_b = B - B_0$	$I_v = V - V_0$
成 長 率	$\begin{cases} P_d = I_d/D \\ P_{dM} = I_d/D_M \\ P_{d0} = I_d/D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} P_b = I_b/B \\ P_{bM} = I_b/B_M \\ P_{b0} = I_b/B_0 \end{cases}$	$\begin{cases} P_v = I_v/V \\ P_{vM} = I_v/V_M \\ P_{v0} = I_v/V_0 \end{cases}$

$$I_b = B - B_0 = \frac{\pi}{4} (D^2 - D_0^2) = \frac{\pi}{4} \{D^2 - (D - I_d)^2\}$$

$$= \frac{\pi}{4} D^2 (2P_d - P_d^2) = B(2P_d - P_d^2)$$

$$\therefore P_b = 2P_d - P_d^2 \dots\dots\dots (1\cdot11)$$

また

$$I_b = B - B_0 = \frac{\pi}{4} \left\{ \left(D_M + \frac{I_d}{2} \right)^2 - \left(D_M - \frac{I_d}{2} \right)^2 \right\}$$

$$= \frac{\pi}{4} 2D_M^2 P_{dM} = B_M^2 P_{dM}$$

$$\therefore P_{bM} = 2P_{dM} \dots\dots\dots (1\cdot12)$$

$$\begin{aligned}
 \text{また} \quad I_b &= B - B_0 = -\frac{\pi}{4} \{ (D_0 + I_d)^2 - D_0^2 \} \\
 &= -\frac{\pi}{4} D_0^2 (2P_{d0} + P_{d0}^2) \\
 \therefore P_{d0} &= 2P_{d0} + P_{d0}^2 \dots\dots\dots (1.13)
 \end{aligned}$$

したがって、断面積成長率は基準とする直径が現在、期間中央、過去に応じてそれぞれ (1.11), (1.12), (1.13) の形をとり通常いわれている断面積成長率は直径成長率の2倍であるという関係は期間中央を基準としたときのみである。

次に材積成長量の求め方を材積式と関連づけて考えてみよう。

(i) 材積式が直径のみの函数として表わされている場合

$$V = \alpha D^\beta \dots\dots\dots (1.14)$$

のような変数材積式であれば

$$\begin{aligned}
 I_v &= \alpha D^\beta - \alpha D_0^\beta = \alpha D^\beta - \alpha (D - I_d)^\beta \\
 &= \alpha D^\beta - \alpha D^\beta (1 - P_d)^\beta = \alpha D^\beta \left\{ \beta P_d - \frac{\beta(\beta-1)}{2} P_d^2 + \dots \right\}
 \end{aligned}$$

P_d^2 以下を省略すれば、

$$P_v = \beta P_d - \frac{\beta(\beta-1)}{2} P_d^2 \dots\dots\dots (1.15)$$

$\beta=2$ とおけば、

$$P_v = 2P_d - P_d^2 = P_b \quad [(1.11) \text{ より}]$$

となり、断面積成長率を査定することによつて材積成長率を求めることができる。しかし、一般には $\beta > 2$ であるから P_v は P_b より少しは大きいであろう。その理由はいま断面積による材積式を、

$$V = aB^b \dots\dots\dots (1.16)$$

とすれば、

$$P_v = bP_b \quad (b > 1)$$

(1.14) と (1.16) と比較すると

$$V = aB^b = a \left(\frac{\pi}{4} D^2 \right)^b = a \left(\frac{\pi}{4} \right)^b D^{2b} = \alpha D^\beta$$

であるから、

$$\beta = 2b$$

したがって、

$$\begin{aligned}
 P_v &= bP_b \\
 &= b(2P_d - P_d^2) \\
 &= \beta P_d - \frac{\beta}{2} P_d^2
 \end{aligned}$$

ゆえに、直径成長率にその回帰係数 β を乗じて βP_d の形で求めた P_v は、 $\frac{\beta}{2} P_d^2$ だけ bP_b で求めた P_v より過大である。

また

$$\begin{aligned}
 V &= \alpha \left(D_M + \frac{I_d}{2} \right)^\beta - \alpha \left(D_M - \frac{I_d}{2} \right)^\beta \\
 &\doteq \alpha D_M^\beta (\beta P_{dM})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore P_{vM} &= \beta P_{dM} \dots\dots\dots (1.17) \\ &= 2bP_{dM} \\ &= bP_{bM} \quad [(1.12) \text{ より}]\end{aligned}$$

したがって期間中央を基準にすれば, P_{dM} および P_{bM} にそれぞれの回帰係数を乗じたものが材積成長率に一致する。

$$\begin{aligned}\text{また} \quad V &= \alpha(D_0 + I_d)^\beta - \alpha D_0^\beta \\ &= \alpha D_0^\beta \left\{ \beta P_{d0} + \frac{\beta(\beta-1)}{2} P_{d0}^2 + \dots \right\}\end{aligned}$$

P_{d0}^2 以下を省略すると

$$P_{v0} = \beta P_{d0} + \frac{\beta(\beta-1)}{2} P_{d0}^2 \dots\dots\dots (1.18)$$

この場合は βP_{d0} で求めた P_{v0} は bP_{b0} で求めた P_{v0} よりは過小となる。したがって簡単に材積成長率を直径成長率から求めるには, 期間中央を基準にした直径成長率に材積式の回帰係数 β を乗ずればよい。

(ii) $V=BHF$ の形の材積式を用いる場合

ここで H は樹高, F は胸高形数である。この場合は,

$$I_v = FHI_b + BFI_h + BHI_f \dots\dots\dots (1.19)$$

したがって,

$$P_v = P_b + P_h + P_f \dots\dots\dots (1.20)$$

この場合は期間中央を基準とした場合で, 断面積成長率, 樹高成長率, 形状成長率の和として材積成長率を求めることができる。

また HF を形状高として一緒に考えると,

$$\begin{aligned}I_v &= (B + I_b)(HF + I_{hf}) - BHF \\ &= HFI_b + BI_{hf} + I_b I_{hf}\end{aligned}$$

したがって,

$$P_v = P_b + P_{hf} + P_b P_{hf} = P_b + P_{hf} \dots\dots\dots (1.21)$$

すなわち P_b は成長錐で, P_{hf} は収穫表などで知つてその和として P_v を知ることができる。また短期間で HF が不変とすれば $I_{hf}=0$ とおき,

$$P_v = P_b$$

となり, これは前述のとおり過小な値を与えよう。また期間中央であれば,

$$P_{vM} = P_{bM} = 2P_{dM}$$

となる。これは BREYMANN の方法* にほかならない。成長率に関する具体例はさらに §5—7 で述べる。

* BREYMANN は F を一定として,

$$I_v = V - V_0 = \frac{\pi}{4}(D_0 + I_d)^2(H_0 + I_h)F - \frac{\pi}{4}D_0^2H_0F$$

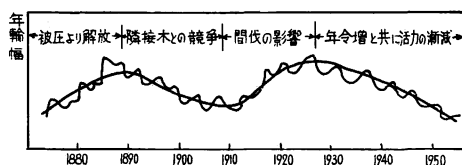
から I_d^2 , I_h^2 , $I_d I_h$ の項を省略して

$$I_v = V_0 \left(\frac{2I_d}{D_0} + \frac{I_h}{H_0} \right) = (2P_{d0} + P_{h0})V_0$$

P_{h0} を無視して $I_v = 2P_{d0}V_0$ を導いた。

(5) 林木の成長への天候の影響

林木の成長への天候の影響についての研究は LYON²⁸⁾ (1936), MACDOUGAL³³⁾ (1938), MEYER³⁴⁾ (1941), SCHUMACHER と MEYER⁶³⁾ (1937), SCHUMACHER と DAY⁶⁹⁾ (1939) などの論文がある。天候以外の因子も林木の成長に影響する。たとえば中心付近が平均的な年輪幅を示すものは、孤立した場所に育った林木か同齢林で育った林木にみられるが、二段林や異齢林で育った林木は年輪幅が狭い。代表的な年輪幅の変動は 1—1 図に示すようなものである。



1—1 図 年輪幅の変動の図

この図によれば、一般に林木は被圧から解放されるとともに漸次年輪幅は増大し、隣接木との競争によって成長を減ずるが、人為的な間伐によって年輪幅を増大し、ある点まで成長すると以下年齢の増加のために活力を減じて年輪幅は減じてゆく。これらの傾向は単木ごとにその林木の林分の中の位置により、また被圧の状態、間伐の影響などにより異なってくる。しかし、すべての林木は天候や気候の周期変動を同じようにうけている。

林木の年輪幅の年の経過による一般的な傾向は図 1—1 に平滑な曲線で示したように 1 つの傾向線で示される。多くの林木についてこのような傾向線を描き個々の点の傾向線からの偏差が一樣であれば、すべての林木が外界の影響を同様に受けていることを示す。特に山火や虫害などで偏差が大きくなることはあるが、このような一般的な傾向は天候や気候の周期的変動によるものであろう。天候の影響を研究するにはこの一般的な傾向線からの偏差をもとにして論じた方が便利である。

SCHUMACHER と DAY⁶⁹⁾ は 12 本のモミの 63 年の毎年の年輪幅の測定値にもとづき、一般的な傾向線を描いて、それらの偏差をもとにして、変動を林木間分散と林木内の年間、林木の傾向の分散および誤差分散にわけて、分散分析を行ない、季節的な変動と林木の成長との関係を論じた。これによれば傾向線からの偏差については、単木間の相関係数は平均して 0.5 であり、6 本ずつの樹群として考えた場合の相関係数は 0.9 で、年輪幅の変動の主要因は森林外にあり、その原因は気候の年変動によることがわかった。分散分析によると気候の変動による年輪幅の変動の大きさは、標準偏差で表わして 36 年間の 12 本の平均年輪幅の 15.4% であった。また月雨量と年輪幅との関係も論じている。いずれにしても林木は林分内の因子による成長変動のほか、大きな波としてみた場合に季節的な変動が認められる。林分成長量の長期の予測にはこのような研究が望まれる。

§ 1—3 林分の成長

林業においては収穫保続のためには全林分の成長量ひいてはわれわれが経営している森林の成長量をはあくすることが大切である。この全成長量は明らかに単木の成長量の和に等しい。したがって平均の成長量を標本によって推定し、それをもとにして全森林の成長量を推定することができる。このことは具体的には直径成長量、樹高成長量、材積成長量の単木あたりとか標本地あたり成長量の推定ということである。

しかし、このように単木あたり平均成長量を決定して、それを拡大して全林の成長量とすることにはいろいろな問題がある。すなわち、ある時点での森林と、それよりある期間を経たときの森林は、林木の成長や人為的な除間伐および枯損などのためにその構造を異にするからである。

成長量、収穫量や枯損量について米国での定義を参考のため Forestry Handbook* (1955) から引用してみよう。

(i) 粗成長量 (Gross growth)

森林の全林木から生産された全材積 (通常 10 年間の平均で表わす)。ときには連年粗成長量または連年定期粗成長量と呼ぶことがある。

(ii) 枯損量 (Mortality)

山火、虫害、樹病および暴風雨、結氷などのような気候的な因子によって連年または定期的に利用できなくなった林木の蓄積。連年の枯損量または定期枯損量の平均として計算する。

(iii) 純成長量 (Net growth)

上に定義した粗成長量から天然の損失、すなわち枯損量を差し引いた残りの材積。

(iv) 純増加量 (Net increase)

粗成長量から枯損量および収穫量を差し引いた残りの材積。

(v) 収穫量 (Yield)

森林から除去されようがされまいが、年々または定期的に伐倒される林木の材積。

(vi) 進界成長量 (Ingrowth)

与えられた期間内に測定できる (たとえば最小直径限界を越した) 大きさに達した林木の本数または材積。

上述の最初の 5 つの量の間には次の関係がある。

$$\text{粗成長量} = \text{純成長量} + \text{枯損量}$$

$$\text{純成長量} = \text{純増加量} + \text{収穫量}$$

$$\text{純増加量} = 2 \text{ つの継時調査の森林材積の差}$$

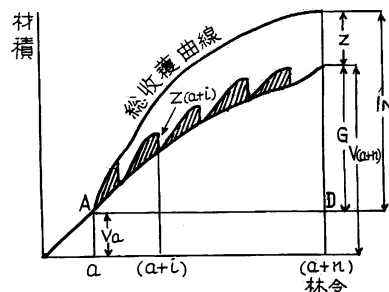
粗成長量を考える場合に、この中に進界成長量が含まれているかどうかを区別しなければならない。純成長量、純増加量、収穫量は進界成長量を含むものである。

わが国で成長量と称するものは純成長量にあたるわけで、そのことは 1—2 図をみれば明らかであろう。

まず人工林の場合を考える。 a 年のときに V_a であつた林分材積が、中間の $(a+i)$ 年においてそれぞれ Z_{a+i} の間伐を行なつて、最終の $(a+n)$ 年に林分材積が V_{a+n} になつたとする。このときの間伐総収穫量を $\sum_{i=1}^n Z_{a+i} = Z$ ($n' \leq n$) とすると、

$$(\text{純増加量}) \quad G = V_{a+n} - V_a$$

$$(\text{純成長量}) \quad I_N = \text{純増加量} + \text{間伐量} = G + Z$$



1—2 図

であり、後者を成長量と呼んでいる。人工林では I_N と Z をバランスさせることが保続の目的である。

* The Ronald Press Company. pp. 190~198

人工林であれば過去の収穫量や枯損量はほぼ正確にはあくできる。しかし将来の枯損に対しての予測は困難であるが、計画的な間伐などの収穫量は予定できる。天然生林においては、たとえば収穫量を0とくと、2つの継時間の材積の差はあまりないと考えられるので、純成長量は0で、粗成長量は枯損量と同じである。すなわち、このことはたえず幼齡の林木が進界して枯損量と相殺していることを意味している。

したがっていずれの場合も林分成長量を予測するときには粗成長量を予測し、枯損量、進界成長量をなんらかの方法で推定し、前者から差し引いて純成長量を知ることが必要である。実際的には最近の過去の成長量がこの将来の粗成長量に等しいと仮定して、すなわち、直径成長量を予測したい場合には、ある直径の将来の成長量はそれと同じ大きさの過去の直径の現在までの成長量に等しいと仮定して予測を行なうのが普通である。

§ 1—4 成長量の種類

成長量には単木成長量と林分成長量、各要素別（直径、樹高、材積）成長量、絶対的、相対的成長量などいろいろあるが、成長予測および推定に用いられるおもな成長量について述べよう。

連年成長量とは相連続する1年間の成長量で、定期成長量とは一定の数年間の成長量をいう。連年成長量には通常定期成長量を年数で割つた定期平均成長量を用い、これを単に連年成長量という。

同齡林を取り扱う場合には、いわゆる総平均成長量を用いる。これはある年度までの成長量の総量である総成長量を、年数で割つたもので単に平均成長量という。米国では平均純成長量と平均粗成長量とを区別している。すなわち、同齡林の平均純成長量とは林分材積を林齡で割つたもので、わが国での平均成長量（B）にあたる。平均粗成長量とはそのときの林分材積に、それまでの間伐収穫や枯損量などを加えた総材積を、林齡で割つたものである。これはわが国の平均成長量（A）（平均収穫量）にあたる。成長量の変化を年齢の函数で表わした曲線を成長曲線といい、連年成長量の成長曲線は初めは微弱で、だんだん増加して急激に増大し、最大点に達してからゆるやかに減少してゆく。平均成長量の成長曲線は初めはゆるやかに上昇し、最大点に達してからも徐々に減少してゆき、連年成長量の形よりは変化が少なく、平均成長量曲線の上昇中は連年成長量は平均成長量よりも大きく、平均成長量の最大点では両者は相等しく、平均成長量曲線の下降中は平均成長量の方が大であることはよく知られていることである。

§ 1—5 成長率

林分の成長量、特に材積成長量は、材積の百分率として表わすと便利である。成長率は資本から得られた利息の割合と比較できる。成長率の計算は用いた計算法によつて結果はいろいろ違ってくる。いろいろな成長率公式が考案されているが、単利と複利算の公式は長期間にわたるような場合には使用上注意を要する。また § 1—2 で述べたように成長量を初期材積の割合として表わすか、中間材積の割合として表わすか、最終材積の割合として表わすかによつて計算される成長率は違ってくる。1 haあたりの成長量は測定単位や見積りの方法によつて差異が大きいが、材積および成長量の評価法が同じ傾向で行なわれるならば、成長率で表わした方が変動は少ないであろう。したがって、林分の間の成長能力の比較は成長率で行なつた方が便利である。

成長率は成長量の予測にも用いられる。これによる予測法はあまり正確でないし、十分注意して使用しなければならない。過去の資料をもとにして得た成長率を用いて成長量を計算するときには、蓄積量の増加減少に主として依存するから将来の成長量は過大か過小となる傾向が大きい。主として実用に供せられる成長率について考えてみよう。

(1) 単利公式を利用した成長率式

初期材積を V_0 , n 年後の材積を V_n とし, 成長率を r とすれば,

$$V_n = V_0(1+rn) \dots\dots\dots(1.22)$$

したがって

$$r = \frac{V_n - V_0}{nV_0} \dots\dots\dots(1.23)$$

すなわち $\frac{V_n - V_0}{n}$ という連年成長量を V_0 の百分率として表わしたものである。これは $\frac{V_n - V_0}{n} = y$, $V_0 = x$ とおけば,

$$r = \frac{y}{x}$$

という比の形であり, 過去の連年成長量を近い将来のそれに用いるとすれば y は過去の材積成長量で, x はそれに応ずる現在材積の値であり, 標本木についてこれらの測定を行ない $r = \Sigma y / \Sigma x$ の比推定による林分成長量の予測は一種の単利公式の応用にはかならない。

(2) 複利による成長率式 (LEIPNITZ 式)

単木や幼齡の同齡林の材積は限られた期間には近似的に複利法則に従って増加するから, 初期材積 V_0 が n 年間に V_n になる場合に複利として計算することが合理的であろう。この場合, 複利率を p とすると1年間の終わりには $V_0(1+p)$ となり, 2年目の終わりには $V_0(1+p)^2$ となる。同様に n 年目の終わりの材積は,

$$V_n = V_0(1+p)^n \dots\dots\dots(1.24)$$

V_n がわかっている場合には,

$$p = \sqrt[n]{\frac{V_n}{V_0}} - 1 \dots\dots\dots(1.25)$$

規則正しく成長してゆく林分には単利公式を用いた方がよい。幼齡林ではこの複利公式を用いる方が妥当であろうが, このような林分の将来材積の予測には期間中の成長率を一定にして (1.17) を用いる。10~15 年のように長期間になると複利を用いる成長予測は過大な値を与える傾向がある。

(3) PRESSLER の公式

これは定期平均成長量を期間の平均材積 $(V_n + V_0)/2$ の割合として表わしたものである。これで計算すると複利公式で計算したものよりは幾分小さくなる。これを p_v で表わすと,

$$p_v = \frac{V_n - V_0}{n(V_n + V_0)/2} = \frac{2(V_n - V_0)}{n(V_n + V_0)} \dots\dots\dots(1.26)$$

これは § 1—2 で述べた p_{vM} にあたる。この公式は直径成長率, 樹高成長率, 断面積成長率にも用いうる。同齡林で直径の変動が少ないような林分では, $p_b = 2p_d$ と考えてよいから,

$$p_b = \frac{4(D_n - D_0)}{n(D_n + D_0)} \dots\dots\dots(1.27)$$

同様に形状高 HF が一定のときには,

$$p_v = \frac{2(D_n^3 - D_0^3)}{n(D_n^3 + D_0^3)} \dots\dots\dots(1.28)$$

また § 1—2 で述べたように, $p_v = bp_d$ で表わすと,

$$p_v = \frac{D_n - D_0}{D_n - D_0} \frac{C}{n} \dots\dots\dots (1.29)$$

ここに $C=440\sim 540$ の定数である。これらの公式は同齡林では直径の変動が一様な林分に適用して妥当であろう。

(4) SCHNEIDER 公式

この公式は SCHNEIDER により 1853 年に“伐採可能なまたは伐採した林木の連年成長率の計算に用いる一つの簡単な公式”という題目の下に発表された²⁶⁾。この公式を次に誘導してみよう。材積式を次の形にする。

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 H F \dots\dots\dots (1.30)$$

D が ΔD , H が ΔH , F が ΔF だけ変化し, V が ΔV だけそのときに変化するとすれば,

$$\begin{aligned} V + \Delta V &= \frac{\pi}{4} D^2 H F + \left(\frac{2\pi D}{4} H F \Delta D + \frac{\pi D^2}{4} F \Delta H + \frac{\pi D^2}{4} H \Delta F \right) \\ &\quad + \frac{1}{2!} \left(\frac{2\pi D}{4} H F (\Delta D)^2 + \frac{\pi D F}{4} \Delta H \Delta D + \frac{2\pi D F}{4} \Delta F \Delta D + \frac{2\pi D F}{4} \Delta D \Delta H \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi D^2}{4} \Delta F \Delta H + \frac{2\pi D H}{4} \Delta D \Delta F + \frac{\pi D^2}{4} \Delta H \Delta F \right) + \frac{1}{3!} (\dots\dots) + \dots\dots \\ &= V + V \left(\frac{2\Delta D}{D} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta F}{F} \right) + \frac{V}{2!} \left\{ \frac{2(\Delta D)^2}{D^2} + \frac{\Delta D \Delta H}{D H} + \frac{\Delta D \Delta F}{D F} + \frac{2\Delta H \Delta F}{H F} \right\} + \dots\dots \end{aligned}$$

二項以上の項を省略すると,

$$V + \Delta V = V + V \left(\frac{2\Delta D}{D} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta F}{F} \right)$$

$$p_v = \frac{\Delta V}{V} \times 100 \text{ であるから,}$$

$$p_v = 200 \frac{\Delta D}{D} + 100 \frac{\Delta H}{H} + 100 \frac{\Delta F}{F}$$

断面積成長率を p_b とすると,

$$p_b = 200 \frac{\Delta D}{D}$$

直径の増加 ΔD は年輪を調べればわかるし, 1 cm 上に n 個の年輪があるとすれば, 1つの年輪は $1/n\text{ cm}$ 幅であり, 連年直径増加量は $\Delta D = 2/n$ である。したがって上式より,

$$\begin{aligned} p_v &= \frac{400}{nD} + 100 \frac{\Delta H}{H} + 100 \frac{\Delta F}{F} \\ &= \frac{400}{nD} + p_h + p_f \dots\dots\dots (1.31) \\ & (= p_b + p_h + p_f) \end{aligned}$$

したがって樹高成長がほとんど0であり, 形状に変化がないものと仮定すれば,

$$p_v = \frac{400}{nD} \dots\dots\dots (1.32)$$

という SCHNEIDER の公式となる。

(1.31) と (1.32) とを比較すれば, SCHNEIDER 公式は p_h と p_f を無視したもので, $p_h + p_f = 0$ すなわち $p_h = p_f = 0$ か, もしくは $p_h = -p_f$ のときに (1.32) が成立する。高齢では p_h は 0 に近づき形数もおとろえてくるから p_f は 0 と同じ大ききくらいに小さくなるであろう。 $p_h + p_f$ を無視した公式 (1.32) では, $p_h > |p_f|$ であれば p_v は過小になり, $p_f < 0$ と同時に $|p_f| > p_h$ であれば, p_v は大きくなる。したがって, 多くの修正式が提案されている。たとえば KOENIG⁶⁵⁾ は $\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta D}{D}$ のときは完全なる樹高成長で,

$$p_v = \frac{600}{nD}$$

$\frac{\Delta H}{H} = \frac{2\Delta D}{D}$ のときは樹高成長旺盛なときで,

$$p_v = \frac{800}{nD}$$

とした。したがって一般に SCHNEIDER 公式を,

$$p_v = \frac{k}{nD} \dots\dots\dots (1.33)$$

とすると, SCHNEIDER 定数 k は 400~800 に変化する。

STÖETZER⁶⁴⁾ は林齢によつて樹高成長率が変化することから次のような k を評価する表を作成した。

小 丸 太 材		中 齢 木		老 齢 木	
優 勢	被 圧	う つ べ い	疎 開	う つ べ い	疎 開
700	400	600	500	450	400

これは林齢ばかりでなく形数の変化も含んでいる。

MICKLITZ⁶³⁾ (1919) は

$$p_v = \frac{600}{nD} k \quad (k: \text{補正因子})$$

という公式で, H/D を形級と呼び, I 形級 (非常に完満) は $H/D > 0.92$, II 形級 (適度に完満) は $H/D = 0.78 \sim 0.92$, III 形級 (梢殺) は $H/D < 0.78$ に応じて 10 年ごとの齢階に対する k の補正因子表を作成した。

WALLY⁷⁷⁾ (1925) は,

$$p_v = \frac{400}{nD} + Z$$

とし, Z は残りの省略された項で,

$$Z = p_v - \frac{400}{nD}$$

より実験的に Z を求めて表を作成した。

SCHUMACHER⁶⁵⁾ (1891) は形数 F を導入して,

$$p_v = \frac{400}{nD\sqrt{F}}$$

を提案した。

GROSSMANN¹⁴⁾ (1956) は,

$$p_v = \frac{k}{(\bar{n} + s_n)\bar{D}}$$

として平均年輪数に標準誤差 s_n を付して多数林木の成長率計算にこの公式を用いた。これによれば成長率の減少は3~10%になる。

SPEIDEL⁷¹⁾ (1949) は欧州カラマツ 70 本の樹幹析解の結果から, SCHNEIDER 定数 k について次の結果を得ている。

(i) k の平均値は 602 で $\pm 28\%$ の相対変動を示し, したがって十分な正確度で立木の材積成長率を査定するのに適当でない。

(ii) k は林齢が増すと小さくなる。

(iii) k は樹高成長率が増すと大きくなる。

(iv) k は直径が大きくなると小さくなる。

(v) k と形状成長率との間の関係に著しい関係が存在する。しかも k は形状成長率の増大とともに直線的に増大する。

(vi) 年輪幅が増すと k は減少する。

わが国では野村進行⁴⁸⁾ (1931) は直径 30 cm 以下は 550, それ以上は 500 を用いれば誤差が少ないとしている。

本式を林分に用いる場合には直径級を層として直径級ごとに適用した方がよい。その際 n を数える錐片は皮内で測定するから, 直径 D も皮内直径 D_i を用いた方が妥当であろう。

(5) 単利式と複利式との間の関係

(1.23) と (1.25) を等しいとおくと,

$$V_0(1+rn) = V_0(1+p)^n$$

これより,

$$p = \sqrt[n]{1+rn} - 1$$

をうる。 n のいろいろな値および r のいろいろな値に対して p を表示すると 1—2 表のとおりである。これによれば 20 年以上になると単利と複利の差は非常に大きくなり, 使用には注意を要する。5 年か 10 年の短期間では両者はあまり差はないので簡単な単利式を用いた方が便利であろう。

1—2 表

期間 の長さ (年)	単 利 率 (%)				
	2	4	6	8	10
	複 利 率 (%)				
1	2.0	4.0	6.8	8.0	10.0
5	1.9	3.7	5.4	7.0	8.4
10	1.8	3.4	4.8	6.0	7.2
15	1.8	3.2	4.4	5.4	6.3
20	1.7	3.0	4.0	4.8	5.6
25	1.6	2.8	3.7	4.5	5.1
30	1.6	2.7	3.5	4.2	4.7
50	1.4	2.2	2.8	3.3	3.6
100	1.1	1.6	2.0	2.2	2.4

第2章 同齡林分の成長および収穫の間接推定および予測法

§ 2-1 ま え が き

同齡林に対しての成長量の推定や予測を間接的に行なうには収穫表を利用する。わが国では同齡林に対して国有林と民有林の一部に対して多くの収穫表が作られている⁴⁹⁾。ここで収穫表を利用した推定や予測法を考える前に収穫表そのものについて検討してみる必要がある。

正常収穫表または基準収穫表⁶⁰⁾と称するものは成長条件が近似している地方において、その樹種が同一の取扱い法で施業された場合に、単位面積より生産される材積ならびにこれに関連する諸要素の基準的数値を、主林木と副林木とに分けて、年齢または特定要素の函数として地位ごとに示した表または図をいう。収穫表のおもな用途は森林の将来の成長量ならびに収穫の予想、経営成果の判定、経営技術ならびに育林保育の指針、経営計画や経営経済的計算の資料、地位の判定などがあげられているが、ここにおいて第1の用途である成長および収穫の予想について考察しよう。この方法はわが国においてはまだ研究が進められておらず、米国の文献に二、三見られるだけである。米国の収穫表は同齡林といつても人工林についてのものは少なく、十分な立木度をもつと思われる林分のみについて調製を行なっているが、これを正常収穫表と称している。過少立木度をもつ林分は年の経過とともに直径が増大しこの正常に近づき、過剰立木度をもつ林木は枯損などにより正常に近づいてゆくと考えている。すなわち、自然的な密度の平衡状態を基準として作られたものであり、わが国のように間伐などにより集約な施業を行なっている林分を対象にして、その最大の材積成長量を産すると思われる立木度の林分のみを集めて作られた基準的な収穫表とは、性格が異なるものと思われる。

収穫表にはこの基準的な収穫表と別に現実的（平均的もしくは経験的）収穫表と称するものがある。収穫表の調製にあたって基礎となるものは密度、地位、林齢であつて一定の密度（密度については § 2-2 で述べるが、たとえば直径と本数の関係で表わせる。もし人工林であれば初めの植付け本数が定まればそれが成長するにつれて十分な立木度をもち、最大の材積成長を産するような直径、本数の関係があるはずであり、人工林ではその理想的な関係になるように間伐などを行なつてゆくのである）をもつ林分を地位ごとに林齢の函数で、材積や直径、樹高などの諸要素を表わしたものが基準的なものであり、いろいろな密度に応じて上のような諸要素を表わした収穫表を現実的収穫表と称する。SPURR⁷³⁾ はこれを疎密度収穫表 (variable-density yield table) と呼ぶことを提案している。したがって収穫表の基礎になるものは密度と地位であり、成長量の予測を収穫表によつて間接的に行なうにはまずこれらの性質を明らかにしなければならない。

§ 2-2 林分密度

密度を示す尺度として、樹冠占有面積、胸高断面面積、材積、立木本数、林分密度指数などが考えられている。用いる尺度は明確であつて使用が簡単で、林分成長量と関係が深く、また樹齢や地位とあまり関係がないものが望ましい。

樹冠面積は林分内の樹冠の全投影面積の林地面積に対する比で、うつべい度と呼ばれるが測定に費用がかかる。

断面面積は測定が簡単で判然としているので世界各国において、基準の単位面積あたりの断面面積に対する林分の単位面積あたり断面面積の比でもつて正常度を表わしている。一般に地位がよいほど断面面積の値は大

きいが、高齢では逆になる場合があり、また樹種によつても変動が大きい。しかし樹種、作業法が一定であるような林分に対しては一定の地位、林齢においては断面積合計は大体一定の値で、土地利用の尺度としては良好であろう。

材積を密度の尺度として表わすには、単位面積あたりの材積をある基準の材積に対する比で表わし、これを立木度と称している。材積は測定に時間と費用がかかり、樹高曲線を用いたり、材積式を用いたりする計算法によつて得られる数値が異なつてくるし、樹種間の差は断面積の場合よりも大きい。すなわち、逆にいえば密度を表わす鋭敏な尺度ともいえる。

立木本数も密度の尺度として用いられるが、本数そのものでなく、林齢、直径、樹高を組み合わせで用いられる。

林分密度指数は (stand density index) S. D. I. と略するが REINEKE⁶¹⁾ (1933) が提唱した林分密度を表わす尺度である。かれは正常立木度をもつ林分の *acre* あたり本数を、同じ林分の平均断面積直径* に対して対数方眼紙上にプロットすると一般に直線になることを見いだした。収穫表に用いられた 15 の標準地の資料 (14 樹種) を用いて、これを検討した結果、大抵の場合、最大立木本数限界としては同じ傾きの直線が適合することがわかつた。この限界の直線は参考直線と呼ばれ、次の方程式で表わされた。

$$\log N = -1.605 \log D_B + k \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 1)$$

ここに N は *acre* あたり本数、 D_B は平均断面積直径、 k は樹種による定数である。

REINEKE が定義した S. D. I. は $D_B=10$ (10 in) に応ずる本数である。したがつて (2・1) ではいま 1 つの樹種の $k=4.605$ と仮定すれば、

$$\log N = -1.605(1.000) + 4.605 = 3.000$$

すなわち、参考直線の 10 in の直径の本数は 1,000 本で、これがこの樹種の S. D. I. である。

1 つの林分で平均断面積直径と *acre* あたり本数がわかれば k をきめることができる。たとえば、

$D_B=15$, $N=120$ であれば、

$$k = \log 120 + 1.605 \log 15 = 3.966$$

$D_B=10$, $k=3.966$ を (2・1) にいれると $N=230$ が求められ、これがその林分の S. D. I. である。この操作を一段の操作で求めるには次の公式を用いればよい。

$$\log \text{S. D. I.} = \log N + 1.605 \log D_B - 1.605 \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 2)$$

REINEKE は最大立木本数の限界をして参考直線を定義したが、かれが検討したほとんどの収穫表の資料はこの直線より下にあつた。すなわち、十分な立木度をもつと思つてとつた資料にもとづいてとつた正常収穫表は、最大立木本数の限界線より下まわつている。したがつて、REINEKE の限界線はこれから枯損が生ずる限界ともいえる。

SIMONS と SCHUNUR⁶⁷⁾ (1937) は loblolly pine の固定標準地で N と D_B の関係が時の経過によりどのように変化するかを調査して、各標準地に対して別個な参考直線を作り、これらを平均して次の 1 つの公式を得た。

$$\log N = -1.604 \log D_B + 4.075$$

* 平均断面積をもつ林木の直径の意。具体的には直径を $\bar{D}$, 本数を N とすれば、

$$\bar{D} = \sqrt{\frac{\sum D_i^2}{N}}$$

すなわち、この S. D. I. を密度 100 として、10% 間隔ごとにこの直線に平行な直線を引いて上に 110%, 120%, ..., 150%, 下に 90%, 80%, ..., 50% と密度の百分率を図示した。これを用いて相対的な林分密度を求めることができる。たとえば、平均断面直径 10 in をもつ林分の acre あたり本数が 180 本として、この点が図表の 70% と 80% の直線の間にあるとすれば、この林分は密度が 75% の林分であるとするわけである。

基準収穫表調製の際に平均断面直径と本数の関係で異状標準地の棄却を行なっているが、これは密度ひいてはひとつの施業法を統一していることにあたる。したがってこのようなひとつの基準の標準地が得られた後、それをもとにして地位の層ごとに林齢に対する諸要素を推定する表が基準収穫表であり、この基準に対していろいろな相対的な密度を考えて、その密度ごとに推定する表を平均的収穫表と呼びたい。

REINEKE の S. D. I. を表わす方程式を用いて、平均断面直径が時の経過とともに成長し、それに応じて本数が減少する割合を次のようにして計算できる。一般に、

$$\log N = C \log D_B + k$$

$$\therefore N = D_B^C 10^k \dots\dots\dots (2 \cdot 3)$$

D が I だけ成長したときの本数を N' とすると、

$$N' = (D_B + I)^C 10^k$$

したがって、

$$N' - N = (D_B + I)^C 10^k - D_B^C 10^k$$

$$\doteq CD_B^{C-1} I \cdot 10^k$$

ゆえに、

$$\text{本数減少率} = \frac{N' - N}{N} = \frac{CD_B^{C-1} I \cdot 10^k}{D_B^C \cdot 10^k} = \frac{CI}{D_B} \dots\dots\dots (2 \cdot 4)$$

いま $C=1.605$ としたとき 1 cm D_B が増加したときの本数減少率は次表のとおりである。

これは幼齢林が老齢林より本数減少率が大きいことを示している。すなわち、REINEKE の参考直線で回帰係数 C を知り、平均断面直径級ごとの直径成長率を知れば近似的に (2・4) 式により本数減少率がわかり、間伐の指針に用いる可能性がある。

D_B (cm)	本数減少率 (%)
5	32
10	16
15	11
20	8

平均断面直径は § 2—6 で述べるようにこれをもとにして成長予測表を作ることができる。この直径の計算法は次の簡便法によればよい。

$$\bar{B} = \frac{\pi}{4} \frac{\sum D_i^2}{N}$$

は平均断面積で、平均断面直径を $\bar{D}_B$ とすると、

$$\bar{D}_B^2 = \frac{4}{\pi} \bar{B} = \frac{\sum D_i^2}{N}$$

したがって、

$$\bar{D}_B = \sqrt{\frac{\sum D_i^2}{N}} \dots\dots\dots (2 \cdot 5)$$

また直径の標準偏差を s_D とすれば、

$$\bar{D}_B = \sqrt{\bar{D}^2 + s_D^2} \dots\dots\dots (2 \cdot 6)$$

§ 2—3 地 位

“地位とは土地の材積生産能力を示すべき概念であり、地位級に概括せられた材積成長量により表示、測定せられる”と吉田正男⁵⁹⁾の森林経理学に述べてある。地位の指標としては材積、直径、樹高、平均成長量などいろいろ提案されているが、収穫表の調製にあたっては樹高が多く用いられる。すなわち、樹高は林分の密度によつて影響されることが少ないとするのがその理由のひとつである。樹高を用いる場合の方法としては年齢の函数として主林木の平均樹高を表わし、これを何階級かにわけて地位区分する相対的な樹高地位がわが国で用いられており、一定の基準年齢（多くは 50 年）における林分平均樹高または林分上層高によつて地位を区分する絶対的な樹高地位が米国では用いられている。英国では最大の林木より順次に *acre* あたり 100 本の平均樹高を平均高としている。

国有林⁵⁸⁾では資料の吟味を行なつた後、次の段階で地位の決定を行なうことになっている。

(i) 林齢と主林木平均樹高の関係を林齢を横軸にしてグラフ上に分布図を作る。

(ii) 分布図について、分布点の全部を含むように上下限界線を描く。この際、著しく一般的な傾向よりはずれの標準地は除外する。

(iii) 上下限界線の間を 3 等分し、各帯を上方より順次 1 等、2 等、3 等として標準地の地位を定める。

(iv) 各帯の中央値でもつて各地位の標準平均樹高とする。

実際的には数式法を併用している。

米国と英国では基準年齢（50 年）の優勢木の平均樹高を地位指数として、10 *feet* 区分として 60, 70, 80, 90 のような数字で地位を区分している。たとえば OSBORNE と SCHUMACHER⁵⁰⁾ (1935) は次のような方法で地位区分をしている。

少なくとも 100 個の標準地の林齢と優勢木および準優勢木の平均樹高を測定する。標準地は齢級全体にわたり、齢級ごとにはほぼ同数の標準地をいろいろな地位に設定する。この資料を齢級（5 年）ごとにまとめて平均林齢および平均樹高を算定する。次に平均林齢を横軸に、平均樹高を縦軸にとつてグラフ上にプロットして平滑な曲線を描く。そして各齢級ごとに平均樹高を推定し、樹高の推定量の標準誤差を計算する。すなわち、1 つの齢級に対しての林齢 A_i の観測された平均樹高が H_i で、グラフから推定された A_i に応ずる樹高を $\hat{H}_i$ とするとき、その齢級での推定量の標準誤差は、その齢級に n 個の標準地があるとするとき、

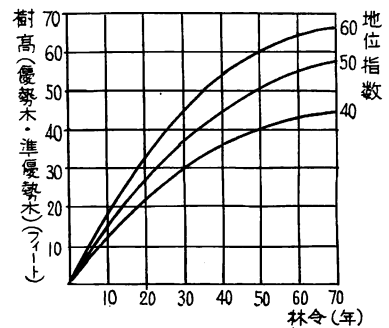
$$s = \sqrt{\frac{\sum (H_i - \hat{H}_i)^2}{n}}$$

で計算される。これを各齢級ごとの平均林齢に対してグラフ上に縦軸として s をとり、平滑な曲線を引き、この図と前の図を用いて林齢 20, 30, 40... に応ずる推定平均樹高および推定標準誤差を表示する。たとえば次表を得たとしよう。

2—1 表

林 齢 (年)	推定平均樹高 (<i>ft</i>)	推定量の標準誤差 s (<i>ft</i>)
20	27.2	3.52
30	37.5	4.52
40	45.0	5.18
50	49.7	5.46
60	52.5	5.67

これをもとにして、地位指数 60 の曲線を描いてみよう。
2—1 表により表わされる曲線を guide curve という。guide curve の 50 年での偏差は $60 - 49.7 = 10.3 ft$ で、これは 50 年に応ずる $s (=5.46)$ に $10.3/5.46 = 1.89$ 倍したものである。したがって、林齢 20 年で地位指数 60 の曲線が通る樹高は $3.52 \times 1.89 + 27.2 = 33.9 ft$ のところである。ほかの林齢についても同様な樹高が計算され、それを結んだものが地位指数 60 の曲線である。このようにして描かれた地位指数 60, 50, 40 の曲線を 2—1 図に示す。



2—1 図 地位指数曲線

標準地の資料をこの図にプロットして各標準地の地位指数を決定する。

JOHNSON と CARMEAN¹⁹⁾ (1955) は地位指数を推定する場合の標本抽出誤差を研究して、地位指数をきめるために測定する標本木の少ない場合は、樹高の区分幅以上に抽出誤差があることを指摘した。したがって地位指数決定には、標準地内で相当本数の樹高測定を必要とする。

COILE と SCHUMACHER²⁾ (1953) は土壌因子をいれて地位指数曲線を補正した。補正に用いる方程式は次のような重回帰式であつた。

$$\log \left(\frac{y}{Y} \right) = b_0 + b_1 \left(\frac{1}{A} \right) + b_2 \log Y \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 7)$$

ここに、 $\frac{y}{Y}$ = 現在地位指数曲線に用いる補正因子

y = 曲線から推定された地位

Y = 土壌から推定された地位

A = 年齢

これは $A=50$ が基準年齢になつているから、 $A=50$ で $\log y = \log Y$ ，したがって

$$0 = b_0 + b_1/50 + b_2 \log Y$$

から、

$$\log \left(\frac{y}{Y} \right) = b_1 \left[\frac{1}{A} - \frac{1}{50} \right] \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 8)$$

を得た。

この Y は土壌—地位指数と称するもので、

$$Y = a - (b/X_1) - cX_2$$

で求められる。ここに X_1 は inch での土壌の深さ、 X_2 は下層土の吸水能力である。地位区分に土壌因子を導入したことは注目に値しよう。

§ 2—4 基準収穫表の作成法

わが国では収穫表の調製要綱には次のような段階をとることが定められている。

(i) 資料の吟味

(ii) 地位の決定

(iii) 収穫表構成数値の決定

① 林齢に対しての主副林木合計の 1 ha あたり本数, 1 ha あたり幹材積, 1 ha あたり胸高断面積, 平

均胸高直径, 平均樹高, 平均幹材積のグラフによる推定, 推定された(1 ha あたり本数×平均幹材積)と1 ha あたり幹材積とのチェックと修正。

② 主林木平均胸高直径, 主林木幹材積, 主副林木合計本数の修正などを含む諸因子の更正。

以上は数式法と図式法を併用して互いに矛盾がないように調製を行なう。

③ 幹材積の連年成長量と平均成長量の算定。

④ 各齡階ごとの, その年度までの主副林木幹材積の累計および比率の算定。

⑤ 成長率の算定

(iv) 収穫表の作成

米国ではいろいろな方法があるが主として次の段階をふんでいる。

(i) 地位指数曲線の作成

(ii) 曲線を利用した標準地の地位の決定

(iii) 平均断面直径と acre あたり本数との間の関係により図上で異状標準地を棄却して追加資料を決定。

(iv) 立方 feet 材積, 断面直径, 平均樹高, 平均胸高直径, acre あたり本数を林齡上にプロットして次の方法で回帰を作る。

a) 林齡に対する各因子の関係について free hand で曲線を描く。

b) 齡級ごとに各因子の変動係数を算定して林齡に対してプロットする。

c) 上の2つを用いて齡級ごとの各因子の真の回帰を計算する。

(v) board foot 材積と立方 feet 材積の比を標準地ごとに計算し, これを林分平均直径に対してプロットして回帰を作り, 立方 feet 材積を board foot 材積に変換する。

(vi) 利用徑級以下を除いた利用収穫をそれに応ずる直径に対してプロットする。

(vii) 以上の結果を用いて収穫表の作成。

§ 2—5 基準収穫表を用いる成長量の予測

基準収穫表の基礎となる林分密度, 地位について理解を明確にし, 収穫表の作成法を認識しなければその予測法は明らかにされない。BRUCE と SCHUMACHER⁵⁾ (1950)は正常収穫表は与えられた林齡, 地位に対して林分が最適の立木度でどのくらい収穫があるかということを示すものであるが, 将来の収穫量の予測, ことに過少立木度の林分についての予測はあまり満足でないことを指摘している。現実林が正常で基準収穫表が作られている基準に一致していれば, 望む将来に対して表から将来の収穫量を知ることができる。

問題は対象林分が基準収穫表の基準と一致していない場合の成長量の予測である。いままでに提案された予測法と考えられる予測法をとりまとめよう。

(i) まず問題になつている林分の立木度* を決定すること。立木度を表わす尺度は, 収穫表の単位面積あたり断面直径と林分の単位面積あたり断面直径の比である。この立木度が予測期間中一定であると仮定して予測を行なう。すなわち, 収穫表の成長量にこの立木度を乗じて現実林の成長量とする方法である。

(ii) 短期間では林分形数, 立木度, 地位係数一定と仮定して予測を行なう方法。すなわち, 収穫表の

* 米国ではこれを normality と呼び, 正常度と訳されよう。単位面積あたり材積比で表わすこともあるが, これについてはすでに § 2—2 で述べた。

ha あたり断面積を B_t , 平均樹高を H_t , ha あたり材積を V_t とし, 現実林のそれに応ずるものをそれぞれ B, H, V とし, 5 年後の収穫表のそれらに応ずるものを $B_{t+5}, H_{t+5}, V_{t+5}$ とする。現在における現実林の B と H を査定して次の補正因子を計算する。

$$C_b = \frac{B}{B_t} \quad C_h = \frac{H}{H_t} \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 9)$$

これを用いて現在材積 (V_p) および将来材積 (V_f) をそれぞれ次式によつて推定する。すなわち,

$$V_p = C_b \cdot C_h \cdot V_t$$

$$V_f = FC_b \cdot C_h \cdot B_{t+5} H_{t+5} = C_b \cdot C_h \cdot V_{t+5}$$

ただし,

$$F = V_t / B_t H_t$$

したがつて成長量は,

$$\begin{aligned} I_v &= V_f - V_p = C_b C_h (V_{t+5} - V_t) \\ &= C_b C_h I_{vt} \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 10) \end{aligned}$$

すなわち, 収穫表の成長量 I_{vt} に (2・9) で与えられる立木度 C_b および地位係数 C_h を乗ずれば, 林分成長量 I_v が求められる。

(iii) 収穫表の連年成長量, および平均成長量をそれぞれ z, θ とし, 現実林の平均成長量を θ' とするとき, 現実林の連年成長量 I_v を次式で求める。

$$I_v = \frac{z}{\theta} \times \theta' \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 11)$$

木曾ヒノキ固定標準地* でこれを検討してみよう。樋口¹⁰⁾らはこの資料でいろいろな成長量査定法について筆者らの方法を引用して検討しているが, その方法に若干疑いがあるのでこの際あらためたい。すなわち, 現実林およびそれに応ずる収穫表の資料は次のとおりである。

	第 1 回 調 査 (昭和 25 年) (80 年生)		第 2 回 調 査 (昭和 30 年) (85 年生)	
	現 実 林	収 穫 表	現 実 林	収 穫 表
平 均 樹 高 (m)	18.4	19.3	19.6	?
ha あたり断面積 (m^2)	49.1	45.4	51.1	?
ha あたり材積 (m^3)	469.4	461.4	520.5	507.2
備 考	主 林 木 の み		主副林木合計 (木曾ヒノキ収穫表 地位 2)	

現実林の連年成長量は $10.20 m^3$ である。収穫表のそれに応ずるものは $9.16 m^3$ である。樋口らは第 2 回調査時の立木度を基準にしているが, 第 1 回調査時のそれを基準にするのが妥当であろう。

(i) の方法では
$$C_b = \frac{B}{B_t} = \frac{49.1}{45.4} = 1.0815$$

したがつて, $I_v = 1.0815 \times 9.16 = 9.91$ わずか 2% 過少にすぎない。立木度の基準を材積におけば,

$$C_v = \frac{V}{V_t} = 1.0173$$

これより, $I_v = 1.0173 \times 9.16 = 9.32$ 約 8.6% 過少の値を与える。

* 王滝経営区 19 林班い小班, 0.105 ha , 昭和 25 年設定当時 80 年, 昭和 30 年第 2 回調査, 昭和 35 年第 3 回調査を終了, 設定は長野営林局試験係で, 林業試験場がひきつづき観測することになった。

(ii) の方法によれば、

$$C_b = 1.0815 \quad C_h = 0.9534$$

したがって、

$$C_b C_h = 1.0311$$

(2.10) より

$$I_v = 1.0311 \times 9.16 = 9.44$$

約 7.5% 過少の値を与える。

(iii) の方法によれば、 $z = 9.16$, $\theta = 5.77$, すなわち z は 85 年の主副合計材積から 80 年の主林木材積を差し引いて 5 年で割つたもので、 θ は 80 年の主林木平均成長量である。樋口らは z , θ ともに 85 年の主副合計を用い z/θ の表を作成しているが、実際に使用するには上記のように訂正すべきであろう。

$$\theta' = \frac{469.4}{80} = 5.87$$

であるから、

$$I_v = \frac{9.16}{5.77} \times 5.87 = 9.32$$

材積比の場合と一致する。

簡単な断面積立木度による間接推定がいちばんよいが、他の固定標準地での多くの検討が必要であろう。

(iv) この方法は上述の立木度が一定であるとの仮定を除いて、時の経過とともに変化すると考えて予測する方法である。現在において基準収穫表が作られている基準以下の林分は、林内の競争が他によつて影響されないで材積は増大し過密になつてゆく傾向がある。それと逆に、基準以上の過密林分は枯損のために時がたつにつれて基準に近づいてゆく傾向がある。

したがって収穫表にもとづく成長量の予測には normality の変化を決定する必要がある。normality の変化を知るには固定標準地による長期観測によるより他に道はないが、このような資料がない場合に GEHRHARDT¹³⁾ の公式が有効であろう。

問題になつている林分と同齡、同地位の収穫表での 10 年間の定期成長量が、連年の 1 ha で表わして 15 m^3 であつたとする。現実林の 1 ha あたり断面積と収穫表のそれとの比、すなわち立木度が 0.75 であつたとすれば (i) の方法によれば現実林の 1 ha あたり連年成長量は、

$$15 \times 0.75 = 11.3 \text{ m}^3$$

である。

GEHRHARDT は normality の増加による成長量の増加量は、立木度の不足量に等しいとした。すなわちこの場合では不足量は $1.00 - 0.75 = 25\%$ である。 11.3 m^3 の 25% は 2.8 m^3 で、求むる成長量は、

$$11.3 + 2.8 = 14.1 \text{ m}^3$$

である。この補正は陰樹の場合に用いられる。陽樹の場合は密度の増加は陰樹より遅いので陰樹に用いた補正の 7% にした。すなわち前の例では、

$$11.3 + 2.8(0.70) = 13.3 \text{ m}^3$$

中間の樹種ではこの補正は中間的なものである。一般に GEHRHARDT の公式は次式で表わすことができる。

$$g = dG(1 + k - kd) \dots\dots\dots (2.12)$$

ここに、 g は現実林の成長量、 G はそれに応ずる正常林の成長量、 d は normality、 k は陽樹で大体 0.6～

0.7, 中間樹で 0.8~0.9, 陰樹で 1.0~1.1 である。すなわち $\{1+k(1-d)\}$ は補正項に相当する。米国ではこれを実際使用してよく適合することがわかつた。

(v) MACLEOD と BLYTH³⁷⁾ (1955) は収穫の予測に次の方法を提案している。収穫表の標準地資料で林齢と材積の関係において齢級ごとに材積を図上で推定して、そのときの推定量の標準誤差と推定材積の比、すなわち変動係数を算定して、図上で林齢に対してこの変動係数をプロットして平滑な線を引いて推定した値を 2-2 表に示す。

2-2 表

Spruce の林齢 (年)	変 動 係 数 (%)	Spruce の林齢 (年)	変 動 係 数 (%)
50	48.8	110	32.5
60	43.1	120	31.1
70	39.6	130	29.7
80	37.1	140	28.3
90	35.3	150	26.9
100	33.9		

これにおいては地位の影響は除かれる。さてこれを用いて将来の立木度を予測する式を示そう。

$$S=1-(1-s)\frac{CV_2}{CV_1} \dots\dots\dots (2\cdot13)$$

ここに S は将来の立木度, s は現在の立木度, CV_1, CV_2 はそれぞれ 2-2 表による現在および将来の変動係数である。

(例) spruce の現在林齢 84 年, 地位指数 70 で, 現実林の全蓄積は 2,290 立方 *feet* である。140 年での spruce の蓄積を推定しよう。この場合, 収穫表からの全蓄積は 2,827 立方 *feet* であつた。したがつて現在の立木度 $s=2,290/2,827=0.81$ である。表から 84 年生の $CV_1=36.4$ (補間), 140 年での $CV_2=28.3$ であるから, 公式 (2・13) から将来の立木度

$$S=1-(1-0.81)\frac{28.3}{36.0}=0.85$$

140 年での収穫表の同齢, 同地位の全蓄積は 4,990 立方 *feet* であるから, この林分の 140 年での蓄積は $4,990 \times 0.85=4,241$ 立方 *feet*, したがつて全成長量は $4,241-2,290=1,951$ 立方 *feet* である。

(vi) JOHNSON¹³⁾ (1955) は正常収穫表より現実林の成長量を次の 7 つの方法で予測して, 固定標準地の実成長量と対比した。

- (1) 現実林材積と収穫表材積の比を normality として収穫表の成長量にこれに乗じて予測する方法。
- (2) (1) で述べた方法で断面積を normality の指標に用いて予測する方法。
- (3) (1) の変形で材積の normality は 10 年ごとに 4% の割合で正常の 100% に近づくと仮定して予測する方法。たとえば林分の立木度が 80% であれば 10 年度には 84% の立木度になる。
- (4) (2) の変形で断面積の normality は 10 年ごとに 4% の割合で正常の 100% に近づくと仮定して予測する方法。これは過剰立木度の林分, すなわち 100% 以上の林分についても 10 年ごとに 4% ずつ 100% に近づくという仮定を用いた。
- (5) 現実林と正常林の材積間の百分率 (立木度) の 5 年間の変化を重回帰式を用いて予測する方法。これは BRIEGLEB³⁾ (1942) が提唱した方法である。

すなわち,

$$X=33.04-0.131 A-0.242 N$$

で、 X は材積立木度の変化、 A は現実林の林齢、 N は現実林の立木度で材積を基準にしたものである。

(6) 地位を考えないで、*acre* あたり平均本数、平均断面直径、平均林齢および平均直径に近い林木の樹高の平均を用いて、平均直径と林齢の関係から将来の平均直径を求め、この直径に応ずる将来本数は、現在本数とそれに応ずる収穫表の本数の比を時の経過による変化を考慮して推定し、この本数に平均直径および平均樹高から求めた単木材積を乗じて将来の林分材積を予測する方法。

(7) 正常成長を用いる方法で、収穫表の成長量を現実林の現在材積に加えて将来を予測する方法である。これは現実林の成長過程が収穫表のそれと平行であるとの仮定をもとにしている。

以上の 7 とおりの方法を 17 個の固定標準地の資料を用いて比較した。試験地は林齢は 38~103 年、地位指数は 122~190、蓄積は正常の 35~388% であつた。比較の方法は 17 個の標準地の実成長量と、おのおの方法の推定量との差の平均値および標準偏差を比較して、(1), (2), (4), (5) は偏倚がある推定量であり、(7) の最も簡単な方法がすぐれていた。

いろいろな収穫表を利用した予測法を述べたが、このような間接的な予測法は固定標準地の観測結果との対比がなければその妥当性は実証されない。

§ 2—6 平均断面直径をもとにした成長予測表

基準収穫表の資料をもとにして、林齢と地位の因子を消去して、平均断面直径を独立変数にした一種の収穫表を作成して、これと補助的な表とを利用して成長量の予測が可能である。すなわち BRUCE と SCHUMACHER⁵⁾ が作成した林齢と地位のかわりに基準収穫表を作りかえて平均断面直径をもとにした

2—3 表

林分の平均断面直径 (in)	<i>acre</i> あたり基準本数	平均断面直径を もつ木の標準樹高 (ft)	単木あたり材積 (ft ³)
2	4,466	22	—
3	2,387	31	—
⋮	⋮	⋮	⋮
12	280	97	31.5
13	240	104	38.5
14	221	110	46.5
15	198	117	55.5
⋮	⋮	⋮	⋮
29	72	189	27.9
30	68	194	30.2

2—4 表 標準樹高表

胸高直径 (in)	林分の平均断面直径 (in)							
	6	8	10	12	14	16	...	30
	標準樹高 (ft)							
4	44							
6	55							
8	64	59						
10		69	74					
12		77	83	89	94			
14			90	97	103	107		
16				104	110	116		
18					117	123	...	
20					122	129	...	
⋮						135	...	
32								198
34								201

Douglas-fir の収穫表は 2—3 表の形であつた。

もし現実林で平均断面積直径を測定し、それに応ずる樹高を査定したとき、この標準樹高より低ければ材積はこの表の値よりその割合だけ少なくなる。したがつて、ある平均断面積直径をもつ林分の直径階ごとの標準樹高がわかつていれば、現実の樹高と標準樹高の比で 2—3 表の材積が補正できる。この補正のための標準樹高表の例は 2—4 表の形であつた。

次に現実林の正常度は 2—3 表の本数に対する現実林の本数の比で表わす。その正常度の 10 年間の変化は固定標準地の結果から 2—5 表のような推定表ができた。

さて成長量の予測に対して最後に必要となるものは、林分の平均断面積直径の林齢に対しての成長量である。これは成長錐を用いて 2—6 表の形で直径成長量予測表ができる。

2—5 表 10 年間の正常度の変化の推定表

正 常 度	10 年間の正常度の変化	10 年 後 の 正 常 度
0.30	0.08	0.38
0.40	0.07	0.47
0.50	0.06	0.56
0.60	0.05	0.65
0.70	0.04	0.74
0.80	0.03	0.83
0.90	0.02	0.92
1.00	0.02	1.02
1.20	0.00	1.20
1.40	-0.02	1.38
1.50	-0.03	1.47

2—6 表 10 年間の直径成長量予測表

林分の平均 断面積直径 (in)	林 齢 (年)							
	20	30	...	80	90	...	140	150
	10 年 間 の 直 径 成 長 量 (in)							
2	1.6	1.1						
3	2.0	1.4	...					
4	2.4	1.6	...					
...			...					
11			...	1.0	0.9	...	0.4	0.4
12				1.1	0.9	...	0.5	0.4
13				1.2	1.0	...	0.5	0.4
14				1.3	1.1	...	0.6	0.5
15				1.4	1.2	...	0.6	0.6
...				...	...	...	...	...
29				...	...	...	...	...
30				2.4	2.1	...	1.3	1.2

(例) ある林分を調査して、次の資料を得た。

acre あたり平均本数=141

平均断面積直径=13.5 in

その直径に近い標本木の樹高=12 in - 95 ft

14" - 104"

13" - 101"

12" - 101"

11" - 92"

平均林齢=80 年

これを用いて 10 年後の材積および 10 年間の連年材積成長量を求めよう。

現在の林分材積表=141×42.6 (2—3 表より補間により)=6,006.6 ft^3

樹 高 の 補 正

d. b. h.	実際樹高	標準樹高 (2—4 表)
12	95	102
14	104	109
13	101	105
12	101	102
11	92	97
和	493	515

÷ 0.96

したがって *acre* あたり材積の補正値=6,006.6×0.96=5,766.3 ft^3 , 次に直径の成長量は 2—6 表から 12 *in*, したがって 10 年後の推定平均断面直径=13.5+1.2=147 *in*

現在の正常度=141/234=60%

2—5 表から将来 10 年後の正常度=65%

したがって, 10 年後の本数=205 (2—3 表から)×0.65=133

10 年後の材積=133×52.8 (2—3 表から)×0.96=6,741.5 ft^3

acre あたり連年材積成長量= $\frac{6,741.5-5,766.3}{10}=97.5 \text{ } ft^3$

基準収穫表による成長量の間接予測には, 地位と林齢が独立変数としてはいつているが, このような平均断面直径をもとにした収穫表はそれがなく, 現場では使用が簡単であるので基準収穫表と平行してこのような予測表の作成が必要である。

第3章 異齡林の構造および成長量の推定および予測方法

§ 3—1 ま え が き

同齡の森林はこれを齊一な同齡林分を単位にした集合体と考えることができ, 同齡林分についての構造を研究することによつてこれを解明できる。しかし異齡林はこのような明確な単位に分割することができない。同齡の森林と同じように, 同齡林分の単位を非常に小さくした小単位同齡林分の集合体と考えることも可能であろうが, 異齡林分の個々の林木は, 同じ大きさでも年齢は非常に差があることを考えると, 小さな単位の集合としてよりも大きな異齡林分として観察する方が自然の法則を見いだす上には便利なようである。

一般に異齡林分の直径分布は逆J字型を示すことが知られている。異齡林分の中を齡級ごとに層化して, 齡級ごとの直径分布を作つたとしたら, 同齡林分と同じような正規分布に近い分布型を示すであろうが, これらを組み合わせて異齡林の直径分布を作ると逆J字型になる。すなわち齡級ごとに層化して考えると, 同齡林分の構造型と考えられるが, 実際にはこれらの同齡の林木が林分内で場所的に位置づけられていずに非常に錯綜した様相を呈しているのである。したがつてこのことから, 異齡林分は全体としてその林分構造を論じた方が有効であろう。異齡林分の統計的な直径分布の解析は MEYER の指数的な分布型の考え方があるが, 個々の樹種や樹群にわければその分布は POISSON 型または POLYA-EGGENBERGER の分布 (負の二項分布) に近いことは想像にかたくない。このことは平均値および標準偏差の変化を予測することによつて, 将来の直径分布を予測できる可能性を暗示している。ここでは資料がないために MEYER 流の解析の方法のみにとどめよう。

§ 3-2 直径分布の統計的分析

異齡林の直径分布を統計的に解析する実験式が多く提案されている。すなわち D を胸高直径, N を本数とすれば,

$$\text{和田式:} \quad N = aD^{-b} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 1)$$

$$\text{吉田式:} \quad N = \frac{c(D^2+b)}{D^2+a} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 2)$$

$$\text{寺崎式:} \quad N = ae^{-b/D} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 3)$$

$$\text{KERSON 式:} \quad N = ae^{b \log D + c(\log D)^2} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 4)$$

$$\text{MEYER 式:} \quad N = ae^{-bD} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 5)$$

$$\text{POISSON 式:} \quad N = N_T e^{-m} \frac{m^r}{r!} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 6)$$

$$\text{POLYA-EGGENBERGER 式:} \quad N_0 = N_T \left(1 + \frac{m}{k}\right)^{-k} \text{とすれば}$$

$$N = N_0 \binom{k+r-1}{r} \left(\frac{m}{m+k}\right)^r \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 7)$$

ここに (3・6) と (3・7) においては, N_T : 総本数, m : 平均直径, r は D を 0, 1, 2, ... とおきかえた自然数, k は最尤法や平均値と標準偏差の関係によるか, または試行錯誤法によつて求められる定数である。

MEYER³⁰⁾ は LIOCOURT が研究した Franche-Comté の択伐林で, 隣接直径間の本数比は 1 つの森林ではほぼ同じであるという結果を用いて誘導している。すなわち, かれの例でその平均比は 1.29 であつた。三善³¹⁾ (1958) によれば宮崎県のカシ, シイの例では 1.40~2.38 で平均 1.68, 小幡⁴⁰⁾ (1958) の長崎県の薪炭林の例では 0.97~3.50 で, 4 つの試験区のおのおのの平均は 1.84, 1.53, 1.92, 1.97 とほぼ安定した値を示している。比が大きいと, 直径が増加すると急激に本数が減少し, したがつて大きな直径に属する本数が相対的に少ないことを示し, この比が小さいと本数がゆるやかに減少し, したがつて大きな林木の割合が相対的に多いことを示している。しかしこの比は 1 つの森林ではほぼ同じであろうが, 地方が変われば違つてくるであろう。

この比を q とし, いちばん大きな直径階に属する本数を n 本とすれば, 次々の直径階に属する本数は $n, nq, nq^2, nq^3, \dots$ である。したがつて, q は等比級数の公比にあたり分布係数という。異齡林の直径に対して, 本数の対数をグラフに描くとほぼ直線になる。本数の少ない大きな直径のところは少し不規則になる傾向がある。したがつて統計的には, 最小二乗法でこの直線をあてはめることができる。(3・5) 式では

$$N = ae^{-bD}$$

両辺の対数を取り,

$$\log N = \log a - (b \log e) D$$

いま, $\log N = Y$, $\log a = c$, $-b \log e = m$, $D = X$ とおくと,

$$Y = c + mX \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 8)$$

という直線になる。回帰係数 m , 回帰定数 c は最小二乗法で定めることができる。九州の薪炭林で求められた a, b の値を 3-1 表に示す。この 2 つの例はいずれも MEYER 式が適合することを示している。

3—1 表

試 験 区	a	b	備 考
I	6,471.5	0.2593	小幡 (本数は 1 ha あたり)
II	7,094.2	0.2590	
III	5,100.4	0.2406	
IV + V	7,705.5	0.2593	
林 齢	a	b	
5	16,290.0	1.439	三善 (本数は全本数に対する割合)
10	3,467.5	0.745	
15	2,630.9	0.719	
20	1,845.6	0.514	
25	816.2	0.297	
30	681.6	0.256	
35	535.2	0.218	
40	481.3	0.194	
45	396.7	0.173	
50	363.0	0.152	

§ 3—3 異齡林の構造型の変化

直径分布を特徴づける定数 a と b と直径分布との関係は次のとおりである。

(i) $m = -b \log e$ であるから, b は回帰係数に関係し, 直線の傾き, すなわち直径が大きくなるにつれて本数が減少する割合に関係する。 m すなわち b が大きいと, 本数減少の割合は大きくなる。小さいと漸減の傾向を示す。

(ii) a は $c = \log a$ で表わされるので, 回帰定数と関係している。すなわち縦軸の高さである。 a が大きいと林分の小径級の本数が少ない密な林分を表わし, 小さいと疎な林分を表わす。

(iii) $b = \log q / 0.8686^*$ であるから, b が大きいと q も大きく, q が大きいと本数が急激に減少し, 小径木が相対的に多く, 大径木が相対的に少ないことを示す。小径木が多いと 1 ha あたりの相対密度は大きくなる傾向にあり, その逆もいえるので a と b との間には何か関係がありそうである。

MEYER は北部 Pennsylvania の異齡林の構造型を, a および b の関係によつて分類している。三善は前節のような, a と b の関係によつて林齢ごとに薪炭林の基準型を作つた。MEYER は a と b の関係が直線的な関係があることを用いて, a および b の対により天然生林の構造型を分類した。各構造型に応じて直径階ごとの理論本数が算定できる。

公式 (3・7) が適合する POLYA 型の天然生林では, 平均直径 m と標準偏差 s によつて定数がきまるので, 各樹種の多くの林分で m と $c = s/m$ (変動係数) で $c = am^b$ の関係を作つておけば, 平均直径の増大ともなう直径分布による構造型が分類できる。

直径から材積が求められる一変数材積表があれば, これから材積分布が直ちに計算できる。

§ 3—4 異齡林の材積増加および成長量

異齡林は直径が毎年成長するために, 直径分布は 1 年ごとに变化する。このことは同齡林と同じである。このように成長することによる直径分布の変化についての研究は, 平衡した異齡林において興味がある。枯損や定期的な択伐によつて直径分布は变化するが, 時の経過とともに自動的にもとの直径分布に復元するであろう。短期間を考えて, 枯損や択伐がないとして, 直径成長量が直径階の幅に等しいと仮定す

* $q = \frac{n'}{n} = e^{2b}$ であるから $\log q = 2b \log e = b \times 0.8686$

ここに n' と n は 2 つの隣りあつた直径階に属する本数である。

ると直径階ごとの本数分布は 3—1 図のように変化する。

ここにおいて、直径成長量はすべての直径階で同じであると仮定すると、最初の本数曲線は定期成長量 I だけ右側に移動する。したがって直径分布が自然的であれ、人為的であれ、もとの分布型にもとめるためには斜線の面積で示した本数を取り除かなければならない。この本数は、もとの直径分布と定期直径成長量から理論的に計算できる。この本数（一変数材積表があれば材積）を最初の本数（または材積）の割合で表わしたものが、連年または定期伐採率になる。

MEYER のいうこの定期伐採率は、自然的にみれば定期枯損率ともいうことができる。したがって人為的には定期伐採率、自然的には定期枯損率と呼んだ方が妥当であろう。

いま簡単に p 年間に直径階の幅に等しいだけの直径成長量 I があつたとする。LIOUCOURT の法則により、次々の大きな直径階の本数は幾何級数的に減少する。そのときの公比を前述のように q とし、与えられた直径階の本数を nq とすると、それより上の直径階の本数は n である。 p 年たつと nq 本が上の直径階に移動する。したがって最初の本数に復元するためには、 $nq - n$ 本伐採しなければならない。したがって直径階の伐採率は、

$$\left(\frac{nq - n}{n} \right) \cdot 100 = (q - 1) \cdot 100 \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 9)$$

で定期直径成長量が直径階の幅に等しい場合は、最初の直径分布に復元するに必要な伐採率、または枯損率は $(q - 1) \cdot 100$ である。すなわち、異齡林が同じ構造を保持してゆくためには、直径階ごとの本数は $(q - 1) \cdot 100$ だけ定期的に伐採するかまたは枯損しなければならない。

一般にこの連年または定期成長量 I が直径階の幅よりも小さいか大きい場合には、ある直径階の本数増加量は 3—2 図を参照して次のように計算される。

直径成長量を I とすれば、最初の本数分布を表わす曲線

$$N = ae^{-bD}$$

は右側に I だけ移動する。

移動したときの直径 D_0 に応ずる本数は、直径階の幅を h とすれば、

$$h \cdot ae^{-bD_0}$$

で、 p 年間の直径は $(D_0 - I)$ であり、そのときの本数は

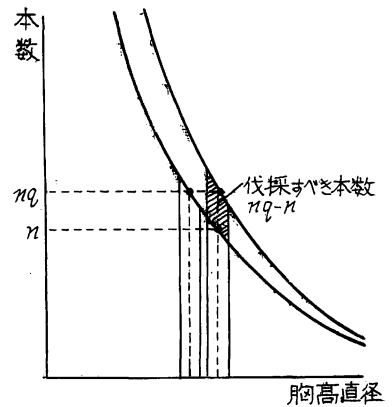
$$h \cdot ae^{-b(D_0 - I)}$$

である。したがって本数の増加量は 2 つの差であるところの、

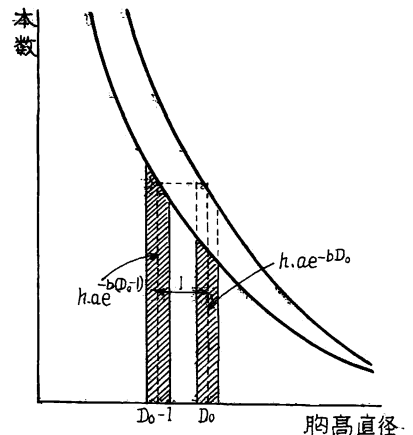
$$h \cdot ae^{-bD} (e^{bI} - 1)$$

で、これを最初の本数の割合で表わすと増加率、すなわち伐採率または枯損率は、

$$\text{増加率(伐採率または枯損率)} = (e^{bI} - 1) \cdot 100 \quad \dots (3 \cdot 10)$$



3—1 図 成長による平衡した直径分布の移動



3—2 図 本数増加量の説明図

2 cm 直径階では $q=e^{2b}$ であるから、

$$\text{増加率(伐採率または枯損率)} = (q^{I/2} - 1) \cdot 100 \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

この式は本数ばかりでなく断面積、材積にも用いられる。またこの式を用いて直径階ごとの粗材積成長量が求められ、その直径階ごとの推定古損量または伐採量を差し引くと純材積成長量が求められる。

(3.11) 式によれば直径階ごとの粗材積成長率は直径成長量によるばかりでなく、現在の直径分布の形にもよる。たとえば、連年の直径成長量が 0.2 cm で、 $q=1.40$ のときは粗材積成長率は 3.4%、 $q=1.50$ のときは 4.1% になる。大面積の森林または平衡した直径分布を保つように択伐が行なわれている異齡林は直径が大きいはど平均直径成長量が漸次増加する。このことはその直径階での材積の百分率で表わした構造を保持してゆくために行なう連年の伐採量は、直径が大きくなるにつれて大にしなければならぬことを意味する。このことは、単木の材積成長率が直径が大きくなると減少してゆくことと矛盾しているであろうが、上述の理論から明らかであろう。参考のため 3—2 表にいろいろな q および I に応ずる増加率を示しておこう。

3—2 表 異齡林の分布係数 (q) および直径成長量 (I) に対する本数または材積の増加率、すなわち、もとの分布を保持してゆくための伐採率または枯損率 (%)

$I \backslash q$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0.04	0.4	0.5	0.7	0.8	0.9	1.1	1.2	1.3	1.4
0.06	0.5	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	1.9	2.1
0.08	0.7	1.1	1.4	1.6	1.9	2.1	2.4	2.6	2.8
0.10	0.9	1.3	1.7	2.0	2.4	2.7	3.0	3.3	3.5
0.12	1.1	1.6	2.0	2.5	2.9	3.2	3.6	3.9	4.2
0.14	1.3	1.9	2.4	2.9	3.3	3.7	4.2	4.6	5.0
0.16	1.5	2.1	2.7	3.3	3.8	4.3	4.8	5.3	5.7
0.18	1.7	2.4	3.1	3.7	4.3	4.9	5.4	5.9	6.4
0.20	1.8	2.7	3.4	4.1	4.8	5.5	6.1	6.6	7.2
0.22	2.0	2.9	3.8	4.6	5.3	6.0	6.7	7.3	7.9
0.24	2.2	3.2	4.1	5.0	5.8	6.5	7.3	8.0	8.7
0.26	2.4	3.5	4.5	5.4	6.3	7.1	7.9	8.7	9.4
0.28	2.6	3.7	4.8	5.8	6.8	7.7	8.6	9.4	10.2
0.30	2.8	4.0	5.2	6.3	7.3	8.3	9.2	10.1	11.0

§ 3—5 進界成長本数の計算

与えられた直径階の本数の増加は、その直径階の下直径階からはいつてくる本数と、上の直径階に出てゆく本数との差に等しい。平衡した異齡林での進界成長本数に用いる公式を、MEYER は次のようにして誘導した。

最小の直径階に n 本あるとするとその最小直径限界より 1 つ前の直径階の本数は nq 本である。進界成長率を $\Delta(\%)$ とすると、これは nq 本より進界してゆき、増加率は $(q^{I/2} - 1)100$ であり、本数の減少量は $nq - n$ であるから比例により、

$$\Delta(\%) = (q^{I/2} - 1) \frac{100q}{q-1} \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

したがって最小直径限界に進界してくる林木の絶対本数は、

$$n(q^{I/2} - 1) \frac{q}{q-1} \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

それより上の直径階は n/q 本あり、この直径階に成長して出てゆく本数は、

$$\frac{n}{q} (q^{I/2} - 1) \frac{q}{q-1} \quad \dots\dots\dots (3.14)$$

したがって (3・13) と (3・14) の差が最小直径階の本数増加量、すなわち進界成長本数である。

$$n(q^{I/2}-1)\frac{q}{q-1}-\frac{n}{q}(q^{I/2}-1)\frac{q}{q-1}=n(q^{I/2}-1)\left(\frac{q}{q-1}-\frac{1}{q-1}\right)=n(q^{I/2}-1) \dots\dots\dots(3\cdot15)$$

公式 (3・13) からわかるようにある直径級に進級してはいつてくる本数は、本数の増加量 $n(q^{I/2}-1)$ に $q/(q-1)$ という因子を乗じたものに等しい。 $q=1.5$ のときは、ある直径級に進級してくる本数は、本数増加量よりも $1.5/(1.5-1)=3$ 倍多い。3—2 表の増加率の表を用いれば最小直径限界の本数 n にこの率を乗じて 100 で割れば進界成長本数を予測できる。

§ 3—6 成長予測表の作成法と使用法の概略

DUERR と GEVORKIANTZ⁹⁾ は Lake 州の北方系広葉樹の異齡林の択伐林において、標準地内で全林木の樹齢を査定して齡級分布を作り、それを分析して林分の大部分が短期間に更新した単一齡界からなる主林木より成立していることを見いだした。また老齡級に属する本数が少数と、幼齡樹の群落もわずかに存在していた。そこで成長予測は同齡の主林木にもとづいて行なつてもよいとした。このような場合の予測法は次のような段階で予測表を作成して行なう。

(i) 地位級を次のように分類する

主林分の平均断面直径を独立変数（横軸）にして平均林齢を従属変数（縦軸）にしたグラフを描き、標準地の資料をプロットして中心線を描き、これを基準曲線として、直径級ごとに林齢の変動係数を計算し、直径に対してこの変動係数を平滑な線をあてはめることによつて推定して、これを用いて平均直径に応じて林齢の推定量の標準誤差 σ を推定し、これを基準曲線の上下に σ 幅、 2σ 幅の曲線を描いて上から地位級 1, 2, 3, 4, 5, とした。すなわち最良の地位 5 はある大きさの直径に達するには他の地位よりも短期間で成長することになる。

(ii) 林分の密度の指標を分類する

同様な方法で、(i) で求めた各地位級ごとに林齢に対して *acre* あたり断面直径のグラフによつて、5 つの密度級を作成する。

(iii) 利用指数の分類

bd. ft. 材積と *acre* あたり断面直径の比を林齢に対してグラフ上にプロットして地位級ごとに A, B, C, D, E の 5 つの利用指数級を作る。これは林分密度と断面直径を構成する立木本数によつて影響され、本数が少ない（大径木）ほど利用指数は大となる。

すなわち表としては地位級ごとの密度級、その密度ごとの利用指数級というように膨大な表となる。基準収穫表と平均的な収穫表との差異もここにおいてはつきりとするであろう。

BRUCE と SCHUMACHER⁵⁾ はこれを同齡林にも利用できるとして、平均断面直径対林齢（地位）、平均断面直径対断面直径（密度）、平均断面直径対利用指数（利用級）の図表によつて同様な予測法を発表した。

わが国では九州の民有林に対して木梨²³⁾がこれを用いて予測表を作成した。

異齡林に対しての成長予測は同齡林の場合と異なり、林齢は独立変数として使用されず、できるだけこの変数を除いて予測する方法が望まれよう。§ 2—6 で述べた平均断面直径をもとにした収穫表など、異齡林に適用すれば有効であろう。

要するに第 2 章で述べた基準収穫表や本章で述べた成長予測表は、作成のためには相当数の標本地を必

要とし、長年月を要する欠点があり、これを用いれば長期的な予測も可能であろうが、できれば現実林によくマッチした成長予測表の方が予測の立場からは有効であろう。基準収穫表はそれに対して施業の指針などの別な大きな使命をもっているものと思われる。

第 4 章 林分成長量の直接推定および予測法

§ 4—1 ま え が き

森林の蓄積の様相および構造は、直径分布（直径階別本数分配表、米国では林分表（Stand table））によつて表わすことができる。林分構造が変化してゆく原因は直径が年々成長してゆくことと、伐採や自然枯死による林木が損失してゆくことのために直径分布が変化してゆくからである。したがつて林分構造がどのように変化してゆくかを予測するためには、まず胸高直径の成長を知ることが必要である。この考え方によつて直径成長のみに重点をおいて林分の成長予測の方法を考えたのが MEYER³⁵⁾ による成長錐の方法で、これはドイツの LOETSCH²⁹⁾ らによりさらに研究が進められている。

この方法は直径と直径成長量との直線回帰を利用して、直径に応ずる連年直径成長量を求め、一変数材積表による直径に応ずる材積を利用して単木あたり 1 cm 直径成長に応ずる材積成長量を求めて、それと前に求めた直径成長量を用いて、単木あたり材積成長量を計算し、本数に乗じて各直径階ごとの成長量を求め、すべてを加えて全林の成長量を求める方法でその精度も評価される。

同様な方法で直径分布を考慮に入れた林分表の移動を利用した林分表法⁷⁸⁾がある。林分表法は直径にのみ重点をおいているとして、面積的な断面積成長量の予測および樹高成長量の予測を行なつて、これを用いて林分成長量を予測する二段法を SPURR⁷⁹⁾ は提唱した。

PRODAN⁵²⁾ は、SCHNEIDER の成長率と KRENN の材積表を利用して林分成長量を予測する方法を発表し、収穫表の資料を比較してその妥当性を実証した。

近くは ESSED¹¹⁾ が平均材積をもつ林木の直径を求めるのに用いた公式を誘導し、材積平均木を成長量の推定に利用した。

本章ではこのような既往の予測法をとりまとめ、次章で展開する成長量の標本調査法の前提としよう。

§ 4—2 成長錐を用いる連年材積成長量の推定法

MEYER³⁵⁾ によるこの方法を順をおつて述べよう。

(1) 外 業

成長錐調査は調査線に沿つて無作為に、または標準地内で 5~10 本の無作為に選んだ林木で行なう。無作為化にあつては直径級ほぼ同数となるように選ばばよい。直径級ごとに信頼できる直径成長量を求めるためには、樹種ごとに約 100 本が望ましいが、50 本ぐらいいでも良好な結果が得られる。錐片をとる林木に対しては次の資料をとる。

皮付胸高直径 D 、樹皮厚 B 、皮内胸高直径 $d = D - 2B$ 、最近 10 年間の錐片の長さ L 、連年皮内直径成長量 $i = 2L/10$

D および B は cm の 1/10 の正確度で測定し、輪尺を用いる場合は 2 方向測定すればその平均直径の方向で錐片をとる。多くの成長量調査では 1 方向直径測定でよい。 L は cm の 1/100 または 2/100 で測定し、 i は cm の 1/1,000 で計算する。外業で集めた資料および計算を行なう形式を 4—1 表に示す。

資料は天城国有林⁵⁷⁾ のヒノキの一部を示す。(6) 欄の L は最近 5 年間長さをを用いた。(1), (2), (3),

4-1 表 野帳記録および計算

番号	樹 種	皮 付 胸高直径 (D)	2 倍の 皮 厚 (2B)	皮内胸高 直 径 (d)	最近 5 年間の 錐 片 長 (L)	期間中央 皮内直径 (x=d-L)	連年皮内 成 長 量 i=2L/5	期間中央 皮付直径 X=kx	連 年 皮 付 直径成長量 I=ki
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	ヒノキ	6.2	0.3	5.9	1.02	4.88	0.408	5.1	0.422
2	〃	6.4	0.5	5.9	1.80	4.10	0.720	4.2	0.745
3	〃	16.8	0.3	16.5	1.20	15.30	0.480	15.8	0.497
4	〃	18.4	0.4	18.0	1.68	16.32	0.672	16.9	0.696

(4) および (6) 欄は外業でとられた資料で、ほかは内業で計算する。(7) 欄の期間中央の皮内直径は皮内直径 (d) から錐片の長さ (L) を差し引いたもので、直径成長量を現在直径または過去の期間はじめの直径に対してプロットするよりも変動が少ないと思われたので、これを用いた。MEYER のこの考え方は § 1-2 の (4) で述べた理論により、期間中央では直径成長率は断面積成長率と一致することを考えると、その面からも妥当な方法と思われる。

(2) 樹皮成長を含む直径成長量の決定

樹皮を含む直径 D と含まない直径 d との関係は、原点を通る直線で表わすことができる。したがって、

$$D=kd \quad \dots\dots\dots(4 \cdot 1)$$

MEYER はこれを、

$$k=\frac{\sum D}{\sum d} \quad \dots\dots\dots(4 \cdot 2)$$

の形で求め樹皮係数と呼んでいるが、第 1 章 (2) で指摘したようにこれは比推定の形である。これは樹種または地方により異なる。4-1 表で (3) 欄の D と (5) 欄の d とをすべて加えたものの比で k が求められる。 $\sum D - \sum 2B = \sum d$ であるからこの関係を利用すると、計算のチェックができる。樹種ごとに k が求められると樹皮成長を含む直径成長量が求められる。皮内直径 d がある期間に i だけ成長して、期間の終わりの直径が d' になつたと仮定すると、

$$d'=d+i$$

D および D' をそれぞれ上に応ずる皮付直径とすると、

$$D'=D+I$$

したがって、

$$I=D'-D=kd'-kd=ki \quad \dots\dots\dots(4 \cdot 3)$$

すなわち樹皮成長を含む直径成長量をうるには、皮内直径成長量 i に $k=\sum D/\sum d$ なる樹皮係数を乗ずればよい。本例では $k=2,922.1/2,822.1=1.0354$ で、これをそれぞれ (7), (8) 欄に乘じたものが (9) および 10 欄に記載してある。

(3) 直径成長量の決定

直径成長量は樹種ごとに違つた傾向がある。しかし成長錐調査の標本による樹種間の差は、有意差を示すほど大ではない。樹種の数が多ければ樹種ごとに成長量を決定することは非常に費用がかかり、類似のものを樹群としてとりまとめた方がよい。大抵の目的には針葉樹と広葉樹の 2 群だけの分類で十分である。どちらかがわずかしかないうな場合にこみにして成長量を決定してもよい。抽出された錐片の標本

は大体林分の樹種歩合と同じ割合に表われるから、全林の成長量決定にはさしつかえないであろう。

単木の樹皮成長を含む I を皮付直径 X に対してプロットすると、非常に変動が大きいことがわかる。したがって直径階ごとにまとめて平均皮付直径 X およびそれに応ずる連年直径成長量 I を計算すると、傾向がはつきりとなり計算も簡単になる。(9) 欄と (10) 欄を対応させて X を 1 cm 直径階、すなわち 6.0~6.9, 7.0~7.9 などのようにとりまとめるといちばんよい。たとえば 10 cm 階の 4 本については左

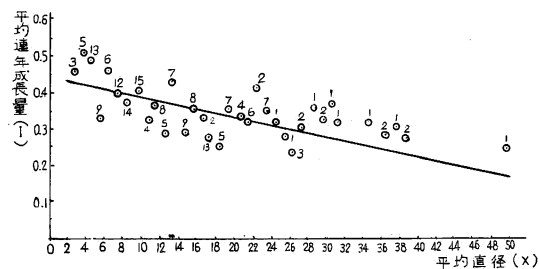
X	I
10.8	0.435
10.9	0.324
10.8	0.215
10.7	0.326
和	1.300
平均	0.325

表のようになった。

同様な方法で各直径階に対して平均の連年直径成長量が計算できる。4—1 表からこのようにしてとりまとめたものが 4—2 表である。4—2 表をグラフに表わすと 4—1 図のとおりで直線が適合しそうである。4—2 表の資料を用いて本数 (w) を荷重にして最小二乗法で直線を決定しよう。

4—2 表 直径階ごとの樹皮成長量を含む平均の連年直径成長量

平均直径 (X)	平均連年 直径成長量 (I)	本 (荷重) (w)	平均直径 (X)	平均連年 直径成長量 (I)	本 (荷重) (w)
2.7	0.455	3	20.8	0.333	4
3.8	0.522	5	21.4	0.321	6
4.4	0.492	13	22.4	0.410	2
5.5	0.331	9	23.5	0.352	7
6.3	0.461	6	24.5	0.322	1
7.4	0.399	12	25.6	0.282	1
8.5	0.374	14	26.2	0.236	3
9.6	0.411	15	27.2	0.299	2
10.8	0.325	4	28.7	0.358	1
11.4	0.364	8	29.8	0.327	2
12.6	0.289	5	30.5	0.366	1
13.3	0.427	7	31.2	0.315	1
14.6	0.292	9	34.6	0.320	1
15.5	0.357	8	36.5	0.285	2
16.7	0.333	2	37.7	0.302	1
17.3	0.277	13	38.5	0.273	2
18.3	0.256	5	49.5	0.248	1
19.4	0.349	7			



4—1 図 平均直径と平均連年直径成長量の関係

$$\begin{array}{lll}
 N = \text{直径階の数} = 35, & \sum wX = 2580.7, & \bar{X} = \sum wX / \sum w = 14.10 \\
 \sum w = 183 & \sum wI = 66.556 & \bar{I} = \sum wI / \sum w = 0.3637 \\
 \sum wX^2 = 49386.75 & \sum wI^2 = 25.093126 & \sum wXI = 869.1810 \\
 -) \frac{(\sum wX)^2}{\sum w} = 36393.51 & -) \frac{(\sum wI)^2}{\sum w} = 24.206017 & -) \frac{(\sum wX)(\sum wI)}{\sum w} = 938.5851 \\
 \sum w(X - \bar{X})^2 = 12993.24 & \sum w(I - \bar{I})^2 = 0.887109 & \sum w(X - \bar{X})(I - \bar{I}) = -69.4041
 \end{array}$$

$$\sum w(X-\bar{X})^2 = Sx^2, \quad \sum w(I-\bar{I})^2 = Sy^2, \quad \sum w(X-\bar{X})(I-\bar{I}) = Sxy \quad \text{とおくと,}$$

$$b = Sxy/Sx^2 = -0.005342$$

$$a = \bar{I} - b\bar{X} = 0.4390$$

したがって求める回帰式は,

$$\hat{I} = 0.4390 - 0.005342 X \quad \dots\dots\dots (4 \cdot 4)$$

(4・4) 式を用いて直径 (X) に応ずる連年直径成長量 ($\hat{I}$) を求めたら次のとおりである。

4-3 表 直径階ごとの算出連年直径成長量

胸 高 直 径 (cm)	連 年 直 径 成 長 量 (cm)	胸 高 直 径 (cm)	連 年 直 径 成 長 量 (cm)
4	0.418	24	0.311
6	0.407	26	0.300
8	0.396	28	0.289
10	0.386	30	0.279
12	0.375	32	0.268
14	0.364	34	0.257
16	0.354	36	0.247
18	0.343	38	0.236
20	0.332	40	0.225
22	0.321		

(4) 信頼幅の計算

$$\begin{aligned} Q &= \sum w(I-\hat{I})^2 = \sum w(I-\bar{I})^2 - b \sum w(X-\bar{X})(I-\bar{I}) \\ &= Sy^2 - bSxy = 0.516384 \end{aligned}$$

したがって残差分散を s^2_{IX} とすると,

$$s^2_{IX} = \frac{Q}{N-2} = \frac{0.516384}{33} = 0.015648$$

(4・4) の推定分散は,

$$\begin{aligned} s^2_t &= s^2_{IX} \left[\frac{1}{\sum w} + \frac{(X-\bar{X})^2}{\sum w(X-\bar{X})^2} \right] \\ &= s^2_{IX} \left[\frac{\sum wX^2 - (2\sum wX)\bar{X} + (\sum w)\bar{X}^2}{\sum w \sum wX^2 - (\sum wX)^2} \right] \\ &= s^2_{IX} [C_{aa} - 2C_{ab}X + C_{bb}X^2] \quad \dots\dots\dots (4 \cdot 5) \end{aligned}$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} C_{aa} &= \frac{\sum wX^2}{\sum w \sum wX^2 - (\sum wX)^2} = \frac{\sum wX^2}{D} \\ C_{ab} &= \frac{-\sum wX}{D} \\ C_{bb} &= \frac{\sum w}{D} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4 \cdot 6)$$

である。この C 乗数を求めると次のとおりである。

$$C_{aa} = 0.020770, \quad C_{ab} = -0.001085, \quad C_{bb} = 0.000077$$

したがって (4・5) から,

$$s^2_t = 0.015648(0.020770 - 0.002170X + 0.000077X^2) \quad \dots\dots\dots (4 \cdot 7)$$

(4・7) 式から直径ごとの s_t を求め、(4・4) 式と (4・7) 式から求めた 95% 信頼度での信頼幅は,

$$[\hat{I} + 2s_t \text{ (上限)}; \hat{I} - 2s_t \text{ (下限)}]$$

で、これを表にすると 4—4 表のとおりである。

4—4 表 直径階ごとの連年直径成長量および 95% 信頼幅

直径階 (cm)	連年直径 成長量 (cm)	95% 信 頼 幅 (cm)		直径階 (cm)	連年直径 成長量 (cm)	95% 信 頼 幅 (cm)	
		上 限	下 限			上 限	下 限
4	0.418	0.477	0.389	24	0.311	0.340	0.282
6	0.407	0.433	0.381	26	0.300	0.332	0.268
8	0.396	0.419	0.373	28	0.289	0.325	0.253
10	0.386	0.407	0.365	30	0.279	0.319	0.239
12	0.375	0.394	0.356	32	0.268	0.311	0.225
14	0.364	0.383	0.345	34	0.257	0.304	0.210
16	0.354	0.373	0.335	36	0.247	0.299	0.195
18	0.343	0.363	0.323	38	0.236	0.292	0.180
20	0.332	0.355	0.309	40	0.225	0.285	0.165
22	0.321	0.346	0.296				

(5) 林分材積成長量の推定とその精度の計算

標準地によつて成長量を推定した場合は、材積推定の誤差と成長量推定の誤差が組み合わされるので、このことについては次の段階で述べることにして、ここでは1つの標準地での成長量およびその精度を述べよう。例として0.25 haのヒノキ標準地の資料を用いよう。4—5 表のようにして計算をすすめてゆく。

(7) 欄の本数は標準地で調査した資料である。(2) 欄の単木材積は天城国有林実習⁵⁷⁾で作成した一変数材積式 $\log V = -4.315030 + 2.763576 \log D$ によつたものである。(5) 欄の単木あたり連年直径成長量は4—4表をそのまま移写したものである。さて(3) 欄は(2) 欄の相隣れる材積の差で、(4) 欄は(3) 欄の相隣れる2つの材積差の平均で、直径が2 cm 成長するのに応ずる単木あたり材積成長量に相当する。したがつて(4) 欄を2で割ると2 cm 直径が成長するのに応ずる材積成長量になり、これを(5) 欄に乗ずると各直径階の単木あたり連年材積成長量になる。これを信頼幅の上限、下限および平均に対して計算してある。この値を(7) 欄の本数に乗ずると(8) 欄の直径階別材積成長量が得られ、これを合計すると標準地の全成

4—5 表 材 積 成 長 量 お よ び

胸高直径 (cm)	単木材積 (m ³)	材 積 差 (m ³)	補正材積差 (m ³)	単木あたり連年直径成長量 (cm)			単木あ 上 限
				上 限	平 均	下 限	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)			
4	0.002	0.005					
6	0.007	0.008	0.007	0.433	0.407	0.381	0.0016
8	0.015	0.013	0.011	0.419	0.396	0.373	0.0023
10	0.028	0.018	0.016	0.407	0.386	0.365	0.0033
12	0.046	0.018	0.022	0.394	0.375	0.356	0.0043
14	0.071	0.025	0.029	0.383	0.364	0.345	0.0055
16	0.103	0.032	0.036	0.373	0.354	0.335	0.0067
18	0.143	0.040	0.044	0.363	0.343	0.323	0.0080
20	0.191	0.048	0.053	0.355	0.332	0.309	0.0094
22	0.248	0.057	0.063	0.346	0.321	0.296	0.0109
24	0.316	0.068	0.073	0.340	0.311	0.282	0.0124
26	0.394	0.078	0.084	0.332	0.300	0.268	0.0139
28	0.483	0.089	0.096	0.325	0.289	0.253	0.0156
30	0.585	0.102	0.103	0.319	0.279	0.239	0.0164
32	0.699	0.114	0.121	0.311	0.268	0.225	0.0188
34	0.827	0.128	0.135	0.304	0.257	0.210	0.0205
36	0.968	0.141	0.149	0.299	0.247	0.195	0.0223
38	1.124	0.156					
計							

長量は 95% 信頼度で平均 4.290 m^3 で $4.613 \sim 3.944 \text{ m}^3$ の間にあるといえる。推定精度は $\frac{4.613-4.290}{4.290} = 0.075$ すなわち約 7.5% である。したがって、1 ha あたり全成長量は平均 17.2 m^3 で $18.5 \sim 15.8 \text{ m}^3$ であることが 95% 信頼度でいえる。全材積は (9) 欄のように 98.397 m^3 すなわち 1 ha あたり 393.5 m^3 であるから、成長率は平均 $4.4\% (=17.2/393.5)$ でその推定精度も 7.5% である。

(6) 成長量推定精度への調査誤差の影響についての評価

前段階では 1 つの標準地内で成長量の推定およびその精度についての評価であつたが、標準地を設けて全林の成長量を推定する場合には標本によつて全体を調査しないための誤差が問題になる。いま林分材積が V でその抽出誤差を s_V とすれば、

$$V \pm s_V = V(1 \pm 0.0p) \dots\dots\dots (4 \cdot 8)$$

p は目標精度の百分率誤差である。その信頼度は 68% である。さてこれと独立に材積成長量を前の段階のようにして推定し、

$$I \pm s_I = I(1 \pm 0.0q) \dots\dots\dots (4 \cdot 9)$$

として推定したとし、これを材積の百分率、すなわち成長率で表わすと、

$$I(\%) \pm s_I(\%) = I(\%)(1 \pm 0.0q)$$

MEYER は多くの実験で $0.0q$ を 0.055 すなわち 5.5% ぐらいあるとして、

$$I(\%) \pm s_I(\%) = I(\%)(1 \pm 0.055) \dots\dots\dots (4 \cdot 10)$$

とした。したがって林分材積成長量は、

$$I_V = \frac{V}{100} I(\%) \dots\dots\dots (4 \cdot 11)$$

で求められる。さてこの誤差 s_{IV} を求めよう。 V と I_V が独立に調査されたとすれば、

$$s_{IV} = \frac{V}{100} I_V(\%) \sqrt{(0.055)^2 + (0.0p)^2} \dots\dots\dots (4 \cdot 12)$$

その推定誤差の計算

たり連年材積成長量 (m^3)		本 数	全 材 積 成 長 量 (cm)			全 材 積 (m^3)
平 均	下 限		上 限	平 均	下 限	
(6)		(7)	(8)			(9)
0.0014	0.0013	7	0.011	0.010	0.009	0.049
0.0022	0.0021	14	0.032	0.031	0.029	0.210
0.0031	0.0029	29	0.096	0.090	0.084	0.812
0.0041	0.0039	46	0.198	0.189	0.179	2.116
0.0053	0.0050	65	0.358	0.345	0.325	4.615
0.0064	0.0060	72	0.482	0.461	0.432	7.416
0.0075	0.0071	80	0.640	0.600	0.568	11.440
0.0088	0.0082	72	0.677	0.634	0.590	13.752
0.0101	0.0093	53	0.578	0.535	0.493	13.144
0.0114	0.0103	45	0.558	0.513	0.464	14.220
0.0126	0.0113	37	0.514	0.466	0.418	14.578
0.0139	0.0121	15	0.234	0.209	0.182	7.245
0.0151	0.0123	6	0.098	0.091	0.074	3.510
0.0162	0.0136	5	0.094	0.081	0.068	3.495
0.0173	0.0142	1	0.021	0.017	0.014	0.827
0.0184	0.0145	1	0.022	0.018	0.015	0.968
		548	4.613	4.290	3.944	98.397

したがって成長量は $I_V \pm s_{I_V}$ で推定されるが、その精度は百分率で表わして、

$$s_{I_V}(\%) = \frac{s_{I_V}}{I_V} \times 100$$

$$= 100 \sqrt{(0.055)^2 + (0.0p)^2}$$

$$= \sqrt{5.5 \pm p^2} \dots\dots\dots (4.13)$$

(4.13) 式は成長錐および材積調査の抽出誤差を含むもので、材積や成長量そのものには無関係であることがわかる。すなわち、あらかじめ回帰による成長量の精度（前例では 7.5%）をおさえておけば（実際には 68%, 信頼度では 4% くらいであるから、100 本程度なら 5% くらいであろう）、材積の推定誤差率 p がわかれば、(4.13) 式より成長量の推定誤差率 $s_{I_V}(\%)$ が評価される。MEYER^{25) 36)} はこれにもとづき残差の標準誤差 $s_{IX} = 0.05 \text{ in}$ としたときの成長錐片の数と材積の推定誤差に应ずる成長量の百分率誤差を計算して 4—6 表を得た。表によれば材積の調査誤差が大きい場合には、錐片の数を増しても成長量の百分率誤差はたいして小さくはならない。実際目的には調査誤差が 5% より大きい場合は、錐片の数は 100 くらいで適当であろう。5% 以下のときには 200 本以上望ましいが、あまり増しても精度の増加は期待できない。

MEYER のこの考え方を標本調査の面からながめて成長量推定の誤差を評価する方式はさらに第 5 章で展開しよう。

4—6 表 成長錐をもととした材積成長量の百分率誤差

材積の百分率で 表わした調査の 標準誤差率 $p(\%)$	錐 片 の 数					
	50	100	200	400	800	1600
	成長量の百分率標準誤差 ($s_{I_V}(\%)$)					
0	7.8	5.5	3.9	2.8	2.0	1.4
2	8.1	5.8	4.4	3.4	2.8	2.3
4	8.8	6.8	5.6	4.9	4.5	4.2
6	9.8	8.1	7.2	6.6	6.3	6.2
8	11.2	9.7	8.9	8.5	8.2	8.1
10	12.7	11.4	10.7	10.4	10.2	10.1

§ 4—3 林分表法 (Stand table projection method)

林分の定期材積成長量の推定量は、期間の長さを連年材積成長量に乗ずればよい。しかしこれは直径が増加するのに対しての材積成長量の割合を考えていないから、幾分過小となろう。この系統的な誤差はおそらく無視できようが、1つの直径階から次の直径階へ移動する本数をもとにして計算する方法が、一般にすぐれている。この方法を林分表法と呼ぶ。すなわち直径成長量をもとにして、将来の直径階別本数表（林分表）を作成する方法である。普通の林分表法には前述の系統誤差があり、これを補正する方法も述べよう。

上の直径階に移動する本数をきめる方法は次の 2 つの仮定にもとづいている。

(i) 直径階の中の本数は一様分布である。

(ii) 直径階の中の林木はすべて計算した平均成長量と同じ割合で成長する。

この 2 つの仮定のもとに 1 つの直径階から次の大きな直径階に成長してゆく本数は次の比例から求められる。

$$R/n = I/a$$

したがって、

$$R = \frac{I}{a} n \dots\dots\dots (4.14)$$

ここに R は次の直径階に進級する本数、 n は直径階に属する本数、 I は定期直径成長量、 a は直径階の幅である。

上の仮定の中 (i) は、実際には本数分布は一様でないために系統誤差を導くので、(4.14) から計算されたものは補正を要する。この補正についてはあとで述べる。(ii) の仮定は直径に対しての単木の直径成長量の変動は大であることは事実であるが、個々の林木に対して同一であるとして計算した場合と、個々の林木について成長量をべつべつに計算した場合とはほとんど同じであることが期待される。比 I/a を移動因子 (moving factor) と呼ぶ。 I が a よりも大きければその直径階の林木はまず上の直径階に移動し、2つ上の直径階に移動する本数は $(I-a)$ を用いて (4.14) から計算できる。具体的な計算例を 4-7 表に前のヒノキの例でもつて示そう。

4-7 表 定期材積成長量の計算と将来林分材積の予測

胸高直径 cm	5 年間の 直径 成長 量 cm	現在本数 本	進級本数 (R) 本	原級本数 本	予測本数 本	単木あたり 材 積 m^3	現在材積 m^3	将来材積 m^3
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
38	1.18		1		1	1.124		1.124
36	1.24	1	1	0	1	0.968	0.968	0.968
34	1.29	1	1	0	3	0.827	0.827	2.481
32	1.34	5	3	2	6	0.699	3.495	4.194
30	1.40	6	4	2	13	0.585	3.510	7.605
28	1.45	15	11	4	32	0.483	7.245	15.456
26	1.50	37	28	9	44	0.394	14.578	17.336
24	1.56	45	35	10	53	0.316	14.220	16.748
22	1.61	53	43	10	70	0.248	13.144	17.360
20	1.66	72	60	12	81	0.191	13.752	15.471
18	1.72	80	69	11	75	0.143	11.440	10.725
16	1.77	72	64	8	67	0.103	7.416	6.901
14	1.82	65	59	6	49	0.071	4.615	3.479
12	1.88	46	43	3	31	0.046	2.116	1.426
10	1.93	29	28	1	15	0.028	0.812	0.420
8	1.98	14	14	0	7	0.015	0.210	0.105
6	2.04	7	7	0	0	0.007	0.049	
合計		548			548		98.397	121.799
							-) 98.397	
0.25 ha での 5 年間の成長量								23.402 m^3
ha あたりでの 5 年間の定期成長量								93.6 m^3

(2), (3) 欄は 4-5 表から移写したものである。この表は直径階が大きい方から順に並べてあることに注意する必要がある。(4) 欄の進級本数は公式 (4.14) から計算される。たとえば 6 cm 直径階の進級本数は、

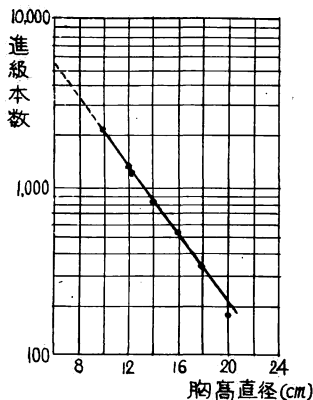
$$R = \frac{2.04}{2} \times 7 = 7$$

これが 6 cm と 8 cm の中間に書いてある。したがって 6 cm にとどまる本数、すなわち原級本数は 0 である。予測本数は進級本数と原級本数を加えたものである。たとえば、16 cm の予測本数は $59+8=67$ である。現在本数および予測本数に単木あたり材積を乗ずると、それぞれ現在材積および将来材積が得られ

る。これが(8)欄,(9)欄に示してある。したがって 0.25 ha での定期材積成長量は 23.402 m^3 で、これが成長錐法による4—5表で計算された $4.290 \times 5 = 21.450\text{ m}^3$ と対比できるものである。この差は直径分布の傾斜および5年間の連年材積成長量の漸増による。この傾斜に対しての補正を MEYER の誘導した補正因子を用いて計算すると、将来材積は 120.712 m^3 となり5年間の定期成長量は $120.712 - 98.397 = 22.315\text{ m}^3$ となり、補正しないときの 23.402 に比してわずかに減少した。

§ 4—4 進界成長量および純成長量の推定

前述の連年および定期材積成長量の計算は、最初の本数分布がもととなつて成長量を推定したわけである。定期間に直径測定の場合に採用した下限、たとえば針葉樹では 6 cm 、広葉樹では 4 cm を越えて成長した材積または本数、すなわち進界成長量は全材積成長量の大きな割合を占めることがある。特に幼齢林の進界成長量の推定はぜひとも必要である。



4—2 図 半対数方眼紙上にプロットした直径階ごとの進級本数 8 cm 直径階にはいる進級本数を図から外挿により決定する。

人工林の場合は直径の下限以下の本数を測定しておけば予測できるが、その本数がわからない場合は外挿によつて進界成長量を推定しなければならない。この方法は大面積の場合のみ合理的であろう。直径分布は大体逆 J 字型を示すから、前節で求めた進級本数を直径に対して半対数紙上にプロットするとそれは直線になるはずである。このような場合の推定は 4—2 図でわかるよう正確である。

直径階ごとの本数分布が不規則であつたり、小面積であつたりする場合は外挿による推定は不正確である。

前節までに求めた成長量は粗成長量にあたるわけで、純成長量は(粗成長量—枯損量)に等しく、したがつて純成長量の推定には枯損量の推定が必要である。将来の枯損量の推定は非常に困難であるが、観測により過去定期間に枯損した割合がわかつていれ

ば、現在生存している林木に対する割合が将来にも適用されるとして、連年または定期材積成長量から差し引けばよい。枯損量が過去において不明な場合の推定法は、次節に二段法で述べる。純成長量は通常進界成長量を含むものである。固定標準地におけるこれらの計算法は第6章で述べよう。

§ 4—5 二段法⁷³⁾ (Two-way method)

本節においては SPURR⁷³⁾ の提案による二段法を説明しよう。この方法は、 1 ha あたり材積成長量は、断面積成長量と樹高成長量の函数であるということが基礎になつている。したがつてこの両者の成長量が推定できれば、 1 ha あたり材積成長量が推定できるわけである。

断面積成長量は林分密度の函数であり、成長錐を使用すると直径成長量からうることができる。林分の全林木について錐片をとれば、枯損を考えない粗断面積成長量が推定される。純成長量をうるためには枯損量を考慮に入れなければならない。これは過去 5~10 年に枯損した林木をもとにするか、または将来 5~10 年に枯損しそうな林木を予想して推定するか、成長錐の資料の適用を大きい方から 80% の林木のみに適用して良好な結果が得られた。すなわち残り 20% の成長量が将来 5~10 年の枯損量と相殺すると考えている。この実験例から推察すると、被圧木については成長量の計算の対象としないことになつて、良好な断面積成長量の推定が行なわれそうである。

樹高成長量は林齢と地位による。したがって収穫表を利用するか、または地位と現在樹高をもとにした樹高成長曲線を利用すればよい。後者の方法は林齢を考慮に入れていないので、異齡林にも適用できる。

SPURR は旧来の収穫表による成長予測は林齢と地位に依存し、正常林をもとにしているため密度の補正を行なつてもラフな推定にしかならないし、林分表法は直径成長量のみに重点をおいて、地位や林齢を考慮に入れていないことを指摘しこの二段法を推奨している。次にこの方法を説明しよう。

(1) 資料の収集

地方材積表を作成するために選んだ林木に対して、同時に成長量の資料をとる測定野帳の形式は 4—8 表に示す。

4—8 表 地方材積表および成長量推定のための資料

番 号	樹 種	皮 付 胸高直径 (D)	2 倍 の 皮 厚 (2B)	皮内直径 (D_{ib})	10年間直 径成長量 (i)	10 年 前 皮内直径 (d_{ib})	樹 高 (H)	林 齢 (A)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1	R. P.	20.0	1.6	18.4	0.8	17.6	29	(153+R)8.2
2	"	16.3	1.6	14.7	0.5	14.2	(18)	170+2
3	"	20.2	1.8	18.4	0.3	18.1	26	207
4	"	20.7	1.6	18.9	0.6	18.3	28	196
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

成長錐片は胸高で過去の連年成長量と林齢を同時にうるためにとる。樹皮厚は $1/20\text{ cm}$ の正確度で測定する。そのとき計算した 2 倍の樹皮厚は $1/10\text{ cm}$ の正確度になる ((4) 欄)。これを皮付胸高直径 ((3) 欄) から差し引くと皮内直径 ((5) 欄) になる。同様に 10 年の半径成長量を $1/20\text{ cm}$ の正確度で測定すると、それから計算した 10 年間の直径成長量は $1/10\text{ cm}$ の正確度になる ((6) 欄)。これを皮内直径から差し引くと 10 年前の皮内直径 ((7) 欄) になる。

樹高測定は地位決定のために測定する。カツコが付してある値は被圧木の樹高であつて、林分の平均樹高の計算には入れない林木である。

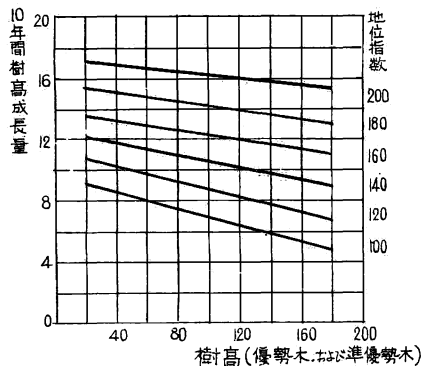
林齢は錐片で測定する。中心付近で不明な年輪数を推定したときは、たとえば 2 号木で 170 年ははつきりして中心付近で 2 年と推定したときは $170+2$ と書いてある。中心が腐朽している場合は 1 号木のように $(153+R)$ と書き、腐朽の直径をそのあとに $(153+R)8.2$ というように記載しておく。標本木の R^2 の和と皮内直径の平方和との比を作れば、これが胸高での腐朽率の値になる。SPURR の例では $\sum R^2 = 154$, $\sum D_{ib}^2 = 2,066$ で腐朽率は $(154/2066) \times 100 = 7\%$ であつた。この方法は天然生林における心材腐朽率の推定には有効であろう。林分の平均林齢を決定する場合にはこの腐朽した林木の資料は考慮に入れないので、カツコが付してある。

(2) 樹高成長量の予測

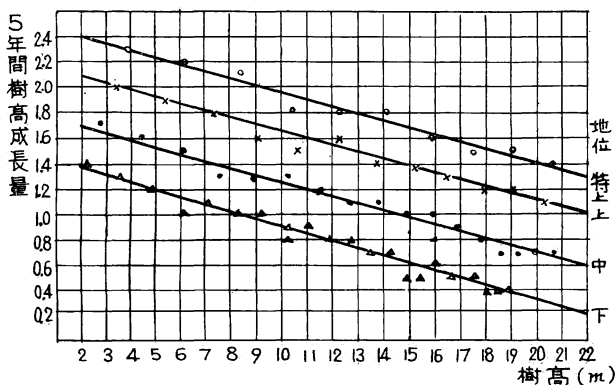
樹高成長量は林齢および地位と密接な関係があり、この関係が米国では地位指数曲線作成の基礎となつている。この地位指数曲線を将来樹高の予測に用いる。林齢と現在の林分樹高がわかつていれば、林齢に必要な年数を加えてその将来林齢に対する同じ地位の樹高を読めば、将来樹高が推定できる。

統計的にみた場合には、樹高に応ずる樹高成長量を地位ごとに作成した樹高成長曲線が有効であろう。これを用いると林齢を独立変数として使用しなくてもよいから、同齡林でも適用できるので便利である。

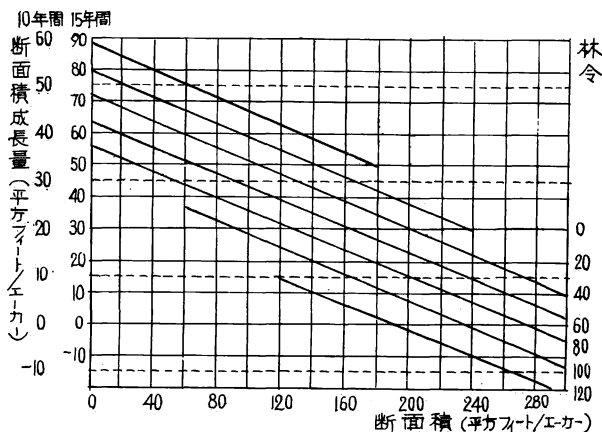
4—3 図は SPURR が Douglas-fir の固定標準地の資料をもとにして作成した樹高成長曲線の例である。



4—3 図 地位および樹高による Douglas-fir の樹高成長曲線



4—4 図 木曾ヒノキ樹高成長曲線



4—5 図 断面積と林齢による Douglas-fir の断面積成長量

地位を推定し現在林分平均樹高がわかれば、10年間の樹高成長量がすぐにわかる。1年に1つの枝節を残す林木は枝節間の距離によつて樹高成長量が測定できる。木曾ヒノキ収穫表⁵⁹⁾の8号¹⁾の資料を用いて同様な表を作成したら 4—4 図のようにきれいな直線になる。

樹高成長曲線を関係式で示すと次のとおりである。すなわち樹高成長量を G_H 、林分平均樹高を H 、地位を S とすれば、

$$G_H = a + bS + cH - dSH \quad \dots\dots(4.15)$$

である。したがつて S について群わけすると (たとえば $S=1$ 等地, 2 等地, 3 等地など), 上式はたと

えば $S=1$ に対して、

$$G_H = a + b + cH - dH \\ = a' + b'H \quad \dots\dots(4.16)$$

ここに $a+b=a'$, $c-d=b'$ である。(4.16)によれば、地位ごとの樹高と樹高成長量の関係は直線回帰で表わされる。これが 4—4 図に示されている。

(3) 断面積成長量の予測

樹高の場合と同様に断面積成長量を G_B 、1 ha あたり断面積を B 、林齢を A とすると、

$$G_B = a - bB - cA \quad \dots\dots(4.17)$$

A の群ごと (たとえば、10 年, 20 年など) に対しては、

$$G_B = a - bB \quad \dots\dots(4.18)$$

という関係になり、1 ha あたりの断面積成長量は断面積と直線の関係になる。これにもとづいて計算された Douglas-fir の例を 4—5 図に示す。

これを用いれば、現在林齢と現在断面積を知ると 1 ha あたり断面積成長量が予測できる。

成長錐の資料を用いて断面積粗成長

量を予測するには、SPURR は次の段階をとつた。

標準地内の N 本の林木より無作為に n 本の標本木を抽出して (かれは標準地の対角線上の林木の 10 本について錐片をとつた)、現在の皮付直径 (D)、皮内直径 (D_{ib})、10 年前の皮内直径 (d_{ib}) を前記の

方法で測定する。標準地の全林木についての皮付胸高直径の資料を X とする。そのとき標準地の断面積成長量 (G_B) は、

$$G_B = \frac{(\sum D_{ib}^2 - \sum d_{ib}^2)}{cn} \times N \times \frac{\sum D^2}{\sum D_{ib}^2} \times \frac{n \sum X^2}{N \sum D^2} \dots\dots\dots (4.19)$$

$$= \frac{\sum X^2 (\sum D_{ib}^2 - \sum d_{ib}^2)}{c \sum D_{ib}^2} \dots\dots\dots (4.20)$$

ここに c は直径を cm で測定した場合は 12,732.365, in で測定した場合は 183.3465 なる定数で、単位を m または ft に変換するために用いた。(4.19) において $(\sum D_{ib}^2 - \sum d_{ib}^2)/cn$ は標本の単木あたり平均断面積成長量 ($\bar{G}_B$) で $\bar{G}_B \times N$ は標準地の総断面積成長量である。 $\sum D^2 / \sum D_{ib}^2$ は皮内断面積を皮付断面積に補正する因子、 $n \sum X^2 / N \sum D^2$ は $\bar{X}^2 / \bar{D}^2$ に相当し、標本の平均断面積を標準地の平均断面積に変換する因子である。(4.20) 式は標本木の数 n および全木数 N は消去されており、標準地の直径の平方和および標本の皮内直径の平方和、10 年前の皮内直径の平方和のみから計算できることを注意しておく。

この方法で求めた断面積成長量は粗成長量で純断面積成長量をうるには枯損量を差し引かなければならない。SPURR は多くの固定標準地の資料で、(1) 優勢木、準優勢木に対してのみ成長錐の方法を適用して断面積成長量を計算する。(2) 直径をもととして最大 80% の林木のみに対して上の計算を行なう。(3) 全林木に対して上の計算を行なうという 3 つの方法を比較研究して (2) の方法が最もよく純成長量を推定し、林分の 3/4 (=75%) の林木に適用したらいつそうよい結果をえるであろうと述べている。

(4) 材積成長量の予測

樹高成長量および断面積成長量が前述の方法でえられると、材積成長量は短期間では林分形数が不変であると仮定して推定される。幼齡林では林分形数は短期間でも変化するであろうが、この変化の影響は成長量推定の精度に比して非常に小さいと考えられる。もしも林分形数を不変とすると、

$$\text{将来材積} = \frac{\text{将来の } H \times \text{将来の } B}{\text{現在の } H \times \text{現在の } B} \times \text{現在の材積} \dots\dots\dots (4.21)$$

で求められ、現在材積との差が林分成長量である。SPURR のこの方法も、標準地内の全林木について断面積成長量を査定していないために、標本抽出誤差を生じている。これを評価する方法はさらに第 5 章で論じよう。

§ 4—6 SCHNEIDER 公式を用いた林分成長量の予測法

SCHNEIDER 公式については第 1 章で詳細に述べた。SPEIDEL⁷¹⁾ (1949) が欧州カラマンについての詳細な研究を発表して少し後に、PRODAN⁵²⁾ (1949) は定数 k の決定を KRENN³⁰⁾ の材積表を用いて林分材積成長量の予測を行なつて良好な結果を得た。

KRENN の材積表は材積平均木の材積 (v_m)、樹高 (h_m)、形数 (F) は平均断面直径 (d_m) の関数で表わすことができるものと考えて図上で平均し、 $v_m = \frac{\pi}{4} d_m^2 \cdot h_m \cdot F$ で計算し上中下別に 12% ずつ差を生ずるものとして作成されたものである。毎木調査をして断面積平均木を求め、平均木の樹高の範囲を目測してそれに適した表の階級の平均材積から $V = N v_m$ で全林材積が求められる。PRODAN はこれを用いて次のようにして成長量を予測した。

KRENN の材積表のもとになつている断面積平均木の成長過程は、収穫表による林分の成長過程と平行的な関係を示すものと考えて、 d_m の変化に応じて材積表より v_m の変化、すなわち成長率 p_v (%) を求め

る。 n を一定にすると SCHNEIDER 公式

$$k = nd_m p_v (\%) \dots\dots\dots (4.22)$$

から k が定まる。12% の差をもつ上、下に対しても $p_v (\%)$ は同じであるから、 d_m に対する k の値は同じである。いろいろな樹種に対してこのような方法で計算して SCHNEIDER 定数を決定する。この k を用いて樹種ごとの連年直径成長量 $z_d \text{ mm}$ 、およびそれに応ずる 1 cm 幅の年輪数 (n)、 $[n=20/z_d]$ に対して林分平均直径 d の大きさに応じて材積成長率 $p_v (\%)$ を求める樹種ごとの表を作成した。林分成長量の予測を行なうには次の段階をとる。

(i) 林分材積の決定：毎木調査を行なう。

(ii) 平均断面積直径 d_m の決定：PRODAN は小さい直径の方から数えて 56% のところに相当する直径を d_m とした。しかし全林毎木であれば、 $d_m = \sqrt{\sum d_m^2 / N}$ 、または直径の変動係数から標準偏差 s を求め、算術平均直径 d から $d_m = \sqrt{d^2 + s^2}$ で求められることはすでに第 2 章で述べた。

(iii) 直径成長量の測定： d_m に近い林木を数本選んで成長錐により z_d または n を測定する。

(iv) 材積成長率および材積成長量の決定：上の資料を用いて表より $p_v (\%)$ を知り、(i) の段階で求めた林分材積を乗ずれば材積成長量を求めることができる。PRODAN は収穫表の成長率と本法による成長率を比較して 4—9 表の結果を得た。

4—9 表 収穫表と本法の成長率の比較

樹 種	林 齢 (年)	収 穫 表 (%)	本 法 (%)
ア カ ハ リ モ ミ	80	8.7	9.0
ブ ナ	80	14.3	13.6
ダ グ ラ ス フ ェ ー	40	23.1	24.0
カ シ	80	15.2	15.0
マ ツ	60	14.0	15.1

わが国でも現場では SCHNEIDER 公式を用いて成長量の査定をおこなっているが、SPEIDEL が指摘したように k の変動は大きい。したがって PRODAN のような樹種に適した k の決定法が行なわれるとすれば、その成長量の予測も妥当なものとなろう。また PRODAN は断面積平均木に対して錐片をとっているが、次節で述べる材積平均木について査定すればさらに有効であろう。

§ 4—7 材積平均木による林分成長量の推定法

ESSED¹¹⁾ (1957) は“林木材積の推定”という論文に 1 章を設けて、成長錐による成長量の推定を述べている。これは材積平均木の直径を材積式より誘導して、この直径成長量を利用して材積成長量を算定する方法である。PRODAN が断面積平均木の直径を用いたのに比して、材積平均木の直径を用いたのは興味がある。

調査の費用が少ない場合には全林木についての測定は不可能であるし、また標本調査設計も不可能な場合がある。このような場合には必然的に標準木法か標準地法のような平均に近いものの調査にたよるよりほかに道はない。いままでの標準木法は断面積平均木というものが材積平均に近いという考え方で選木が行なわれたわけであるが、これは過小な値を与えることが想像される。なぜならば算術平均直径 $\bar{d}$ 、断面積平均直径 $\bar{d}_b$ 、材積平均直径 $\bar{d}_v$ の関係は $\bar{d} < \bar{d}_b < \bar{d}_v$ であるからである。したがって、材積平均木の直径が調査前にわかれば、有意的にこれを選んで材積を査定し、本数を乗ずることによって全材積を知ることができる。またその林木について成長量を査定することによって、全成長量を知ることもしよう。し

たがって費用がない場合の材積および成長量の査定に便利のように, ESSED のこの考え方を表および計算図表にして現場において簡単に使用できるようにした。

材積を v , 胸高直径を d としたとき, 材積式を

$$u = ad^b \quad \dots\dots\dots (4.23)$$

で表わす。ただし,

$$a = p\bar{d}^q \bar{h}^r \quad \dots\dots\dots (4.24)$$

ここに $\bar{d}$, $\bar{h}$ はそれぞれ平均直径, 平均樹高で b , p , q , r は定数である。 $\bar{h}$ は平均直径に 応ずる樹高で h_a とすべきものである。

ESSED の実験では b は日本カラマツ, Douglas-fir で大体 2.4, STOFFELS によれば Douglas-fir で $a = 0.0597\bar{d}^{0.54}h_a^{0.978}$ であつた。(4.23), (4.24) で表わされる式を BERKHOUT の式という。いま $u = d - \bar{d}$ とおき, TAYLOR 展開すれば,

$$\begin{aligned} v = ad^b &= a(\bar{d} + u)^b \\ &= a(\bar{d}^b + b\bar{d}^{b-1}u + \frac{1}{2}b(b-1)u^2\bar{d}^{b-2} + R) \end{aligned}$$

ここに R は 4 項以下の和である。全材積は,

$$\begin{aligned} \Sigma v &= \Sigma a(\bar{d}^b + b\bar{d}^{b-1}u + \frac{1}{2}b(b-1)u^2\bar{d}^{b-2} + R) \\ &= a\bar{d}^b(n + b\Sigma u\bar{d}^{-1} + \frac{1}{2}b(b-1)\Sigma u^2\bar{d}^{-2} + R') \end{aligned}$$

ここに $R' = \bar{d}^{-b}\Sigma R$

したがって平均材積 $\bar{v}$ は,

$$\bar{v} = \Sigma v/n = a\bar{d}^b \left(1 + \frac{b}{n\bar{d}} \Sigma u + \frac{b(b-1)}{2n\bar{d}^2} \Sigma u^2 + R' \right)$$

ここに $R'' = R'/n$ 。 $\Sigma u = \Sigma (d - \bar{d}) = 0$ であり R'' は小さいから省略すると,

$$\begin{aligned} v &= a\bar{d}^b \left(1 + \frac{1}{2}b(b-1) \frac{\Sigma u^2}{n\bar{d}^2} \right) \\ &= a\bar{d}^b \left(1 + \frac{1}{2}b(b-1) s^2/\bar{d}^2 \right) \quad \dots\dots\dots (4.25) \end{aligned}$$

ここに $s^2 = \Sigma u^2/n = \Sigma (d - \bar{d})^2/n$ は直径の分散である。したがって,

$$s/\bar{d} = c \text{ (変動係数)}, \quad k = 1 + \frac{1}{2}b(b-1)c^2 \quad \dots\dots\dots (4.26)$$

とおけば (4.25) から,

$$\bar{v} = v_a \cdot k \quad \dots\dots\dots (4.27)$$

したがって平均直径をもつ木の材積 v_a に k 倍したものが平均材積であり, k は回帰係数 b と直径の変動係数 c によつて変化する値である。 b と c により k を求めたものを 4—10 表に計算しておいた。 k' はつぎのべる平均直径に関する乗数である。

今までの理論を用いて材積平均木の直径を求めることができる。すなわち,

$$\begin{aligned} ad_0^b &= a\bar{d}^b \left\{ 1 + \frac{1}{2}b(b-1)c^2 \right\} \\ \therefore d_0 &= \bar{d} \left\{ 1 + \frac{1}{2}b(b-1)c^2 \right\}^{b^{-1}} \end{aligned}$$

4—10 表 k および k' の表

$b \backslash c(\%)$	2.2		2.3		2.4		2.5		2.6	
	k	k'	k	k'	k	k'	k	k'	k	k'
10	1.0132	1.0060	1.0510	1.0065	1.0168	1.0070	1.0188	1.0075	1.0208	1.0080
15	1.0297	1.0135	1.0336	1.0146	1.0378	1.0158	1.0422	1.0169	1.0680	1.0180
20	1.0528	1.0240	1.0598	1.0260	1.0672	1.0280	1.0750	1.0300	1.0832	1.0320
25	1.0825	1.0375	1.0934	1.0406	1.1050	1.0438	1.1172	1.0469	1.1300	1.0500
30	1.1188	1.0540	1.1346	1.0585	1.1512	1.0630	1.1688	1.0675	1.1872	1.0720
35	1.1617	1.0735	1.1831	1.0796	1.2058	1.0858	1.2297	1.0919	1.2548	1.0980
40	1.2112	1.0960	1.2392	1.1040	1.2688	1.1120	1.3000	1.1200	1.3328	1.1280
45	1.2673	1.1215	1.3027	1.1316	1.3402	1.1418	1.3797	1.1519	1.4212	1.1620
50	1.3300	1.1500	1.3738	1.1625	1.4200	1.1750	1.4688	1.1875	1.5200	1.2000
60	1.4752	1.2160	1.5382	1.2340	1.6048	1.2520	1.6750	1.2700	1.7488	1.2880

TAYLOR 展開して第3項以上を無視すれば,

$$d_0 = \bar{d} \left\{ 1 + \frac{1}{2}(b-1)c^2 \right\} \dots\dots\dots (4.28)$$

いま

$$k' = 1 + \frac{1}{2}(b-1)c^2 \dots\dots\dots (4.29)$$

とおけば,

$$d_0 = \bar{d} k' \dots\dots\dots (4.30)$$

すなわち材積平均木の直径は, 算術平均直径 $\bar{d}$ を b と c とによつて定まる定数 k' 倍したものである。

k' の値は 8—10 表に k の値と併記してある。

以上の理論を用いて成長量の求め方を展開しよう。

現在の林分の 1 ha あたり材積を V , 立木本数を N 本, 平均材積を $\bar{v}$, 平均直径を $\bar{d}$ とする。少し前 (3~5 年) の林分のそれぞれの値をダッシュをつけたものとする。そのとき成長量は本数に増減がないとすれば,

$$V - V' = N\bar{v} - N\bar{v}' = N(\bar{v} - \bar{v}')$$

となる。いま直径を考えると d' と d は直線的な関係があることが知られている。したがつて,

$$d' = \alpha d + \beta$$

現在の材積平均木の過去の直径を d'_0 とすると (4.30) から,

$$d'_0 = \alpha d_0 + \beta = \alpha \bar{d} k' + \beta \dots\dots\dots (4.31)$$

ここに $k' = 1 + \frac{1}{2}(b-1)c^2$ 。

また過去の材積平均木の直径を $d'_{0'}$ とすると,

$$d'_{0'} = \bar{d}' k'' = (\alpha \bar{d} + \beta) k'' = \alpha \bar{d} k'' + \beta k'' \dots\dots\dots (4.32)$$

ここに

$$k'' = 1 + \frac{1}{2}(b-1)c'^2, \quad c' = s'/\bar{d}'$$

(4.31), (4.32) から,

$$d'_0 - d'_{0'} = \alpha \bar{d} (k' - k'') + \beta (1 - k'')$$

比較的老齢で直径変動が短期間であり変化がないような林分では $k' = k''$ と考えてもよいし $\beta(1 - k'')$ も小さい。したがつて,

$$d'_0 = d'_0'$$

と考えてよい。すなわち過去の材積平均木の直径と現在の材積平均木の過去の直径とはほぼ等しいと考えてよく、現在の材積平均木の成長量を査定することにより、林分の単木あたり平均成長量が推定できることになる。

さてこれを用いて材積成長量を計算することになる。平均材積 $\bar{v}$ は (4.23), (4.24) より,

$$\bar{v} = a d_0^b$$

ただし $a = p \bar{d}^q h_a^r$ 。したがって,

$$\bar{v} = p \bar{d}^q h_a^r d_0^b$$

両辺の対数をとると,

$$\log \bar{v} = \log p + q \log \bar{d} + r \log h_a + b \log d_0$$

両辺を偏微分すると,

$$\partial \log \bar{v} = q \partial \log \bar{d} + r \partial \log h_a + b \partial \log d_0$$

(4.30) から $d_0 = \bar{d} k'$ であるから $\partial \log \bar{d} = \partial \log d_0$, また h_a は d_0 の関数であるから $\partial \log h_a = n \partial \log d_0$

$$\begin{aligned} \therefore \partial \log \bar{v} &= q \partial \log d_0 + r n \partial \log d_0 + b \partial \log d_0 \\ &= (q + r n + b) \partial \log d_0 \end{aligned}$$

いま

$$Q = q + r n + b \quad \dots\dots\dots (4.33)$$

とおくと,

$$\partial \log \bar{v} = Q \partial \log d_0 \quad \dots\dots\dots (4.34)$$

したがって,

$$\log \bar{v}' - \log \bar{v} = Q (\log d'_0 - \log d_0)$$

すなわち,

$$\log \frac{\bar{v}'}{\bar{v}} = Q \log \frac{d'_0}{d_0}$$

$\bar{v} - \bar{v}' = i$, $d_0 - d'_0 = \Delta$ とおくと,

$$\log \frac{\bar{v} - i}{\bar{v}} = \log \left(\frac{d_0 - \Delta}{d_0} \right)^Q = \log (1 - \Delta d_0^{-1})^Q$$

$$\begin{aligned} \therefore \bar{v} - i &= (1 - \Delta d_0^{-1})^Q \bar{v} \\ &= \left\{ 1 - Q \Delta d_0^{-1} + \frac{1}{2} Q (Q-1) \Delta^2 d_0^{-2} - \dots \right\} \bar{v} \end{aligned}$$

4 項以上を無視して,

$$i = \left\{ Q \Delta d_0^{-1} - \frac{1}{2} Q (Q-1) \Delta^2 d_0^{-2} \right\} \bar{v} = K \bar{v} \quad \dots\dots\dots (4.35)$$

ここに,

$$K = Q \Delta d_0^{-1} - \frac{1}{2} Q (Q-1) \Delta^2 d_0^{-2} \quad \dots\dots\dots (4.36)$$

したがって全成長量を I とすると, $I = N i$ であるから,

$$I = K V \quad \dots\dots\dots (4.37)$$

となる。 K は現在の材積平均直径 (d_0), 直径成長量 (Δ) および材積式, 樹高曲線式の定数で定まる Q

を用いて推定できる。また PRESSLER 式により成長率にすると、

$$\begin{aligned}
 I_p(\%) &= 100 I \left\{ \frac{1}{2} (V + V') \right\}^{-1} \\
 &= 100 I \left(V - \frac{I}{2} \right)^{-1} \\
 &= 100 K V (V - KV/2)^{-1} \\
 &= 100 K (1 - K/2)^{-1} \\
 &\approx 100 (K + K^2/2) \dots\dots\dots (4.38)
 \end{aligned}$$

で与えられる。

ESSED は本理論を 24 年生の Douglas-fir 林分に適用して良好な結果を得ている。筆者⁴⁷⁾はこの理論を現場に適用するのに便利な計算図表を作成して、固定標準地の資料で検討してみた。

いままで述べたことで林分の算術平均直径 ($\bar{d}$)、および直径の変動係数 (c) および材積式 (4.23) の回帰係数 (b) がわかれば、材積平均木の直径 (d_0) が求められ、この直径をもつ林木を数本選んで材積および成長量を査定すれば、これが林分の単木あたり平均材積および成長量の良好な推定量であり、これに本数を乗ずれば全林の材積と成長量が求められることがわかった。

したがって回帰係数 (b) および直径の変動係数 (c) に応じて (4.29) 式で与えられる定数 k' を求め、 k' と平均直径 ($\bar{d}$) から材積平均木の直径 (d_0) を求める計算図表を作成すれば、実用上便利であろう。回帰係数 (b) は樹種によりほぼ一定の値をとり、筆者の実験⁴⁸⁾⁴⁹⁾では樹種により次の値が得られた。

4-11 表 回帰係数 b の値

樹 種	回 帰 係 数	備 考
木 曾 ヒ ノ キ	大 径 木; 2.1963~2.5747 小 径 木; 2.3755~2.7516	50 m×50 m のブロックが単位で 15 ブロックの結果 (固定標準地)
天 城 ヒ ノ キ ス ギ 広 葉 樹	2.7636 (2.7250) 2.7820 (2.6410) 2.5083 (2.4751)	天城国有林における実習結果, 昭和 32 年度 (カッコ内は昭和 31 年度)
北 見 ト ド マ ツ エ ズ マ ツ 広 葉 樹	2.4286~2.5871 2.3359~2.5818 2.3242~2.4551	50 m×50 m のブロックが単位で 4 ブロックの結果 (固定標準地)
長野川西 カ ラ マ ツ 川東 カ ラ マ ツ	2.3930 2.3661	いずれも固定標準地

したがって b の範囲を 2.1~2.9 とし、直径の変動係数 (c) の範囲を 5~60% に応ずる k' の値と、 d の範囲が 4~50 cm、それに応ずる d_0 の範囲が 4~65 cm に対しての計算図表を 4-6 図に示す。

(実際例)

長野営林局管内川東経営区 24 林班小班内のカラマツ 35 年生の固定標準地 0.1 ha の資料を用いて、計算図表を利用して材積および材積成長量を査定してみよう。ここでは材積表の誤差および直径、樹高の単一測定誤差は微小で無視できるものと仮定する。全林分の 48 本の資料は 4-12 表のとおりであつた。

(a) 材積の推定

4-12 表から、

$$\text{平均直径 } \bar{d} = \Sigma d/n = 1179.8/48 = 24.6$$

4—12 表 カラマツ固定標準地資料

樹木番号	直 径 (d) (cm)	樹 高 (h) (m)	材 積 (v) (m^3)	樹木番号	直 径 (d) (cm)	樹 高 (h) (m)	材 積 (v) (m^3)
1	19.9	20.0	0.3142	25	24.0	22.8	0.5284
2	27.3	21.8	0.6373	26	30.7	24.2	0.8884
3	28.7	22.3	0.7166	27	21.7	20.0	0.3794
4	26.5	23.4	0.6527	28	30.1	24.9	0.8843
5	21.9	21.7	0.4225	29	21.9	19.9	0.3838
6	24.8	21.2	0.5117	30	26.3	23.8	0.6559
7	25.3	20.9	0.5286	31	31.9	22.5	0.8725
8	28.0	24.5	0.7602	32	23.7	21.8	0.4912
9	18.4	18.8	0.2525	33	19.9	21.7	0.3421
10	22.3	22.6	0.4570	34	25.1	22.4	0.5627
11	17.6	19.4	0.2391	35	25.5	20.0	0.5108
12	24.2	21.3	0.4954	36	28.4	23.5	0.7450
13	23.1	21.7	0.4661	37	21.3	22.5	0.4179
14	17.6	17.6	0.2159	38	24.4	20.1	0.4735
15	27.6	20.9	0.6205	39	21.8	21.6	0.4168
16	30.0	20.7	0.7158	40	24.3	21.9	0.5170
17	28.2	23.1	0.7215	41	27.7	24.5	0.7453
18	20.2	18.8	0.3033	42	21.4	20.5	0.3801
19	26.2	20.8	0.5608	43	23.8	20.1	0.4523
20	18.9	17.4	0.2454	44	28.8	22.4	0.7248
21	21.6	21.5	0.4077	45	20.8	17.1	0.2909
22	32.0	22.5	0.8794	46	18.0	17.2	0.2203
23	25.9	21.6	0.5725	47	28.1	22.3	0.6893
24	30.2	24.3	0.8660	48	23.8	20.6	0.4648
				計	1,179.8		25.6062

注) 材積は長野営林局カラマツ立木材積表(昭和 32 年)の材積式より算出した。

$$\text{分散 } s^2 = \sum (d - \bar{d})^2 / n = \sum d^2 / n - \bar{d}^2$$

$$= 29720.12 / 48 - 24.6^2$$

$$= 14.01$$

$$\therefore s = 3.74$$

$$\text{変動係数 } c = s / \bar{d} = 3.74 / 24.6 = 0.152 \quad \dots (15.2\%)$$

$$\text{回帰係数 } b = 2.4 \quad \dots (4-11 \text{ 表より})$$

4—6 図の $b=2.4$ と $c=15\%$ の交点を左側にたどつて、 k'_1 の値を読むと $k'_1=1.018$, 反対側の $k'=1.018$ と $\bar{d}$ 軸の目盛 24.6 とを結び d_0 軸との交点の目盛を読めば,

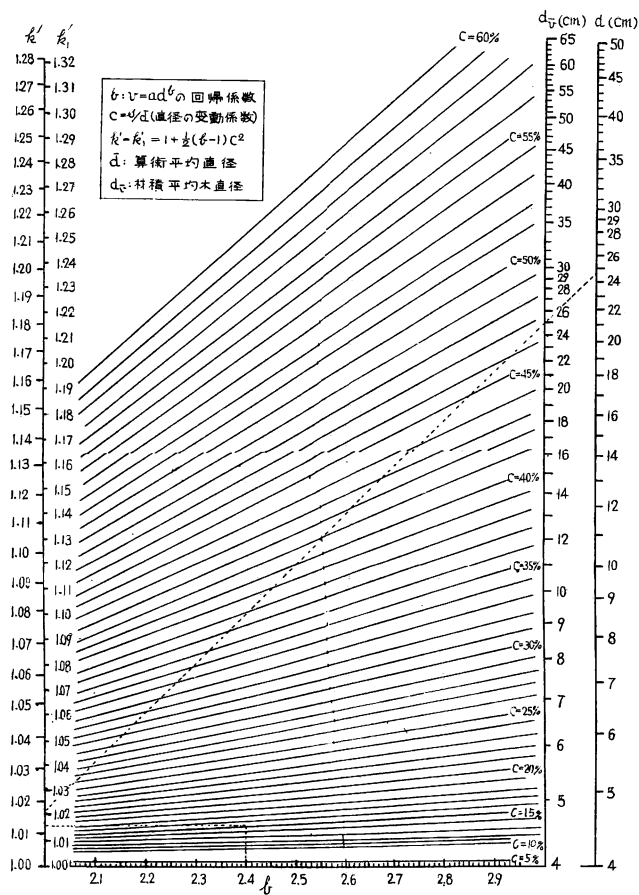
$$d_0 = 25.0$$

4—12 表よりこの直径に近い林木を選べば

林 木 番 号	d	h	v
6	24.8	21.2	0.5177
7	25.3	20.9	0.5286
8	25.1	22.4	0.5627
計	75.2		1.6090
平 均	$\bar{d} = 25.1$		$\bar{v} = 0.5363$

したがって全林材積の推定量 V は,

$$V = n\bar{v} = 48 \times 0.5363 = 25.7424$$

4—6 図 材積平均木の直径を求める計算図表⁴⁷⁾

4—12 表の真の材積 25.6062 とほとんど変わらない。実際には、われわれが材積を知りたい全林分について胸高直径のみについて全林毎木するか、標本調査をして（この際調査木に対しては番号づけが望ましい）、計算例のようにして平均直径（ $\bar{d}$ ）および分散（ s^2 ）を計算して変動係数（ c ）を求めるが、現場で簡単に変動係数を求めるには標本数（ n ）に応ずる最大直径と最小直径の差（範囲 R ）と標準偏差（ σ ）の比率を表わす 4—13 表を利用すればよい。

4—13 表

標 本 数 (n)	R/σ	標 本 数 (n)	R/σ
20	3.7	200	5.5
30	4.1	300	5.8
50	4.5	400	5.9
70	4.8	500	6.1
100	5.0	700	6.3
150	5.3	1000	6.5

たとえば、前の例では $n=48$ で 4—13 表から、

$$R/\sigma \doteq 4.4$$

4—12 表から、

$$R=32.0-17.6=14.4$$

したがって,

$$\sigma=14.4/4.4=3.3$$

となる。 $\bar{d}=24.6$ であるから,

$$c=\sigma/\bar{d}=3.3/24.6\div 14\%$$

ほぼ前の値に近い値が得られる。

(b) 成長量の予測

4—12 表の d と v との関係から求めた一変数材積式は,

$$v=0.0002626 d^{2.3663} \dots\dots\dots (4.39)$$

で, この式を利用して直径だけから全林材積を求めると $25.5952 m^3$ で, 直径, 樹高から求めた $25.6060 m^3$ とほとんど差がない。全林木について成長錐により 5 年前の皮内直径 (d'_{ib}) を求め, これに現在の皮内直径 (d_{ib}) と皮付直径 (d) とのおおのの和から求めた係数

$$K=\Sigma d/\Sigma d_{ib}=1179.80/1114.88=1.05823$$

を乗じて, 5 年前の皮付直径 $d'=Kd'_{ib}$ を求め, (4.39) 式を利用して 5 年前の全林材積を計算すると $21.3863 m^3$ で成長量は,

$$I=25.5952-21.3863=4.2088 m^3$$

となる。

さて, 材積平均木の成長量を利用してこの成長量を推定してみよう。前述のように, 現在の材積平均木の過去の直径は, 過去の材積平均木の直径とほとんど等しいと考えてよいので, 材積平均木の材積を (4.39) 式を利用して現在材積および過去材積を計算すると, 次表のとおりである。

樹 木 番 号	d	v	d'	v'
6	24.8	0.5237	22.4	0.4114
7	25.3	0.5489	24.1	0.4892
34	25.1	0.5388	23.7	0.4702
計	75.2	1.6114	70.2	1.3708
平 均	25.1	0.5371	23.4	0.4569
全 林		25.7808		21.9312

これより, 成長量は $25.7808-21.9312=3.8496 m^3$ となり, $4.2088 m^3$ に比してやや過小になる。 d' についての全林の資料について計算すると,

$$\bar{d}'=22.8, \quad c'=16.1\%$$

であるから, 4—6 図から, $k_1'=1.018=k'$ と $\bar{d}'=22.8$ から $d'_{v'}=23.2$ で前表の 23.4 とほぼ似かよつた値である。過去直径の中でこれに近い林木を選ぶと次表のとおりである。

したがって成長量は $25.7808-21.5376=4.2432 m^3$ となり, これが $4.2088 m^3$ と対比できるものである。このようにして材積平均木を

樹 木 番 号	d'	v'
4	23.0	0.4380
34	23.7	0.4702
39	23.0	0.4380
計	69.7	1.3462
平 均	23.2	0.4487
全 林		21.5376

用いると、材積および成長量の妥当な推定量が得られるが、全体を調査しないための標本抽出誤差は評価できないことは注意すべきである。

§ 4—8 あとがき

成長錐によるいろいろな林分成長量の予測法をとりまとめたが、このような林分成長量の直接予測法は、過去の成長量を推定して短期間であれば、それを将来の成長量としてその間の枯損量を二段法のように成長錐を適用する林木を限定するとか、過去の資料でその枯損率を適用するかして予測し、また進界成長量を外挿などにより推定して知るよりほかはない。林分材積の査定の場合と同様に林分成長量の推定や予測は全林木について樹幹析解や成長錐を使用して査定を行なうことは費用と労力の両面から不可能に近いであろう。したがって、林分成長量の推定や予測の問題を標本調査の面から、その調査法やとりまめを検討する必要がある。このような面の研究はいまだに組織だつて行なわれてはいない。この問題について章をあらためて次章で論じよう。

第5章 標本抽出法による林分成長量の推定および予測方法

§ 5—1 まえがき

前章まで直接および間接的な林分成長量の推定および予測の方法をとりまとめ批判してきた。短期的な自然的予測という立場での林分成長量の推定には、森林調査において、(1) 測定される因子、(2) 推定または予測が行なわれる期間、(3) 測定される林分の部分が何であるかを明らかにし、われわれがとるべき段階は、(1) 立木調査によつて現実林をはあくする、(2) 与えられた期間に対して過去の状態を推定し、これを将来に移す、(3) 上の段階ではあくされなかつた因子、たとえば枯損量や進界成長量をはあくして調整するということが必要である。この(3)の段階は天然生林では問題になるであろうが、短期間では無視するという立場をとる。もちろん SPURR のように錐片の結果を適用する林木を限定するとか、または過去におけるそれらの量を現実林において推定するというような方法もある。しかし、これらの因子の正確なほくは固定標準地による長期観測の資料により法則性を見いだすことである。

さて、われわれが森林調査において調査しなければならない因子は何であろうか？ 目的は材積成長量である。成長量という言葉は2つの事象の差として定義されよう。1つの事象における森林調査はいままで多くの研究があるし、測定方法も確立されている。すなわち、材積を直接知るには林木を伐倒して区分求積を行なうか、またはより真材積に近いものを知りたいければ測容器による測定である。立木のまま測定を簡易に行なうには、直径、樹高を測定して二変数材積表から材積を知る方法が通常行なわれているし、直径のみを測定して一変数材積表または樹高曲線を利用して間接的に材積を知る方法、形状をも加えて三変数材積表で材積を知る方法、望高法などいろいろな提案があるが、いずれも間接的に材積を知るわけで、その間接的に推定する表の誤差も評価される。成長量を知るには2つの事象におけるこれらのものの測定が必要である。すなわち、過去の材積を知りたいければ、樹幹析解をして直接的に現在および過去の両事象の材積を測定でき、したがって差としての成長量を知ることができる。これができなければ成長錐により過去直径を直接的に測定し、過去樹高を枝節を数えることによつて推定できる樹種は直接的に、その他の樹種は収穫表やその他の表により間接的に推定できる。これら2つの因子からまた間接的に過去の材積を推定し、2つの事象の材積の差として成長量を知ることができる。簡易には一変数材積表があれば両事象の直径のみの測定で成長量を知ることができる。

つぎに推定または予測が行なわれる期間は、目的にもよるであろうが、林木の形状の変化が少ない短期間が望ましい。なぜならば間接的に材積を知るような場合には、材積表や樹高曲線や材積曲線が2つの事象において差を生ずるような期間では同じ表や曲線を使用すると偏倚のある推定しか行なわれないからである。この期間は樹種、地位、林分構造などによつて差はあるであろうが、5～10年が妥当である。できれば5年以内の形状の変化が少ない期間が望ましい。また枯損量や進界成長量が微小で無視できるくらいの期間が望ましい。このような場合の推定方式ができあがつて、形状の変化や枯損、進界の問題をその次の段階において明らかにすることが有効であろう。

最後に、測定が行なわれる部分は何であるか？ すなわち、1つの林分の過去の林分材積ひいては成長量を知るためには、固定標準地による長期観測ができない場合には全林木を伐倒して樹幹析解しなければならない。長期であれば本数減少の程度を知らなければ純成長量はわからないが、短期間であれば粗成長量すなわち純成長量とみなしてよいであろう。樹幹析解ができないような場合には成長錐による全林木の過去直径の測定および別途に過去樹高の推定を行なわなければならない。しかし、このようなことは森林調査においては常識的にいつてほとんど不可能であろう。もしも可能であるとしても林木の市場価値を減ずるか、または労力の面から単一測定の実誤差が大きくなり偏よつた値が得られる可能性は大である。したがつて、費用と労力の面から必然的に少数林木の測定によつて全林分の両事象の推定を行なわざるを得ないわけである。費用が少ない場合には標準木や材積平均木による推定を行なうことができるが、その推定が正しいかどうかの保証はないし、標本抽出誤差も評価できない。したがつて客観的な成長量の数値をうるためには有効な標本調査設計によらざるを得ないことはいうまでもない。本章では測定される林分において調査する単位が単木である場合について明らかにしよう。抽出単位が面積的なプロットである場合はひとつの拡張として論じよう。1つの林分の1つの事象の材積の標本調査は静的なものであるのに対して、材積成長量は2つの事象の推定を行なわなければならない時間という因子が加わつたいわば動的な森林調査で、継時事象の標本調査の立場からこれを解明してゆかなければならない。

本章でははじめに標本調査の立場から材積および成長量調査の可能な場合を検討し、それらの理論的な推定法および抽出誤差の評価法を述べ、具体的な実際例でもつてその精度を明らかにしよう。ついで樹高曲線や材積曲線を用いた場合の推定およびその偏倚を実例で示し、第1章で述べた成長率による推定を実例でもつて明らかにし、前後にこれらの理論を拡張して大面積調査に応用する場合の一つの構想を展開しよう。

§ 5-2 成長量調査とその推定手段

林分の成長量は単木の成長量の集合である。小面積すなわち1林分もしくは標本地*での成長量の測定および推定手段が確立されると、大面積の調査はその拡張として自然に解決できる。ここではまず小面積の場合の可能な手段を考えてみよう。すなわち大面積の場合は面積的な標本地法が採用されるが、標本地の中では標本木法もしくは標本地全体について成長量調査が行なわれる。まず抽出単位が単木である場合限定しよう。考えられる手段は次のとおりである。

A. 林分材積について全林毎木が行なわれている場合

1. 現在事象について

(A1a) 直径、樹高により材積が査定されている場合。

* 標本地と標準地との違いは森林測定法（西沢著）^{40）} pp. 105～112 で明らかにしてある。

(A1b) 樹高が標本木で測定されている場合。

(i) 樹高曲線を用いて材積を査定する場合。

(ii) 材積曲線を用いて材積を査定する場合。

2. 過去事象について

(A2a) 全林木について樹幹析解が行なわれている場合。

(A2b) 全林木について成長錐調査が行なわれている場合。

(A2c) 標本木について樹幹析解が行なわれている場合。

(A2d) 標本木について成長錐調査が行なわれている場合。

(A2e) 標本木について樹幹析解と成長錐調査を併用する場合。

実際的には 1 と 2 の組合せが行なわれるが、(A2a) は理想的なもので、これを行えば全林について現在事象および過去事象の材積測定および成長量の測定は誤差なしに行なわれる。(A1a), (A2b) の組合せは成長錐の測定誤差のみが生ずるが、過去事象に対しては樹高測定ができないために短期間では直径、樹高もしくは直径、材積の関係が不変であるとの仮定のもとに、樹高曲線もしくは材積曲線をを両事象で同じものを用いなければならない。(A1b), (A2b) の組合せは、現在事象については樹高がすべて測定されていないための誤差が材積推定および成長量の推定に影響してくる。(A1a), (A2c) の組合せは標本木により過去材積を知るための標本抽出誤差を生ずるが、推定手段としては無作為、比、回帰などが考えられる。このときには材積表材積を樹幹析解により実材積に補正する問題が生じてくる。(A1b), (A2c) は現在事象にも材積推定の誤差がある。(A1b), (A2d) がごく普通に行なわれている方法で前章で述べた MEYER 法、二段法、成長率法などはすべてこれに属する。(A2e) を用いると成長錐による測定誤差を補正できる可能性がある。

以上とりまとめると、A の場合は現在事象の材積推定に誤差がない場合は、標本木における両事象の関係を利用した過去事象の材積推定の誤差が成長量の推定誤差として評価される。樹高曲線や材積曲線で現在事象の材積が推定されたとすればその誤差が成長量推定の誤差にも影響する。

B. 全林毎木が行なわれていない場合

1. 現在事象について

(B1a) 大標本について直径、樹高で材積が査定されている場合。

(B1b) 大標本については直径測定が行なわれ、小標本について樹高測定が行なわれている場合。

(i) 樹高曲線を用いて材積を査定する場合。

(ii) 材積曲線を用いて材積を査定する場合。

2. 過去事象について

(B2a) 小標本について樹幹析解が行なわれている場合。

(B2b) 小標本について成長錐調査が行なわれている場合。

(B2c) 小標本について樹幹析解と成長錐調査が併用して行なわれた場合。

A における場合と異なることは現在事象の材積推定に誤差があることである。いずれの場合においても、樹幹析解以外は現在および過去の材積の査定には推定の誤差があるので、成長量の推定にもそれらが影響するが、その評価の理論および量は実際例のところで示そう。次節では現在事象および標本木についての過去事象の材積が知られている場合および大標本について現在事象の材積が知られ、さらに小標本に

ついて過去事象の材積が知られている場合のモデルについて、過去事象の林分材積の推定および成長量の推定とその標本抽出誤差を評価する方法を展開しよう。

§ 5—3 林分成長量の推定または予測に用いる標本抽出法³⁾ 17) 54) 75) 84)

(1) 現在事象の材積について全林毎木が行なわれていて、過去事象の材積は標本木によつて知られている場合

1 林分の全本数が N 本で、その中から $n' = \lambda N$ の大きさの標本木を抽出して、現在材積 x' および過去材積 y' を査定したとする。残り μn 本の林木は x' のみが査定されている。ここに λ は過去材積を調査する本数の全本数に対する割合であり、 $\mu = 1 - \lambda$ である。

標本木における x' と y' の関係を用いて、

$$y = \bar{y}' + b(x - \bar{x}') \dots\dots\dots (5 \cdot 1)$$

という回帰式を作る。また全林の現在材積は

$$\bar{x} = \lambda \bar{x}' + \mu \bar{x}'' \dots\dots\dots (5 \cdot 2)$$

ここに $\bar{x}''$ は μN 本の標本木の x についての平均材積である。これを (5・1) の x に代入すれば、過去の平均材積の推定量は、

$$\bar{y} = \bar{y}' + b(\bar{x} - \bar{x}') \dots\dots\dots (5 \cdot 3)$$

$\bar{x}$ については抽出誤差がないとすれば、

$$\text{var}(\bar{y}) = \frac{\text{var}(y)}{n'} + \frac{b^2 \text{var}(x)}{n'} - \frac{2b \text{cov}(x, y)}{n'} + (\bar{x} - \bar{x}')^2 \text{var}(b)$$

$\text{var}(y) = \text{var}(x)$ とおくと、 $b = \rho$

ここに ρ は x と y との相関係数である。したがつて、

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{y}) &= \frac{\text{var}(y)(1 - \rho^2)}{n'} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2(1 - \rho^2)\text{var}(y)}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \\ &= \text{var}(y)(1 - \rho^2) \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] \end{aligned}$$

ここに、

$$\text{var}(b) = \frac{(1 - \rho^2) \text{var}(y)}{\sum (x' - \bar{x}')^2}$$

$$E(s^2_{y'y'}) = \text{var}(y)(1 - \rho^2) = \sigma^2_{yx} \quad (\text{残差分散})$$

であるから、 $\text{var}(\bar{y})$ の標本からの推定量は、

$$s^2_{\bar{y}} = s^2_{y'y'} \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] \dots\dots\dots (5 \cdot 4)$$

ここに、

$$s^2_{y'y'} = \left\{ \sum (y' - \bar{y}')^2 - \frac{\sum (x' - \bar{x}') (y' - \bar{y}')}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right\} / (n' - 2)$$

これは回帰推定の誤差と同じである。

b の抽出誤差が無視できるくらい小さいならば、

$$s^2_{\bar{y}} = \frac{s^2_{y'y'}}{n'} \dots\dots\dots (5 \cdot 5)$$

次に短期間で本数の増減がないとすれば、材積成長量 $\bar{i}$ は次式で与えられる。

$$\bar{i} = \bar{x} - \bar{y} \quad \dots\dots\dots (5 \cdot 6)$$

$\bar{x}$ には誤差がないから、

$$\text{var}(\bar{i}) = \text{var}(\bar{y})$$

したがって、

$$s^2_{\bar{i}} = s^2_{\bar{y}} \quad \dots\dots\dots (5 \cdot 7)$$

となり、成長量の推定分散は過去材積の推定分散 (5・4) または (5・6) と一致する。そのとき全林の成長量は 95% 信頼度で、

$$N(\bar{i} \pm 2s_{\bar{i}})$$

の間にありと推定される。

(2) 現在事象の材積が大標本によつて測定されていて、小標本で過去事象の材積が測定される場合、この場合には次の 2 とおりの場合が考えられる。

(i) 小標本 (過去材積および現在材積の測定) が大標本 (現在材積のみの測定) の副次標本である場合。

(ii) 現在材積の標本と過去材積の標本を独立に抽出し、その一部をダブらせる場合。この際両事象の標本数を簡単のため同じとする。このことは森林調査では可能である。

次に別個にその手法を展開しよう。

(i) の場合

$\begin{matrix} x' & \text{(現在材積)} \\ y' & \text{(過去材積)} \end{matrix} \} : 2 \text{ 事象に共通な標本の値。}$

x : 現在材積を知るための大標本の値。

としよう。

いま n 本の大標本の中から $n' = \lambda n$ 本の小標本をとるとし、残り μn 本が x のみが測定されていてその平均を $\bar{x}'$ とする。ここに $\lambda + \mu = 1$ 、そのとき、

$$\bar{x} = \lambda \bar{x}' + \mu \bar{x}'' \quad \dots\dots\dots (5 \cdot 8)$$

は大標本からの現在材積の平均の推定量である。このとき小標本からの回帰から (5・8) の知識を利用して、過去材積の平均は

$$\bar{y} = \bar{y}' + b(\bar{x} - \bar{x}') = \bar{y}' + \mu b(\bar{x}'' - \bar{x}') \quad \dots\dots\dots (5 \cdot 9)$$

で推定される。(5・9) の抽出分散は、

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{y}) = & \frac{\text{var}(y)}{\lambda n} + \frac{\mu^2 b^2 \text{var}(x)}{\mu n} + \frac{\mu^2 b^2 \text{var}(x)}{\lambda n} - \frac{2\mu b \text{cov}(xy)}{\lambda n} \\ & + \mu^2 (\bar{x}'' - \bar{x}')^2 \text{var}(b) \end{aligned}$$

前のように $\text{var}(y) \doteq \text{var}(x)$ とおくと、 $b \doteq \rho$

$$\begin{aligned} \therefore \text{var}(\bar{y}) \doteq & \frac{\text{var}(y)}{\lambda n} + \frac{\mu^2 \rho^2 \text{var}(y)}{\mu n} + \frac{\mu^2 \rho^2 \text{var}(y)}{\lambda n} - \frac{2\mu \rho \text{cov}(xy)}{\lambda n} \\ & + \mu^2 (\bar{x}'' - \bar{x}')^2 \text{var}(b) \\ = & \frac{\text{var}(y)}{\lambda n} (1 - \mu \rho^2) + \frac{\mu^2 (\bar{x}'' - \bar{x}')^2 \text{var}(y) (1 - \rho^2)}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \\ = & \text{var}(y) (1 - \rho^2) \left[\frac{1}{\lambda n} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + \frac{\rho^2 \text{var}(y)}{n} \end{aligned}$$

$$\text{var}(y)(1-\rho^2) = \sigma^2_{yx} = E(s^2_{y'x'})$$

$$\rho^2 \text{var}(y) = E(s^2_{y'} - s^2_{y'x'})$$

であるから,

$$s^2_{\bar{y}} = s^2_{y'x'} \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + \frac{s^2_{y'} - s^2_{y'x'}}{n} \dots\dots\dots (5.10)$$

b の抽出誤差が無視できる場合には,

$$s^2_{\bar{y}} = \frac{s^2_{y'x'}}{n'} + \frac{s^2_{y'} - s^2_{y'x'}}{n} \dots\dots\dots (5.11)$$

これは二重抽出法の理論にほかならない。

平均成長量は次式で与えられる。

$$\bar{i} = \bar{x} - \bar{y} \dots\dots\dots (5.12)$$

したがって,

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{i}) &= \text{var}(\bar{x} - \bar{y}) \\ &= \text{var}[\lambda \bar{x}' + \mu \bar{x}'' - \bar{y}' - \mu b(\bar{x}'' - \bar{x}')] \\ &= \text{var}[\mu(1-b)\bar{x}'' + (\lambda + \mu b)\bar{x}' - \bar{y}'] \\ &= \mu^2(1-b)^2 \frac{\text{var}(x)}{\mu n} + (\lambda + \mu b)^2 \frac{\text{var}(x)}{\lambda n} + \frac{\text{var}(y)}{\lambda n} \\ &\quad - \frac{2(\lambda + \mu b)\text{cov}(xy)}{\lambda n} + \mu^2(\bar{x}' - \bar{x}'')^2 \text{var}(b) \\ &= \frac{\text{var}(y)}{\lambda n} + \frac{(\lambda - 2b\lambda - b^2\mu)\text{var}(x)}{\lambda n} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2 \text{var}(y)(1-\rho^2)}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \end{aligned}$$

$\text{var}(y) \doteq \text{var}(x)$ とおくと,

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{i}) &= \frac{\text{var}(y)(1-\mu\rho^2)}{n'} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2 \text{var}(y)(1-\rho^2)}{\sum (x' - \bar{x}')^2} + \frac{(1-2b)\text{var}(x)}{n} \\ &= \text{var}(y)(1-\rho^2) \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + \frac{\rho^2 \text{var}(y)}{n} + \frac{(1-2b)\text{var}(x)}{n} \\ &= \text{var}(\bar{y}) + (1-2b)\text{var}(\bar{x}) \end{aligned}$$

したがって, 標本からの分散の推定量は,

$$s^2_{\bar{i}} = s^2_{\bar{y}} + (1-2b)s^2_{\bar{x}} \dots\dots\dots (5.13)$$

ここに,

$$s^2_{\bar{x}} = s^2_x/n = \sum (x - \bar{x})^2/n(n-1)$$

$s^2_{\bar{y}}$ は (5.10), または (5.11) である。

これはまた,

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{i}) &\doteq \text{var}(y)(1-\rho^2) \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + \frac{b^2 \text{var}(x)}{n} + \frac{(1-2b)\text{var}(x)}{n} \\ &= \text{var}(y)(1-\rho^2) \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + \frac{(1-b)^2 \text{var}(x)}{n} \end{aligned}$$

のようにも変形できるから,

$$s^2_{\bar{i}} = s^2_{y'x'} \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{x}' - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + (1-b)^2 s^2_{\bar{x}} \dots\dots\dots (5.14)$$

でも与えられる。次節の実例でもわかるように b の抽出誤差は無視できるので、

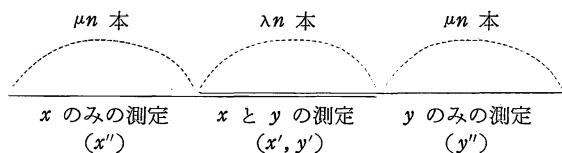
$$s^2_{\bar{t}} = \frac{s^2_{y'x'}}{n'} + (1-b)^2 s^2_{\bar{y}} \quad \dots\dots\dots (5.15)$$

で十分であろう。実際には (5.13) よりむしろ (5.15) を用いた方がよい。したがって林分成長量は 95% 信頼度で、

$$N(\bar{t} \pm 2s_{\bar{t}})$$

の間にあると推定される。

(ii) の場合



上図のように n 本の標本木を抽出して現在材積を査定し、独立にまた同じ n 本を抽出して過去材積を査定する。そのとき標本の一部 λn 本は現在および過去材積の両方を査定する。すなわち、残り μn 本は現在材積 (x'') のみの測定が行なわれている標本と、過去材積 (y'') のみが測定されている標本がある場合である。この理論は第6章の経営目的のための固定標本地法にも応用されるが、現在の蓄積を推定するためにとられた標本地の一部を固定して、次の時期における森林母集団の蓄積を推定するための標本地を独立に抽出して調査する場合、固定したダブつた標本地の2事象の関係を利用して、その時点の蓄積および差としての成長量を推定する場合に役立つであろう。

この場合には過去材積の有効な推定量は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{y}_\omega &= \frac{\lambda}{1-\mu^2 r^2} \bar{y}_1 + \left(1 - \frac{\lambda}{1-\mu^2 r^2}\right) \bar{y}_2 \\ &= c_1 [\bar{y}' + b(\bar{x} - \bar{x}')] + (1-c_1) \bar{y}'' \quad \dots\dots\dots (5.16) \end{aligned}$$

ここに、

$$c_1 = \frac{\lambda}{1-\mu^2 r^2}$$

$$\bar{x} = \lambda \bar{x}' + \mu \bar{x}''$$

r は x と y の相関係数。

また (5.16) から b の抽出誤差は無視すれば、

$$\text{var}(\bar{y}_\omega) = c_1^2 \text{var}(\bar{y}_1) + (1-c_1)^2 \text{var}(\bar{y}'')$$

ここで、

$$\text{var}(\bar{y}_1) = E \left\{ \frac{s^2_{y'x'}}{\lambda n} + \frac{s^2_{y'} - s^2_{y'x'}}{n} \right\} \quad \dots\dots\dots [(5.11) \text{ より}]$$

$$\text{var}(\bar{y}'') = \frac{\text{var}(y)}{\mu n} = E \left(\frac{s^2_{y'}}{\mu n} \right) = E(s^2_{y_2})$$

したがって、 $n' = \lambda n$ とおくと、

$$\begin{aligned} s^2_{\bar{y}_\omega} &= c_1^2 \left[\frac{s^2_{y'x'}}{n'} + \frac{s^2_{y'} - s^2_{y'x'}}{n} \right] + \frac{(1-c_1)^2 s^2_{y'}}{\mu n} \\ &= c_1^2 s^2_{y_1} + (1-c_1)^2 s^2_{y_2} \quad \dots\dots\dots (5.17) \end{aligned}$$

すなわち、(5.16) をみれば過去材積の推定量は、ダブつた標本の回帰を利用して現在事象の大標本の知

識を用いた二重抽出による過去事象の推定量 $\bar{y}_1$ と、独立にとられた過去事象の標本からの平均材積の推定量 $\bar{y}_2$ にそれぞれ c_1 および $(1-c_1)$ という荷重をつけたものの和に等しいということがわかる。

次に成長量の推定には次の3つの方法がある。

$$\begin{aligned}\bar{i}(1) &= \frac{\lambda}{1-\mu r}(\bar{x}' - \bar{y}') + \frac{\mu(1-r)}{1-\mu r}(\bar{x}'' - \bar{y}'') \\ &= c_2(\bar{x}' - \bar{y}') + (1-c_2)(\bar{x}'' - \bar{y}'') \dots\dots\dots (5.18)\end{aligned}$$

ここに,

$$c_2 = \frac{\lambda}{1-\mu r}$$

(5.18) から,

$$\begin{aligned}\text{var}[\bar{i}(1)] &= c_2^2 \left[\frac{\text{var}(y)}{\lambda n} + \frac{\text{var}(x)}{\lambda n} - \frac{2r\sqrt{\text{var}(x)\text{var}(y)}}{\lambda n} \right] \\ &\quad + \frac{(1-c_2)^2[\text{var}(y) + \text{var}(x)]}{\mu n}\end{aligned}$$

$\text{var}(y) \doteq \text{var}(x)$ とおくと, $2r\sqrt{\text{var}(x)\text{var}(y)} \doteq r[\text{var}(y) + \text{var}(x)]$ であるから,

$$\begin{aligned}\text{var}[\bar{i}(1)] &= c_2^2 \left[\frac{\text{var}(y) + \text{var}(x)}{\lambda n} - \frac{r\{\text{var}(y) + \text{var}(x)\}}{\lambda n} \right] \\ &\quad + \frac{(1-c_2)^2\{\text{var}(y) + \text{var}(x)\}}{\mu n} \\ &= \frac{\text{var}(y) + \text{var}(x)}{n} \left[\frac{c_2^2}{\lambda} - \frac{c_2^2 r}{\lambda} + \frac{(1-c_2)^2}{\mu} \right] \\ &= \frac{\text{var}(y) + \text{var}(x)}{n} \left[\frac{\lambda}{(1-\mu r)^2} - \frac{\lambda r}{(1-\mu r)^2} + \frac{\mu(1-r)^2}{(1-\mu r)^2} \right] \\ &= \left(\frac{\text{var}(y) + \text{var}(x)}{n} \right) \left(\frac{\lambda(1-r) + \mu(1-r)^2}{(1-\mu r)^2} \right) \\ &= \frac{(1-r)[\text{var}(y) + \text{var}(x)]}{n(1-\mu r)}\end{aligned}$$

r の抽出誤差が無視できれば,

$$\text{var}(y) = E(s_y^2), \quad \text{var}(x) = E(s_x^2)$$

であるから,

$$s_{\bar{i}(1)}^2 = \frac{(1-r)(s_y^2 + s_x^2)}{n(1-\mu r)} = \frac{1-r}{1-\mu r} [s_y^2 + s_x^2] \dots\dots\dots (5.19)$$

また成長量の推定には次の方式がある。

$$\bar{i}(2) = \bar{x}' - \bar{y}' \dots\dots\dots (5.20)$$

すなわち、共通な事象の標本の差のみから成長量を推定する場合である。このときの分散は,

$$\begin{aligned}\text{var}[\bar{i}(2)] &= \frac{\text{var}(x)}{\lambda n} + \frac{\text{var}(y)}{\lambda n} - \frac{2r\sqrt{\text{var}(x)\text{var}(y)}}{\lambda n} \\ &\doteq \frac{(1-r)[\text{var}(y) + \text{var}(x)]}{\lambda n}\end{aligned}$$

前と同じようにして標本からの推定量は,

$$s_{\bar{i}(2)}^2 = \frac{(1-r)(s_y^2 + s_x^2)}{\lambda n} = \frac{1-r}{\lambda} (s_y^2 + s_x^2) \dots\dots\dots (5.21)$$

また次の推定法がある。

$$\begin{aligned}\bar{i}(3) &= \bar{x} - \bar{y} \\ &= \lambda \bar{x}' + \mu \bar{x}'' - \lambda \bar{y}' - \mu \bar{y}'' \\ &= \lambda (\bar{x}' - \bar{y}') + \mu (\bar{x}'' - \bar{y}'') \dots\dots\dots (5 \cdot 22)\end{aligned}$$

この抽出分散は、

$$\begin{aligned}\text{var}[\bar{i}(3)] &= \lambda^2 \text{var}[\bar{i}(2)] + \mu^2 \left[\frac{\text{var}(x)}{\mu n} + \frac{\text{var}(y)}{\mu n} \right] \\ &= \frac{\lambda^2 (1-r) [\text{var}(x) + \text{var}(y)]}{\lambda n} + \frac{\mu^2 [\text{var}(x) + \text{var}(y)]}{n} \\ &= \frac{(1-\lambda r) [\text{var}(y) + \text{var}(x)]}{n}\end{aligned}$$

したがって標本からの推定量は、

$$s^2_{\bar{i}(3)} = \frac{1-\lambda r}{n} (s^2_y + s^2_x) = (1-\lambda r) (s^2_g + s^2_{\bar{x}}) \dots\dots\dots (5 \cdot 23)$$

一般にこれら 3 つの成長量の推定の精度を比較してみよう。

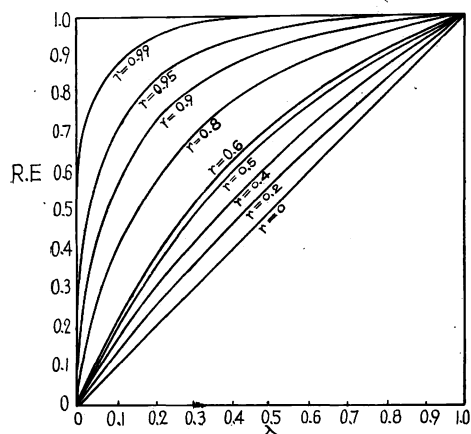
$$\begin{aligned}\text{var}[\bar{i}(1)] &= \frac{(1-r) [\text{var}(y) + \text{var}(x)]}{n(1-\mu r)} \\ \text{var}[\bar{i}(2)] &= \frac{(1-r) [\text{var}(y) + \text{var}(x)]}{\lambda n} \\ \text{var}[\bar{i}(3)] &= \frac{(1-\lambda r) [\text{var}(y) + \text{var}(x)]}{n}\end{aligned}$$

まず方法 (1) と方法 (2) とを比較するとその相対効率 $R.E.$ は次のとおりである。

$$R.E. = \frac{\text{var}[\bar{i}(1)]}{\text{var}[\bar{i}(2)]} = \frac{\lambda n}{n(1-\mu r)} = \frac{\lambda}{1-\mu r}$$

r ごとの λ および $R.E.$ の図を描くと 5-1 図のとおりである。

図によれば相関が高いと $\lambda=0.5$ 以上ではほとんど分散は変わらない。相関が低くなるにつれ、また λ が



小さくなるにつれて方法 (1) が有効である。森林調査では現在材積と過去材積の相関は高いので $\lambda=0.5$ 以上あれば簡単な方法 (2) によつて (1) と同程度の精度が得られる可能性がある。すなわち、標本の成長量のみによつて林分成長量を推定する方法である。もちろん実行上 λ が小さく (たとえば 0.1 以下) しかとれないような場合には、方法 (1) を用いた方がよい。方法 (1) は無相関のときでも λ が小さくなるにつれて $R.E.$ は直線的によくなつてゆくことを注意しておこう。

次に方法 (1) と方法 (3) とを比較しよう。

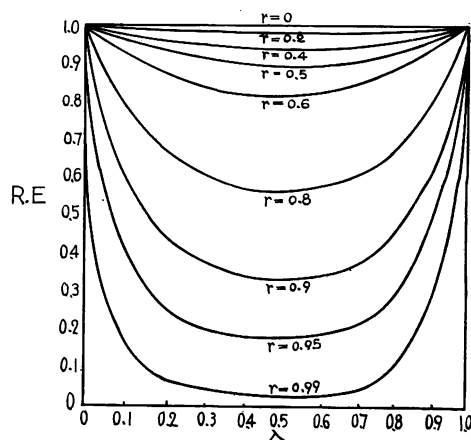
5-1 図 $R.E. = \frac{\text{var}[\bar{i}(1)]}{\text{var}[\bar{i}(2)]}$ と λ および r の関係

$$R.E. = \frac{\text{var}[\bar{i}(1)]}{\text{var}[\bar{i}(3)]} = \frac{1-r}{(1-\mu r)(1-\lambda r)}$$

$R.E.$ と λ および r の関係を 5—2 図に示す。

これによれば同じ相関であれば $\lambda=0.5$ で $R.E.$ は最小で方法 (1) が有効であり, $r=0.99$ のときには方法 (3) のわずか 4% の分散しかないことがわかる。 λ が大きくなるにつれ, また小さくなるにつれて $R.E.$ は大きくなり, $\lambda=0$ または 1.0 のときは完全に一致する。成長量調査では r が 0.9 以上であるから, λ が極端に小さいか大きいとき以外は方法 (3) による推定は避けた方がよいであろう。

次に (ii) の場合に過去材積の推定に回帰を用いない場合には次の公式が用いられる。



5—2 図 $R.E. = \frac{\text{var}[\bar{i}(1)]}{\text{var}[\bar{i}(2)]}$ と λ および r の関係

$$\bar{y}_\omega = \frac{r\lambda\mu}{1-\mu^2r^2}(\bar{x}'' - \bar{x}') + \frac{\lambda}{1-\mu^2r^2}\bar{y}' + \frac{\mu(1-\mu r^2)}{1-\mu^2r^2}\bar{y}'' \dots\dots\dots(5.24)$$

この分散は,

$$\text{var}(\bar{y}_\omega) = \frac{\text{var}(y)}{n} \frac{1-r^2\mu}{1-r^2\mu^2} \dots\dots\dots(5.25)$$

で, 標本からの推定量は,

$$s^2\bar{y}_\omega = \frac{1-r^2\mu}{1-r^2\mu^2}s^2\bar{y} \dots\dots\dots(5.26)$$

最適の μ は (5.25) を μ につき偏微分して 0 とおけば求められる。すなわち,

$$\mu = \frac{1-\sqrt{1-r^2}}{r^2}$$

r に応ずる μ および λ を求めると次表のとおりである。

r	μ	λ	r	μ	λ
0.1	0.50	0.50	0.8	0.63	0.37
0.2	0.50	0.50	0.9	0.70	0.30
0.4	0.52	0.48	0.95	0.75	0.25
0.5	0.54	0.46	0.99	0.88	0.12
0.6	0.56	0.44	1.00	1.00	0

相関が 0.5 以下であれば最適な λ は 0.5 で標本数の約半分をダブらせることが必要である。しかし成長量調査では r は 0.90 以上であるから 30% 以下をダブらせることで十分であろう。回帰を用いる場合はこれよりはもつと小さい率で十分であろう。

次に y のみの無作為抽出との効率はどうであろうか。(5.25) 式から,

$$R.E. = \frac{\text{var}(\bar{y}_\omega)}{\text{var}(\bar{y})} = \frac{1-r^2\mu}{1-r^2\mu^2}$$

r および $\mu(\lambda)$ に応ずる $R.E.$ は次表のとおりである。

$r \backslash \mu(\lambda)$	1.00(0)	0.80(0.20)	0.50(0.50)	0.20(0.80)	0(1.00)
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.5	1.00	0.95	0.93	0.96	1.00
0.8	1.00	0.83	0.81	0.89	1.00
0.9	1.00	0.73	0.75	0.87	1.00
0.95	1.00	0.66	0.71	0.85	1.00
0.99	1.00	0.58	0.68	0.84	1.00

上表によれば無相関のときおよび $\lambda=1.00$ および 0 のときは両者の分散は相等しく、それ以外はどのような λ でも相関が高くなるにつれて $R.E.$ はよくなるが、 λ が小さいほどその効率の増大は顕著である。したがってダブらせる数が少なくて相関が高い場合は無作為抽出よりも $\bar{y}_w$ の推定の方が約 2 倍の効率があることが予想される。

(3) 標本木の成長量と標本木の直径、断面積、材積の関係を利用する場合

この場合にも次の 2 とおりの場合が考えられる。

(i) 材積成長量とむすびつける因子が全林毎木してある場合

(ii) 因子が大標本で測定されている場合

(i) の場合

標本木そのものから成長量を求める方法は 2 節で述べたとおり、樹幹析解、成長錐の方法などであるが、材積成長量とむすびつける因子は全林で測定が容易なもので、しかも成長量と相関が高いものが望ましい。相関が少しでもあれば標本木の成長量の無作為抽出よりも、回帰または比を用いた方が効率が高いことは次のことで明らかである。

いま、回帰による推定量を $\bar{z}_R$ 、無作為抽出によるそれを $\bar{z}$ とすれば、

$$\text{var}(\bar{z}_R) = (1 - \rho^2) \text{var}(\bar{z})$$

ここに ρ は材積成長量 (z) とそれにむすびつける因子 (x) との相関係数である。したがって、

$$R.E. = \frac{\text{var}(\bar{z}_R)}{\text{var}(\bar{z})} = 1 - \rho^2$$

である。 z と x (直径、断面積、材積など) の ρ は少なくとも 0.8 以上 (実際例のところでわかるように材積との相関係数はほぼ 0.9、直径との相関係数は 0.8 くらいある) あるから、無作為抽出の分散のほぼ 40% くらい小さくなるであろう。

したがって、一般に標本木の材積成長量を z 、むすびつける因子を x とすれば、 n 本の標本木を抽出して z と x を査定したとすれば、

$$\bar{z} = \sum z/n, \quad \bar{x} = \sum x/n$$

を得、

$$z = \bar{z} + b(x - \bar{x}) \quad \dots\dots\dots (5.27)$$

という回帰式を作ることができる。

全林についての x は査定されているから、

$$\bar{X} = \sum x/N$$

とすれば、全林の単木あたり平均成長量の推定量を $\hat{z}$ とすると、

$$* R.E. = 1 - 0.80^2 = 0.36$$

$$\hat{z} = \bar{z} + b(\bar{X} - \bar{x}) \quad \dots\dots\dots (5.28)$$

で求めることができる。ここに N は林分の全本数である。(2) の項でわかつたように $\hat{z}$ の抽出分散は、

$$s^2_{\hat{z}} = s^2_{zx} \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{X} - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right] \quad \dots\dots\dots (5.29)$$

も求められる。ここに、

$$s^2_{zx} = \{ \sum (z - \bar{z})^2 - \sum (z - \bar{z})(x - \bar{x}) / \sum (x - \bar{x})^2 \} / (n - 2)$$

である。全林分の成長量は 95% 信頼度で、

$$N(\hat{z} \pm 2s_{\hat{z}})$$

の間にあると推論できる。

このとき、 x が材積である場合には過去材積 y と x の回帰より求めた過去材積の平均 y を推定し、差としての成長量を求めた (1) の場合と一致することを示そう。

$$z = x - y \quad \dots\dots\dots (5.30)$$

$$z = \bar{z} + b(x - \bar{x}) = a + bx \quad \dots\dots\dots (5.31)$$

$$y = \bar{y} + b'(x - \bar{x}) = a' + b'x \quad \dots\dots\dots (5.32)$$

ここに

$$a = \bar{z} - b\bar{x}, \quad a' = \bar{y} - b'\bar{x}$$

(5.30) を (5.31) に代入すると、

$$y = -a + (1 - b)x$$

これと (5.32) と対比すると、

$$a = -a', \quad b = 1 - b' \quad \dots\dots\dots (5.33)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \bar{Z} &= \bar{X} - \bar{Y} \\ &= \bar{X} - a' - b'\bar{X} \\ &= -a' + (1 - b')\bar{X} \\ &= a + b\bar{X} \end{aligned} \quad [(5.32) \text{ から}]$$

となり、(5.31) による推定と一致する。また $\bar{X}$ の推定に誤差がないとすると、

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{Z}) &= \text{var}(\bar{Y}) \\ &= E \left\{ s^2_{yx} \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{X} - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad [(5.32) \text{ から}]$$

ここで、

$$\begin{aligned} s^2_{yx} &= \{ \sum (y - \bar{y})^2 - b' \sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) \} / (n - 2) \\ &= (Sy^2 - b'Sxy) / (n - 2) \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned} s^2_{zx} &= \{ \sum (z - \bar{z})^2 - b \sum (x - \bar{x})(z - \bar{z}) \} / (n - 2) \\ &= (Sz^2 - bSxz) / (n - 2) \\ &= \{ S(x - y)^2 - (1 - b')Sx(x - y) \} / (n - 2) \quad [(5.30), (5.33) \text{ から}] \\ &= \{ Sy^2 - b'Sxy \} / (n - 2) \\ &= s^2_{yx} \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}
 \text{var}(\bar{Z}) &= \text{var}(\bar{Y}) \\
 &= E \left\{ s^2_{yx} \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{X} - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right] \right\} \\
 &= E \left\{ s^2_{zx} \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{X} - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right] \right\} \quad [(5.31) \text{ からの推定分散と一致}]
 \end{aligned}$$

ゆえに推定量もその抽出分散も一致する。したがって、もし過去の林分材積（ひいては将来材積）の推定も行ないたいならば y と x との回帰を求め、差として成長量を求めた方が計算も容易でしかも実行上役に立つであろう。

また z と x の比推定で材積成長量の推定も可能である。比 p を、

$$p = \frac{\sum z}{\sum x} \quad \dots\dots\dots (5.34)$$

として標本木から求め、全林の X の知識を用いて、

$$Z = pX \quad \dots\dots\dots (5.35)$$

で推定できる。抽出分散を s^2_z とすれば、

$$s^2_z = \frac{N(N-n)}{n(n-1)} \{ \sum z^2 + p^2 \sum x^2 - 2p \sum xz \} \quad \dots\dots\dots (5.36)$$

で推定される。全林分成長量は $(Z \pm 2s_z)$ の間にあることが 95% 信頼度でいえる。

(ii) の場合

全林について x の測定が行なわれていない場合には二重抽出法の理論が適用されよう。

大標本の n 本で x を査定し、その中からさらに n' 本の副次標本を抽出して z を査定して、小標本の z' と x' の関係を用いて大標本の x の知識を利用して z の全体を推定する方法である。これは (2) の (ii) で述べた 2 とおりの場合が考えられるが理論は y を z におきかえればよい。この推定がふたたび (5.12), (5.14) と一致することを証明しよう。

$$\text{大標本: 本数 } n, \bar{X} = \sum_{i=1}^n x_i / n$$

$$\text{小標本: 本数 } n', \bar{x}' = \sum_{i=1}^{n'} x_i / n', \bar{z}' = \sum_{i=1}^{n'} z_i / n'$$

とすれば、

$$\bar{z} = \bar{z}' + b(\bar{X} - \bar{x}') = a + b\bar{X} \quad \dots\dots\dots (5.37)$$

で推定され、その抽出分散は

$$s^2_z = s^2_{z'x'} \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{X} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + \frac{s^2_{z'} - s^2_{z'x'}}{n} \quad \dots\dots\dots (5.38)$$

で評価されることは前述のとおりである。この場合、

$$\bar{Y} = \bar{y}' + b(\bar{X} - \bar{x}') \quad \dots\dots\dots (5.39)$$

として過去材積を推定し、(5.12) と同形式

$$\bar{Z} = \bar{X} - \bar{Y}$$

で $\bar{Z}$ を計算したものは (5.37) による推定と一致する。なぜならば、

$$\begin{aligned}
 \bar{Z} &= \bar{X} - \bar{y}' - b'\bar{X} + b'\bar{x}' \\
 &= -(\bar{y}' - b'\bar{x}') + (1 - b')\bar{X}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -a' + (1-b')\bar{X} \\ &= a + b\bar{X} \end{aligned} \quad [(5.37) \text{ による推定}]$$

また (5.39) から,

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{Y}) &= \frac{\text{var}(y)}{n'} + \frac{b'^2 \text{var}(x)}{n'} - \frac{2b' \text{cov}(xy)}{n'} + (\bar{X} - \bar{x}')^2 \text{var}(b') + b'^2 \text{var}(\bar{X}) \\ &\doteq \text{var}(y)(1-\rho^2) \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{X} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + b'^2 \text{var}(\bar{X}) \quad \dots\dots\dots (5.41) \end{aligned}$$

また (5.40) より,

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{Z}) &= \text{var}(\bar{X}) + \text{var}(\bar{Y}) - 2\text{cov}(\bar{X}\bar{Y}) \\ &= \text{var}(\bar{X}) + \text{var}(\bar{Y}) - 2b' \text{var}(\bar{X}) \\ &= \text{var}(\bar{Y}) + \text{var}(\bar{X})(1-2b') \\ &\doteq \text{var}(y)(1-\rho^2) \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{X} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + (1-2b' + b'^2) \text{var}(\bar{X}) \quad [(5.41) \text{ より}] \\ &= \text{var}(y)(1-\rho^2) \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{X} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + (1-b')^2 \text{var}(\bar{X}) \end{aligned}$$

標本からの推定量は,

$$\begin{aligned} s_z^2 &= s_{z'x'}^2 \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{X} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + (1-b')^2 s_{\bar{x}}^2 \\ &= s_{y'x'}^2 \left[\frac{1}{n'} + \frac{(\bar{X} - \bar{x}')^2}{\sum (x' - \bar{x}')^2} \right] + (1-b')^2 s_{\bar{x}}^2 \end{aligned}$$

これは (5.14) 式にはかならない。

比による二重抽出法を採用すれば次のとおりである。大標本で $\bar{X}$ を求め、小標本で比を求めると林分成長量の平均の推定量 $\bar{Z}$ は次式で与えられる。

$$\bar{Z} = \frac{\sum z'}{\sum x'} \bar{X} = p\bar{X} \quad \dots\dots\dots (5.42)$$

推定分散は近似的に次式により求められるが、標本のとり方により次の2とおりの方法がある。

(i) 大標本と小標本とが独立に抽出された場合

$$s_z^2 = \frac{s_{z'}^2 - 2ps_{z'x'} + p^2 s_{x'}^2}{n'} + \frac{p^2 s_{\bar{x}}^2}{n} \quad \dots\dots\dots (5.43)$$

ここに,

$$\begin{aligned} s_{z'}^2 &= \sum (z' - \bar{z}')^2 / (n' - 1), & s_{x'}^2 &= \sum (x' - \bar{x}')^2 / (n' - 1) \\ s_{z'x'} &= \sum (z' - \bar{z}')(x' - \bar{x}') / (n' - 1), & p &= \sum z' / \sum x' \end{aligned}$$

である。

(ii) 小標本が大標本の無作為標本である場合

$$s_z^2 = \frac{s_{z'}^2 - 2ps_{z'x'} + p^2 s_{x'}^2}{n'} + \frac{2ps_{z'x'} - p^2 s_{x'}^2}{n} \quad \dots\dots\dots (5.44)$$

ここにいずれも有限補正 $(N-n)/N$ は無視してある。信頼限界は (5.42) および (5.43) または (5.44) を用いて作ればよい。

(4) 材積以外の成長量や成長率を利用して間接的に材積成長量を推定する場合

(i) 前章2節で述べた MEYER 法はこれに属する。

期間中央皮付直径を X , それに応ずる直径成長量を I とすれば,

$$I = a + bX \quad \dots\dots\dots (5.45)$$

という回帰式を標本から作ることができる。この推定分散は標本木本数を n とすれば,

$$s^2_I = s^2_{IX} \left[\frac{1}{n} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum (X - \bar{X})^2} \right] \quad \dots\dots\dots (5.46)$$

で各直径階 (X) ごとの直径成長量 (I) に応ずる推定誤差 s_I を評価し, 直径階ごとの直径成長量とその上限, 下限を求め, 一変数材積表から直径階ごとの材積差より 1 cm 直径が成長する場合の材積成長量を求めることによつて, これを前に求めた単木あたり連年直径成長量と組み合わせて単木あたり連年材積成長量に変換して本数を乗じて加え, 全林分成長量およびその推定の上限, 下限を求めて抽出誤差を評価した。

この方法は直径階ごとの材積成長量が計算できるので目的によつては有効であるが, 成長量の全林の値のみがほしい場合には, 全林の平均直径 $\bar{D}$ を X に代入して,

$$\bar{I} = a + b\bar{D}$$

$$s^2_{\bar{I}} = s^2_{IX} \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{D} - \bar{X})^2}{\sum (X - \bar{X})^2} \right]$$

により $\bar{I} \pm 2s_{\bar{I}}$ として直径の平均成長量が推定でき, D に応ずる材積成長量と全本数を乗じて全林分の材積成長量およびその抽出誤差が評価できる。

(ii) 二段法はこれを比推定または回帰推定に変形してその抽出誤差が評価できる。

(イ) 比推定を用いる場合

(4.20) 式を変形して,

$$\begin{aligned} G_B &= \frac{(\sum X^2)}{c} - \frac{\sum D^2_{ib} - \sum d^2_{ib}}{\sum D^2_{ib}} \\ &= B_T \left(1 - \frac{\sum d^2_{ib}}{\sum D^2_{ib}} \right) \\ &= B_T (1 - p) \\ &= B_T p_B \end{aligned}$$

ここに

$$p = \frac{\sum d^2_{ib}}{\sum D^2_{ib}} \quad \dots\dots\dots (5.47)$$

で $B_T = \sum X^2 / c =$ 全林の胸高断面積 (m^2) で $c = 12732.365$, $p_B = 1 - p$ は断面積成長率にほかならない。したがつて,

$$B_T - G_B = B_T (1 - p_B) = B_T p \quad \dots\dots\dots (5.48)$$

また, 樹高成長量を平均樹高で考えて, 成長率を p_H とすれば,

$$p_H = \frac{\sum H - \sum h}{\sum H} = 1 - \frac{\sum h}{\sum H} = 1 - q$$

全林の平均樹高を $\bar{H}_T$ とすれば, 樹高成長量 G_H は,

$$G_H = \bar{H}_T \cdot p_H = \bar{H}_T (1 - q)$$

したがつて,

$$\bar{H}_T - G_H = \bar{H}_T q$$

ここに,

$$q = \frac{\sum h}{\sum H} \dots\dots\dots (5.49)$$

過去の成長量を推定する立場をとると, 材積成長量 G_V は (4.21) 式から,

$$\begin{aligned} G_V &= V_T \left[1 - \frac{(\bar{H}_T - G_H)(B_T - G_B)}{\bar{H}_T B_T} \right] \\ &= V_T (1 - pq) \dots\dots\dots (5.50) \end{aligned}$$

ここに V_T は現在林分材積である。

さて, (5.50) の抽出分散は V_T , B_T , $\bar{H}_T$ に抽出誤差がないとすると,

$$\text{var } G_V = V_T^2 [p^2 \text{var}(q) + q^2 \text{var}(p)] \dots\dots\dots (5.51)$$

ここにおいて (5.47) より,

$$\text{var}(p) = \frac{N-n}{Nn(n-1)(\bar{X}^2_{ib})^2} [\sum d^4_{ib} + p^2 \sum D^4_{ib} - 2p \sum d^2_{ib} D^2_{ib}] \dots\dots\dots (5.52)$$

ここに,

$$\bar{X}^2_{ib} = \bar{X}^2_T \frac{\sum D^2_{ib}}{\sum D^2} = \bar{X}^2_T \frac{1}{K_b} \quad (K_b \text{ は断面積樹皮係数})$$

で,

$$\bar{X}^2_T = \sum X^2 / N$$

また (5.49) から,

$$\text{var}(q) = \frac{N-n}{Nn(n-1)\bar{H}^2_T} [\sum h^2 + q^2 \sum H^2 - 2q \sum hH] \dots\dots\dots (5.53)$$

(5.50) および (5.51) を用いて G_V の信頼限界を作ることができる。

(ロ) 回帰推定を用いる場合

標本木から,

$$d^2 = a + bD^2 \dots\dots\dots (5.54)$$

なる関係を求める。

いま直径の平方を X^2 で表わすと, 全林では,

$$\bar{X}^2 = \sum X^2 / N \quad B_T = \sum X^2 / c$$

(5.54) の D^2 に $\bar{X}^2$ をいれると,

$$\begin{aligned} \bar{d}^2 &= a + b\bar{X}^2 \\ \therefore \frac{\bar{d}^2}{c} &= (a + b\bar{X}^2) / c = \bar{b}_T \end{aligned}$$

したがって,

$$b_T = N\bar{b}_T \dots\dots\dots (5.55)$$

ゆえに

$$G_B = B_T - b_T$$

であるから,

$$B_T - G_B = b_T \dots\dots\dots (5.56)$$

また標本木について現在樹高 X と過去樹高 Y との関係を求めると,

$$Y = a + bX$$

全林の平均樹高 $\bar{H}_T$ を X のところにいれると過去の平均樹高 $\bar{h}_T$ は

$$\bar{h}_T = a + b\bar{H}_T \dots\dots\dots (5.57)$$

したがって樹高成長量 G_H は,

$$\begin{aligned} G_H &= \bar{H}_T - \bar{h}_T \\ \therefore \bar{H}_T - G_H &= \bar{h}_T \dots\dots\dots (5.58) \end{aligned}$$

前と同様に,

$$\begin{aligned} G_V &= V_T \left[1 - \frac{(\bar{H}_T - G_H)(B_T - G_B)}{\bar{H}_T B_T} \right] = \frac{V_T}{\bar{H}_T B_T} [\bar{H}_T B_T - \bar{h}_T b_T] \\ &= F[\bar{H}_T B_T - \bar{h}_T b_T] \dots\dots\dots (5.59) \end{aligned}$$

ここに, $F = V_T / \bar{H}_T B_T$ は林分係数である。

G_V の抽出誤差は,

$$\text{var}(G_V) = F^2 [\bar{h}_T^2 \text{var}(b_T) + b_T^2 \text{var}(\bar{h}_T)] \dots\dots\dots (5.60)$$

ここに (5.56) より,

$$\begin{aligned} \text{var}(b_T) &= N^2 \text{var}(\bar{b}_T) \\ &= \frac{N^2}{c^2} \text{var}(\bar{d}^2) \\ &= \frac{N^2}{c^2} s^2 d^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{X}^2 - \bar{D}^2)^2}{\sum (D^2 - \bar{D}^2)^2} \right] \dots\dots\dots (5.61) \end{aligned}$$

また (5.57) より,

$$\text{var}(\bar{h}_T) = s^2_{hH} \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{H}_T - \bar{H})^2}{\sum (H - \bar{H})^2} \right] \dots\dots\dots (5.62)$$

(5.59) および (5.60) で G_V の信頼限界を作ることができる。この方法は B_T , $\bar{H}_T$, V_T が全林毎木されていない場合でも二重抽出の理論によつて解くことができる。

(iii) 直径成長率と直径との関係を利用して材積成長量を推定する方法

この方法は相当本数の標本木資料がないと良好な関係が求められない。断面積成長率は直径成長率よりは材積成長率に近いと考えられるので第 1 章 (4) で論じた断面積成長率と直径成長率との関係を利用する。

現在直径を基準とすると (1.11) のように,

$$p_b = 2p_d - p^3_d$$

期間中央直径を基準にすると (1.12) のように,

$$p_{bM} = 2p_{dM}$$

過去直径を基準にすると (1.13) のように,

$$p_{b0} = 2p_{d0} + p^3_{d0}$$

いま材積を

$$V = aD^b \dots\dots\dots (5.63)$$

のような形であるとすれば, 上の各場合に依じて, 材積成長率は近似的に,

$$p_v = b \left(p_d - \frac{1}{2} p^3_d \right) \dots\dots\dots (5.64)$$

$$p_{vM} = b p_{dM} \dots\dots\dots (5.65)$$

$$p_{v0} = b \left(p_d + \frac{1}{2} p^3_d \right) \dots\dots\dots (5.66)$$

で与えられる。各場合に於いて次の3とおりの方法が考えられる。

(a) 現在直径を基準とする場合

標本木について現在直径の直径階 D ごとに皮内直径 D_{ib} および成長錐による定期直径成長量 I_d の合計を求める。期間年数を n ($n=5$ または 10) とすると、

$$p_d = \frac{1}{n} \frac{\sum I_d}{\sum D_{ib}}$$

が連年直径成長率である。

$$p_D = p_d - \frac{1}{2} p_d^2$$

を各直径階ごとに求め、 D に対してこれをプロットすると1つの曲線になる。この曲線式を、

$$p_D = a' D^{b'} \dots\dots\dots (5.67)$$

とすれば、

$$\log p_D = \log a' + b' \log D$$

となり、 $\log p_D = Y$, $\log a' = A$, $b' = B$, $\log D = X$ とすれば、

$$Y = A + BX \dots\dots\dots (5.68)$$

という直線のあてはめの問題になる。各直径階ごとの本数を w とすれば、 w を荷重にして、

$$Y = \sum wY / \sum w, \quad \bar{X} = \sum wX / \sum w$$

$$S_x^2 = \sum w(X - \bar{X})^2, \quad S_y^2 = \sum w(Y - \bar{Y})^2, \quad S_{xy} = \sum w(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})$$

から、

$$B = S_{xy} / S_x^2$$

$$A = \bar{Y} - B\bar{X}$$

で回帰式の定数が定まる。したがって各 D に於いて $X = \log D$ が求められ、これを (5.68) に代入すれば $Y = \log p_D$ が算出され、理論的な p_D が計算される。

p_D の推定の誤差は次のようにして評価される。(5.68) から、

$$s^2_Y = s^2_{YX} \left[\frac{1}{\sum w} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum (X - \bar{X})^2} \right] \dots\dots\dots (5.69)$$

ここに、

$$s^2_{YX} = \{S_y^2 - BS_{xy}\} / (N - 2)$$

で N は直径階の数である。

対数平均による修正係数 f は次のようにして算出する。 s^2_{YX} に 1.1513 倍して真数にもどしたものが f である。すなわち、

$$\log f = 1.1513 s^2_{YX}$$

この f を前に求めた p_D に乗すると修正された値が求められる。次に各 X に応ずる s^2_Y を (5.69) から求め、 s_Y を真数にもどして1を差し引けば p_D の百分率誤差になる。すなわち、

$$s_{p_D}(\%) = 100(10^{s_Y} - 1) \dots\dots\dots (5.70)$$

これを前に求めた修正 p_D に乗すると、

$$s_{p_D} = p_D s_{p_D}(\%) / 100 \dots\dots\dots (5.71)$$

によつて p_D の推定誤差が求められる。 $p_D + 2s_{p_D}$ (上限) および $p_D - 2s_{p_D}$ (下限) を各 D ごとに求め

て直径成長率の直径階ごとの平均および上下限一覧表を作成する。(5・63) の b は材積式が固定されて誤差がないとすれば、これに b 倍すれば p_v , $p_v + 2s_{p_v}$, $p_v - 2s_{p_v}$ となり、これに各直径階ごとの v を乗ずると、直径階ごとの材積成長量およびその推定誤差の上下限一覧表ができる。1つの林分の本数分配がわかっているれば、この表を用いれば直径階ごとの材積成長量および推定の誤差が評価される。

(b) 期間中央直径を基準とする場合

現在皮付直径 D の直径階ごとに皮内直径 D_{ib} , n 年前の皮内直径 d_{ib} , 定期直径成長量 I_d の合計をとまりまとめる。直径階ごとに、 $(\sum D_{ib} + \sum d_{ib})/2 = \sum D_{Mib}$ および $p_{D_M} = \frac{1}{n} \frac{\sum I_D}{\sum D_{Mib}}$ を計算し、直径階の本数を w とすると期間中央皮付直径は $D_M = K_d \frac{\sum D_{Mib}}{w}$ で求めることができる。ここに $K_d = \sum D / \sum D_{ib}$ は直径樹皮係数である。(a) の場合と同様に

$$p_{D_M} = a' D_M^{b'}$$

の形で理論的な p_{D_M} および推定誤差を求め、材積成長量表を作成しておけばよい。

(c) 過去直径を基準とする場合

現在直径階ごとに過去皮内直径 d_{ib} および直径成長量 I_D の合計を求め、

$$p_{D_0} = \frac{1}{n} \frac{\sum I_D}{\sum d_{ib}}$$

を計算し、

$$D_0 = K_d \frac{\sum d_{ib}}{w}$$

という過去皮付直径を求めて、

$$p_{D_0} = a' D_0^{b'}$$

の形で理論的な p_{D_0} および推定の誤差を求め、材積成長量表を作成しておけばよい。

3つの方法の比較は § 5—7 で実際例で行なうことにする。

本節で述べた方法の面積調査へのひとつの拡張に対する構想は § 5—8 で述べることにして、次節では本節で述べた理論の実際例を与えよう。

§ 5—4 実 際 例

前橋営林局、太田原営林署管内那須事業区 11 林班へ小班内の 53 年生スギ林分に対して $40\text{ m} \times 100\text{ m}$ (0.4 ha) の標準地を設け、直径階ごとに系統的抽出で 40 本を抜き、伐倒して樹幹析解を行なった。樹幹析解は従来の成長経過を知るための方法と併行して、現在より 5 年前、10 年前の査定も行なった。伐倒木については伐倒前に樹高はワイゼおよびブルーメライスで測高し、胸高直径は平均直径の 2 方向 M , N および傾斜に対して直角な 2 方向 A , B および傾斜の方向の 2 方向 C , D の 6 方向で錐片を抽出して直径成長量を測定し、伐倒後胸高断面は現在、皮内、5 年前、10 年前の図を描いてプランメーターで実断面積を測定し、あわせて錐片の挿入方向もチェックした。

標準地は $20\text{ m} \times 100\text{ m}$ (0.2 ha) の 2 ブロックにわけて、それぞれワイゼおよびブルーメライスで樹高測定を行なったのでその精度の比較を行なわなければならない。

(1) 樹高測定器具の精度の検定

伐倒木の実際樹高 (H) とブルーメライス測定樹高 (B), ワイゼ測定樹高 (W) の値を示すと 5—1 表のとおりであった。

W 測定対 H , B 測定対 H の関係を 5—3 図および 5—4 図に示す。

5-1 表

樹 木 番 号	実際樹高 (H) m	ブルーメライス 測定樹高 (B) m	ワイゼ測定樹高 (W) m
9	25.9	27.0	25.5
17	31.0	30.2	31.2
18	29.1	29.5	29.5
19	29.2	29.2	29.2
23	24.5	23.7	24.0
24	26.0	25.2	26.0
29	33.0	33.0	32.5
32	25.6	25.2	26.7
39	27.2	26.7	27.2
45	27.8	27.5	28.0
51	25.8	24.7	25.5
52	27.1	27.2	27.5
60	22.2	22.2	22.7
68	28.5	28.0	29.0
75	26.3	26.2	26.7
79	20.5	20.7	21.5
87	25.7	25.7	26.5
88	27.6	26.4	28.7
92	28.4	27.2	28.2
96	28.8	29.7	28.7
108	27.8	26.9	26.2
109	25.2	25.6	24.7
110	26.9	27.6	27.7
117	29.0	27.2	28.5
119	22.4	23.7	22.7
125	23.2	24.7	24.2
135	27.5	27.2	28.2
137	25.1	23.7	24.5
143	22.2	22.7	21.2
144	24.7	23.7	23.2
158	28.3	29.2	29.2
161	22.8	22.4	21.2
162	21.5	22.2	21.2
164	19.2	18.8	18.7
181	18.8	18.2	18.7
187	19.4	19.2	19.2
194	26.2	25.7	25.2
198	23.2	21.2	21.7
209	27.9	27.6	27.5
210	26.7	27.2	27.7

一般に $O_n(y_\alpha/x_\alpha)$ ($\alpha=1, 2, \dots, n$) を $N(a+bx, \sigma^2)$ なる正規分布をする母集団からの大きさ n の標本とする。また x_α はことごとく同じでないとする。そのとき、

(i) a, b, σ^2 の最尤推定量は、

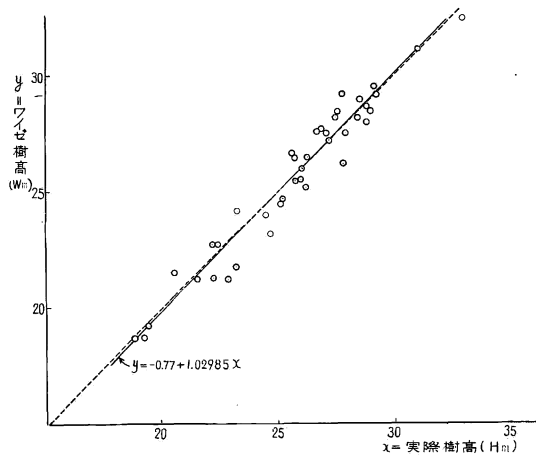
$$\hat{a} = \bar{y} + \hat{b}\bar{x}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_1^n (x_\alpha - \bar{x})(y_\alpha - \bar{y})}{\sum_1^n (x_\alpha - \bar{x})^2} \quad \text{ただし} \quad \sum_1^n (x_\alpha - \bar{x})^2 \neq 0$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n (y_\alpha - \hat{a} - \hat{b}x_\alpha)^2$$

(ii) $\hat{a}-a, \hat{b}-b$ の同時分布は正規分布であり、その平均値は 0, 分散共分散行列は

$$\begin{vmatrix} \frac{n}{\sigma^2} & \frac{\sum_1^n x_\alpha}{\sigma^2} \\ \frac{\sum_1^n x_\alpha}{\sigma^2} & \frac{\sum_1^n x_\alpha^2}{\sigma^2} \end{vmatrix}^{-1}$$



5-3 図 W 測定対 H

となる。

$$(iii) \frac{n\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} = \frac{\sum (y_{\alpha} - \hat{a} - \hat{b}x_{\alpha})^2}{\sigma^2} \text{ は自由度}$$

$n-2$ の χ^2 分布に従い $\hat{a}$ と $\hat{b}$ は独立に分布する。

y_{α} の同時分布の確率素分,

$$dF = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^n \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (y_{\alpha} - a - bx_{\alpha})^2 \right\} \right] dy$$

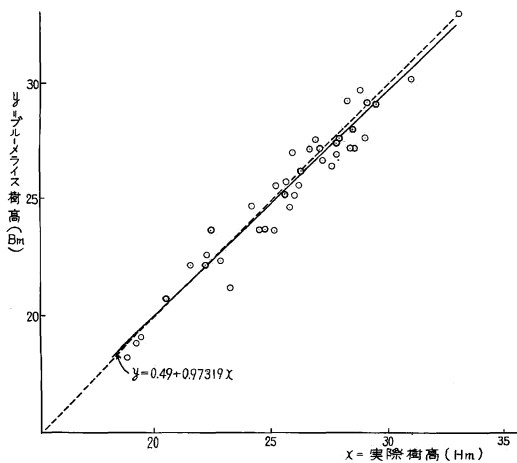
の指数は,

$$q_1 = \frac{1}{\sigma^2} \sum (y_{\alpha} - \hat{a} - \hat{b}x_{\alpha})^2$$

$$q_2 = \frac{1}{\sigma^2} [n(\hat{a} - a)^2 + 2\sum x_{\alpha}(\hat{a} - a)(\hat{b} - b) + \sum x_{\alpha}^2(\hat{b} - b)^2]$$

の和となり、かつ q_1, q_2 はそれぞれ $f_{n-2}(\chi^2), f_2(\chi^2)$ に従って独立に分布するから、

$$F = \frac{(n-2)[n(\hat{a} - a)^2 + 2\sum x_{\alpha}(\hat{a} - a)(\hat{b} - b) + \sum x_{\alpha}^2(\hat{b} - b)^2]}{2[\sum (y_{\alpha} - \hat{a} - \hat{b}x_{\alpha})^2]}$$



5-4 図 B 測定対 H

は自由度 2, $n-2$ の F 分布に従う⁸⁰⁾。これを用いて $\hat{a}, \hat{b}$ の同時検定ができる。すなわち、上の F として $p_r(F > F_{\epsilon}) = \epsilon$ なる F_{ϵ} をとれば、上式は a, b を変数とする 1 つの楕円を表わす。その内部は信頼係数が $(1-\epsilon)$ なる (a, b) の信頼域である。

ここでは、 $x_{\alpha} = W$ または B であり、 $y_{\alpha} = H$ で、 $a=0, b=1$ の検定を行なえば実測樹高と器械による測定樹高の差の検定ができる。すなわち、 $a=0, b=1$ の同時検定は、

$$F = \frac{(n-2)[n\hat{a}^2 + 2\sum x_{\alpha}\hat{a}(\hat{b}-1) + \sum x_{\alpha}^2(\hat{b}-1)^2]}{2[\sum (y_{\alpha} - \hat{a} - \hat{b}x_{\alpha})^2]} \dots\dots\dots (5.72)$$

を用いればよい。必要な統計量をまとめると次表のとおりである。

	本数 (n)	平均樹高	$\sum x_\alpha$ または $\sum y_\alpha$	$\sum x^2_\alpha$	$Sx_\alpha^2 = \sum (x_\alpha - \bar{x})^2$	$Sx_\alpha y_\alpha = \sum (x_\alpha - \bar{x})(y_\alpha - \bar{y})$
B 測定 (y_1)	40	$\bar{y}_1 = 25.5$	1019.9	—	—	398.1105
W 測定 (y_2)	40	$\bar{y}_2 = 25.7$	1026.2	—	—	421.2890
実際樹高 (x)	40	$\bar{x} = 25.7$	1028.2	26838.96	409.0790	—
	$Sy_\alpha^2 = \sum (y_\alpha - \bar{y})^2$	$\hat{b} = Sx_\alpha y_\alpha / Sx_\alpha^2$	$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$	$Q = \sum (y_\alpha - \hat{a} - \hat{b}x_\alpha)^2 = Sy_\alpha^2 - \hat{b}Sx_\alpha y_\alpha$	$s^2_{y.x} = Q/(n-2)$	$s_{y.x}$
B 測定	412.9675	0.97319	0.49	25.5303	0.67185000	0.820
W 測定	456.3790	1.02985	-0.77	25.5145	0.59248684	0.770

W 測定では上表から,

$$2\sum (y_\alpha - \hat{a} - \hat{b}x_\alpha)^2 = 2Q = 45.0290$$

$$n\hat{a}^2 = 40 \times (-0.77)^2 = 23.7160$$

$$\hat{a}(\hat{b}-1) = (-0.77) \times (0.02985) = -0.0229845$$

$$2\sum x_\alpha = 2056.4$$

であるから,

$$2\sum x_\alpha \hat{a}(\hat{b}-1) = -47.26532580$$

$$(\hat{b}-1)^2 = (0.02985)^2 = 0.0008910225$$

$$\sum x_\alpha^2 (\hat{b}-1)^2 = 26838.96 \times 0.0008910225 = 23.91411723$$

(5.72) から,

$$F = \frac{38 \times 0.36479143}{45.0290} = 0.031 < F_{.05}^2 = 3.23$$

また B 測定では,

$$2\sum (y_\alpha - \hat{a} - \hat{b}x_\alpha)^2 = 2Q = 51.0606$$

$$n\hat{a}^2 = 40 \times (0.49)^2 = 9.6040$$

$$\hat{a}(\hat{b}-1) = 0.49 \times (-0.02681) = -0.0131369$$

$$2\sum x_\alpha = 2056.4$$

であるから,

$$2\sum x_\alpha \hat{a}(\hat{b}-1) = 2056.4 \times (-0.0131369) = -27.01472116$$

$$(\hat{b}-1)^2 = (-0.0131369)^2 = 0.0007187761$$

であるから,

$$\sum x_\alpha^2 (\hat{b}-1)^2 = 19.29120299$$

(5.72) 式から,

$$F = \frac{38 \times 1.88048183}{51.0606} = 1.399 < F_{.05}^2 = 3.23$$

いずれの場合も差は認められない。したがって樹高については、両測定の数値をそのまま用いて材積計算を行なう。

(2) 標準地材積の樹幹析解材積による補正

試験地の単木の直径、樹高による材積表* からの材積 (1 cm, 1 m で補間により材積を算出した) を標

* 前橋営林局表日本スギ材積表, 昭和 31 年 3 月

本木の樹幹析解による実材積 (V) と材積表材積 (V_t) との回帰または比により補正して現在事象の材積を求めた。5—2 表に V と V_t の関係を示す。

5—2 表 樹幹析解による真材積 (V)、皮内材積 (V_{ib}) と材積表材積 (V_t)

	No.	胸高直径 (D) cm	樹 高 (H) m	材積表材積 (V_t) m^3	真 材 積 (V) m^3	皮内材積 (V_{ib}) m^3
ブ	9	39.4	25.9	1.442	1.2166	1.1231
	17	45.5	31.0	2.132	2.2961	2.1441
	18	40.5	29.1	1.687	1.6942	1.5785
	19	41.7	29.2	1.751	1.9224	1.7853
	23	25.9	24.5	0.642	0.6792	0.6339
	24	33.6	26.0	1.043	1.1109	1.0223
	29	51.9	33.0	2.920	2.9163	2.7118
	32	40.4	25.6	1.511	1.5562	1.4340
	39	32.5	27.2	1.075	1.1952	1.1076
	45	35.4	27.8	1.302	1.3237	1.2032
ツ	51	31.7	25.8	0.937	0.9644	0.8892
	52	35.4	27.1	1.253	1.2833	1.1926
	60	23.7	22.2	0.504	0.5338	0.4962
	68	39.4	28.5	1.568	1.6497	1.5281
ク	75	40.9	26.3	1.510	1.6725	1.5606
	79	20.0	20.5	0.339	0.3574	0.3358
	87	32.0	25.7	1.032	1.0886	1.0121
	88	36.4	27.6	1.263	1.3545	1.2746
1	92	29.4	28.4	0.945	1.0553	0.9680
	96	40.8	28.8	1.890	1.7678	1.6647
ブ	108	40.4	27.8	1.510	1.6175	1.4188
	109	29.3	25.2	0.863	0.9029	0.8234
	110	33.7	26.9	1.117	1.1136	1.0341
	117	47.6	29.0	2.225	1.8807	1.7408
	119	24.5	22.4	0.571	0.4977	0.4405
	125	34.8	23.2	1.052	1.0469	0.9521
	135	39.4	27.5	1.500	1.5597	1.4607
	137	36.4	25.1	1.212	1.0558	0.9677
	143	27.2	22.2	0.624	0.6798	0.6326
	144	35.1	24.7	1.005	1.2046	1.1287
ツ	158	36.4	28.3	1.418	1.3868	1.2728
	161	27.7	22.8	0.624	0.7219	0.6444
	162	25.8	21.5	0.548	0.5747	0.5318
	164	19.8	19.2	0.304	0.3115	0.2882
ク	181	22.6	18.8	0.394	0.4153	0.3847
	187	22.5	19.4	0.394	0.4134	0.3858
	194	32.0	26.2	0.937	1.0458	0.9791
	198	31.4	23.2	0.818	0.8394	0.7630
2	209	36.4	27.9	1.367	1.4082	1.3116
	210	29.6	26.7	1.022	0.9448	0.8840

試験地は 20 m×100 m の 2 ブロックからなるので、複合および分離の両方で全林材積を算出し、その精度を比較した。材積表材積での全林材積は 246.225 m^3 であった。以下 $V_t=x$, $V=y$ で表わす。

(i) 分離比推定

$$\begin{aligned}
 \hat{Y}_{RS} &= \sum_{h=1}^2 \frac{\sum_i^{n_h} y_{hi}}{\sum_i^{n_h} x_{hi}} X_h \\
 &= \frac{27.6381}{26.746} \times 143.154 + \frac{19.6210}{19.505} \times 103.071 = 251.6128
 \end{aligned}$$

ここに h は層を表わす。 $X_1=143.154$ は 1 ブロックでの 103 本の材積表材積合計、 $X_2=103.071$ は 2 ブ

ロックでの 109 本の材積表材積合計である。 $\hat{Y}_{RS}$ の推定分散は、

$$s^2_{\hat{Y}_{RS}} = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h(N_h - n_h)}{n_h(n_h - 1)} \left[\sum_i^{n_h} y_{hi}^2 + \hat{R}_h^2 \sum_i^{n_h} x_{hi}^2 - 2\hat{R}_h \sum_i^{n_h} y_{hi} x_{hi} \right]$$

ここに、

$$\hat{R}_h = \sum_i^{n_h} y_{hi} / \sum_i^{n_h} x_{hi}$$

本例では、

$$\begin{aligned} s^2_{\hat{Y}_{RS}} &= \frac{103 \times 83}{20 \times 19} \{44.88765141 + (1.03335452)^2 \times 42.37807800 \\ &\quad - 2 \times 1.03335452 \times 43.53047220\} \\ &\quad + \frac{109 \times 89}{20 \times 19} \{22.90194806 + (1.00594719)^2 \times 22.33783100 \\ &\quad - 2 \times 1.00594719 \times 22.99982590\} \\ &= 10.19221229 \\ \therefore S_{\hat{Y}_{RS}} &= 3.1925 \end{aligned}$$

(ii) 複合比推定

$$\hat{Y}_{RC} = \frac{\hat{Y}_{st}}{\hat{X}_{st}} X$$

ここに

$$\hat{X}_{st} = \sum_{h=1}^2 N_h \bar{x}_h, \quad \hat{Y}_{st} = \sum_{h=1}^2 N_h \bar{y}_h$$

ここでは、

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{st} &= 103 \times 1.381905 + 109 \times 0.981050 = 249.270665 \\ \hat{X}_{st} &= 103 \times 1.337300 + 109 \times 0.975250 = 244.044150 \\ X &= 246.225 \end{aligned}$$

であるから、

$$\hat{Y}_{RC} = \frac{249.270665}{244.044150} \times 246.225 = 251.4981$$

この推定分散は、

$$s^2_{\hat{Y}_{RC}} = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h(N_h - n_h)}{n_h(n_h - 1)} \left[\sum_i^{n_h} y_{hi}^2 + \hat{R}^2 \sum_i^{n_h} x_{hi}^2 - 2\hat{R} \sum_i^{n_h} y_{hi} x_{hi} \right]$$

ここに

$$\hat{R} = \hat{Y}_{st} / \hat{X}_{st}$$

本例では、

$$\begin{aligned} s^2_{\hat{Y}_{RC}} &= \frac{103 \times 83}{20 \times 19} \{44.88765141 + (1.02141594)^2 \times 42.37807800 \\ &\quad - 2 \times 1.02141594 \times 43.53047220\} \\ &\quad + \frac{109 \times 89}{20 \times 19} \{22.90194806 + (1.02141594)^2 \times 23.33783100 \\ &\quad - 2 \times 1.02141594 \times 22.99982590\} \\ &= 10.70697877 \\ s_{\hat{Y}_{RC}} &= 3.2721 \end{aligned}$$

(iii) 分離回帰推定

$$\hat{Y}_{lrs} = N \sum_{h=1}^2 W_h \bar{y}_{lrs} = N \sum_{h=1}^2 W_h [\bar{y}_h + b_h(\bar{X}_h - \bar{x}_h)]$$

ここに $W_h = N_h/N$

本例では,

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum y_{1i}}{20} = \frac{27.6381}{20} = 1.381905$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\sum y_{2i}}{20} = \frac{19.6210}{20} = 0.981050$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{1i}}{20} = \frac{26.746}{20} = 1.33730$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{2i}}{20} = \frac{19.505}{20} = 0.975250$$

$$\begin{aligned} Sx_1^2 &= \sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 \\ &= \sum x_{1i}^2 - (\sum x_{1i})^2/20 \\ &= 42.378078 - 35.76742580 \\ &= 6.61065220 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Sx_2^2 &= \sum (x_{2i} - \bar{x}_2)^2 \\ &= \sum x_{2i}^2 - (\sum x_{2i})^2/20 \\ &= 23.337831 - 19.02225125 \\ &= 4.31557975 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Sy_1^2 &= \sum (y_{1i} - \bar{y}_1)^2 \\ &= \sum y_{1i}^2 - (\sum y_{1i})^2/20 \\ &= 44.88765141 - 38.19322858 \\ &= 6.69442283 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Sy_2^2 &= \sum (y_{2i} - \bar{y}_2)^2 \\ &= \sum y_{2i}^2 - (\sum y_{2i})^2/20 \\ &= 22.90194806 - 19.24918205 \\ &= 3.65276601 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Sx_1y_1 &= \sum (x_{1i} - \bar{x}_1)(y_{1i} - \bar{y}_1) \\ &= \sum x_{1i}y_{1i} - (\sum x_{1i})(\sum y_{1i})/20 \\ &= 43.53047220 - 36.96043110 \\ &= 6.57004110 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Sx_2y_2 &= \sum (x_{2i} - \bar{x}_2)(y_{2i} - \bar{y}_2) \\ &= \sum x_{2i}y_{2i} - (\sum x_{2i})(\sum y_{2i})/20 \\ &= 22.9998259 - 19.13538025 \\ &= 3.86444565 \end{aligned}$$

$$b_1 = \frac{Sx_1y_1}{Sx_1^2} = \frac{6.57004110}{6.61065220} = 0.99386$$

$$b_2 = \frac{Sx_2y_2}{Sx_2^2} = \frac{3.86444565}{4.31557975} = 0.89546$$

$$\therefore \bar{y}_{lrs1} = 1.381905$$

$$\bar{y}_{lrs2} = 0.981050$$

$$\begin{aligned} &+ 0.99386(1.389845 - 1.337300) \\ &= 1.434126 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ 0.89546(0.945606 - 0.975250) \\ &= 0.954505 \end{aligned}$$

$$\therefore Y_{lrs} = N \sum W_h \bar{y}_{lrs} = \sum N_h \bar{y}_{lrs}$$

$$= 103 \times 1.434126 + 109 \times 0.954505$$

$$= 251.7559$$

$\hat{Y}_{lrs}$ の推定分散は

$$s_{\hat{Y}_{lrs}}^2 = N^2 \sum f_h W_h \frac{s_{y_{zh}}^2}{n_h} = \sum f_h N_h^2 \frac{s_{y_{zh}}^2}{n_h} = \sum \frac{N_h(N_h - n_h)}{n_h} s_{y_{zh}}^2$$

ここに,

$$f_h = \frac{N_h - n_h}{N_h}, \quad W_h = \frac{N_h}{N}$$

$$s_{y_{zh}}^2 = \frac{1}{n_h - 1} [Sy_h^2 - b_h Sx_h y_h]$$

$$b_h = \frac{Sx_h y_h}{Sx_h^2}$$

前の統計量から,

$$s^2_{y|x1} = \frac{1}{18} [6.69442283 - 0.99386 \times 6.57004110] = 0.0091728178$$

$$s^2_{y|x2} = \frac{1}{18} [3.65276601 - 0.89546 \times 3.86444565] = 0.0106830350$$

したがって、

$$s^2_{\hat{Y}_{lrc}} = \frac{103 \times 83}{20} \times 0.0091728178 + \frac{109 \times 89}{20} \times 0.0106830350 = 9.22618164$$

$$s\hat{Y}_{lrc} = 3.0358$$

(iv) 複合回帰推定

$$\hat{Y}_{lrc} = N[\bar{y}_{st} - b(\bar{X} - \bar{x}_{st})]$$

ここに

$$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^2 W_h \bar{y}_h \quad \bar{x}_{st} = \sum_{h=1}^2 W_h \bar{x}_h$$

$$b = \frac{\sum \sum (y_{ht} - \bar{y}_h)(x_{ht} - \bar{x}_h)}{\sum \sum (x_{ht} - \bar{x}_h)^2}$$

本例では、

$$\bar{y}_{st} = \frac{1}{212} \{103 \times 1.381905 + 109 \times 0.981050\} = 1.175805$$

$$\bar{x}_{st} = \frac{1}{212} \{103 \times 1.337300 + 109 \times 0.975250\} = 1.151152$$

$$Sx_h y_h = Sx_1 y_1 + Sx_2 y_2 = 10.43430192$$

$$Sx^2_h = Sx^2_1 + Sx^2_2 = 10.92623195$$

$$\therefore b = \frac{10.43430192}{10.92623195} = 0.95498$$

したがって、

$$\bar{X} = 246.225/212 = 1.161439$$

$$\hat{Y}_{lrc} = 212[1.175805 + 0.95498(1.161439 - 1.151152)]$$

$$= 251.3533$$

$\hat{Y}_{lrc}$ の推定分散は、

$$\begin{aligned} s^2_{\hat{Y}_{lrc}} &= N^2 \sum_{h=1}^2 f_h \frac{W_h^2 s_{y|xh}^2}{n_h} \\ &= \sum \frac{N_h(N_h - n_h)}{n_h} s^2_{y|xh} \end{aligned}$$

ここに、

$$s^2_{y|xh} = \frac{1}{n_h - 1} [Sy^2_h - 2bSx_h y_h + b^2 Sx^2_h]$$

本例では、

$$s^2_{y|x1} = \frac{1}{19} [6.69442283 - 2 \times 0.95498 \times 6.56985627 + (0.95498)^2 \times 6.61065220]$$

$$= 0.0092152205$$

$$s^2_{y|x2} = \frac{1}{19} [3.65276601 - 2 \times 0.95498 \times 3.86444565 + (0.95498)^2 \times 4.31557975]$$

$$= 0.0109252489$$

$$\therefore S_{\hat{y}_{lrc}} = \frac{103 \times 83}{20} \times 0.0092152205 + \frac{109 \times 89}{20} \times 0.0109252489$$

$$= 9.24220801$$

$$\therefore S_{\hat{y}_{lrc}} = 3.0401$$

以上とりまとめると次表のようになる。

推 定 方 式	$\hat{Y}$	$s_{\hat{Y}}$	$s_{\hat{Y}}/\hat{Y}$	備 考
分 離 比	251.6128	3.1925	0.0127	材積表による合計材積 は 246.225 m^3
複 合 比	251.4981	3.2721	0.0130	
分 離 回 帰	251.7559	3.0358	0.0121	
複 合 回 帰	251.3533	3.0401	0.0121	

いずれの推定方式も 251 m^3 を示している。推定精度は 95% 信頼度で 2~3% である。したがってこのような場合には、簡単な複合比による方式が計算労力が少なくてすむので有効であろう。

(3) 前節(1)の標本木について樹幹析解が行なわれていて、これによつて過去の事象の材積が査定されている場合をこの例で明らかにしよう。この場合に次の 1, 2 の前提が必要である。

(i) 幹材積樹皮係数

標本木について現在材積と過去材積の回帰を作る場合、樹幹析解が行なわれている林木については過去材積は皮内しかわからない。全林もしくは大標本の現在材積は皮付材積が査定されているので、どうしても皮内材積を樹皮を含めた皮付材積に変換して回帰を作る必要がある。短期間であれば現在皮付材積と現在皮内材積の関係が、過去事象のそれらの関係と同じであるとの仮定を設ける。そのとき、現在の皮付材積を V 、皮内材積を V_{ib} とするとき、幹材積樹皮係数 K_v は次の 2 とおりの方法で求められる。

$$K_v(1) = \frac{\sum V}{\sum V_{ib}} \dots\dots\dots (5.73)$$

$$K_v(2) = \frac{\sum VV_{ib}}{\sum V^2_{ib}} \dots\dots\dots (5.74)$$

40本の樹幹析解木について両者の精度を比較してみよう。(5.73) は比推定量, (5.74) は最尤推定量である。したがって,

$$\begin{aligned} \text{var}[K_v(1)] &= \frac{1}{n(n-1)V^2_{ib}} [\sum V^2 + K_v^2(1) \sum V^2_{ib} - 2K_v(1) \sum VV_{ib}] \\ \text{var}[K_v(2)] &= \frac{\sum \{V - K_v(2)V_{ib}\}^2}{(n-1) \sum V^2_{ib}} \\ &= \frac{1}{(n-1) \sum V^2_{ib}} \left[\sum V^2 - \frac{(\sum VV_{ib})^2}{\sum V^2_{ib}} \right] \end{aligned}$$

5—2 表に V と V_{ib} が 40 本について対比してある。この表から,

$$\begin{aligned} \sum V &= 47.2591 & \sum V_{ib} &= 43.7105 \\ \sum VV_{ib} &= 62.77604533 & \sum V^2_{ib} &= 58.14482873 \\ \sum V^2 &= 67.78959947 & n &= 40 \end{aligned}$$

であるから,

$$K_v(2) = \frac{62.77604533}{58.14482873} = 1.07965$$

$$\begin{aligned}
 K_v(1) &= \frac{47.2591}{43.7105} = 1.08118 \\
 \text{var}[K_v(2)] &= \frac{1}{39 \times 58.14482873} \left[67.78959947 - \frac{(62.77604533)^2}{58.14482873} \right] \\
 &= 0.00000593683767 \\
 \therefore \sqrt{\text{var}[K_v(2)]} &= 0.00243656 \\
 \therefore \frac{2\sqrt{\text{var}[K_v(2)]}}{K_v(2)} &= 0.0046 \\
 \text{var}[K_v(1)] &= \frac{1}{40 \times 39 \times 1.09276^2} [67.78959947 + 1.08118^2 \times 58.14482873 \\
 &\quad - 2 \times 1.08118 \times 62.77604533] \\
 &= 0.00000729406341 \\
 \therefore \sqrt{\text{var}[K_v(1)]} &= 0.00270075 \\
 \therefore \frac{2\sqrt{\text{var}[K_v(1)]}}{K_v(1)} &= 0.0054
 \end{aligned}$$

95% 信頼度で, $K_v(1)$ および $K_v(2)$ の推定精度はやや $K_v(2)$ が小さいが, ほとんど両者とも 0.5% 程度で非常に小さい。したがって幹材積樹皮係数は推定の誤差を無視して計算の簡単な (5・73), すなわち $K_v(1)$ の比推定を用いた方が有効であろう。参考のために V と V_{ib} の相関係数は 0.999 であり非常に高い。今後幹材積樹皮係数として $K_v=1.08118$ を用いる。

(ii) 樹幹析解木についての材積成長量の計算の検討

樹皮を考慮にいたした樹幹析解木の材積の計算には次の 2 とおりの方法が考えられる。すなわち, 現在皮付材積を V , 皮内材積を V_{ib} , 5 年前の皮内材積を v_{ib} とすれば, 幹材積樹皮係数が K_v であれば,

$$I_v(1) = V - K_v v_{ib} \quad \dots\dots\dots (5 \cdot 75)$$

$$I_v(2) = K_v (V_{ib} - v_{ib}) \quad \dots\dots\dots (5 \cdot 76)$$

ここに

$$\Sigma V = K_v \Sigma V_{ib} \quad \dots\dots\dots (5 \cdot 77)$$

(5・75) と (5・76) のどちらが推定の精度がよいであろうか。 K_v には推定の誤差がないと考えて (5・75) から,

$$\sigma^2_{I_v(1)} = \sigma^2_V + K_v^2 \sigma^2_{v_{ib}} - 2K_v \text{cov}(V, v_{ib})$$

(5・77) から,

$$\sigma^2_V = K_v^2 \sigma^2_{v_{ib}}$$

また

$$\text{cov}(V, v_{ib}) = K_v \text{cov}(V_{ib}, v_{ib}) = K_v \rho \sigma^2_{v_{ib}}$$

したがって,

$$\sigma^2_{I_v(1)} = 2K_v^2 (1 - \rho) \sigma^2_{v_{ib}}$$

ここに ρ は V_{ib} と v_{ib} の相関係数である。

また (5・76) より,

$$\sigma^2_{I_v(2)} = K_v^2 (\sigma^2_{V_{ib}} + \sigma^2_{v_{ib}}) - 2K_v \text{cov}(V_{ib}, v_{ib})$$

$\sigma^2_{V_{ib}} = \sigma^2_{v_{ib}}$ とすれば,

$$\sigma^2 I_{v(2)} = 2K_v \sigma^2 v_{ib} (K_v - \rho) \dots\dots\dots (5.79)$$

したがって相対効率を $R.E.$ とすれば,

$$R.E. = \frac{\sigma^2 I_{v(1)}}{\sigma^2 I_{v(2)}} = \frac{K_v(1-\rho)}{K_v - \rho} \dots\dots\dots (5.80)$$

たとえば, いま $K_v = 1.05$ とすれば,

ρ	0	0.50	0.80	0.90	0.95	0.99	1.00
$R.E.$	1.00	0.95	0.84	0.70	0.53	0.18	0

V_{ib} と v_{ib} の相関がますます急激に $R.E.$ は小さくなり, 実際的には $\rho = 0.95$ 以上であるから, (5.75) 式を用いた方が誤差が少ないであろう。したがって樹幹析解木について樹皮も含めた成長量の算出には (5.75) 式によつた。

(i), (ii) の前提のもとに前節(1)の理論を例題によつて明らかにしよう。5年前の材積推定の場合を例示する。10年前は同じ手段で行なえばよい。

まず, 標本木 40 本について樹幹析解が行なわれ, これによつて現在, 過去の2事象の材積が明らかにされ, 現在材積は直径, 樹高の212本の測定で材積表により明らかにされているとする。現在材積と過去の皮内材積および幹材積樹皮係数を考慮にいれて過去の皮付材積と材積成長量を示せば 5—3 表のとおりである。

表から $K_v v_{ib}$ と V の回帰を作るのであるが, v_{ib} と V の回帰を作り推定の場合に K_v を考慮にいとると同じであるので, いま $v_{ib} = y'$, $V = x'$ としよう。(5.1)を作れば,

$$\begin{aligned} n' &= 40, & \lambda &= 40/212 = 0.18868, & \mu &= 1 - \lambda = 0.81132, & N &= 212 \\ \Sigma x' &= 47.2591 & \Sigma y' &= 37.1087 \\ \bar{x}' &= 1.1815 & \bar{y}' &= 0.9277 \\ \Sigma x'^2 &= 67.78959947 & \Sigma y'^2 &= 41.66635483 & \Sigma x'y' &= 53.11150571 \\ -) \frac{(\Sigma x')^2}{n'} &= 55.83556332 & -) \frac{(\Sigma y')^2}{n'} &= 34.42639039 & -) \frac{(\Sigma x')(\Sigma y')}{n'} &= 43.84309410 \\ Sx'^2 &= 11.95403615 & Sy'^2 &= 7.23996444 & Sx'y' &= 9.26841161 \\ \therefore b &= \frac{Sx'y'}{Sx'^2} = 0.77534 \\ \therefore y &= 0.9277 + 0.77534(x - 1.1815) \dots\dots\dots (5.81) \\ Q &= Sy'^2 - bSx'y' = 7.23996444 - 0.77534 \times 9.26841161 = 0.05379418 \\ s^2_{y/x'} &= Q/(n' - 2) = 0.001415636315 \end{aligned}$$

(5.4) から,

$$\begin{aligned} s^2_y &= s^2_{y/x'} \left[\frac{1}{n'} + \frac{(x - \bar{x}')^2}{\Sigma (x' - \bar{x}')^2} \right] \\ &= 0.001415636315 \left[\frac{1}{40} + \frac{(x - 1.1815)^2}{11.95403615} \right] \dots\dots\dots (5.82) \end{aligned}$$

本節(1)で検討した材積表材積の樹幹析解材積による補正值の複合比の値を全林の真材積として用いれば,

$$\Sigma X = 251.4981 \quad \bar{X} = 251.4981/212 = 1.1863$$

5—3 表 標本木の現在および5年前材積と材積成長量

No.	現在皮付材積 (V)	5 年前皮内材積 (v_{ib})	5 年前皮付材積 ($K_v \cdot v_{ib}$)	定期材積成長量 ($I_v = V - K_v v_{ib}$)
9	1.2166	1.0151	1.0975	0.1191
17	2.2961	1.8503	2.0005	0.2956
18	1.6942	1.2999	1.4054	0.2888
19	1.9224	1.4753	1.5951	0.3273
23	0.6792	0.5694	0.6156	0.0636
24	1.1109	0.9079	0.9816	0.1293
29	2.9163	2.2189	2.3990	0.5173
32	1.5562	1.2859	1.3903	0.1659
39	1.1952	0.9873	1.0674	0.1278
45	1.3237	1.0077	1.0895	0.2342
51	0.9644	0.7728	0.8355	0.1289
52	1.2833	0.9675	1.0460	0.2373
60	0.5338	0.4517	0.4884	0.0454
68	1.6497	1.3352	1.4436	0.2061
75	1.6725	1.3067	1.4128	0.2597
79	0.3574	0.3047	0.3294	0.0280
87	1.0886	0.8965	0.9693	0.1193
88	1.3545	1.1019	1.1914	0.1631
92	1.0553	0.8521	0.9213	0.1340
96	1.7678	1.4128	1.5275	0.2403
108	1.6175	1.1911	1.2878	0.3297
109	0.9029	0.7223	0.7809	0.1220
110	1.1136	0.8687	0.9392	0.1744
117	1.8807	1.4723	1.5918	0.2889
119	0.4977	0.4014	0.4340	0.0637
125	1.0469	0.8385	0.9066	0.1403
135	1.5597	1.2102	1.3084	0.2513
137	1.0558	0.8230	0.8898	0.1660
143	0.6798	0.5525	0.5974	0.0824
144	1.2046	0.9391	1.0153	0.1893
158	1.3868	1.0297	1.1133	0.2735
161	0.7219	0.4906	0.5304	0.1915
162	0.5747	0.4262	0.4608	0.1139
164	0.3115	0.2387	0.2581	0.0534
181	0.4153	0.2938	0.3177	0.0976
187	0.4134	0.3154	0.3410	0.0724
194	1.0458	0.7687	0.8311	0.2147
198	0.8394	0.6498	0.7026	0.1368
209	1.4082	1.0882	1.1765	0.2317
210	0.9448	0.7689	0.8313	0.1135

* $K_v = 1.08118$ これを (5.81) および (5.82) の x のところにいれると,

$$\bar{y} = 0.9314$$

$$s_y = 0.005949$$

をうる。 b の抽出誤差を無視して (5.5) 式で

$$s_y^2 = \frac{0.001415636315}{40}$$

から求めても

$$s_y = 0.005949$$

となり, 簡単な公式 (5.5) によつても差しつかえないことがわかる。幹材積樹皮係数 $K_v = 1.08118$ を考慮にいれると,

$$\bar{v} = K_v \bar{y} = 1.0070, \quad s_v = K_v s_y = 0.00643$$

したがって全林の過去材積の推定量は、

$$212(1.0070 \pm 2 \times 0.00643) = 213.4840 \pm 2.7263 \text{ m}^3$$

の間にあることが 95% 信頼度でいえる。抽出誤差率は 1.3% で精度はよい。

次に成長量を I_v とすれば、(5・6), (5・7) から

$$I_v = 251.4981 - 213.4840 = 38.0141$$

$$2s_{I_v} = 2.7263$$

であり、真の成長量は $38.0141 \pm 2.7263 \text{ m}^3$ の間にあることが 95% 信頼度でいえる。抽出誤差率は 7.2% である。

前節 (3) で述べた標本木の材積成長量と材積との回帰を用いた成長量の推定が今まで述べた方法と一致することを本例で示そう。

5—3 表の $I_v = y$ と $V = x$ との回帰を作ると次のようになる。

$$y = -0.01263 + 0.16173x$$

$$s_y^2 = 0.001655773157 \left[\frac{1}{40} + \frac{(x - 1.1815)^2}{11.95403615} \right]$$

$\bar{X} = 1.1863$ を上式の x のところに代入すると、

$$\bar{y} = 0.17923$$

$$s_y = 0.00643$$

したがって、成長量 I_v は $212(0.17923 \pm 2 \times 0.00643) = 37.9968 \pm 2.7263$ で抽出誤差率は 7.2% で前の 38.0141 との違いは K_v を乗ずることによる四捨五入の誤差であり、完全に一致するといつてもよいであろう。

(4) 前節 (2) の大標本によつて全林材積が査定されていて、小標本で過去材積が査定されている場合の理論を例示しよう。

(i) 小標本が大標本の副次標本である場合

5—4 表 小標本 $\lambda = 0.25$, $n' = \lambda n = 20$ の資料

No.	樹幹析解材積 (V) m^3	5 年前皮付材積 ($K_v v_{ih}$) m^3	材積表材積 (V_t) m^3
9	1.2166	1.0975	1.442
17	2.2961	2.0005	2.132
19	1.9224	1.5951	1.751
23	0.6792	0.6156	0.642
24	1.1109	0.9816	1.043
29	2.9163	2.3990	2.920
52	1.2833	1.0460	1.253
68	1.6497	1.4436	1.568
75	1.6725	1.4128	1.510
79	0.3574	0.3294	0.339
87	1.0886	0.9693	1.032
92	1.0553	0.9213	0.945
96	1.7678	1.5275	1.890
110	1.1136	0.9392	1.117
117	1.8807	1.5918	2.225
125	1.0469	0.9066	1.052
158	1.3868	1.1133	1.418
161	0.7219	0.5304	0.624
181	0.4153	0.3177	0.394
198	0.8394	0.7026	0.818

5—5 表 大標本, 残り 60 本の資料

No.	材積表材積 m^3 (V_i)	No.	材積表材積 m^3 (V_i)	No.	材積表材積 m^3 (V_i)
4	1.032	64	0.029	136	0.619
5	0.858	66	0.898	137	1.212
10	1.690	74	1.315	138	1.032
13	1.507	91	0.863	140	1.890
18	1.687	93	0.705	144	1.005
22	1.323	99	2.078	149	0.468
26	0.701	103	1.450	150	1.253
31	0.642	104	0.168	151	1.145
34	2.186	105	1.239	154	0.814
40	1.450	106	1.287	159	0.314
41	1.432	107	1.145	160	0.664
43	1.809	113	2.759	165	0.424
47	1.145	114	1.786	166	0.364
48	1.827	115	0.600	169	0.686
51	0.937	118	1.385	171	0.814
53	0.823	120	3.337	172	0.777
54	1.568	123	1.500	173	0.512
55	1.367	126	0.060	183	0.493
57	1.032	133	2.465	185	1.017
58	0.686	135	1.500	211	1.507

$N=212$ 本の母集団から $n=80$ 本の大標本を抽出して, 直径, 樹高を査定し, その中からさらに $\lambda n=20$ 本を抽出してこの小標本について樹幹析解を行なった。すなわち $\lambda=0.25$ で大標本の 25% が小標本である。小標本の 20 本の資料および大標本の残り 60 本の資料を 5—4 表および 5—5 表に示す。

5—4 表より, $V=x'$, $K_v v_{ib}=y'$ とすれば,

$$\sum x' = 26.4207$$

$$\sum y' = 22.4408$$

$$\bar{x}' = 1.32104$$

$$\bar{y}' = 1.12204$$

$$Sx'^2 = \sum (x' - \bar{x}')^2$$

$$Sy'^2 = \sum (y' - \bar{y}')^2$$

$$= \sum x'^2 - (\sum x')^2/n'$$

$$= \sum y'^2 - (\sum y')^2/n'$$

$$= 42.55977191 - 34.90266942$$

$$= 30.60593956 - 25.17947523$$

$$= 7.65710249$$

$$= 5.42646433$$

$$s_{x'}^2 = \frac{Sx'^2}{n'-1} = 0.40300539$$

$$Sx'y' = \sum (x' - \bar{x}')(y' - \bar{y}')$$

$$= \sum x'y' - (\sum x')(\sum y')/n'$$

$$s_{y'}^2 = \frac{Sy'^2}{n'-1} = 0.28560339$$

$$= 36.06921647 - 29.64508222$$

$$= 6.42413425$$

したがって,

$$b = \frac{Sx'y'}{Sx'^2} = 0.83898$$

(5・9) 式は,

$$y = 1.12204 + 0.83898(x - 1.32104) \dots\dots\dots (5 \cdot 83)$$

$\mu n=60$ の $V_i=x''$ の合計は 5—5 表から,

$$\sum x'' = 69.281 \quad \therefore \bar{x}'' = 1.15468$$

これを小標本の $f = \sum V / \sum V_i = 26.4207/26.115 = 1.011706$ を乗ずると樹幹析解の実材積に応ずるものに変換できる。すなわち,

$$\bar{x}_c'' = f\bar{x}'' = 1.16820$$

(5・8) から,

$$\bar{x} = \lambda\bar{x}' + \mu\bar{x}_c'' = 0.25 \times 1.32104 + 0.75 \times 1.16820 = 1.20641$$

これを (5・83) の x のところにいれると,

$$\bar{y} = 1.02587$$

$\bar{y}$ の分散を求める前に $b = 0.83898$ の抽出誤差を検討してみると,

$$s^2_{y/x'} = 0.00204134$$

$$Sx'^2 = 7.65710249$$

であるから,

$$s_b^2 = s^2_{y/x'} / Sx'^2 = 0.000266594315$$

$$\therefore s_b = 0.01632771$$

したがって,

$$s_b/b = 0.001946 = 0.19\%$$

95% 信頼度でもほぼ 0.4% であるから抽出誤差を無視しよう。したがって (5・11) 式から,

$$\begin{aligned} s^2_y &= \frac{s^2_{y/x'}}{n'} + \frac{s^2_{y'} - s^2_{y/x'}}{n} \\ &= \frac{0.00204134}{20} + \frac{0.28560339 - 0.00204134}{80} \\ &= 0.0001020670 + 0.0035445256 \\ &= 0.0036465932 \\ \therefore s_g &= 0.06039 \end{aligned}$$

したがって, 過去材積の推定量は 95% 信頼度で

$$212(1.02587 \pm 2 \times 0.06039) = 217.4844 \pm 25.6054 \text{ m}^3$$

の間にあるといえる。抽出誤差率は 11.8% である。

次に成長量は (5・12) から,

$$\bar{i} = \bar{x} - \bar{y} = 1.20641 - 1.02587 = 0.18054$$

$$\sum x = \sum x' + f \sum x'' = 26.4207 + 1.011706 \times 69.281 = 96.5127$$

$$\sum x^2 = \sum x'^2 + f^2 \sum x''^2 = 42.55977191 + 1.011706^2 \times 103.885793 = 148.89197391$$

であるから,

$$\begin{aligned} Sx^2 &= \sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - (\sum x)^2/n \\ &= 148.89197391 - (96.5127)^2/80 \\ &= 32.45820815 \\ \therefore s^2_{\bar{x}} &= \frac{Sx^2}{n(n-1)} = \frac{32.45820815}{80 \times 79} = 0.00513579242 \end{aligned}$$

であるから (5・12) から,

$$\begin{aligned} s^2_{\bar{i}} &= \frac{s^2_{y/x'}}{n'} + (1-b)^2 s^2_{\bar{x}} \\ &= 0.0001021175 + (1-0.83898)^2 \times 0.00513579242 \\ &= 0.0001021175 + 0.0002352755 \end{aligned}$$

$$=0.0002352755$$

$$\therefore s_t = 0.01534$$

したがって、95% 信頼度で林分成長量は

$$212(0.18054 \pm 2 \times 0.01534) = 38.2745 \pm 6.5042 \text{ m}^3$$

の間にあることが推論され、抽出誤差率は 17.0% である。このときの推定量は回帰推定の場合の 38.0141 m^3 とほとんど差はないことは注意すべきである。

(ii) 大標本と小標本を独立に抽出して一部ダブらせる場合

$N=212$ 本の母集団から $n=40$ 本の大標本を抽出し、その中の $n'=\lambda n=20$ 本の標本木について樹幹析解し、残り $\mu n=20$ 本の標本木は直径、樹高の測定により材積表から材積を査定する。さらに $\mu n=20$ 本を抽出し、樹幹析解して過去材積を査定する。

この方法は過去材積の推定には非有効的で、これを用いるくらいなら $n=80$, $n'=40$ の二重抽出法を用いた方がよいが、将来材積の推定のための資源調査のプロットや林分内の単木を固定した場合に、次期の母集団の変化の推定にとつて有効であるから、計算の方法を例示しておこう。将来の場合に用いる方法は過去を将来におきかえればよい。

第 1 の事象の大標本 $n=40$ 本のうち、第 2 の事象、すなわち過去材積を調査する林木は、 $n'=\lambda n=20$ 本の資料は 5—4 表のものと同一としよう。残り 20 本の現在材積の査定の結果を 5—6 表に示す。また過去の事象のみを調査する標本を独立に選んだものが 5—7 表である。

5—6 表 現在材積推定のための標本 $\mu n=20$ の資料

No.	材 積 表 材 積 (V_t), x'' m^3	No.	材 積 表 材 積 (V_t), x'' m^3
5	0.858	71	1.239
8	1.568	78	0.558
15	1.216	82	1.239
20	3.662	144	1.005
22	1.328	145	1.442
27	1.632	154	0.814
36	2.099	168	0.777
58	0.686	178	0.354
62	1.117	183	0.493
64	0.029	194	0.937

5—7 表 過去材積推定のための標本 $\mu n=20$ の資料

No.	樹 幹 析 解 材 積 (V), y'' m^3	No.	樹 幹 析 解 材 積 (V), y'' m^3
18	1.4054	135	1.3084
32	1.3903	137	0.8898
39	1.0674	143	0.5974
45	1.0895	144	1.0153
51	0.8355	162	0.4608
60	0.4884	164	0.2581
88	1.1914	187	0.3410
108	1.2878	194	0.8311
109	0.7809	209	1.1765
119	0.4340	210	0.8313

5—4 表から $\lambda n=20$ 本についての現在材積 (x') と過去材積 (y') についての回帰式は (5・83) と同じで

$$y = 1.12204 + 0.83898(x - 1.32104)$$

であり、40 本の樹幹析解木による x' と y' の相関係数は 0.996 で Z 変換により信頼限界を求めると 0.997~0.991 で、95% 信頼度で抽出誤差率は 1.2% で小さい。いま計算の便宜上 $r=0.995$ として進めてゆく。現在事象の残り $\mu n=20$ 本の材積は、

$$\sum x'' = 23.048$$

で

$$\bar{x}'' = 1.1524$$

であるから、これを樹幹析解材積による補正を比推定 $f = \sum V / \sum V_t = 1.021796$ (本節 (2) の (ii)) で行なうと、

$$\bar{x}_c'' = f\bar{x}'' = 1.17752$$

$x' = 1.32104$ であるから、

$$\bar{x} = 0.50(1.32104 + 1.17752) = 1.24928$$

これを上の回帰式の x のところにいれると、

$$\bar{y}_1 = 1.06183$$

また、

$$\bar{y}'' = \frac{\sum y''}{\mu n} = \frac{17.6803}{20} = 0.88402 = \bar{y}_2$$

また、

$$c_1 = \frac{\lambda}{1 - \mu r^2} = \frac{0.5}{1 - 0.5 \times 0.995^2} = 0.992079$$

$$1 - c_1 = 0.007921$$

であるから、(5.16) から、

$$\begin{aligned}\bar{y}_\omega &= 0.992079 \times 1.06183 + 0.007921 \times 0.88402 \\ &= 1.06042\end{aligned}$$

$\bar{y}_\omega$ の分散は前からわかるように、

$$s^2_{y'x'}/n' = 0.0001020670$$

$$(s^2_{y'} - s^2_{y'x'})/n = 0.0035445256$$

であるから、

$$s^2_{\bar{y}_1} = 0.0036465932$$

$$s^2_{\bar{y}_2} = s^2_{y''}/n'' = 0.0064998740$$

$$c^2_1 = 0.98422074$$

$$(1 - c_1)^2 = 0.00006274$$

であるから公式 (5.17) から、

$$\begin{aligned}s^2_{\bar{y}_\omega} &= c^2_1 s^2_{\bar{y}_1} + (1 - c_1)^2 s^2_{\bar{y}_2} \\ &= 0.98422074 \times 0.0036465932 + 0.00006274 \times 0.0064998740 \\ &= 0.0035894604\end{aligned}$$

$$\therefore s_{\bar{y}_\omega} = 0.05991$$

したがって、全林の過去材積は 95% 信頼度で

$$212(1.06042 \pm 2 \times 0.05991) = 224.8090 \pm 25.4018 \text{ m}^3$$

抽出誤差率は 11.3% である。

次に成長量の推定を前節で述べた 3 つの方法にしたがって比較してみよう。

$$c_2 = \frac{\lambda}{1 - \mu r} = 0.996016$$

$$1 - c_2 = 0.003984$$

$$\bar{x}' - \bar{y}' = 1.32104 - 1.12204 = 0.19980$$

$$\bar{x}'' - \bar{y}'' = 1.17752 - 0.88402 = 0.29350$$

であるから公式 (5.18) から、

$$\bar{i}(1) = 0.996016 \times 0.19980 + 0.003984 \times 0.29350 = 0.20017$$

この抽出誤差は (5.19) から

$$n(1 - \mu r) = 20.1 \quad 1 - r = 0.005$$

こみにした分散を用いると、

$$s_x^2 + s_y^2 = 0.49272771 + 0.21702509 = 0.70975280$$

あであるから、

$$s^2 i_{(1)} = \frac{0.005 \times 0.70975280}{20.1} = 0.00017655542288$$

$$\therefore s i_{(1)} = 0.013287$$

したがって全林の材積成長量は 95% 信頼度で、

$$212(0.20017 \pm 2 \times 0.013287) = 42.4367 \pm 5.6337 \text{ m}^3$$

抽出誤差率は 13.3% である。

次に公式 (5.20) によれば、

$$\bar{i}(2) = \bar{x}' - \bar{y}' = 1.32104 - 1.12204 = 0.19900$$

抽出分散は公式 (5.21) から、

$$(1 - r)(s_x^2 + s_y^2) = 0.003548764$$

$$\lambda n = 20$$

であるから、

$$s^2 i_{(2)} = 0.0001774382$$

$$\therefore s i_{(2)} = 0.013321$$

したがって全成長量は 95% 信頼度で、

$$212(0.19900 \pm 2 \times 0.013321) = 42.1880 \pm 5.6481 \text{ m}^3$$

抽出誤差率 13.4% である。前にも指摘したように相関が高いので、方法 (1) も (2) も変わらない。

次に公式 (5.22) によれば、

$$\begin{aligned} \bar{i}(3) &= \bar{x} - \bar{y} = \lambda(\bar{x}' - \bar{y}') + \mu(\bar{x}'' - \bar{y}'') \\ &= 0.5(1.32104 - 1.12204) + 0.5(1.17752 - 0.88402) \\ &= 0.24665 \end{aligned}$$

抽出分散は公式 (5.23) より、

$$1 - \lambda r = 0.5025$$

$$s_x^2 + s_y^2 = 0.70975280$$

であるから、

$$s_{\bar{t}(3)}^2 = \frac{0.5025 \times 0.70975280}{40} = 0.00882833205$$

$$\therefore s_{\bar{t}(3)} = 0.093959$$

したがって全木の成長量は 95% 信頼度で、

$$212(0.24665 + 2 \times 0.093959) = 52.2890 \pm 39.8386 \text{ m}^3$$

抽出誤差率は 76.2% である。

このことは 3 節 5—2 図で説明したように $\lambda=0.5$ のときは方法 (3) がいちばん精度がわるいことに帰因している。

(5) 標本木の成長量と標本木の直径、断面積、材積の関係を利用する場合

標本木の成長量と他因子との関係について回帰分析を行なうと、どのような因子によつて推定すれば有効であるかの見当がつく。40本の樹幹析解木について、樹皮を考慮にいない皮内成長量に関する次の各因子の分析を試みた。

D : 現在皮付直径, B : 現在胸高断面積, V : 現在材積, I_a : 5 年間直径成長量, I_b : 5 年間断面積成長量, I_v : 5 年間材積成長量

独立変数を x とし、従属変数を y として結果をとりまとめると次のとおりであつた。

x	y	$y=a+bx$	s_{yx}	$s_{yx}/\bar{y}$
D	I_a	$y=-0.5023+0.070336 x$	0.55907	0.299
D	I_b	$y=-0.01079+0.00060135 x$	0.002840	0.299
D	I_v	$y=-0.20096+0.01052 x$	0.045878	0.278
B	I_a	$y=0.61273+13.52638 x$	0.56211	0.301
B	I_b	$y=-0.001447+0.11767 x$	0.002754	0.290
B	I_v	$y=-0.03262+2.12658 x$	0.043915	0.266
V	I_v	$y=-0.019257+0.155995 x$	0.035091	0.213
I_a	I_v	$y=-0.040434+0.10988 x$	0.04090	0.248
I_b	I_v	$y=0.003757+16.99496 x$	0.02329	0.141

直径および断面積の各成長量に対する関係はほぼ同じであるが、材積と材積成長量、断面積成長量と材積成長量は他に比して良好で、後者は他のものよりも 2 倍くらい効率がよい。材積と材積成長量の回帰を利用して林分成長量を推定する例はすでに (4) において述べた。断面積成長量と材積成長量の関係を樹幹析解の資料ではあくして表形式にしておけば、成長錐によつて断面積成長量を知ることによつて材積成長量を知る可能性があることを暗示している。しかし実行面では小標本で材積成長量と断面積成長量の関係を知り、大標本で錐片により断面積成長量を測定して材積成長量を推定する方法が妥当か、もしくは小標本での材積成長量と直径や断面積もしくは材積のような因子との関係を利用して、大標本での測定しやすい直径などの測定値を用いた方が妥当かは、調査対象とコストによつてきまるもので、精度とにらみあわせて上表を目安にすれば設計も可能であろう。次には簡単に直径および断面積を利用した材積成長量の推定を例示しておく。

(i) 材積成長量と直径との回帰を利用する林分成長量の推定

5—3 表の 40 本の資料につき $I_v = V - K_v v_{ib} = y$ と、それに応ずる $D=x$ との関係を用いて次の回帰式ができる。

$$y = -0.20530 + 0.011378x$$

$$s_y^2 = 0.002428715526 \left[\frac{1}{40} + \frac{(x-33.73)^2}{2188.37975} \right]$$

全林の平均直径 $\bar{X} = 33.47$ を上式の x に代入して

$$\bar{y} = 0.17552 \quad s_y = 0.0077969$$

したがって、全林分の成長量は 95% 信頼度で、

$$212(0.17552 \pm 2 \times 0.0077969) = 37.2102 \pm 3.3059 \text{ m}^3 \quad (\text{誤差率 } 8.9\%)$$

(ii) 材積成長量と断面積の回帰を利用する林分成長量の推定

$I_v = y$, $B = x$ とすれば、

$$y = -0.036201 + 2.29233x$$

$$s_y^2 = 0.001054740263 \left[\frac{1}{40} + \frac{(x-0.093639)^2}{0.0638499180} \right]$$

全林の平均断面積 $\bar{X} = 0.093810$ を x に代入すると、

$$\bar{y} = 0.17884 \quad s_y = 0.00513503$$

したがって、

$$212(0.17884 \pm 2 \times 0.00513503) = 37.9141 \pm 2.1773 \text{ m}^3$$

で推定精度は 5.7% で、材積を独立変数に用いたときの 7.2% よりもやや良好である。

これらの方法は二重抽出法にも適用できる。すなわち直径や断面積を全林毎木していない場合にも拡張できる。

本節においては 3 節の理論を明らかにするために、標本木が樹幹析解されている理想的な場合について、過去林分材積および林分成長量の推定の方法を具体的な計算例で示した。全林分の現在材積が査定されている場合には、樹幹析解木の V と V_{ib} から求めた幹材積樹皮係数 $K_v = \Sigma V / \Sigma V_{ib}$ はその抽出誤差は無視できるくらい小さいので、過去の皮付材積を $K_v v_{ib}$ で求めて、標本木の材積成長量を $V - K_v v_{ib}$ で求めた方が $K_v(V_{ib} - v_{ib})$ で求めるよりも誤差が少ないことがわかった。標本木の過去材積 ($K_v v_{ib}$) と現在材積 (V) との回帰を利用した成長量、および過去の林分材積の推定は、樹幹析解の資料により材積表材積を実材積に補正でき、その林分の真に近い現在林分材積、過去林分材積および林分成長量が得られることがわかった。林分成長量のみの推定であれば、標本木の实成長量と直径または断面積の回帰を利用した推定法が有効であるが、直径よりも断面積の方が精度がよく、現場では直径の平方を用いた方が便利であろう。

全林分の現在材積が査定されていない場合には、大標本の標本数が一定の場合には費用の面より樹幹析解の本数、したがって λ がきまれば成長量の推定法は 3 つの方法のうちどれが有効であるか調査前にはば見当がつく。すなわち、現在材積と過去材積の相関係数はほぼ 0.95 以上とみてよいから、方法 (2) が簡単ですぐれていよう。また抽出誤差の計算には b の抽出誤差を無視した公式を用いて妥当である。二重抽出の理論を用いれば、全林材積が査定されている場合と同様に現在林分材積、過去林分材積および林分成長量の推定ができる。抽出法は小標本と大標本の副次標本として推定する方法が簡単であろうが、標本の一部置き換えも λ の大きさによつては有効であろう。しかしこの方法は母集団が変化する森林資源を、定期的に調査する場合のプロットの一部分固定に適用すれば、将来母集団材積の推定と母集団成長量の推定の両方に有効である。 $\lambda = 0.5$ 以上であれば方法 (2) がすぐれているが、それ以下もしくは非常に小さい

場合には方法 (1) を採用すべきであろう。例示はしなかつたが理論で述べた比による推定は、標本数が多い場合は偏倚が小さくなるので森林調査では簡単で有効であろう。

本節では標本木が樹幹析解された理想的な場合を例示したが成長錐を用いた推定法を節をあらためて論じよう。

§ 5—5 成長錐を用いる林分成長量の推定

成長錐を用いて林分成長量を推定し、それを用いて予測する場合には、過去材積を知るためには二変数材積表を用いれば過去直径および過去樹高の推定が必要であり、直径のみから材積を知るには一変数材積表が必要である。成長量の推定量そのものはこのようにして推定した場合に樹幹析解した真の成長量とどのくらい違うであろうか。また材積表の誤差がどのように成長量推定に影響するであろうか。まずそれらの解明の前提として樹高曲線および材積曲線の両事象における変化を樹幹析解の資料で検討しよう。

(1) 樹高曲線による推定

過去樹高の推定は幅状側枝で推定できる樹種以外は樹幹析解による以外は適確な測定法はない。現在材積の推定にも標本木の樹高測定により直径、樹高の関係、すなわち樹高曲線を用いて二変数材積表から材積を推定する方法が現場でよく使用されている。この場合には樹高を全林について測定しないための標本抽出誤差が生じていることは注意しなければならない。

さて、現在事象の材積推定には樹高曲線を用い、過去事象の直径は成長錐で測定して、樹高は現在事象の樹高曲線を使用するか、またはなんらかの方法で過去の樹高曲線を作成して使用するかの 2 とおりの方法がある。後者は実行上困難な問題であろう。成長錐の測定誤差および樹高測定の誤差を無視して樹高曲線のあてはめの誤差のみを検討するため、樹幹析解の資料で現在事象および過去事象の樹高曲線を別個に作成し、現在、過去ともに前者のみを用いて成長量を推定する場合と、別個に樹高曲線を適用する場合とを比較しよう。

樹高曲線作成のための現在・過去の直径、樹高の樹幹析解資料は 5—8 表に示す。

この場合、過去の皮付直径は胸高直径樹皮係数 $K_d = \Sigma D / \Sigma D_{ib}$ を皮内直径 d_{ib} に乗じて皮付直径に変換したものである。現在皮付直径 (D) と皮内直径 (D_{ib}) との関係を用いてこの胸高直径樹皮係数をまず検討してみよう。

5—8 表から、

$$\begin{aligned}\Sigma D &= 1349.1 & \Sigma D_{ib} &= 1307.0 \\ \Sigma D^2 &= 47690.15 & \Sigma D_{ib}^2 &= 44768.84 & \Sigma DD_{ib} &= 46205.39\end{aligned}$$

幹材積樹皮係数の場合と同様に胸高直径樹皮係数には次の 2 とおりの計算法がある。

$$\begin{aligned}K_d(1) &= \frac{\Sigma D}{\Sigma D_{ib}} = \frac{1349.1}{1307.0} = 1.03221 \\ K_d(2) &= \frac{\Sigma DD_{ib}}{\Sigma D_{ib}^2} = \frac{46205.39}{44768.84} = 1.03209\end{aligned}$$

前者は比推定量で後者は最尤推定量である。それぞれの抽出誤差を幹材積樹皮係数の場合と同様に算出すれば、

$$\begin{aligned}s_{K_d(1)} &= 0.001126 \\ s_{K_d(2)} &= 0.001102\end{aligned}$$

5—8 表 現在および5年前の直径、樹高の関係

No.	現 在			過 去		
	皮付直径 D cm	皮内直径 D_{ib} cm	樹 高 H m	皮内直径 d_{ib} cm	皮付直径 $d = K_a d_{ib}^*$ cm	樹 高 h m
9	39.4	38.0	25.9	36.9	38.1	24.8
17	45.5	44.6	31.0	42.0	43.4	28.8
18	40.5	39.2	29.1	36.5	37.7	26.7
19	41.7	40.4	29.2	37.6	38.8	27.5
23	25.9	25.0	24.5	24.3	25.1	23.2
24	33.6	32.6	26.0	31.0	32.0	24.5
29	51.9	49.9	33.0	46.2	47.7	31.6
32	40.4	39.3	25.6	37.9	39.1	24.5
39	32.5	31.5	27.2	30.4	31.4	26.4
45	35.4	33.8	27.8	31.6	32.6	26.5
51	31.7	30.5	25.8	29.0	29.9	24.2
52	35.4	34.5	27.1	31.8	32.8	25.0
60	23.7	22.8	22.2	22.1	22.8	21.0
68	39.4	38.2	28.5	36.3	37.5	27.2
75	40.9	39.7	26.3	36.9	38.1	24.8
79	20.0	19.7	20.5	19.1	19.7	19.5
87	32.0	30.7	25.7	29.5	30.5	24.2
88	36.4	35.5	27.6	33.9	35.0	25.7
92	29.4	28.5	28.4	27.2	28.1	26.8
96	40.8	39.7	28.8	37.3	38.5	27.2
108	40.4	39.3	27.8	36.8	38.0	25.9
109	29.3	28.4	25.2	27.1	28.0	23.7
110	33.7	32.7	26.9	30.4	31.4	24.8
117	47.6	45.9	29.0	43.7	45.1	26.9
119	24.5	23.7	22.4	23.0	23.7	20.8
125	34.8	33.8	23.2	32.3	33.3	22.0
135	39.4	38.5	27.5	35.6	36.7	25.6
137	36.4	35.0	25.1	33.3	34.4	23.2
143	27.2	26.2	22.2	25.3	26.1	21.0
144	35.1	34.1	24.7	31.6	32.6	22.9
158	36.4	35.4	28.3	32.6	33.6	25.7
161	27.7	26.4	22.8	23.9	24.7	20.8
162	25.8	25.1	21.5	23.1	23.8	19.6
164	19.8	19.2	19.2	18.0	18.6	17.6
181	22.6	21.8	18.8	19.9	20.5	17.2
187	22.5	21.8	19.4	20.5	21.2	18.2
194	32.0	31.3	26.2	28.7	29.6	23.8
198	31.4	30.0	23.2	28.6	29.5	21.5
209	36.4	35.4	27.9	32.8	33.8	26.0
210	29.6	28.9	26.7	27.5	28.4	24.8

* $K_a = 1.03221$

で誤差率は 95% 信頼度でそれぞれほぼ 0.2% でありほとんど無視してよいくらいである。したがって実行上計算の簡単な $K_a(1) = 1.03221$ を胸高直径樹皮係数として用い、過去皮内直径 d_{ib} にこれに乗じて皮付直径 d に変換した。

まず現在および過去の両事象において樹高曲線式を

$$Y = 1.2 + a'X^b \quad \dots\dots\dots (5.84)$$

として、

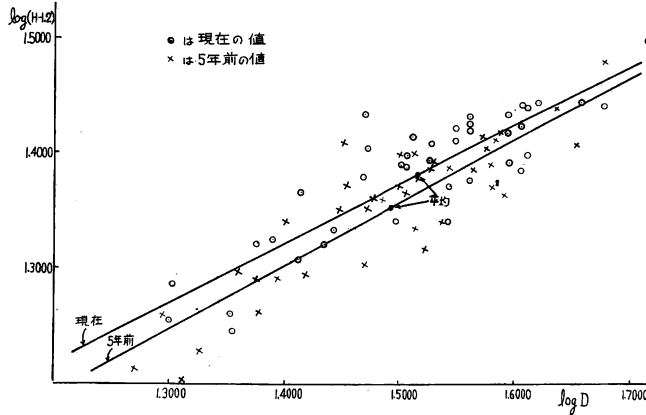
$$\log(Y - 1.2) = \log a' + b \log X$$

に変換して、最小二乗法で曲線式を決定した。ここで Y = 樹高, X = 胸高直径である。現在および過去について次の結果を得た。

$$\text{現在: } \log(H-1.2) = 0.58907 + 0.52491 \log D$$

$$\text{過去: } \log(h-1.2) = 0.53053 + 0.55246 \log d$$

両式を観測値とともにグラフに表わしたものが 5—5 図である。



5—5 図

まず両事象の樹高曲線の間に差があるかどうかを検討してみよう⁷⁰⁾。 $\log(Y-1.2)=y$, $\log X=x$ とすれば、検定に必要な資料は次のとおりである。

年	Σx	Σy	Σx^2	Σy^2	Σxy
現在	60.67985	55.41391	92.44612048	76.90751030	84.27004009
過去	59.66489	54.18116	89.38466082	73.54104928	81.03172790
計	120.34474	109.59509	182.83078130	150.44855958	165.30176799

これを用いて分散分析に必要な $Sx^2 = \Sigma(x-\bar{x})^2$, $Sy^2 = \Sigma(y-\bar{y})^2$, $Sxy = \Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})$, 平方和 = $Q = Sy^2 - bSxy$, $b = Sxy/Sx^2$ (回帰係数) などを示せば次表のとおりである。

年	自由度	平方和および積和			相関係数	回帰係数	推定の誤差	
		Sx^2	Sxy	Sy^2			Q	自由度
現在	39	0.39501558	0.20734643	0.13997476	0.8818	0.52491	0.031137166	38
過去	39	0.38718336	0.21390412	0.15109680	0.8844	0.55246	0.032922908	38
和							0.064060074	76
年平均	78	0.78219894	0.42125055	0.29107156	0.8828	0.53855	0.06420834	77

全体の平方和および積和は次のとおりである。

$$Sx^2 = 182.83078130 - (120.34474)^2/80 = 0.7950757$$

$$Sy^2 = 150.44855958 - (109.59509)^2/80 = 0.3100674$$

$$Sxy = 165.30176799 - \frac{120.34474 \times 109.59509}{80} = 0.43689049$$

したがって、

$$Q = Sy^2 - \frac{(Sxy)^2}{Sx^2} = 0.0699983$$

これらを用いて修正平均値を求めると次のとおりである。

年	$\bar{x}$	$x = \bar{x} - \bar{X}^*$	bx^{**}	$\bar{y}$	$\bar{y} - bx$
現在	1.51700	0.01269	0.006833	2.38535	1.37852
過去	1.49162	-0.01269	-0.006833	1.35453	1.36136
和	3.00862	0		2.73988	2.73988

* $\bar{X} = 1.50431$ ** $b = 0.53855$

以上の表の数値を利用して修正平均値および2つの回帰係数の差の検定を行なってみよう。

修正平均値の差の有意性の検定

変 動 因	推 定 の 誤 差			備 考
	自 由 度	平 方 和	平 均 平 方	
全 体	78	0.0699983		$F_{77}^1(0.05) = 3.96$
年 内 平 均	77	0.06420834	0.000833875	$< F = 6.94^*$
修正平均値間	1	0.00578996	0.00578996	$< F_{77}^1(0.01) = 6.96$
修正平均値	現在 = 1.37851 過去 = 1.36136			

1%で差がなく5%で差が認められる。すなわち修正平均値間、いいかえれば直線がy軸をきる高さには差が認められる。

回帰係数の差の有意性の検定

変 動 因	推 定 の 誤 差		
	自 由 度	平 方 和	平 均 平 方
年 内 平 均	77	0.06420834	
年内回帰直線からの偏差	76	0.06406007	0.00084290
2つの回帰係数の差	1	0.00014827	0.00014827
回 帰 係 数	現在 = 0.52491 過去 = 0.55246		

回帰係数の間には差が認められない。しかし、平均値間に差が認められるので2つの樹高曲線の間には差があるものと推論される。2つの直線を5—5図に示しておく。本例はスギの53年生林分であるがこのくらいの年代でも樹高曲線の変化が認められるとすれば、幼齢林においては一層顕著であろう。老齢林や樹高成長の遅い樹種ではもちろん5年くらいでは差が認められないであろう。

さてこのような樹高曲線の変化が材積成長量の推定量にどのように影響するであろうか。次に現在の樹高曲線を両事象に用いた場合と別個に用いた場合の2とおりについて計算してみよう。

(a) 現在の樹高曲線を過去にも用いた場合の材積成長量の推定

現在林分材積の推定には胸高直径はすべて測定され、標本木のみ樹高が測定されているとする。前に計算した樹高曲線式

$$\log(H-1.2) = 0.58907 + 0.52491 \log D$$

すなわち、

$$\hat{y} = 0.58907 + 0.52491x$$

から直径階ごとの樹高 $\hat{H}$ を算出し、

$$s_y^2 = s_{yx}^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right]$$

$$= 0.0008193991 \left[\frac{1}{40} + \frac{(x - 1.51700)^2}{0.39501558} \right]$$

により $x = \log D$ に応ずる s_y を算出して、 $(10^9 - 1) = p_{sH} = s_H / \hat{H}$ を求め、 $\log f = 1.1513s_{yx}^2 = 0.00094337$ から求めた対数平均の修正係数 $f = 1.0022$ を $\hat{H}$ に乗じて修正した $\hat{H}$ を求めて p_{sH} をこれに乗じて $\hat{H}$ に応ずる s_H を算出し、 $\hat{H}_U = \hat{H} + 2s_H$ 、 $\hat{H}_L = \hat{H} - 2s_H$ の両限を求めて、直径 D とこれら $\hat{H}_U$ 、 $\hat{H}$ 、 $\hat{H}_L$ に対する材積を材積表から求めて標準地の直径階別本数に乗じて林分材積およびその推定誤差を求めたものが 5—9 表である。

5—9 表 樹高曲線による標準地の材積およびその推定誤差の計算

直 径 (D)	樹 高 (H)	$2s_H$	$\hat{H}_U$	$\hat{H}_L$	$\hat{V}_U^*$	$\hat{V}^*$	$\hat{V}_L^*$	本 数 (N)	$N\hat{V}_U$	$N\hat{V}$	$N\hat{V}_L$
6	11.1	1.6	12.7	9.5	0.023	0.020	0.018	1	0.023	0.020	0.018
8	12.8	1.6	14.3	11.2	0.041	0.038	0.032	1	0.041	0.038	0.032
10	14.1	1.5	15.6	12.6	0.070	0.061	0.057	2	0.140	0.122	0.114
12	15.5	1.4	16.9	14.1	0.106	0.099	0.086	2	0.212	0.198	0.172
14	16.7	1.3	18.0	15.4	0.149	0.140	0.123	—	—	—	—
16	17.8	1.2	19.0	16.6	0.202	0.190	0.179	1	0.202	0.190	0.179
18	18.9	1.1	20.0	17.8	0.265	0.251	0.237	—	—	—	—
20	19.9	0.9	20.8	19.0	0.339	0.322	0.304	5	1.695	1.610	1.520
22	20.9	0.8	21.7	20.1	0.433	0.409	0.386	11	4.763	4.499	4.246
24	21.8	0.7	22.5	21.1	0.531	0.504	0.477	9	4.779	4.536	4.293
26	22.7	0.6	23.3	22.1	0.610	0.610	0.579	15	9.150	9.150	8.685
28	23.7	0.6	24.1	22.9	0.730	0.730	0.694	13	9.490	9.490	9.022
30	24.4	0.5	24.9	23.9	0.863	0.823	0.823	13	11.219	10.699	10.699
32	25.2	0.5	25.7	24.7	0.977	0.937	0.937	23	22.471	21.551	21.551
34	26.0	0.5	26.5	25.5	1.133	1.087	1.087	19	21.527	20.653	20.653
36	26.8	0.6	27.4	26.2	1.253	1.253	1.203	26	32.578	32.578	31.278
38	27.5	0.7	28.2	26.8	1.432	1.432	1.377	15	21.480	21.480	20.655
40	28.2	0.7	28.9	27.5	1.628	1.568	1.568	25	40.700	39.200	39.200
42	28.9	0.9	29.8	28.0	1.811	1.751	1.692	11	19.921	19.261	18.612
44	29.6	1.0	30.6	28.6	2.034	1.969	1.903	8	16.272	15.752	15.224
46	30.3	1.2	31.5	29.1	2.273	2.132	2.062	4	9.092	8.528	8.248
48	30.9	1.3	32.2	29.6	2.453	2.377	2.301	2	4.906	4.754	4.602
50	31.6	1.3	32.9	30.3	2.721	2.639	2.476	—	—	—	—
52	32.2	1.5	33.7	30.7	3.007	2.831	2.743	1	3.007	2.831	2.743
54	32.8	1.6	34.4	31.2	3.218	3.124	2.936	1	3.218	3.124	2.936
56	33.4	1.7	35.1	31.7	3.535	3.335	3.234	2	7.070	6.670	6.468
58	34.0	1.8	35.8	32.2	3.871	3.657	3.444	2	7.742	7.314	6.888
60	34.6	2.0	36.6	32.6	4.228	4.000	3.774	—	—	—	—
計								212	251.698	244.248	238.038

(注) * 材積表は前橋営林局表日本すざ材積表使用。

5—9 表によれば、樹高を全部測定しないで標本木によつて推定したための誤差は $\frac{7.45^*}{244.248} \times 100 = 3.1\%$ である。直径、樹高をすべて測定した場合の全林材積は 246.225 m^3 であつたからわずか 2 m^3 の違いでその差は1%にも足りないくらいである。

林分材積推定に以上の誤差があることを前提にして次に材積成長量を求めよう。現在材積および過去材積の標本木についての計算は現在の樹高曲線を用いて各直径に応ずる樹高を算出し、材積表の材積式から材積を算出すれば5—10表のとおりである。

* $251.698 - 244.248 = 7.45$

5—10 表 現在の樹高曲線を利用した標本木の現在および過去材積

No.	1 群		No.	2 群	
	x (現在材積)	y (過去材積)		x (現在材積)	y (過去材積)
164	0.3114	0.2687	125	1.1399	1.0290
79	0.3188	0.3085	144	1.1620	0.9829
187	0.4277	0.3727	45	1.1843	0.9830
181	0.4311	0.3390	52	1.1891	0.9977
60	0.4840	0.4402	158	1.2640	1.0596
119	0.5212	0.4838	209	1.2640	1.0651
162	0.5887	0.4876	137	1.2640	1.1123
23	0.5927	0.5524	88	1.2640	1.1562
143	0.6658	0.6039	135	1.5171	1.2794
161	0.6943	0.5315	68	1.5171	1.3533
109	0.7927	0.7110	9	1.5171	1.4027
92	0.7974	0.7190	108	1.6099	1.3962
210	0.8109	0.7361	32	1.6099	1.4911
198	0.9007	0.8021	18	1.6099	1.3714
51	0.9160	0.8292	96	1.6443	1.4412
194	0.9393	0.8109	75	1.6513	1.4027
87	0.9393	0.8668	19	1.7074	1.4653
39	0.9735	0.9007	17	2.0860	1.8722
24	1.0541	0.9393	117	2.3141	2.0418
110	1.0596	0.9007	29	2.8240	2.3228

すなわち、5—8 表の D および d に応ずる材積がそれぞれ x および y である。40 本の標本木について x と y の回帰を作るわけであるが、前節においては x および y の値は樹幹析解により測定された値で誤差がない量であるが、ここでは材積式によつて推定された値であるから両方に誤差がある場合の回帰の問題となる。両方に誤差がある場合の最小二乗法の問題は WALD⁷⁹⁾ (1940), BARTLETT⁴⁾ (1949), DEMING¹⁰⁾ (1948) および GIBSON と FOWETT¹⁵⁾ (1957) によつて論ぜられている。WALD は 2 群にわけて計算を行ない、BARTLETT は 3 群にわけて計算を行なう。また GIBSON と FOWETT は分布に応じてそのわけ方の比を定めている。回帰係数および回帰定数の信頼限界は WALD が比較的に簡単に求める方法を提案しているので、ここでは WALD の方法によつて回帰式を決定し、その推定の誤差を評価しよう。木梨²⁶⁾ は WALD の方法を樹高曲線式の層化の場合の検定に用いた。ここでは推定に利用してみよう。

5—10 表は WALD の方法が利用できるように x (現在材積) の大きさのオーダーによつて 2 群にわけてある。ここで $m=N/2=40/2=20$ であり、計算に必要な統計量は次のとおりである。

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^m y_i &= 12.6041 & \sum_{i=1}^m x_i &= 14.2192 & \sum_{i=m+1}^N y_i &= 27.2259 & \sum_{i=m+1}^N x_i &= 31.3464 \\
 \bar{y}_1 &= 0.63205 & \bar{x}_1 &= 0.710960 & \bar{y}_2 &= 1.361295 & \bar{x}_2 &= 1.56732 \\
 Sy_1^2 &= \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y}_1)^2 = 0.90492563 & & & Sy_2^2 &= \sum_{i=m+1}^N (y_i - \bar{y}_2)^2 = 2.50589895 \\
 Sx_1^2 &= \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}_1)^2 = 1.10544957 & & & Sx_2^2 &= \sum_{i=m+1}^N (x_i - \bar{x}_2)^2 = 3.45694428 \\
 Sx_1y_1 &= \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y}_1) = 0.99036214 & & & Sx_2y_2 &= \sum_{i=m+1}^N (x_i - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y}_2) = 2.91253503
 \end{aligned}$$

また

$$\sum_{i=1}^N y_i = 39.8300 \qquad \sum_{i=1}^N x_i = 45.5656$$

$$\bar{y}=0.99575$$

$$\bar{x}=1.13914$$

したがって、

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^m y_i - \sum_{i=m+1}^N y_i}{N} = -0.365545$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^m x_i - \sum_{i=m+1}^N x_i}{N} = -0.42818$$

$$\therefore b = \frac{b_2}{b_1} = 0.85372$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 0.02324$$

したがって求める回帰式は、

$$y = 0.02324 + 0.85372 x$$

全林の $\bar{x}$ は前述のとおり $\bar{x} = 244.248/212 = 1.15211$ であるから、上式の x のところに代入して、

$$\bar{y} = 0.02324 + 0.85372 \times 1.15211 = 1.00682$$

また平均成長量は、

$$\bar{i} = \bar{x} - \bar{y} = 1.15211 - 1.00682 = 0.14529$$

したがって全林について、

$$\text{過去林分材積} = 1.00682 \times 212 = 213.446 \text{ m}^3$$

$$\text{定期林分成長量} = 0.14529 \times 212 = 30.801 \text{ m}^3$$

厳密な最小二乗法で回帰式を求めると、

$$y = 0.02313 + 0.85382 x$$

となり、

$$\bar{x} = 1.00682 \quad \bar{i} = 0.14529$$

を得て、この場合は完全に WALD の方法と一致した。

回帰係数 β の信頼限界は次のようにして計算される。

$$s_x'^2 = \frac{Sx_1^2 + Sx_2^2}{N} = 0.1140598462$$

$$s_y'^2 = \frac{Sy_1^2 + Sy_2^2}{N} = 0.0852706145$$

$$s_{xy}' = \frac{Sx_1y_1 + Sx_2y_2}{N} = 0.0976539107$$

自由度 $N-2$ の危険率 α の t の値を t_0 とすれば、 β の信頼限界は次式で求められる。

$$b_1^2(b - \beta)^2 = (s_y'^2 + \beta^2 s_x'^2 - 2\beta s_{xy}') \frac{t_0^2}{N-2}$$

$b_1 = -0.42818$, $b = 0.85372$, $t_0 = 2.02$, $N = 40$ であるから、

$$6.5014384748\beta^2 - 2\beta \times 5.5492706887 + 4.7297644189 = 0$$

なる β についての 2 次方程式をうる。これから、

$$\beta = 0.85355 \pm 0.032313$$

したがって信頼区間は $0.88586 \sim 0.82124$ である。最小二乗法で $s_{yz}^2 = 0.001897418947$, $Sx^2 = 11.89591834$ から,

$$s_b^2 = s_{yz}^2 / Sx^2 = 0.0001595016788$$

を得, したがって,

$$s_b = 0.012590$$

から信頼区間は $0.86641 \sim 0.84123$ で WALD の方法では少し区間が広くなる。

次に β が与えられたときの α の信頼区間を求めよう。

$$s_\alpha = t_0 \sqrt{\frac{s_y'^2 + \beta^2 s_x'^2 - 2\beta s_{xy}'}{N-2}} = t_0 z$$

β のところに 0.85372 をいれて,

$$z = 0.0066165$$

より

$$s_\alpha = 2.02 \times 0.0066165 = 0.013365$$

したがって α の信頼限界は 0.02324 ± 0.013365 である。

さて, α および β の信頼限界が求められたから, これらを利用して過去材積の推定の誤差および成長量の推定の誤差を近似的に求めてみよう。

$$\bar{y} = \alpha + \beta \bar{x}$$

であるから,

$$\text{var}(\bar{y}) = \text{var}(\alpha) + \bar{x}^2 \text{var}(\beta) + \beta^2 \text{var}(\bar{x})$$

ここで,

$$\text{var}(\alpha) = 0.013365^2 = 0.000178623225$$

$$\text{var}(\beta) = 0.032313^2 = 0.001044129969$$

$$\text{var}(\bar{x}) = \left(\frac{7.45}{212} \right)^2 = 0.001234960164$$

$$\beta = 0.85372$$

であるから,

$$\text{var}(\bar{y}) = 0.002421497259$$

$$\therefore \sqrt{\text{var}(\bar{y})} = 0.049209$$

したがって過去の林分材積は単木平均で,

$$1.00682 \pm 0.049209 \text{ m}^3$$

すなわち林分全体では 212 を乗じて,

$$213.446 \pm 10.432 \text{ m}^3$$

の間にあることが 95% 信頼度でいえる。抽出誤差率は 4.9% である。樹幹析解木についての検討は前節で行なつたが 1.3% であつた。

次に成長量の抽出誤差は,

$$\bar{i} = \bar{x} - \bar{y} = \bar{x} - \alpha - \beta \bar{x} = -\alpha + (1 - \beta) \bar{x}$$

これより,

$$\text{var}(\bar{i}) = \text{var}(\alpha) + x^2 \text{var}(\beta) + (1 - \beta) \text{var}(\bar{x})$$

$$= 0.001590958339$$

$$\therefore \sqrt{\text{var}(\bar{i})} = 0.039887$$

したがって単木平均成長量は、

$$0.14531 \pm 0.039887 m^3$$

すなわち林分全体では 212 を乗じて、

$$30.801 \pm 8.456 m^3$$

の間にあることが 95% 信頼度でいえる。抽出誤差率は 27.5% である。前節の例では 7.2% であった。

樹幹析解木での成長量の推定量は約 $38 m^3$ であったがここでは $31 m^3$ とやや過小になつてゐる。しかし上限近くではほぼ $38 m^3$ が含まれているが、推定量としてはやや過小推定である。すなわち、樹高曲線が同一であるので、 x も y も同じ傾向で推定されるからその回帰は適合はよくなるが成長量の推定量そのものは現在および過去で樹高曲線に変化があるにもかかわらず、同一の樹高曲線を適用したために過小な値が得られたものと推察される。このことを次の樹高曲線を各事象ごとに別個に用いて成長量を推定する場合を論じて明らかにしよう。

(b) 樹高曲線を現在および過去別個に用いた場合の林分成長量の推定

現在には (a) と同様に、

$$\log(H-1.2) = 0.58907 + 0.52491 \log D$$

過去には

$$\log(h-1.2) = 0.53053 + 0.55242 \log d$$

を用いて 5—8 表の D および d からそれぞれ H および h を求め、材積式から材積を求めたものが 5—11 表である。 x が現在材積、 y が過去材積、 $i = x - y$ が成長量である。

現在の樹高曲線を用いた現在の全林分材積の推定量は (a) の場合と同様に $244.248 m^3$ である。

5—11 表 それぞれの樹高曲線を用いた場合の標本木の現在および過去材積成長量

No.	現在材積 (x)	過去材積 (y)	成長量 (i)	No.	現在材積 (x)	過去材積 (y)	成長量 (i)
9	1.5171	1.3537	0.1634	108	1.6099	1.3474	0.2625
17	2.0860	1.8336	0.2524	109	0.7927	0.6790	0.1137
18	1.6169	1.3233	0.2936	110	1.0596	0.8661	0.1935
19	1.7074	1.4147	0.2927	117	2.3141	1.9853	0.3288
23	0.5927	0.5234	0.0693	119	0.5212	0.4579	0.0633
24	1.0541	0.9035	0.1506	125	1.1399	0.9905	0.1494
29	2.8240	2.2879	0.5361	135	1.5171	1.2418	0.2753
32	1.6099	1.4398	0.1701	137	1.2640	1.0716	0.1924
39	0.9735	0.8661	0.1074	143	0.6658	0.5758	0.0900
45	1.1843	0.9459	0.2384	144	1.1620	0.9459	0.2161
51	0.9160	0.7932	0.1228	158	1.2640	1.0203	0.2437
52	1.1891	0.9561	0.2330	161	0.6943	0.5061	0.1882
60	0.4840	0.4183	0.0657	162	0.5887	0.4612	0.1275
68	1.5171	1.3058	0.2113	164	0.3114	0.2553	0.0561
75	1.6513	1.3591	0.2922	181	0.4311	0.3211	0.1100
79	0.3188	0.2919	0.0269	187	0.4277	0.3472	0.0805
87	0.9393	0.8294	0.1099	194	0.9393	0.7715	0.1678
88	1.2640	1.1141	0.1499	198	0.9007	0.7670	0.1337
92	0.7974	0.6833	0.1141	209	1.2640	1.0257	0.2383
96	1.6443	1.3899	0.2544	210	0.8109	0.6997	0.1112

(a) の例でわかるように WALD の方法または最小二乗法によつて得られる成長量そのものはあまり差がない。この場合は、

$$y = 0.00176 + 0.84052x$$

または

$$\bar{i} = -0.0176 + 0.15948x$$

ここにおいて § 5—3 で明らかにしたように、 $a = -a'$, $b = 1 - b'$ となつていることがわかる。

さて、 $\bar{x} = 1.1521$ を上式の x にいれると

$$\bar{y} = 0.9701 \quad \bar{i} = 1.1521 - 0.9701 = 0.1820$$

または

$$\bar{i} = -0.0176 + 0.15948 \times 1.1521 = 0.1820$$

で $x - \bar{x} - \bar{y} - y$ として $\bar{i}$ を求めたものと $\bar{i} = a + bx$ として求めたものは完全に一致する。全林では、

$$0.1820 \times 212 = 38.584 \text{ m}^3$$

で樹幹析解の資料で求めたものとほとんど違わない。

i のみの無作為抽出であれば 5—11 表の i の欄から、

$$\bar{i} = \sum i/n = 0.1799$$

を得、全林では、

$$0.1799 \times 212 = 38.139 \text{ m}^3$$

をうるが、効率は前の場合の半分以下である。前者の抽出誤差はほぼ (a) の場合と同じくらいである。過去にその事象における樹高曲線を用いることは現在の樹高曲線を両事象に共通に用いる場合よりも過去事象をよりよく表わすので真の値に近い成長量が得られる可能性がある。しかし、実際上は過去の樹高曲線はその作成が困難である。樹高成長の遅い樹種や老齢林分では現在の樹高曲線を用いても真に近い成長量が得られるであろうが、成長の早い樹種や幼齢林分では過小推定量が得られるであろう。樹高曲線の変化についての研究はドイツでは E. SPEIDEL⁶⁶⁾ (1893) および E. ASSMANN¹⁾ (1943) (1944) および PRODAN^らが論じているが、いずれも変化することを認めているし、河田杰²¹⁾ (1954) も調査時ごとに別個に樹高曲線を調製しているが、本研究では標本木による測定の出出誤差を考慮にいれてもその変化が認められることが明らかとなつた。樹高曲線の変化を知るためには長期にわたる固定標準地の観測か、もしくは相当本数の樹幹析解によるほかに道はなく、相当費用を要する仕事である。

樹高曲線式が異なる場合でもほぼ同じ結果が得られる。たとえば $H = 1.2 + aD + bD^2$ の形の樹高曲線式を適合した場合は、

$$(H - 1.2)/D = a + bD \quad \text{すなわち} \quad y = a + bx$$

の形にして、

$$\text{現在:} \quad y = 1.116 - 0.011029x$$

$$\text{過去:} \quad y = 1.082 - 0.010902x$$

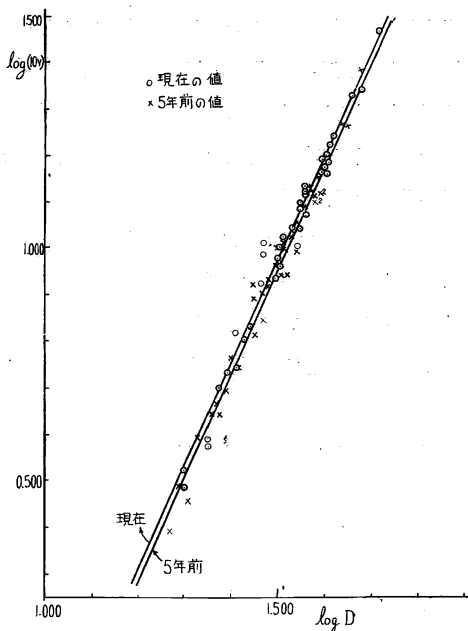
で 2 つの直線式の間には差が認められた。推定量もほぼ同様な値が得られ、曲線式による差は認められなかった。

(2) 材積曲線による推定

標本木について樹高を測定すれば、二変数材積表を用いれば材積を知ることができる。したがって林分については直径を測定し、標本木については直径、樹高を測定して材積を知り、標本木の直径と材積の関係をjいて全林の材積を推定することができる。標本木についての資料を 5—12 表に示す。

5—12 表 標本木の直径と材積の関係

No.	現 在		過 去		No.	現 在		過 去	
	直 径 (D)	材 積 (V)	直 径 (d)	材 積 (v)		直 径 (D)	材 積 (V)	直 径 (d)	材 積 (v)
9	39.4	1.4017	38.1	1.2613	108	40.4	1.5796	38.0	1.3150
17	45.5	2.1550	43.4	1.8405	109	29.3	0.8354	28.0	0.6527
18	40.5	1.6656	37.7	1.3394	110	33.7	1.1077	31.4	0.9250
19	41.7	1.7370	38.8	1.4540	117	47.6	2.1868	45.1	1.8425
23	25.9	0.6526	25.1	0.5787	119	24.5	0.5324	23.7	0.4605
24	33.6	1.0627	32.0	0.9154	125	34.8	1.0015	33.3	0.8757
29	51.9	2.9030	47.7	2.3904	135	39.4	1.4940	36.7	1.2215
32	40.4	1.4469	39.1	1.3035	137	36.4	1.1789	34.4	0.9813
39	32.5	1.0514	31.4	0.9957	143	27.2	0.6321	26.1	0.5510
45	35.4	1.2512	32.6	1.0283	144	35.1	1.0869	32.6	0.8803
51	31.7	0.9512	29.9	0.8252	158	36.4	1.3394	33.6	1.0552
52	35.4	1.2177	32.8	0.9852	161	27.7	0.6733	24.7	0.4949
60	23.7	0.4972	22.8	0.4353	162	25.8	0.5552	23.8	0.4325
68	39.4	1.5518	37.5	1.3533	164	19.8	0.3013	18.6	0.2449
75	40.9	1.5217	38.1	1.2615	181	22.6	0.3763	20.5	0.2856
79	20.0	0.3291	19.7	0.3035	187	22.5	0.3875	21.2	0.3226
87	32.0	0.9631	30.5	0.8543	194	32.0	0.9831	29.6	0.7951
88	36.4	1.3042	35.0	1.1281	198	31.4	0.8354	29.5	0.7013
92	29.4	0.9674	28.1	0.8351	209	36.4	1.3193	33.8	1.0740
96	40.8	1.6689	38.5	1.4176	210	29.6	0.9103	28.4	0.7765



5—6 図

樹高曲線の場合と同様に、現在および過去において $V=a'D^b$ の材積式のあてはめを行なった。

$$\log V = \log a' + b \log D$$

とし、 $\log V = Y$, $\log a' = a$, $\log D = X$ とすると、

$$Y = a + bX$$

となる。実際計算では $\log 10V = Y$ とした。現在および過去について次の結果を得た。

$$\text{現在 : } \log(10V) = -2.42780 + 2.26174 \log D$$

$$\text{過去 : } \log(10v) = -2.50969 + 2.30456 \log d$$

両式を観測値とともにグラフに表わしたものが 5—6 図である。

樹高曲線の場合と同様に両事象の間に、直線式に差があるかどうかを検討⁷⁰⁾してみよう。必要な資料は次のとおりである。

年	ΣX	ΣY	ΣX^2	ΣXY	ΣY^2
現 在	60.67985	40.13304	92.44612048	61.77509345	42.32513559
過 去	59.66489	37.11338	89.38466082	56.25145280	36.51339498
計	120.34474	77.24642	181.83078130	118.02654625	78.83853057

これを用いて分散分析に必要な $Sx^2 = \Sigma(X - \bar{X})^2$, $Sy^2 = \Sigma(Y - \bar{Y})^2$, $Sxy = \Sigma(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})$, 平方和 $Q = Sy^2 - bSxy$, $b = Sxy/Sx^2$ (回帰係数) を示せば次表のとおりである。

年	自由度	平方和および積和			相関係数	回帰係数	推定の誤差	
		Sx^2	Sxy	Sy^2			Q	自由度
現在	39	0.39501558	0.89342227	2.05861310	0.9907	2.26174	0.03792482	38
過去	39	0.38719235	0.89230942	2.07832060	0.9947	2.30456	0.02193636	38
和							0.05986118	76
年内平均	78	0.78220793	1.78573169	4.13693370	0.9927	2.28294	0.06022015	77

全体の平方和および積和は次のとおりである。

$$Sx^2 = 181.83078130 - (120.34474)^2/80 = 0.79507573$$

$$Sy^2 = 78.83853057 - (77.24642)^2/80 = 4.25091304$$

$$Sxy = 118.02654625 - (120.34474)(77.24642)/80 = 1.82404212$$

$$Q = Sy^2 - (Sxy)^2/Sx^2 = 0.06624292$$

まず修正平均値を求めると次のとおりである。

年	$\bar{x}$	$x = \bar{x} - \bar{X}^*$	$b\bar{x}^{**}$	$\bar{y}$	$\bar{y} - b\bar{x}$
現在	1.51700	0.01269	0.0289705	1.00333	0.97436
過去	1.49162	-0.01269	-0.0289705	0.92783	0.95680
和	3.00862			1.93116	1.93116

$$* \bar{X} = 1.50431 \quad ** b = 2.28294$$

以上の表の数値を利用して修正平均値および2つの回帰係数の差の検定を行なってみよう。

修正平均値の差の有意性の検定

変動因	推定の誤差			備考
	自由度	平方和	平均平方	
全体	78	0.06624292		$F=7.70$
年内平均	77	0.06022015	0.00078208	
修正平均値間	1	0.00602277	0.00602277**	

修正平均値： 現在=0.97436 過去=0.95680

修正平均値は著しく有意である。

回帰係数の差の有意性の検定

変動因	推定の誤差		
	自由度	平方和	平均平方
年内平均	77	0.06022015	
年内回帰直線からの偏差	76	0.05986118	0.00099404
2つの回帰係数の差	1	0.00035897	0.00035897

回帰係数： 現在=2.26174 過去=2.30456

回帰係数の間には差は認められない。しかし、平均値間には差が認められるので2つの材積曲線の間には差があると推論される。この結果は樹高曲線の場合と同様である。さて、この材積曲線を用いて材積成長量を求めてみよう。

(a) 現在の材積曲線を過去にも用いた場合の材積成長量の推定

現在林分材積の推定には胸高直径はすべて測定され、標本木のみ樹高が測定され、材積が 5—12 表のようになり、これによつて材積曲線式

$$\log (10 V) = -2.42780 + 2.26174 \log D$$

すなわち、

$$\hat{y} = -2.42780 + 2.26174 x$$

が求められ、また

$$\begin{aligned} s_y^2 &= s_{yx}^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{Sx^2} \right] \\ &= 0.00099802158 \left[\frac{1}{40} + \frac{(x - 1.51700)^2}{0.39501558} \right] \end{aligned}$$

で x に応ずる $\hat{y}$ の標準誤差 s_y を算出し、 $(10^{\hat{y}} - 1) = p_{s_y} = s_y / \hat{V}$ を求め $\log f = 1.1513$ $s_{yx}^2 = 0.00114902$ より修正係数 $f = 1.0026$ を得てこれを $\hat{V}$ に乗じて修正した $\hat{V}$ を求めて、これに p_{s_y} を乗じて $\hat{V}$ に応ずる s_y を算出し、 $\hat{V}_U = \hat{V} + 2s_y$ 、 $\hat{V}_L = \hat{V} - 2s_y$ の両限を求めて、直径 D に応ずるこれら $\hat{V}_U$ 、 $\hat{V}$ 、 $\hat{V}_L$ の値を求めこれに材積を乗じて林分材積および上限、下限を求めると 5—13 表のとおりである。

5—13 表 材積曲線による標準地の材積およびその推定誤差の計算

直 径 (D)	材 積 (V)	2 s _y	$\hat{V}_U$	$\hat{V}_L$	本 数 (N)	$N\hat{V}_U$	$N\hat{V}$	$N\hat{V}_L$
6	0.022	0.004	0.026	0.018	1	0.026	0.022	0.018
8	0.042	0.006	0.048	0.036	1	0.048	0.042	0.036
10	0.068	0.009	0.077	0.059	2	0.154	0.136	0.118
12	0.103	0.011	0.114	0.092	2	0.228	0.206	0.184
14	0.146	0.013	0.159	0.133	—	—	—	—
16	0.199	0.015	0.214	0.184	1	0.214	0.199	0.184
18	0.259	0.017	0.276	0.242	—	—	—	—
20	0.328	0.018	0.346	0.310	5	1.730	1.640	1.550
22	0.407	0.020	0.427	0.387	11	4.697	4.477	4.257
24	0.495	0.020	0.515	0.475	9	4.635	4.455	4.257
26	0.594	0.021	0.615	0.573	15	9.225	8.910	8.595
28	0.702	0.020	0.722	0.682	13	9.386	9.126	8.660
30	0.821	0.021	0.842	0.800	13	11.146	10.673	10.400
32	0.949	0.022	0.971	0.927	23	22.333	21.827	21.321
34	1.090	0.025	1.115	1.065	19	21.185	20.710	20.235
36	1.239	0.031	1.270	1.208	26	38.020	32.214	31.408
38	1.401	0.038	1.439	1.363	15	21.585	21.015	20.445
40	1.573	0.048	1.621	1.525	25	40.525	39.325	38.125
42	1.757	0.060	1.817	1.697	11	19.987	19.327	18.667
44	1.951	0.073	2.024	1.878	8	16.192	15.608	15.024
46	2.158	0.089	2.247	2.069	4	8.988	8.632	8.276
48	2.376	0.107	2.483	2.269	2	4.966	4.752	4.538
50	2.606	0.127	2.733	2.479	—	—	—	—
52	2.847	0.149	2.996	2.698	1	2.996	2.847	2.698
54	3.105	0.173	3.278	2.932	1	3.278	3.105	2.932
56	3.368	0.199	3.567	3.169	2	7.134	6.736	6.338
58	3.645	0.227	3.872	3.418	2	7.744	7.290	6.836
60	3.936	0.259	4.195	3.677	—	—	—	—
					212	251.222	243.274	235.326

5—13 表によれば直径、樹高を全部測定せずに標本木によつて測定したための標本抽出誤差は $(7.948^*/243.274) \times 100 = 3.3\%$ で、樹高曲線で求めた $244.248 m^3$ と推定量も精度もほとんど変わらない。

* $251.222 - 243.274 = 7.948$

すなわち樹高曲線で間接的に材積を求めるよりはこの方法で直接的に材積を求めた方が有利であろう。

全林材積は $243.274 m^3$ で、その抽出誤差は 95% 信頼度で $7.948 m^3$ であることを前提にして、現在の材積曲線 $\log(10 V) = -2.42780 + 2.26174 \log D$ を現在および過去の直径に適用して材積を求めると 5—14 表のとおりである。WALD の方法を適用するために x を大きさの順序に並べておく。

5—14 表 現在の材積曲線を用いた現在および過去の標本木材積

No.	群		No.	群	
	x (現在材積) m^3	y (過去材積) m^3		x (現在材積) m^3	y (過去材積) m^3
164	0.3198	0.2777	125	1.1451	1.0365
79	0.3272	0.3162	144	1.1676	0.9879
187	0.4271	0.3733	45	1.1903	0.9879
181	0.4314	0.3460	52	1.1903	1.0016
60	0.4803	0.4400	158	1.2677	1.0649
119	0.5178	0.4803	209	1.2677	1.0721
162	0.5820	0.4849	137	1.2677	1.1156
23	0.5871	0.5469	88	1.2677	1.1601
143	0.6559	0.5974	135	1.5164	1.2915
161	0.6835	0.5274	68	1.5164	1.3560
109	0.7760	0.7003	9	1.5164	1.4056
92	0.7820	0.7060	108	1.6048	1.3972
210	0.7941	0.7232	72	1.6048	1.4904
198	0.9075	0.7880	18	1.6138	1.3724
51	0.9273	0.8124	96	1.6409	1.4391
194	0.9472	0.7941	75	1.6500	1.4056
87	0.9472	0.8498	19	1.7240	1.4646
39	0.9810	0.9075	17	2.0999	1.8870
24	1.0577	0.9472	117	2.3255	2.0584
110	1.0649	0.9075	29	2.8279	2.3366

樹高曲線の場合と同様に必要な統計量を計算すると次のとおりである。

$$\sum_1^m x_i = 14.1970 \quad \sum_1^m y_i = 12.5261 \quad \sum_1^m x_i y_i = 9.87048683$$

$$\sum_1^m x_i^2 = 11.19465898 \quad \sum_1^m y_i^2 = 8.71958913$$

したがって、

$$Sx_1^2 = 11.19465898 - (14.1970)^2/20 = 1.11691853$$

$$Sy_1^2 = 8.71958913 - (12.5261)^2/20 = 0.87443007$$

$$Sx_1 y_1 = 9.87048683 - (14.1970)(12.5261)/20 = 0.97883475$$

$$\sum_{m+1}^N x_i = 31.4049 \quad \sum_{m+1}^N y_i = 27.3310 \quad \sum_{m+1}^N x_i y_i = 45.85999150$$

$$\sum_{m+1}^N x_i^2 = 52.79172599 \quad \sum_{m+1}^N y_i^2 = 39.89184724$$

したがって、

$$Sx_2^2 = 52.79172599 - (31.4049)^2/20 = 3.47833879$$

$$Sy_2^2 = 39.89184724 - (27.3310)^2/20 = 2.54266919$$

$$Sx_2 y_2 = 45.85999150 - (31.4049)(27.3310)/20 = 2.94362541$$

また

$$\sum_{i=1}^N x_i = 45.6019 \quad \bar{x} = 1.14005$$

$$\sum_{i=1}^N y_i = 39.8571 \quad \bar{y} = 0.99643$$

これから,

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^m y_i - \sum_{i=m+1}^N y_i}{N} = -0.3701225$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^m x_i - \sum_{i=m+1}^N x_i}{N} = -0.4301975$$

$$\therefore b = \frac{b_2}{b_1} = 0.86035$$

$$\therefore a = 0.99643 - 0.86035 \times 1.14005 = 0.01559$$

したがって求める回帰式は,

$$y = 0.01559 + 0.86035 x$$

全林の

$$\bar{x} = \frac{243.274}{212} = 1.14752$$

であるから上式の x のところに代入して,

$$\hat{y} = 0.01559 + 0.86035 \times 1.14752 = 1.00286$$

単木平均成長量は,

$$\hat{i} = \bar{x} - \hat{y} = 1.14752 - 1.00286 = 0.14466$$

すなわち全林では,

$$\text{過去林分材積} = 212 \times 1.00286 = 212.606 \text{ m}^3$$

$$\text{定期林分成長量} = 212 \times 0.14466 = 30.668 \text{ m}^3$$

である。

厳密な最小二乗法で求めると,

$$y = 0.01854 + 0.85776 x$$

となり,

$$\hat{y} = 1.00284, \quad \hat{i} = 0.14468$$

となり, ほとんど変わらない。

抽出誤差は

$$s_x'^2 = \frac{Sx_1^2 + Sx_2^2}{N} = 0.1148814330$$

$$s_y'^2 = \frac{Sy_1^2 + Sy_2^2}{N} = 0.0854274815$$

$$s_{xy}' = \frac{Sx_1y_1 + Sx_2y_2}{N} = 0.0980377221$$

で、樹高曲線の場合とほとんど変わらないので、ほぼ過去材積で 5%，林分成長量で 28% くらいが得られるであろう。この場合の成長量は $30.668 m^3$ で、ほぼ樹高曲線の場合の $30.801 m^3$ と同じ値であるが、樹幹析解による真値に近い推定量 $38 m^3$ よりは過小推定である。

(b) 材積曲線を現在および過去別個に用いた場合の林分成長量の推定

現在には (a) と同様に、

$$\log(10 V) = -2.42780 + 2.26174 \log D$$

過去には、

$$\log(10 v) = -2.50969 + 2.30456 \log d$$

を用いて、5—8 表の D および d よりそれぞれ V および v を求めると 5—15 表のとおりである。

x が現在材積、 y が過去材積である。

5—15 表 それぞれの材積曲線を用いた場合の標本木の現在および過去材積

No.	1 群		No.	2 群	
	x (現在材積) m^3	y (過去材積) m^3		x (現在材積) m^3	y (過去材積) m^3
164	0.3198	0.2604	125	1.1451	0.9974
79	0.3272	0.2975	144	1.1676	0.9498
187	0.4271	0.3523	45	1.1903	0.9498
181	0.4314	0.3261	52	1.1903	0.9632
60	0.4803	0.4166	158	1.2677	1.0252
119	0.5178	0.4555	209	1.2677	1.0323
162	0.5820	0.4600	137	1.2677	1.0750
23	0.5871	0.5199	88	1.2677	1.1187
143	0.6559	0.5689	135	1.5164	1.2479
161	0.6835	0.5010	68	1.5164	1.3115
109	0.7760	0.6689	9	1.5164	1.3604
92	0.7820	0.6744	108	1.6048	1.3521
210	0.7941	0.6911	32	1.6048	1.4440
198	0.9075	0.7544	18	1.6138	1.3276
51	0.9273	0.7782	96	1.6409	1.3935
194	0.9472	0.7603	75	1.6500	1.3604
87	0.9472	0.8146	19	1.7240	1.4186
39	0.9810	0.8711	17	2.0999	1.8365
24	1.0577	0.9100	117	2.3255	2.0067
110	1.0649	0.8711	29	2.8279	2.2833

最小二乗法で得られた結果も、WALD の方法による結果も変わらないので、簡単に WALD の方法で回帰式を決定して成長量を求めてみると次のとおりである。

$$\sum_1^m x_i = 14.1970 \quad \sum_{m+1}^N x_i = 31.4049 \quad \sum_1^N x_i = 45.6019$$

$$\bar{x} = 1.14005$$

$$\sum_1^m y_i = 11.9523 \quad \sum_{m+1}^N y_i = 26.4539 \quad \sum_1^N y_i = 38.4062$$

$$\bar{y} = 0.96016$$

$$b_1 = \frac{\sum_1^m x_i - \sum_{m+1}^N x_i}{N} = -0.4301975$$

$$b_2 = \frac{\sum_1^m y_i - \sum_{m+1}^N y_i}{N} = -0.3625400$$

$$\therefore b = b_2/b_1 = 0.84273$$

$$a = 0.96016 - 0.84273 \times 1.14005 = -0.000597$$

$$\therefore y = -0.000597 + 0.84273 x$$

$\bar{x} = 1.14752$ をいれると、

$$\hat{y} = 0.96645$$

$$\hat{i} = \bar{x} - \hat{y} = 0.18017$$

したがって全林では、

$$\text{過去材積} = 212 \times 0.96645 = 204.887 \text{ m}^3$$

$$\text{定期林分成長量} = 212 \times 0.18017 = 38.387 \text{ m}^3$$

成長量は樹幹析解の資料で得た値とほとんど同じである。抽出誤差は前と同様に計算すればよいが、精度はほとんど同じであろう。すなわち、樹高曲線を用いるよりは材積曲線を用いる方が計算の労力がかからずに良好な成長量の推定量が得られる。

以上の分析は、樹高曲線式および材積曲線式の検討には樹幹析解の資料をもとにして行なつたものである。次に成長錐の資料および測高器による樹高をもとにして今までの議論を実際に展開すると、どのような林分成長量が得られるであろうか。その前に、成長錐の挿入方向による単木の成長量の差異を検討してみよう。

(3) 成長錐の挿入方向による成長量推定の差の検定

40 本の樹幹析解木について等高線に平行な胸高直径の方向を AB 、それに直角な方向を CD 、平均直径の方向を MN とするとき、 A, B, C, D, M, N の 6 方向から錐片を抜錐して皮内、5 年前の直径を測定した。各方向の現在直径を D 、皮内直径を D_{ib} 、過去皮内直径を d_{ib} 、測高器で測定した樹高を H とする。各方向の錐片の資料をもとにして M 点、 N 点で錐片を抜錐した場合、 $\frac{M+N}{2}$ をもとにして過去直径を推定した場合、 A, B 2 方向で抜錐して $\frac{A+B}{2}$ をもとにして過去直径を推定した場合、 C, D 2 方向で抜錐して $\frac{C+D}{2}$ をもとにして過去直径を推定した場合の 5 とおりについて各場合に D, H から単木の材積 V を材積表で求め、(2) で作成した形の材積式を各場合に作成し、 $d = K_a d_{ib}$ (ここに $K_a = \Sigma D / \Sigma D_{ib}$ で胸高直径樹皮係数) に応ずる材積 v と現在直径 D に応ずる材積 V を算出してその差 $I = V - v$ を求めたものが 5—16 表～5—20 表である。5—16 表は M 方向の抜錐のみで過去直径を推定し、材積成長量 $I(M)$ を求めたものである。

(1) 欄は MN 方向で測定した胸高直径、(3) 欄の H は No. 9～No. 96 はブルーメライス測高器、No. 108～No. 210 はワイゼ測高器による値である。(5) 欄の d は (4) 欄の d_{ib} に $K_a = \Sigma D / \Sigma D_{ib} = 1367.2/1331.2 = 1.027043$ を乗じたものである。(6) 欄、(7) 欄の V および v は (1) 欄の D および (3) 欄の H から材積表から $1\text{cm}, 1\text{m}$ の括約で材積を読みとり、 D とその材積 V との関係から求めた材積曲線式

$$\log(10V) = -2.46652 + 2.28200 \log D$$

からそれぞれの D および d に応じて算出した材積である。(8) 欄の $I(M)$ は $I(M) = V - v$ で単木定期材積成長量である。

次に N 方向および $(M+N)/2$ は D および H が同じであるから、材積曲線式は上と同一であり、成長錐による測定値 D_{ib}, d_{ib} 、したがって d が成長錐の挿入方向および直径成長の差によつてその値が異

5—16 表 M 方向で抜錐した場合

No.	D cm	D_{ib} cm	H m	d_{ib} cm	d cm	V m^3	v m^3	$I(M)$ m^3
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
9	38.9	37.9	27.0	37.1	38.1	1.4513	1.3841	0.0672
17	45.5	44.5	30.2	41.5	42.6	2.0752	1.7856	0.2896
18	40.2	39.0	29.5	36.6	37.6	1.5643	1.3430	0.2213
19	42.0	41.0	29.2	38.6	39.6	1.7288	1.5116	0.2172
23	26.2	25.4	23.7	25.0	25.7	0.5889	0.5636	0.0253
24	33.9	32.7	25.2	31.3	32.1	1.0602	0.9361	0.1241
29	52.4	50.8	33.0	45.6	47.9	2.8641	2.3336	0.5305
32	42.3	41.7	25.2	40.3	41.4	1.7571	1.6729	0.0842
39	33.3	32.1	26.7	31.1	31.9	1.0179	0.9228	0.0951
45	36.3	34.9	27.5	32.5	33.4	1.2394	1.0249	0.2145
51	32.2	31.4	24.7	29.0	29.8	0.9428	0.7900	0.1528
52	36.1	35.3	27.2	32.3	33.2	1.2238	1.0109	0.2129
60	23.9	23.1	22.2	22.5	23.1	0.4786	0.4418	0.0368
68	40.2	39.4	28.0	37.2	38.2	1.5643	1.3924	0.1719
75	41.0	40.4	26.2	37.8	38.8	1.6362	1.4428	0.1934
79	20.2	19.8	20.7	19.0	19.5	0.3253	0.3001	0.0252
87	32.7	31.9	25.7	31.1	31.9	0.9765	0.9228	0.0537
88	37.0	36.0	26.4	33.8	34.7	1.2945	1.1182	0.1763
92	30.4	29.6	27.2	28.6	29.4	0.8268	0.7660	0.0508
96	43.2	42.4	29.7	40.4	41.5	1.8435	1.6822	0.1613
108	41.0	39.8	26.2	37.6	38.6	1.6362	1.4259	0.2103
109	29.6	29.2	24.7	28.4	29.2	0.7780	0.7542	0.0238
110	33.4	32.4	27.7	30.2	31.0	1.0249	0.8645	0.1604
117	47.6	46.6	28.5	43.6	44.8	2.3003	2.0031	0.2972
119	25.3	24.1	22.7	23.7	24.3	0.5438	0.4960	0.0478
125	35.2	34.4	24.2	32.4	33.3	1.1553	1.0179	0.1374
135	39.1	37.9	28.2	35.1	36.0	1.4684	1.2161	0.2523
137	36.9	36.3	24.5	34.9	35.8	1.2866	1.2007	0.0859
143	27.6	27.0	21.2	25.6	26.3	0.6632	0.5941	0.0691
144	34.9	33.9	23.2	31.3	32.1	1.1330	0.9361	0.1969
158	37.0	36.2	29.2	32.2	33.1	1.2945	1.0040	0.2905
161	28.0	27.0	21.2	24.6	25.3	0.6853	0.5438	0.1415
162	25.6	25.0	21.2	23.0	23.6	0.5586	0.4639	0.0947
164	20.3	19.7	18.7	18.7	19.2	0.3290	0.2897	0.0393
181	23.2	22.6	18.7	21.0	21.6	0.4462	0.3790	0.0672
187	22.7	21.9	19.2	20.9	21.5	0.4246	0.3751	0.0495
194	31.8	31.0	25.2	28.8	29.6	0.9163	0.7780	0.1383
198	32.0	30.8	21.7	29.6	30.4	0.9295	0.8268	0.1027
209	37.3	36.3	27.5	32.9	33.8	1.3186	1.0531	0.2655
210	30.8	29.8	27.7	28.4	29.2	0.8518	0.7542	0.0976

なり、それによつて v が異なつてくるために V のみは同一であるが I が異なつてくる。 N 方向の I を $I(N)$, $(M+N)/2$ で求めた I を $I(M, N)$ とする。したがつてここでは必要な D , D_{ib} , d_{ib} , d , V , v , I のみを示しておく。

$(A+B)/2$, $(C+D)/2$ による推定は D が異なるので材積式も上の場合と異なつてくる。 H は同じであるから 5—16 表の H と各場合の D により材積表から材積を求めて、それぞれ次の材積曲線式を得た。

$$\frac{A+B}{2} : \log(10V) = -2.45500 + 2.27387 \log D$$

$$\frac{C+D}{2} : \log(10V) = -2.43358 + 2.26178 \log D$$

各場合について D , D_{ib} , d_{ib} , d , V , v および $I(A, B)$, $I(C, D)$ を 5—19 表および 5—20 表に示しておく。

5—17 表 N 方向で抜錐した場合

No.	D cm	D_{ib} cm	d_{ib} cm	d^* cm	V^{**} m^3	v^{**} m^3	$I(N)$ m^3
9	38.9	37.9	36.9	38.0	1.4513	1.3757	0.0756
17	45.5	44.3	42.1	43.3	2.0752	1.8533	0.2219
18	40.2	39.0	35.8	36.8	1.5643	1.2787	0.2856
19	42.0	40.8	37.6	38.7	1.7288	1.4343	0.2945
23	26.2	25.4	24.6	25.3	0.5889	0.5438	0.0451
24	33.9	32.9	31.5	32.4	1.0602	0.9562	0.1040
29	52.4	50.8	47.0	48.4	2.8641	2.3895	0.4746
32	42.3	40.9	39.1	40.2	1.7571	1.5644	0.1927
39	33.3	32.1	31.1	32.0	1.0179	0.9295	0.0884
45	36.3	35.3	34.1	35.1	1.2394	1.1478	0.0916
51	32.2	31.4	30.2	31.1	0.9428	0.8709	0.0719
52	36.1	35.1	31.9	32.8	1.2238	0.9833	0.2405
60	23.9	22.9	22.3	22.9	0.4786	0.4331	0.0455
68	40.2	39.4	38.0	39.1	1.5643	1.4684	0.0959
75	41.0	39.6	37.2	38.3	1.6362	1.4007	0.2355
79	20.2	20.0	19.6	20.1	0.3253	0.3216	0.0037
87	32.7	31.3	30.1	31.0	0.9765	0.8645	0.1120
88	37.0	35.6	33.4	34.4	1.2945	1.0963	0.1982
92	30.4	29.4	27.6	28.4	0.8268	0.7079	0.1189
96	43.2	42.2	40.2	41.4	1.8435	1.6729	0.1706
108	41.0	40.2	37.0	38.1	1.6362	1.3841	0.2521
109	29.6	29.0	27.4	28.2	0.7780	0.6965	0.0815
110	33.4	32.8	30.0	30.9	1.0249	0.8582	0.1667
117	47.6	46.6	44.2	45.5	2.3003	2.0752	0.2251
119	25.3	24.3	23.9	24.6	0.5438	0.5100	0.0338
125	35.2	34.6	33.0	33.9	1.1553	1.0602	0.0951
135	39.1	38.3	35.7	36.7	1.4684	1.2707	0.1977
137	36.9	36.3	35.1	36.1	1.2866	1.2238	0.0628
143	27.6	26.8	26.0	26.7	0.6632	0.6149	0.0483
144	34.9	34.1	31.3	32.2	1.1330	0.9428	0.1902
158	37.0	36.2	33.2	34.2	1.2945	1.0818	0.2127
161	28.0	26.6	24.2	24.9	0.6853	0.5243	0.1610
162	25.6	25.0	23.0	23.7	0.5586	0.4684	0.0902
164	20.3	19.7	18.5	19.0	0.3290	0.2829	0.0461
181	23.2	22.6	20.8	21.4	0.4462	0.3711	0.0751
187	22.7	21.9	20.1	20.7	0.4246	0.3440	0.0806
194	31.8	31.0	27.4	28.2	0.9163	0.6965	0.2198
198	32.0	30.6	29.0	29.8	0.9295	0.7900	0.1395
209	37.3	36.3	33.7	34.7	1.3186	1.1182	0.2004
210	30.8	29.8	28.2	29.0	0.8518	0.7425	0.1093

(注) * $d = K_d d_{ib}$ で $K_d = \sum D / \sum D_{ib} = 1367.2 / 1329 = 1.028743$ ** $\log(10V) = -2.46652 + 2.28200 \log D$ からそれぞれの D および d に応じて算出したもの。

5—18 表 M, N 2 方向抜録で $\frac{M+N}{2}$ で過去直径を求めた場合

No.	D	D_{ib}	d_{ib}	d^*	V^{**}	v^{**}	$I(M, N)$
9	38.9	37.9	37.0	38.0	1.4513	1.3757	0.0756
17	45.5	44.4	41.8	43.0	2.0752	1.8241	0.2511
18	40.2	39.0	36.2	37.2	1.5643	1.3105	0.2538
19	42.0	40.9	38.1	39.2	1.7288	1.4770	0.2518
23	26.2	25.4	24.8	25.5	0.5889	0.5536	0.0358
24	33.9	32.8	31.4	32.3	1.0602	0.9495	0.1107
29	52.4	50.8	46.8	48.1	2.8641	2.3559	0.5082
32	42.3	41.3	39.7	40.8	1.7571	1.6181	0.1390
39	33.3	32.1	31.1	32.0	1.0179	0.9295	0.0884
45	36.3	35.1	33.3	34.2	1.2394	1.0818	0.1576
51	32.2	31.4	29.6	30.4	0.9428	0.8268	0.1160
52	36.1	35.2	32.1	33.0	1.2238	0.9971	0.2267
60	23.9	23.0	22.4	23.0	0.4786	0.4375	0.0411
68	40.2	39.4	37.6	38.6	1.5643	1.4259	0.1384
75	41.0	40.0	37.5	38.5	1.6362	1.4174	0.2188
79	20.2	19.9	19.4	19.9	0.3253	0.3144	0.0109
87	32.7	31.6	30.6	31.5	0.9765	0.8967	0.0798
88	37.0	35.8	33.6	34.5	1.2945	1.1035	0.1910
92	30.4	29.5	28.1	28.9	0.8268	0.7366	0.0902
96	43.2	42.3	40.3	41.4	1.8435	1.6729	0.1706
108	41.0	40.0	37.3	38.3	1.6362	1.4007	0.2355
109	29.6	29.1	27.9	28.7	0.7780	0.7250	0.0530
110	33.4	32.6	30.1	30.9	1.0249	0.8582	0.1667
117	47.6	46.6	43.9	45.1	2.3003	2.0339	0.2664
119	25.3	24.2	23.8	24.5	0.5438	0.5053	0.0385
125	35.2	34.5	32.7	33.6	1.1553	1.0389	0.1164
135	39.1	38.1	35.4	36.4	1.4684	1.2471	0.2213
137	36.9	36.3	35.0	36.0	1.2866	1.2161	0.0705
143	27.6	26.9	25.8	26.5	0.6632	0.6044	0.0588
144	34.9	34.0	31.3	32.2	1.1330	0.9428	0.1902
158	37.0	36.2	32.7	33.6	1.2945	1.0389	0.2556
161	28.0	26.8	24.4	25.1	0.6853	0.5340	0.1513
162	25.6	25.0	23.0	23.6	0.5586	0.4639	0.0947
164	20.3	19.7	18.6	19.1	0.3290	0.2863	0.0427
181	23.2	22.6	20.9	21.5	0.4462	0.3751	0.0711
187	22.7	21.9	20.5	21.1	0.4246	0.3593	0.0653
194	31.8	31.0	28.1	28.9	0.9163	0.7366	0.1797
198	32.0	30.7	29.3	30.1	0.9295	0.8083	0.1212
209	37.3	36.3	33.3	34.2	1.3186	1.0818	0.2368
210	30.8	29.8	28.3	29.1	0.8518	0.7483	0.1035

(注) * $d = K_d d_{ib}$ で $K_d = 1367.2/1330.1 = 1.027893$ ** $\log(10 V) = -2.46652 + 2.28200 \log D$ からそれぞれの D および d に応じて算出したもの。

5—19 表 A, B 2方向抜錐で $\frac{A+B}{2}$ で過去直径を求めた場合

No.	D cm	D _{ib} cm	d _{ib} cm	d* cm	V** m³	v* m³	I(A, B) m³
9	37.8	36.6	35.5	36.5	1.3552	1.2516	0.1036
17	44.2	43.2	40.6	41.8	1.9341	1.7036	0.2305
18	40.2	39.0	36.2	37.2	1.5589	1.3068	0.2521
19	43.2	41.8	38.7	39.8	1.8360	1.5238	0.3122
23	25.2	24.6	24.0	24.7	0.5390	0.5150	0.0240
24	34.0	32.9	31.5	32.4	1.0651	0.9546	0.1105
29	51.4	49.8	46.0	47.3	2.7259	2.2564	0.4695
32	42.2	41.3	39.7	40.8	1.7408	1.6123	0.1285
39	34.0	33.2	31.9	32.8	1.0651	0.9815	0.0836
45	36.8	35.5	32.8	33.7	1.2751	1.0439	0.2112
51	31.6	30.5	29.0	29.8	0.9018	0.7892	0.1126
52	36.0	34.4	31.4	32.3	1.2129	0.9478	0.2651
60	23.6	22.9	22.2	22.8	0.4643	0.4293	0.0350
68	41.6	40.8	39.1	40.2	1.6850	1.5589	0.1261
75	43.0	42.1	39.4	40.5	1.8168	1.5855	0.2313
79	20.4	20.1	19.6	20.2	0.3334	0.3260	0.0074
87	33.4	32.3	31.4	32.3	1.0229	0.9478	0.0751
88	36.4	35.5	33.5	34.4	1.2438	1.0938	0.1500
92	32.0	31.3	29.5	30.3	0.9279	0.8196	0.1083
96	44.0	43.4	40.1	41.2	1.9143	1.6485	0.2658
108	41.2	40.2	38.0	39.8	1.6485	1.5238	0.1247
109	29.8	29.3	28.1	28.9	0.7892	0.7360	0.0532
110	32.0	31.2	29.1	29.9	0.9279	0.7952	0.1327
117	48.0	47.0	44.8	46.1	2.3331	2.1284	0.2047
119	25.0	24.1	23.6	24.3	0.5293	0.4947	0.0396
125	33.6	32.9	31.5	32.4	1.0368	0.9546	0.0822
135	40.0	38.9	36.3	37.3	1.5413	1.3148	0.2265
137	37.0	36.0	34.6	35.6	1.2909	1.1825	0.1084
143	27.6	26.9	25.8	26.5	0.6629	0.6044	0.0585
144	34.8	33.7	31.0	31.9	1.1230	0.9214	0.2016
158	38.2	37.2	34.0	35.0	1.3881	1.1377	0.2504
161	28.4	27.2	24.8	25.5	0.7074	0.5537	0.1537
162	25.0	24.5	22.7	23.3	0.5293	0.4510	0.0783
164	20.8	20.2	18.8	19.3	0.3484	0.2939	0.0545
181	23.2	22.6	20.9	21.5	0.4466	0.3757	0.0709
187	23.4	22.7	21.4	22.0	0.4554	0.3958	0.0596
194	33.2	32.3	29.7	30.5	1.0090	0.8320	0.1770
198	31.6	30.1	28.6	29.4	0.9018	0.7653	0.1365
209	36.4	35.2	32.9	33.8	1.2438	1.0509	0.1929
210	30.8	29.8	28.3	29.1	0.8507	0.7474	0.1030

(注) * $d = K_d d_{ib}$ で $K_d = 1371.0/1333.2 = 1.028353$ ** $\log(10V) = -2.45500 + 2.27387 \log D$ からそれぞれの D および d に応じて算出したもの。

5—20 表 C, D 2 方向抜錐で $\frac{C+D}{2}$ で過去直径を求めた場合

No.	D cm	D_{ib} cm	d_{ib} cm	d^* cm	V^{**} cm ³	v^{**} cm ³	$I(C, D)$ cm ³
9	41.0	39.8	38.4	39.5	1.6375	1.5052	0.1323
17	46.8	45.5	43.5	44.8	2.2088	2.0012	0.2078
18	40.2	39.0	36.3	37.3	1.5662	1.3222	0.2440
19	40.8	39.8	37.2	38.3	1.6195	1.4037	0.2158
23	27.2	26.6	25.7	26.4	0.6473	0.6050	0.0423
24	33.8	33.0	31.3	32.2	1.0582	0.9481	0.1101
29	53.4	52.0	48.6	50.0	2.9768	2.5652	0.4116
32	42.4	41.4	39.7	40.8	1.7668	1.6195	0.1473
39	32.6	31.3	30.2	31.1	0.9750	0.8764	0.0986
45	35.8	34.3	31.1	32.0	1.2049	0.9349	0.2700
51	32.6	31.8	30.4	31.3	0.9885	0.8892	0.0993
52	36.2	35.3	32.4	33.7	1.2356	1.0510	0.1846
60	24.2	23.5	22.8	23.5	0.4970	0.4650	0.0320
68	38.8	37.8	36.0	37.0	1.4455	1.2982	0.1473
75	39.0	38.0	35.6	36.6	1.4624	1.2667	0.1957
79	20.0	19.4	19.0	19.5	0.3229	0.3049	0.0180
87	32.0	30.7	29.6	30.5	0.9349	0.8387	0.0962
88	37.6	36.4	34.5	35.5	1.3464	1.1822	0.1642
92	28.8	27.9	26.9	27.7	0.7366	0.6745	0.0621
96	42.4	41.8	39.1	40.2	1.7668	1.5662	0.2006
108	40.8	39.7	36.9	38.0	1.6195	1.3789	0.2406
109	29.4	28.7	27.3	28.1	0.7718	0.6968	0.0750
110	34.8	34.0	31.7	32.6	1.1302	0.9750	0.1552
117	47.2	46.1	44.3	45.6	2.2517	2.0826	0.1691
119	25.6	24.8	24.3	25.0	0.5644	0.5349	0.0295
125	36.8	36.0	34.2	35.2	1.2824	1.1597	0.1227
135	38.2	37.0	34.5	35.5	1.3954	1.1822	0.2132
137	36.8	35.8	34.6	35.6	1.2824	1.1898	0.0926
143	27.6	27.0	25.9	26.6	0.6690	0.6154	0.0536
144	35.0	34.1	31.8	32.7	1.1449	0.9818	0.1631
158	35.8	35.1	32.4	33.3	1.2049	1.0229	0.1820
161	27.6	26.4	24.2	24.9	0.6690	0.5301	0.1389
162	26.2	25.6	23.7	24.4	0.5947	0.5063	0.0884
164	19.8	19.2	18.1	18.6	0.3157	0.2740	0.0417
181	23.2	22.3	20.5	21.1	0.4517	0.3645	0.0872
187	22.0	21.3	19.9	20.5	0.4006	0.3414	0.0592
194	30.4	29.7	26.9	27.7	0.8324	0.6745	0.1579
198	32.4	31.2	30.0	30.9	0.9615	0.8637	0.0978
209	38.2	37.1	34.4	35.4	1.3954	1.1747	0.2207
210	30.8	39.8	28.2	29.0	0.8574	0.7483	0.1091

(注) * $d = K_d d_{ib}$ で $K_d = 1364.4/1326.2 = 1.028804$ ** $\log(10V) = -2.43358 + 2.26178 \log D$ からそれぞれの D および d に応じて算出したもの。

樹幹析解による実成長量，すなわち $I = V - K_v v_{ib}$ (K_v は幹材積樹皮係数) の値はすでに 5—3 表に示してある。この実成長量と各推定値との差

$$X(M) = I - I(M), \quad X(N) = I - I(N), \quad X(MN) = I - I(MN), \quad X(AB) = I - I(AB), \\ X(CD) = I - I(CD)$$

が 0 であるかどうかの検定を行なつてみると次のとおりであつた。

推定方式 (i)	差の平均 $\bar{X}(i)$	差の標準誤差 $s_{\bar{X}(i)} = \sqrt{\frac{\sum (X(i) - \bar{X}(i))^2}{N-1}}$	$t = \bar{X}(i) / s_{\bar{X}(i)}$	変動係数 $c = s_{\bar{X}(i)} / \bar{X}(i)$
M	0.03126	0.006061	5.157**	0.194
N	0.03208	0.005766	5.564**	0.180
$\frac{M+N}{2}$	0.03272	0.004466	7.326**	0.136
$\frac{A+B}{2}$	0.03293	0.005935	5.548**	0.180
$\frac{C+D}{2}$	0.03916	0.005437	7.201**	0.139

いずれも著しく有意である。すなわち，いずれの方向による推定も，樹幹析解による実成長量とは著しく偏つた値が得られた。成長量の単木平均および全林の推定量は右のとおりである。

樹幹析解による実成長量は単木平均 $0.17843 m^3$ で全林で $37.827 m^3$ であり，いずれも過小であることがわかる。本例はスギの 53 年生林分で樹形も比較的斉一な林木が多いので方向によつて大きな差は認

推定方式	単木平均成長量 (m^3)	全林成長量 (m^3)
M	0.14706	31.176
N	0.14637	31.030
$\frac{M+N}{2}$	0.14736	31.239
$\frac{A+B}{2}$	0.14528	30.800
$\frac{C+D}{2}$	0.13943	29.560

5—21 表 WALD の方法を適用するための M 方向で得られた現在材積と過去材積

No.	1 群		No.	2 群	
	X (現在材積) m^3	Y (過去材積) m^3		X (現在材積) m^3	Y (過去材積) m^3
79	0.3253	0.3001	144	1.1330	0.9361
164	0.3290	0.2897	125	1.1553	1.0179
187	0.4246	0.3751	52	1.2238	1.0109
181	0.4462	0.3790	45	1.2394	1.0249
60	0.4786	0.4418	137	1.2866	1.2007
119	0.5438	0.4960	88	1.2945	1.1182
162	0.5586	0.4639	158	1.2945	1.0040
23	0.5889	0.5636	209	1.3186	1.0531
143	0.6632	0.5941	9	1.4513	1.3841
161	0.6853	0.5438	135	1.4684	1.2161
109	0.7780	0.7542	18	1.5643	1.3430
92	0.8268	0.7660	68	1.5643	1.3924
210	0.8518	0.7542	108	1.6362	1.4259
194	0.9163	0.7780	75	1.6362	1.4428
198	0.9295	0.8268	19	1.7288	1.5116
51	0.9428	0.7900	32	1.7571	1.6729
87	0.9765	0.9228	96	1.8435	1.6822
39	1.0179	0.9228	17	2.0752	1.7856
110	1.0249	0.8645	117	2.3003	2.0031
24	1.0602	0.9361	29	2.8641	2.3336

められなかつた。しかしこのような林齢の林分でも、錐片により一変数材積式を用いると過小な成長量が得られることは注目すべき事実である。次に錐片により林分成長量を求める方法を、(2)の方法にもとづいて展開してみよう。

(4) M 方向の錐片による林分成長量の推定

標本木 40 本について成長錐を用いて M 方向で皮内直径 D_{ib} , 5 年前皮内直径 d_{ib} を測定し、樹高も測定した。それらの資料は 5—16 表にすでに示してある。これを WALD の方法によつて回帰を求めるために、5—21 表のように x の大きさの順序に配列した。

標本木からの材積式は、

$$\log(10 V) = -2.53348 + 2.28200 \log D$$

であつた。

全林の D の測定値をもとにして上式から求めた直径に応ずる材積から全林材積を求めた。このとき $s_{yx}^2 = 0.001150202$ であるので $\log f = 1.1513$, $s_{yx}^2 = 0.00132423$ から $f = 1.00305$ という修正係数を得て、これによつて材積を修正した。(2)の場合と同様な方法で $N\hat{V}$, $N\hat{V}_U$, $N\hat{V}_L$ を求めたものを 5—22 表に示す。

5—22 表 材積曲線による標準地材積およびその推定誤差の計算

直 径 (D)cm	本 数 (N)	平均材積 $\hat{V} \text{ m}^3$	平均材積 上 限 $\hat{V}_U \text{ m}^3$	平均材積 下 限 $\hat{V}_L \text{ m}^3$	材 積 $N\hat{V} \text{ m}^3$	材積上限 $N\hat{V}_U \text{ m}^3$	材積下限 $N\hat{V}_L \text{ m}^3$
6	1	0.020	0.024	0.016	0.020	0.024	0.016
8	1	0.039	0.045	0.023	0.039	0.045	0.033
10	2	0.065	0.074	0.056	0.130	0.148	0.112
12	2	0.099	0.111	0.087	0.198	0.222	0.174
14	0	0.141	0.155	0.127	0	0	0
16	1	0.192	0.208	0.176	0.192	0.208	0.176
18	0	0.252	0.270	0.234	0	0	0
20	5	0.319	0.339	0.299	1.595	1.695	1.495
22	11	0.396	0.416	0.376	4.356	4.992	4.512
24	9	0.483	0.504	0.462	4.347	4.536	4.158
26	15	0.581	0.602	0.560	8.715	9.030	8.400
28	13	0.687	0.709	0.665	8.931	9.217	8.645
30	13	0.804	0.826	0.782	10.452	10.738	10.166
32	23	0.932	0.955	0.909	21.436	21.965	20.907
34	19	1.070	1.096	1.044	20.330	20.824	19.836
36	26	1.220	1.252	1.188	31.720	32.552	30.888
38	15	1.380	1.420	1.340	20.700	21.300	20.100
40	25	1.552	1.602	1.502	38.800	40.050	37.550
42	11	1.734	1.796	1.672	19.074	19.756	18.392
44	8	1.928	2.004	1.852	15.424	16.032	14.816
46	4	2.134	2.226	2.042	8.536	8.904	8.168
48	2	2.352	2.463	2.241	4.704	4.926	4.482
50	0	2.582	2.714	2.450	0	0	0
52	1	2.823	2.978	2.668	2.823	2.978	2.668
54	1	3.077	3.258	2.896	3.077	3.258	2.896
56	2	3.343	3.552	3.134	6.686	7.104	6.268
58	2	3.622	3.862	3.382	7.244	7.724	6.764
60	0	3.913	4.175	3.651	0	0	0
計					239.529	247.812	231.246

これから全林材積は 239.529 m^3 , 標準誤差 $sv = 247.812 - 239.529 = 8.273 \text{ m}^3$ で、誤差率は $\frac{8.273}{239.529} \times 100 = 3.5\%$ である。この区間の中には全林木の樹高測定にもとづいた材積表からの材積 246.225 m^3 が

上限付近で含まれていることを注意しておこう。平均材積としては過小な値を示している。これから

$$\text{平均材積の分散: } \text{var}(\bar{x}) = \left(\frac{8.273}{212} \right)^2 = 0.0015225604$$

$$\text{平均材積: } \bar{x} = 239.529/212 = 1.12985$$

をうる。

次に WALD の方法により、現在材積と過去材積の回帰を求めよう。5—21 表から、

$$\sum_1^m x_i = 14.3682$$

$$Sx_1^2 = \sum_1^m (x_i - \bar{x}_1)^2 = 1.13527600$$

$$\sum_1^m y_i = 12.7625$$

$$Sy_1^2 = \sum_1^m (y_i - \bar{y}_1)^2 = 0.90111812$$

$$Sx_1y_1 = \sum_1^m (x_i - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y}_1) = 0.99912513$$

$$\sum_{m+1}^N x_i = 31.8354$$

$$Sx_2^2 = \sum_{m+1}^N (x_i - \bar{x}_2)^2 = 3.50946340$$

$$\sum_{m+1}^N y_i = 27.5591$$

$$Sy_2^2 = \sum_{m+1}^N (y_i - \bar{y}_2)^2 = 2.63034331$$

$$Sx_2y_2 = \sum_{m+1}^N (x_i - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y}_2) = 2.97479213$$

$$\bar{x} = \sum_1^N x_i / N = 46.2036/40 = 1.15509$$

$$\bar{y} = \sum_1^N y_i / N = 40.3216/40 = 1.00804$$

したがって、

$$b_2 = \frac{\sum_1^m y_i - \sum_{m+1}^N y_i}{N} = -0.369915$$

$$b_1 = \frac{\sum_1^m x_i - \sum_{m+1}^N x_i}{N} = -0.436680$$

$$\therefore b = \frac{b_2}{b_1} = 0.84711$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 0.02955$$

したがって求める回帰式は、

$$y = 0.02955 + 0.84711 x$$

$\bar{x} = 1.12985$ をいれると,

$$\hat{y} = 0.02955 + 0.84711 \times 1.12985 = 0.98665$$

$$\hat{i} = \bar{x} - \hat{y} = 1.12985 - 0.98665 = 0.14320$$

これを樹幹析解の結果と比較すると過小な推定であり, (2) の現在の材積曲線を用いた場合とほとんど同じ値である。抽出誤差の計算には $\text{var}(\alpha)$, $\text{var}(\beta)$ の計算が必要である。

$$s_x'^2 = \frac{Sx_2^2 + Sx_3^2}{N} = 0.11611849$$

$$s_y'^2 = \frac{Sy_1^2 + Sy_2^2}{N} = 0.08828654$$

$$s_{xy}' = \frac{Sx_1y_1 + Sx_2y_2}{N} = 0.09934793$$

$$b_1^2 = (-0.436680)^2 = 0.19068942$$

$$t_0 = 2.02, \quad b = 0.84711$$

であるから,

$$b_1^2 (b - \beta)^2 = (s_y'^2 + \beta^2 s_x'^2 - 2\beta s_{xy}') \frac{t_0^2}{N-2}$$

より

$$6.77238807 \beta^2 - 5.73293094 \times 2\beta + 4.83956559 = 0$$

を得て

$$\beta = \frac{5.73293094 \pm 0.30179610}{6.77238807}$$

$$= 0.84652 \pm 0.04456$$

をうる。すなわち,

$$\text{var}(\beta) = (0.4456)^2 = 0.0019855936$$

また α については,

$$s_\alpha = t_0 \sqrt{\frac{s_y'^2 + \beta^2 s_x'^2 - 2\beta s_{xy}'}{N-2}}$$

これより,

$$\text{var}(\alpha) = 0.01881^2 = 0.0003538161$$

したがって,

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{y}) &= \text{var}(\alpha) + \bar{x}^2 \text{var}(\beta) + \beta^2 \text{var}(\bar{x}) \\ &= 0.0003538161 + 1.12985^2 \times 0.0019855936 + 0.84711^2 \times 0.0015225604 \\ &= 0.0039811270 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\text{var}(\hat{y})} = 0.06310$$

また

$$\begin{aligned}\text{var}(\hat{i}) &= \text{var}(\bar{x}) + \bar{x}^2 \text{var}(\beta) + (1 - \beta)^2 \text{var}(\bar{x}) \\ &= 0.0003538161 + 1.12985^2 \times 0.0019855936 + 0.15289^2 \times 0.0015225604 \\ &= 0.0029241379\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\text{var}(\hat{i})} = 0.05344$$

したがって、

過去の平均材積： $0.98665 \pm 0.06310 \text{ m}^3$

定期平均成長量： $0.14320 \pm 0.05344 \text{ m}^3$

の間にあることが 95% 信頼度でいえる。全林では、

過去林分材積： $209.170 \pm 13.377 \text{ m}^3$ (誤差率 6.5%)

定期林分成長量： $30.358 \pm 11.329 \text{ m}^3$ (誤差率 37.3%)

である。

信頼区間の中に樹幹析解からの実成長量である 38 m^3 は含まれるが、推定量は約 8 m^3 過小な値を示している。これを全林の平均材積が樹幹析解からの補正值 251.4981 m^3 * が誤差なしに得られているとすると、

$$\bar{x} = 251.4981 / 212 = 1.18631$$

これより

$$\hat{y} = 0.02955 + 0.84711 \times 1.18631 = 1.02736$$

$$\hat{i} = \bar{x} - \hat{y} = 1.18631 - 1.02736 = 0.15905$$

$$\text{var}(\hat{y}) = \text{var}(\alpha) + \bar{x}^2 \text{var}(\beta) = 0.0031482044 = \text{var}(\hat{i})$$

なぜならば $\text{var}(\bar{x}) = 0$ であるからである。したがって、

$$\sqrt{\text{var}(\hat{y})} = \sqrt{\text{var}(\hat{i})} = 0.05611$$

すなわち、

過去材積： $1.02736 \pm 0.05611 \text{ m}^3$

成長量： $0.15905 \pm 0.05611 \text{ m}^3$

で全林では、

過去林分材積： $217.800 \pm 11.895 \text{ m}^3$ (誤差率 5.5%)

定期林分成長量： $33.719 \pm 11.895 \text{ m}^3$ (誤差率 35.3%)

で 38 m^3 に幾分近い値が得られる。

成長錐により過去直径を推定して現在の一変数材積式を過去にも適用して成長量を推定する方法は、本例では樹幹析解による真値よりは過小な値が得られた。しかし抽出誤差の計算を WALD の方法を適用して行えば、その範囲の中に真値は含まれる。樹幹析解した資料で過去の材積式を作成して過去に適用すれば、真値に近い成長量が得られる。しかし現実には過去の材積式を作成することは樹幹析解によるより以外不可能である。したがって理想的には樹幹析解を行なつて推定を行なうべきであるが、成長錐によつて得られた値はその確実性については樹幹析解したものとの対比によらなければ明らかにすることはできないが、ほぼ近い値が得られるようであろうことは本例によつても明らかであろうし、比較的成長の早い樹

* § 5—3 (2) 参照

種では過小な値が得られる可能性があり、推定としては安全例であり、老齢もしくは成長の遅い樹種では現在の材積式を適用しても真に近い値が得られるであろう。樹幹析解は費用がかかる仕事であるから、このような実験を多くくりかえすことは実行上不可能に近い。確実な値を得るためには少数でも標本木の樹幹析解により、§ 5—3 の理論および § 5—4 の実際例のような推定方式が有効であろう。

使用材積式による推定量の差については長野のカラマツ林分に対して $V=a+bD^3H$, $V=a+bD^3$, $V=aD^3$ に対してそれぞれ算出して比較を行なつたが、差は認められなかつた^{40) 41) 42)}。

成長量の推定と材積の推定に有効と思われる材積式は、1948 年に英国の HUMMEL⁵⁶⁾ が主要樹種の材積表調製に用いた

$$V/H=a+bB$$

の形の材積式で、樹高級 (H) ごとに

$$V=a+bB$$

の形の断面積 (B) と材積 (V) との直線回帰式で、 H に対する a , b の回帰を利用して a , b を決定して作成されたものである。成長量推定に対しては、

$$V/H=a+bD^2$$

で H の級ごとに $V=a+bD^2$ の形で作成しておけば現在の林分の平均高を査定することによつて現在材積を計算する表が定まり、§ 4—5 で述べた樹高成長の予想表が用意されていれば過去または将来の平均高が推測できてその使用材積表が定まり、これを成長錐による過去直径またはこれを利用した将来直径に適用すればそれぞれの事象の材積が求められ、この数値を § 5—3 の理論、§ 5—4 の実例のような方式で推定を行なえば真値に近い値が得られよう。現在国有林⁵⁵⁾ では $V=aD^3H^c$ の形で材積表の調製が行なわれているが、地方別に今提案した方式で材積表の調製が行なわれるとすれば、成長量の推定や予測にも便利であろう。

§ 5—6 二段法による推定の誤差の評価の実際例

5—3 節の (ii) で与えた二段法の抽出誤差を、40 本の標本木の資料を用いて計算しよう。

(i) 比推定を用いる場合

樹幹析解の資料を用いる。5—9 表の D_{ib} と d_{ib} の関係から次の推定量をうる。

$$\sum D_{ib}^2 = 44757.48, \quad \sum d_{ib}^2 = 39664.79, \quad \sum d_{ib}^2 D_{ib}^2 = 52329121.0563,$$

$$\sum D_{ib}^4 = 59219149.6724, \quad \sum d_{ib}^4 = 46290564.8873$$

(5・47) 式から、

$$p = \frac{\sum d_{ib}^2}{\sum D_{ib}^2} = \frac{39664.79}{44757.48} = 0.88622$$

$$\sum D_{ib}^4 + p^2 \sum d_{ib}^4 - 2p \sum d_{ib}^2 D_{ib}^2 = 50220.5798$$

$$\bar{X}_{ib}^2 = \bar{X}_T^2 \frac{\sum D_{ib}^2}{\sum D^2} = 1194.4262 \times 0.93850575 = 1120.97586$$

ここに、

$$\bar{X}_T^2 = \frac{\sum X^2}{N} = \frac{253218.35}{212} = 1194.4262 \quad (\text{全林の直径平方の平均})$$

$$\frac{\sum D_{ib}^2}{\sum D^2} = \frac{1}{K_b} = \frac{44757.48}{47690.15} = 0.93850575 \quad (\text{断面積樹皮係数の逆数})$$

である。また

$$\frac{N-n}{Nn(n-1)} = \frac{212-40}{212 \times 40 \times 39} = 0.0005200774$$

したがって (5.52) 式から、

$$\text{var}(p) = \frac{0.0005200774 \times 502205.5798}{(1120.97586)^2} = 0.000020784566306$$

次に 5—9 表の H と h の資料から、

$$\begin{aligned} \sum h &= 962.7 & \sum H &= 1028.2 & \sum hH &= 25136.46 \\ \sum h^2 &= 23547.65 & \sum H^2 &= 26838.96 \end{aligned}$$

したがって

$$q = \frac{\sum h}{\sum H} = \frac{962.7}{1028.2} = 0.93630$$

$$\sum h^2 + q^2 \sum H^2 - 2q \sum hH = 5.695$$

$\bar{H}_T = 25.6$ (全林の平均樹高) であるから、(5.53) 式から、

$$\begin{aligned} \text{var}(q) &= \frac{N-n}{Nn(n-1)\bar{H}_T^2} (\sum h^2 + q^2 \sum H^2 - 2q \sum hH) \\ &= \frac{0.0005200774 \times 5.695}{25.6^2} = 0.000004519410389 \end{aligned}$$

これらより (5.50) 式から $V_T = 246.225$ であるから、

$$\begin{aligned} G_V &= V_T(1-pq) \\ &= 246.225(1-0.88622 \times 0.93630) \\ &= 246.225 \times 0.170232 \\ &= 41.915 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

その推定分散は (5.51) 式より、

$$\begin{aligned} \text{var}(G_V) &= V_T^2 [p^2 \text{var}(q) + q^2 \text{var}(p)] \\ &= 246.225^2 [0.88622^2 \times 0.000004519410389 \\ &\quad + 0.93630^2 \times 0.000020784566306] \\ &= 246.225^2 \times 0.00002177043102 \\ \therefore \sqrt{\text{var}(G_V)} &= 246.225 \times 0.0046659 = 1.1489 \text{ m}^3 \\ \therefore t\sqrt{\text{var}(G_V)} &= 2.02 \times 1.1489 = 2.321 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

したがって 95% 信頼度で林分成長量は、

$$41.916 \pm 2.321 \text{ m}^3$$

の間にあると推論される。

抽出誤差率は 5.5% で、樹幹析解による抽出誤差率が 7% 程度であるのに比して効率がよい。しかも樹幹析解では $38.0141 \pm 2.7263 \text{ m}^3$ で、前のときは簡略のため t を 2 とおいたが 2.02 とすれば $38.0141 \pm$

2.7536 m^3 となる。したがって二段法によるものとこの推定との差の検定を行なうと 68% 信頼度で、

$$\text{二段法: } 41.916 \pm 1.1489 = m_1 \pm s_{m_1}$$

$$\text{樹幹析解: } 38.0141 \pm 1.3632 = m_2 \pm s_{m_2}, (1.3632 = 212 \times 0.0643)$$

であるので、差の標準誤差は、

$$s_d = \sqrt{s_{m_1}^2 + s_{m_2}^2} = \sqrt{3.17828545} = 1.7828$$

$$\therefore t = \frac{41.916 - 38.0141}{1.7828} = 2.189$$

5% で差があるが、1% では差が認められない。推定量としては前節の成長錐によるものは約 8 m^3 過小であるが、二段法によるものはその半分 4 m^3 過大であるにすぎない。

(ii) 回帰推定を用いる場合

5—9 表の D^2 と d^2 の資料から次の統計量をうる。

$$\Sigma D^2 = 47690.15 \quad \Sigma d^2 = 42336.80$$

$$\bar{D}^2 = 1192.25375 \quad \bar{d}^2 = 1058.42000$$

$$Sx^2 = \Sigma (D^2 - \bar{D}^2)^2 = 10351250.9011$$

$$Sy^2 = \Sigma (d^2 - \bar{d}^2)^2 = 7938591.7876$$

$$Sxy = \Sigma (D^2 - \bar{D}^2)(d^2 - \bar{d}^2) = 9030488.6913$$

したがって、

$$b = \frac{Sxy}{Sx^2} = 0.8724055$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 18.29$$

ゆえに求むる回帰式は、

$$d^2 = 18.29 + 0.8724055 D^2$$

全林の直径平方の平均 $\bar{X}_T^2 = 1194.4262$ をいれると、

$$\bar{d}^2 = 18.29 + 0.8724055 \times 1194.4262 = 1060.31404$$

$$\therefore b_T = \frac{N\bar{d}^2}{c} = \frac{212 \times 1060.31404}{12732.365} = 17.65474$$

$$s_{yx}^2 = (Sy^2 - bSxy)/(n-2) = 1508.5842625$$

であるから、

$$\begin{aligned} s^2 d^2 &= s_{yx}^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{X}_T^2 - \bar{D}^2)^2}{Sx^2} \right] \\ &= 1508.5842625 \left[\frac{1}{40} + \frac{(1194.4262 - 1192.25375)^2}{10351250.9011} \right] \\ &= 37.71526437 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{var}(b_T) &= \frac{N^2}{c^2} s^2 d^2 = \left(\frac{212}{12732.365} \right)^2 \times 37.71526437 \\ &= 0.01045612381 \end{aligned}$$

また 5—9 表の h と H の資料から

$$\Sigma h = 962.7 \quad \Sigma H = 1028.2$$

$$\begin{aligned}\bar{h} &= 24.0675 & \bar{H} &= 25.7050 \\ Sx^2 &= \sum (H - \bar{H})^2 = 409.0790 \\ Sy^2 &= \sum (h - \bar{h})^2 = 377.86775 \\ Sxy &= \sum (h - \bar{h})(H - \bar{H}) = 390.2565 \\ \therefore b &= \frac{Sxy}{Sx^2} = 0.953988 \\ a &= \bar{y} - b\bar{x} = 0.455\end{aligned}$$

したがって、

$$h = 0.455 + 0.953988 H$$

全林の平均樹高 $\bar{H}_T = 25.6$ をいれると、

$$\begin{aligned}\bar{h}_T &= 0.455 + 0.953988 \times 25.6 = 23.97 \\ s_{yx}^2 &= (Sy^2 - bSxy) / (n - 2) = 0.13919228\end{aligned}$$

であるから、

$$\begin{aligned}\text{var}(\bar{h}_T) &= s_{yx}^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{H}_T - \bar{H})^2}{Sx^2} \right] \\ &= 0.13919228 \left[\frac{1}{40} + \frac{(25.6 - 23.97)^2}{409.790} \right] \\ &= 0.0042453868\end{aligned}$$

したがって (5.59) 式から

$$G_V = F(\bar{H}_T B_T - \bar{h}_T b_T)$$

ここにおいて

$$F = \frac{V_T}{B_T \bar{H}_T} = \frac{246.225}{19.88777 \times 25.6} = 0.483622$$

であるから、

$$\begin{aligned}G_V &= 0.483622(25.6 \times 19.88777 - 23.97 \times 17.65474) \\ &= 41.564 \text{ m}^3\end{aligned}$$

(5.60) 式からその抽出分散は

$$\begin{aligned}\text{var}(G_V) &= F^2 [\bar{h}_T^2 \text{var}(b_T) + b_T^2 \text{var}(\bar{h}_T)] \\ &= 0.483622^2 [23.97^2 \times 0.01045612381 + 17.65454^2 \times 0.0042453868] \\ &= 0.483622^2 \times 7.3309238578 \\ \therefore \sqrt{\text{var}(G_V)} &= 0.483622 \times 2.70757 = 1.30944 \text{ m}^3\end{aligned}$$

したがって 95% 信頼度で、

$$41.564 \pm 2.02 \times 1.30944 = 41.564 \pm 2.645 \text{ m}^3$$

の間に真の成長量があることが推論される。これは抽出誤差率が 6.4% であり、比推定の場合とほとんど変わらない。計算は比推定の方が簡単であろう。

§ 5—7 成長率による成長量の推定と予測

成長率に関してはすでに § 1—5 において詳細に述べたし、SCHNEIDER 公式を用いる予測法は PRODAN の方法を § 4—6 で説明した。標本調査の立場から成長率公式をみると、単利公式は成長量を I 、初期

材積を V_0 としたとき定期間を基準にすると

$$r = \frac{I}{V_0}$$

の形になる。複利算公式は V_n を終わりの材積とすると

$$p = \sqrt[n]{\frac{V_n}{V_0}} - 1$$

で、やはり V_n/V_0 を推定することが問題になる。PRESSLER 公式も定期間を基準にすれば、 V_M を期間中央の材積とすれば

$$p_v = \frac{I}{V_M}$$

の形の推定となる。§ 1—2, (2) で指摘したような率の推定は成長量に対してわれわれが採用する分母の値によつてその値は違つてくる。すなわち単利は分母が初期材積、PRESSLER は期間中央材積がとられているから同じ成長量であれば成長率は違つた値になる。§ 1—2 で材積成長率を使用する材積式と関連して、直径成長率、断面積成長率、樹高成長率や形状成長率で表わす方法を示した。成長率を現在、過去、期間中央いずれを基準にすれば良好な材積成長率が得られるであろうか。比推定の立場であれば、分母はわれわれが少ない費用で調査できる項目である。たとえば標本木の材積成長量を y , 材積を x とすれば、

$$p = \frac{\sum y}{\sum x}$$

を標本で得て、林分材積 X を別に査定して、林分成長量を

$$\hat{Y} = pX$$

でうるができる。この抽出誤差も評価できる。

しかし、単木ごとに材積成長率を材積に乗じてその成長量を知り、それらの和として林分成長量を知る場合には、

$$\hat{Y} = \sum p_i x_i$$

の立場で、単木ごとに p_i が異なつた場合に相当する。この場合には材積成長率を直径、断面積、樹高、形状などの測定可能な成長率で表わすのが普通であるが、その場合の基準を現在、過去、期間中央のいずれをとるかによつて材積成長率の値も違つてくる。このことを樹幹析解の資料で明らかにしよう。

材積成長率を p_v , 直径成長率を p_d , 断面積成長率を p_b , 樹高成長率を p_h , 形状成長率を p_f , 形状高成長率を p_{hf} とするとき、§ 1—2 で述べたように p_v を表わすには次の方法が考えられる。

- (1) $p_v = 2p_d$
- (2) $p_v = p_b$
- (3) $p_v = b_d p_d$
- (4) $p_v = b p_b = b_d (p_b' / 2)$
- (5) $p_v = p_b' + p_{hf}$
- (6) $p_v = p_b' + p_h + p_f$
- (7) $p_v = p_b + p_{hf}$
- (8) $p_v = p_b + p_h + p_f$

ここに、 b は $V = aB^b$ (V は材積、 B は断面積) の定数であり、 b_d は $V = a_d D^{b_d}$ (D は直径) の定数である。 p_b' は

5—23 表 現在を基準とした各種成長率*1

No.	p_a	p_b	p_h	p_f	p_{hf}	p'_b *2	bp_b *3	$ba p_a$ *4	p_v
9	0.0289	0.0700	0.0463	-0.0189	0.0283	0.0570	0.0626	0.0635	0.0962
17	0.0583	0.0982	0.0710	-0.0301	0.0430	0.1132	0.1244	0.1281	0.1371
18	0.0689	0.1197	0.0832	-0.0203	0.0646	0.1331	0.1462	0.1514	0.1765
19	0.0693	0.1283	0.0575	-0.0059	0.0520	0.1338	0.1470	0.1523	0.1736
23	0.0280	0.0548	0.0531	-0.0036	0.0497	0.0552	0.0607	0.0615	0.1018
24	0.0493	0.1034	0.0577	-0.0513	0.0094	0.0958	0.1053	0.1079	0.1119
29	0.0741	0.1489	0.0430	-0.0048	0.0384	0.1427	0.1568	0.1628	0.1818
32	0.0356	0.0802	0.0449	-0.0207	0.0251	0.0699	0.0768	0.0782	0.1033
39	0.0349	0.0576	0.0294	+0.0255	0.0541	0.0686	0.0754	0.0767	0.1086
45	0.0651	0.1522	0.0486	-0.0383	0.0121	0.1260	0.1384	0.1430	0.1625
51	0.0492	0.1079	0.0620	-0.0388	0.0257	0.0960	0.1055	0.1081	0.1309
52	0.0783	0.1293	0.0701	-0.0019	0.0698	0.1505	0.1655	0.1720	0.1887
60	0.0307	0.0577	0.0541	-0.0211	0.0341	0.0605	0.0665	0.0675	0.0897
68	0.0497	0.1041	0.0456	-0.0219	0.0247	0.0969	0.1065	0.1092	0.1262
75	0.0705	0.1263	0.0589	-0.0183	0.0417	0.1360	0.1494	0.1549	0.1627
79	0.0305	0.0481	0.0512	-0.0049	0.0467	0.0601	0.0660	0.0670	0.0926
87	0.0391	0.0728	0.0584	-0.0146	0.0447	0.0767	0.0843	0.0859	0.1142
88	0.0451	0.0807	0.0688	-0.0098	0.0597	0.0882	0.0969	0.0991	0.1355
92	0.0456	0.0815	0.0556	-0.0148	0.0416	0.0891	0.0979	0.1002	0.1197
96	0.0605	0.1121	0.0556	-0.0122	0.0441	0.1173	0.1289	0.1329	0.1513
108	0.0636	0.1304	0.0683	-0.0363	0.0346	0.1232	0.1354	0.1397	0.1605
109	0.0458	0.0813	0.0595	-0.0152	0.0452	0.0895	0.0983	0.1006	0.1228
110	0.0703	0.0993	0.0781	-0.0116	0.0674	0.1357	0.1491	0.1545	0.1599
117	0.0479	0.0897	0.0741	-0.0035	0.0709	0.0935	0.1027	0.1052	0.1542
119	0.0295	0.0624	0.0714	-0.0466	0.0281	0.0581	0.0638	0.0648	0.0888
125	0.0444	0.0710	0.0539	-0.0022	0.0518	0.0868	0.0954	0.0976	0.1193
135	0.0753	0.1208	0.0709	-0.0142	0.0577	0.1449	0.1592	0.1655	0.1715
137	0.0486	0.0809	0.0757	-0.0010	0.0748	0.0948	0.1042	0.1068	0.1495
143	0.0344	0.0920	0.0563	-0.0194	0.0380	0.0676	0.0743	0.0756	0.1266
144	0.0733	0.1437	0.0729	-0.0481	0.0282	0.1412	0.1551	0.1611	0.1680
158	0.0791	0.1516	0.0919	-0.0501	0.0464	0.1519	0.1669	0.1738	0.1910
161	0.0947	0.1930	0.0877	-0.0342	0.0565	0.1804	0.1982	0.2081	0.2387
162	0.0797	0.1242	0.0907	-0.0063	0.0850	0.1530	0.1681	0.1751	0.1986
164	0.0625	0.1159	0.0859	-0.0250	0.0631	0.1211	0.1331	0.1373	0.1718
181	0.0872	0.1611	0.0851	+0.0049	0.0891	0.1668	0.1833	0.1916	0.2363
187	0.0596	0.1202	0.0619	+0.0095	0.0708	0.1156	0.1270	0.1310	0.1825
194	0.0831	0.1747	0.0935	-0.0494	0.0487	0.1593	0.1750	0.1826	0.2149
198	0.0467	0.0840	0.0741	-0.0043	0.0702	0.0912	0.1002	0.1026	0.1481
209	0.0734	0.1214	0.0681	-0.0133	0.0557	0.1414	0.1554	0.1613	0.1703
210	0.0484	0.1024	0.0712	-0.0433	0.0309	0.0945	0.1038	0.1063	0.1302

(注) *1. 成長率は 5 年間の成長量をそれぞれ現在の大きさに割つたもの。 *2. $p'_b = 2p_a - p_a^2$ *3. $bp_b = p_a(p'_b/2)$ で $b=1.09868745$ *4. $ba p_a = 2b=2.1972738$

5—24 表 過去を基準とした各種成長率*1

No.	p_a	p_b	p_h	p_f	p_{hf}	p'_b *2	bp_b *3	$ba p_a$ *4	p_n
9	0.0298	0.0753	0.0486	-0.0186	0.0291	0.0605	0.0655	0.0655	0.1064
17	0.0619	0.1088	0.0764	-0.0292	0.0449	0.1276	0.1402	0.1360	0.1588
18	0.0740	0.1359	0.0907	-0.0199	0.0690	0.1535	0.1687	0.1626	0.2143
19	0.0745	0.1472	0.0610	-0.0059	0.0548	0.1546	0.1699	0.1637	0.2101
23	0.0288	0.0580	0.0560	-0.0036	0.0523	0.0584	0.0642	0.0633	0.1133
24	0.0516	0.1153	0.0612	-0.0488	0.0095	0.1059	0.1164	0.1134	0.1260
29	0.0801	0.1750	0.0450	-0.0048	0.0400	0.1666	0.1830	0.1760	0.2221
32	0.0369	0.0873	0.0470	-0.0203	0.0258	0.0752	0.0826	0.0811	0.1152
39	0.0362	0.0611	0.0303	+0.0261	0.0572	0.0737	0.0810	0.0795	0.1218
45	0.0696	0.1796	0.0510	-0.0369	0.0123	0.1440	0.1582	0.1529	0.1940
51	0.0517	0.1210	0.0661	-0.0373	0.0263	0.1061	0.1166	0.1136	0.1506
52	0.0849	0.1485	0.0754	-0.0019	0.0734	0.1770	0.1945	0.1865	0.2327
60	0.0317	0.0612	0.0571	-0.0207	0.0353	0.0644	0.0708	0.0697	0.0985
68	0.0523	0.1162	0.0478	-0.0215	0.0253	0.1073	0.1179	0.1149	0.1445
75	0.0759	0.1445	0.0626	-0.0180	0.0435	0.1676	0.1732	0.1658	0.1943
79	0.0314	0.0506	0.0540	-0.0049	0.0488	0.0638	0.0701	0.0690	0.1021
87	0.0407	0.0785	0.0620	-0.0143	0.0467	0.0831	0.0913	0.0894	0.1289
88	0.0472	0.0878	0.0739	-0.0097	0.0635	0.0966	0.1061	0.1037	0.1567
92	0.0478	0.0888	0.0589	-0.0146	0.0434	0.0979	0.1076	0.1050	0.1360
96	0.0643	0.1262	0.0588	-0.0120	0.0461	0.1327	0.1458	0.1413	0.1783
108	0.0679	0.1500	0.0734	-0.0350	0.0357	0.1404	0.1543	0.1492	0.1912
109	0.0480	0.0885	0.0633	-0.0150	0.0473	0.0983	0.1080	0.1055	0.1400
110	0.0757	0.1102	0.0847	-0.0114	0.0723	0.1571	0.1726	0.1663	0.1904
117	0.0503	0.0986	0.0301	-0.0035	0.0763	0.1031	0.1133	0.1105	0.1824
119	0.0304	0.0665	0.0769	-0.0445	0.0290	0.0617	0.0678	0.0668	0.0974
125	0.0464	0.0765	0.0569	-0.0022	0.0546	0.0950	0.1044	0.1020	0.1355
135	0.0815	0.1374	0.0763	-0.0140	0.0612	0.1696	0.1863	0.1791	0.2070
137	0.0511	0.0881	0.0819	-0.0010	0.0808	0.1048	0.1151	0.1123	0.1758
143	0.0356	0.1014	0.0597	-0.0190	0.0395	0.0725	0.0797	0.0782	0.1450
144	0.0791	0.1679	0.0786	-0.0459	0.0291	0.1645	0.1807	0.1738	0.2019
158	0.0859	0.1787	0.1012	-0.0477	0.0487	0.1792	0.1969	0.1887	0.2361
161	0.1046	0.2392	0.0962	-0.0331	0.0599	0.2201	0.2418	0.2298	0.3135
162	0.0866	0.1418	0.0997	-0.0062	0.0929	0.1807	0.1985	0.1903	0.2478
164	0.0667	0.1311	0.0940	-0.0244	0.0674	0.1378	0.1514	0.1466	0.2074
181	0.0955	0.1920	0.0930	+0.0471	0.0984	0.2001	0.2199	0.2098	0.3094
187	0.0634	0.1366	0.0659	+0.0042	0.0762	0.1308	0.1437	0.1393	0.2232
194	0.0906	0.2117	0.1032	-0.0471	0.0512	0.1894	0.2081	0.1991	0.2737
198	0.0490	0.0917	0.0801	-0.0042	0.0755	0.1004	0.1103	0.1077	0.1742
209	0.0793	0.1383	0.0731	-0.0131	0.0590	0.1049	0.1812	0.1742	0.2053
210	0.0509	0.1141	0.0766	-0.0415	0.0319	0.1044	0.1147	0.1118	0.1497

(注) *1. 成長率は5年間の成長量をそれぞれ過去の大ききで割つたもの。 *2. $p'_b = 2p_a + p_a^2$

*3. $bp_b = b_a(p'_b/2)$ で $b=1.09868745$ *4. $ba = 2b=2.1972738$

5—25 表 期間中央を基準にした各種成長率*1

No.	p_a	p_b	p_h	p_f	p_{hf}	p'_b *2	bp_b *3	$ba p_a$ *4	p_v
9	0.0294	0.0726	0.0474	-0.0187	0.0287	0.0646	0.0646	0.0646	0.1010
17	0.0600	0.1032	0.0736	-0.0297	0.0439	0.1200	0.1318	0.1318	0.1472
18	0.0713	0.1273	0.0868	-0.0201	0.0667	0.1426	0.1567	0.1567	0.1934
19	0.0718	0.1371	0.0592	-0.0059	0.0533	0.1436	0.1578	0.1578	0.1901
23	0.0284	0.0563	0.0545	-0.0036	0.0509	0.0568	0.0624	0.0624	0.1072
24	0.0503	0.1091	0.0594	-0.0500	0.0094	0.1006	0.1105	0.1105	0.1185
29	0.0770	0.1609	0.0440	-0.0048	0.0392	0.1540	0.1692	0.1692	0.1999
32	0.0363	0.0836	0.0460	-0.0205	0.0255	0.0726	0.0798	0.0798	0.1089
39	0.0355	0.0593	0.0299	+0.0258	0.0556	0.0710	0.0780	0.0780	0.1149
45	0.0673	0.1648	0.0498	-0.0376	0.0122	0.1346	0.1479	0.1479	0.1769
51	0.0504	0.1141	0.0640	-0.0380	0.0260	0.1008	0.1108	0.1107	0.1401
52	0.0814	0.1382	0.0727	-0.0019	0.0708	0.1628	0.1789	0.1789	0.2084
60	0.0312	0.0594	0.0556	-0.0209	0.0346	0.0624	0.0686	0.0686	0.0939
68	0.0510	0.1098	0.0467	-0.0217	0.0250	0.1020	0.1121	0.1121	0.1347
75	0.0731	0.1348	0.0607	-0.0182	0.0426	0.1462	0.1606	0.1606	0.1771
79	0.0309	0.0493	0.0526	-0.0049	0.0478	0.0618	0.0679	0.0679	0.0971
87	0.0399	0.0755	0.0601	-0.0145	0.0457	0.0798	0.0877	0.0877	0.1211
88	0.0461	0.0841	0.0713	-0.0098	0.0615	0.0922	0.1013	0.1013	0.1453
92	0.0467	0.0850	0.0572	-0.0147	0.0425	0.0934	0.1026	0.1026	0.1274
96	0.0623	0.1187	0.0571	-0.0121	0.0451	0.1246	0.1368	0.1369	0.1637
108	0.0657	0.1396	0.0708	-0.0356	0.0352	0.1314	0.1444	0.1444	0.1745
109	0.0468	0.0847	0.0613	-0.0151	0.0462	0.0936	0.1028	0.1028	0.1308
110	0.0729	0.1045	0.0812	-0.0115	0.0698	0.1458	0.1602	0.1602	0.1738
117	0.0491	0.0939	0.0770	-0.0035	0.0735	0.0982	0.1079	0.1079	0.1671
119	0.0300	0.0644	0.0741	-0.0455	0.0286	0.0600	0.0659	0.0659	0.0929
125	0.0454	0.0737	0.0554	-0.0022	0.0532	0.0908	0.0998	0.0998	0.1269
135	0.0783	0.1285	0.0735	-0.0141	0.0594	0.1566	0.1721	0.1720	0.1876
137	0.0498	0.0844	0.0787	-0.0010	0.0777	0.0996	0.1094	0.1094	0.1616
143	0.0350	0.0965	0.0579	-0.0192	0.0388	0.0700	0.0769	0.0769	0.1352
144	0.0761	0.1549	0.0756	-0.0470	0.0286	0.1522	0.1672	0.1672	0.1834
158	0.0824	0.1641	0.0963	-0.0488	0.0475	0.1648	0.1811	0.1811	0.2112
161	0.0994	0.2136	0.0917	-0.0336	0.0582	0.1988	0.2184	0.2184	0.2710
162	0.0830	0.1324	0.0950	-0.0062	0.0888	0.1660	0.1824	0.1824	0.2205
164	0.0645	0.1231	0.0898	-0.0247	0.0652	0.1290	0.1417	0.1417	0.1879
181	0.0911	0.1752	0.0889	+0.0049	0.0937	0.1822	0.2002	0.2002	0.2679
187	0.0615	0.1279	0.0638	+0.0095	0.0734	0.1230	0.1351	0.1351	0.2008
194	0.0867	0.1915	0.0981	-0.0482	0.0499	0.1734	0.1905	0.1905	0.2408
198	0.0478	0.0877	0.0770	-0.0042	0.0727	0.0956	0.1050	0.1050	0.1602
209	0.0762	0.1293	0.0705	-0.0132	0.0573	0.1524	0.1674	0.1674	0.1862
210	0.0496	0.1079	0.0738	-0.0424	0.0314	0.0992	0.1090	0.1090	0.1393

(注) *1. 成長率は5年間の成長量をそれぞれ期間中央の大きさに割つたもの。 *2. $p'_b = 2p_a$ *3. $bp_b = b_a(p'_b/2)$ で $b=1.0986875$ *4. $ba = 2b=2.1972738$

現在を基準にすれば	$2pa - pa^2$
過去 "	$2pa + pa^2$
期間中央 "	$2pa$

で直径成長率を用いて断面積成長率に変換した値で、これについては § 1—2 で述べた。

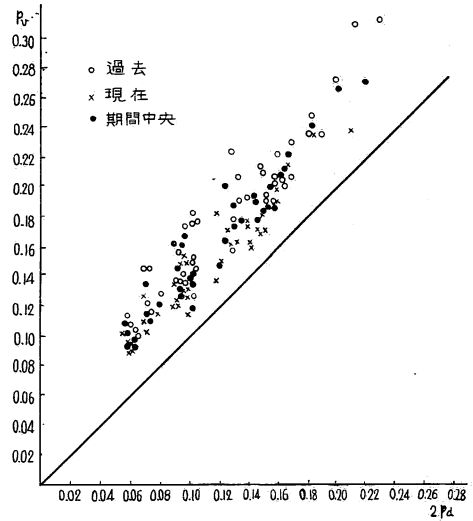
さて $p_v, pa, pb, ph, pf, phf, pb'$ などを現在, 過去, 期間中央を基準にして前節までに用いた 40 本の樹幹析解の資料で計算したものが 5—23 表~5—25 表である。

これらの資料をもとにして前述の (1)~(8) の推定で、どれが最もよく材積成長率を表わすかを検討しよう。

(1) 直径成長率の 2 倍で材積成長率を表わす場合 ($p_v = 2pa$)

現在, 過去, 期間中央を基準にした $2pa$ に対する p_v のグラフを 5—7 図に示す。

$p_v = 2pa$ を表わす 45° 線が引かれている。この線上に観測点ののれば $2pa$ で p_v を表わしてよいことになるが、3 つの場合いずれもこの線より上にあり、過小な推定になっていることを示している。それもわずかな差であるが、現在, 期間中央, 過去の順に 45° 線からはなれている。これは pb が p_v にほぼ近い値であるとするで現在を基準にした $2pa$ は pb の過大推定であり、期間中央は等しく、過去は過小推定であるためである。しかしいずれも変動が大きいので同様に p_v の過小推定であると考えてもさしつかえないであろう。



5—7 図 $2pa$ と p_v の関係

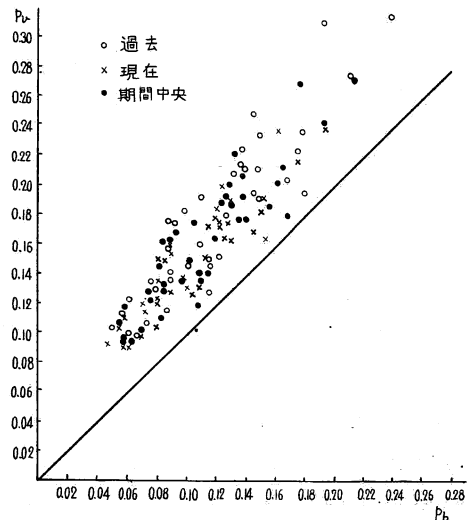
(2) 断面積成長率で材積成長率を表わす場合 ($p_v = pb$)

pb と p_v のグラフを 5—8 図に示す。

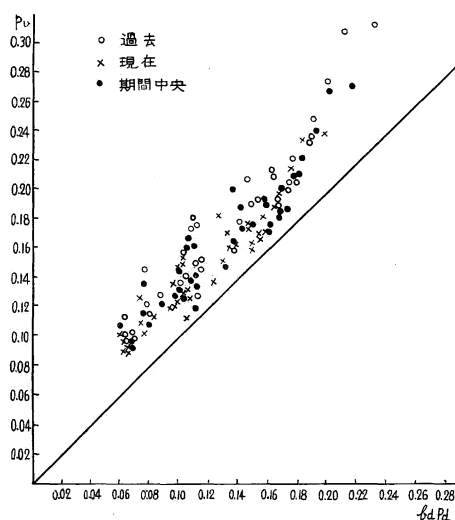
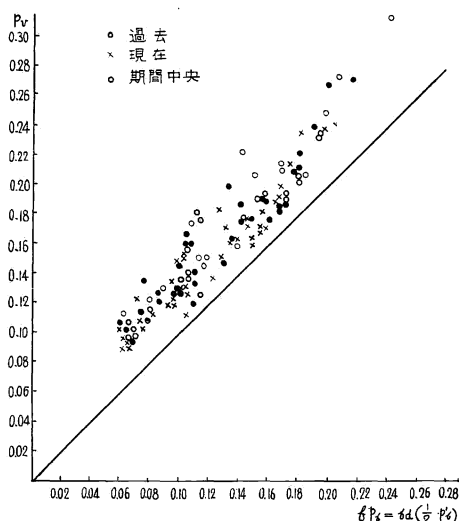
この傾向も $2pa$ の場合と同様に、いずれの場合も過小推定になっている。現在, 過去, 期間中央については変動が大きいので傾向の差は認められないくらいである。

(3) $bapa$ で材積成長率を表わす場合 ($p_v = bapa$)

§ 1—2 で述べたように、直径成長率に一変数材積式の回帰係数を乗ずることによって材積成長率をうることができる。このような推定はどうであろうか。樹幹析解した資料で直径 (D) および断面積 (B) の函数として材積 (V) を表わす回帰式を作つたら、それぞれ次のとおりであつた。



5—8 図 pb と p_v の関係

5—9 図 $ba pa$ と p_v の関係5—10 図 $ba(\frac{1}{2} p'_b) = bp_b$ と p_v の関係

で推定しても同じである。実際計算でこのことは証明された。この bp_b と p_v との関係が 5—10 図に示してある。これによれば $ba pa$ の推定と同じく $2pa$ や p_b の場合よりは変動が小さくなり、 $ba pa$ よりも一層傾向がはつきりしている。いずれにしてもこのような推定は過小推定である。この場合の p'_b を補正直径成長率と呼んでおく。

(5) 補正直径成長率と形状高成長率で材積成長率を表わす場合 ($p_v = p'_b + p_{hf}$)

$p'_b + p_{hf}$ と p_v との関係を 5—11 図に示す。

これによれば点は 45° 線の両側に散布しているが小さい成長率では過小側、大きい成長率では過大側が多い。そのちらばり方もほぼ bp_b 、 $ba pa$ と類似している。

$$\log V = 2.1972738 \log D - 0.312409$$

$$\log V = 1.0986875 \log B + 0.901389$$

すなわち

$$b = 1.0986875$$

$$b_a = 2.1972778$$

であり、

$$2b = 2.1973750$$

となり四捨五入の誤差で 2.1973 までは一致する。この b_a に直径成長率 p_a を乗じた $ba pa$ と p_v との関係を 5—9 図に示す。

これによれば前と同様に現在、過去、期間中央いずれも差はないが、すべては過小推定であり、しかも $2pa$ や p_b の場合に比して変動が少なくなり、一定の傾向が認められる。

(4) bp_b で材積成長率を表わす場合

断面積を用いた一変数材積式の回帰係数 $b = 1.0986875$ に断面積成長率 p_b を乗じた bp_b でもつて p_v を推定した場合の関係を 5—10 図に示す。

前述のように p_b の計算が困難であるため、 p_a を査定することによつて p_b の近似値をうる方法

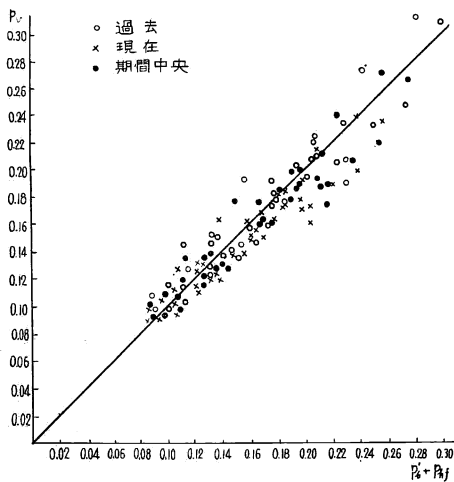
$$\text{現 在 : } p'_b = 2p_a - p_a^2$$

$$\text{過 去 : } p'_b = 2p_a + p_a^2$$

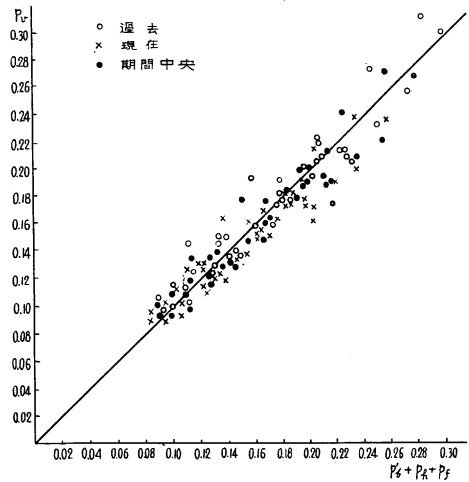
$$\text{期間中央 : } p'_b = 2p_a$$

である。したがつてこれを用いると、

$$bp_b \approx ba(p'_b/2)$$



5—11 図 $p'_b + p_{hf}$ と p_v の関係



5—12 図 $p'_b + p_h + p_f$ と p_v の関係

(6) 補正直径成長率、樹高成長率および形状成長率で材積成長率を表わす場合 ($p_v = p'_b + p_h + p_f$)

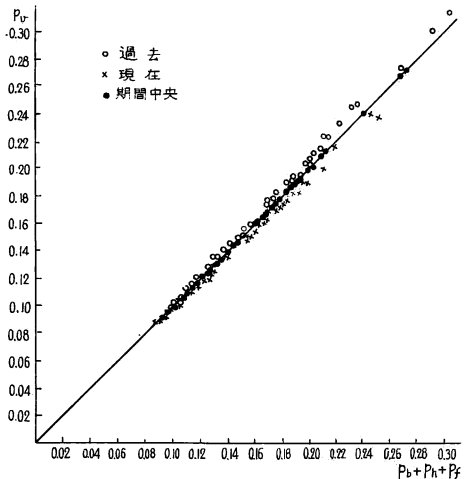
p_v と $p'_b + p_h + p_f$ との関係を 5—12 図に示す。

この場合も (5) の場合と同様に点は 45° 線の両側に散布しているが、そのちらばり方は p_v と $p'_b + p_{hf}$ の場合と同様である。現在、過去、期間中央ではその違いは顕著でない。

(7) 断面積成長率と形状高成長率で材積成長率を表わす場合 ($p_v = p_b + p_{hf}$)

p_v と $p_b + p_{hf}$ の関係を 5—13 図に示す。

いままでの場合と違って期間中央を基準にした場合は完全に 45° 線上に点がのり、 $p_b + p_{hf}$ の推定と真の p_v とは一致している。過去を基準にしたものはわずかに 45° 線の上側にあり過小推定であり、現在を基準にしたものはそれに反してわずかに 45° 線の下側で過大推定であるが、小さい成長率ではその差は小で、大きくなるにつれてその差は大となる。しかし期間中央の p_b や p_{hf} を査定することによって真の p_v が推定できる可能性はここにおいて明らかであろう。

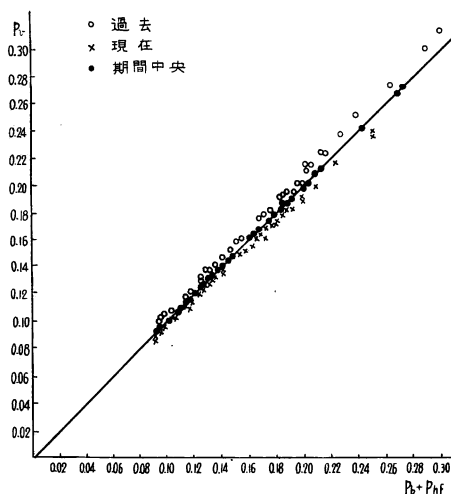


5—13 図 $p_b + p_{hf}$ と p_v の関係

(8) 断面積成長率、樹高成長率および形状成長率で材積成長率を表わす場合 ($p_v = p_b + p_h + p_f$)

p_b , p_h および p_f の和として p_v を推定する場合はどうであろうか。その関係を 5—14 図に表わす。

これは $p_b + p_{hf}$ の場合と同様に過去を基準にすれば過小推定、期間中央を基準にすれば完全に一致、現在を基準にすればわずかに過大推定となる。すなわち期間中央を基準にすることによって、 p_b , p_h および p_f で p_v が推定できることが明らかとなった。測樹学の本^{30) 62)}には



5—14 図 $p_b + p_h + p_f$ と p_v の関係

$2p_a$ で直径成長率を測定することによつて直ちに知ることができる。すなわち成長錐によつて D_{ib} と d_{ib} とを知れば $p_b = 2p_a = \frac{4(D_{ib} - d_{ib})}{D_{ib} + d_{ib}}$ によつて断面積成長率が直接測定できる。この場合 D_{ib} と d_{ib} がわかれば $2p_a$ が計算できるので調査前に D_{ib} , d_{ib} ごとか、もしくは D_{ib} , $D_{ib} - d_{ib}$ ごとかに $2p_a$ の表を作成しておけば調査時には便利であろう。たとえば次のような表を作成しておくとい。

断面積成長率表の一例

5 年 間 皮内半径 成 長 量 (cm)	5 年 間 皮内直径 成 長 量 (cm)	皮 内 直 径 (cm)						
		6.0	6.2	6.4	6.6	6.8	7.0	7.2
		連 年 断 面 積 成 長 率						
0.1	0.2	0.0136	0.0133	0.0128	0.0123	0.0119	0.0116	...
0.2	0.4	0.0276	0.0268	0.0258	0.0250	0.0246	0.0235	...
0.3	0.6	0.0421	0.0407	0.0393	0.0381	0.0369	0.0358	...
0.4	0.8	0.0571	0.0552	0.0533	0.0516	0.0500	0.0485	...
0.5	1.0	0.0727	0.0702	0.0678	0.0656	0.0634	0.0615	...
0.6	1.2	0.0889	0.0857	0.0828	0.0800	0.0774	0.0750	...
0.7	1.4	...	...	...	...	...	...	...
0.8	1.6	...	...	...	...	...	...	...
0.9	1.8	...	...	...	...	...	...	...
1.0	2.0	...	...	...	...	...	...	...
⋮	⋮							

この表を利用すると成長錐により D_{ib} および 5 年間の半径もしくは直径成長量を知れば期間中央を基準にした断面積成長率をうる。

p_h を査定するには幅状側枝で数えられるマツやモミなどは、枝節を数えることによつて樹高成長を知り p_h をうることができる。それ以外の場合には齢級ごとに § 4—5 で述べた樹高成長量表を利用するがよい。また齢級内であれば同じ林分では § 5—6 で述べた現在樹高と過去樹高の関係は

$$\hat{h} = 0.953988 H - 0.455$$

で、残差分散

$$s_{\hat{h}H}^2 = 0.13919228$$

推定量の分散

$$p_v = p_b + p_h + p_f$$

が成立して p_b , p_h , p_f を査定することによつて p_v を知ることができるということが書かれているが、成長率の計算を現在、過去、期間中央を基準にすることによつてそれぞれ

$$p_v < p_b + p_h + p_f, \quad p_v > p_b + p_h + p_f,$$

$$p_v = p_b + p_h + p_f$$

となることを指摘しておこう。

以上の分析によつて成長率により成長量を推定するには次の方法が考えられる。

(a) 各種成長率の和として成長量を査定する方法

断面積成長率 p_b は期間中央を基準にすれば

$$s_k^2 = s_{kH}^2 / n = 0.003479804$$

$$\therefore s_k = 0.059$$

95% 信頼度にしても約 12 cm くらいの誤差であるから、この回帰を利用して H ごとの連年樹高成長率 p_h を

$$p_h = \frac{2(H - \bar{h})}{5(H + \bar{h})}$$

で計算して、 H ごとの連年樹高成長率表を作成できる。たとえば次表のような形になる。

連年樹高成長率表の一例

H (m)	p_h	H (m)	p_h
2	0.0638	11	0.0183
3	0.0436	12	0.0176
4	0.0348	13	0.0168
5	0.0292	14	0.0164
6	0.0259	15	0.0159
7	0.0236	16	0.0154
8	0.0216	17	0.0151
9	0.0203	18	0.0147
10	0.0193	19	0.0145
		20	0.0143

この表によれば樹高を査定することによつて樹高成長率 p_h を知ることができる。§ 4—5 の形のものをこのような地位ごと、樹高ごとの樹高成長率表にしておけば便利である。

胸高形数成長率 p_f については嶺³⁰⁾は樹種と品種により形数は異なり、地位によつては一般に良好なほど形数が小さい傾向があり、樹高と胸高直径に対してはそれらが大きくなるにつれて小さくなるような傾向があり、年齢ではあまり差がないことを述べている。樹種ごとにある地域を限れば胸高形数は直径もしくは樹高の函数として表わすことができ、40 本の樹幹析解の資料でもその傾きは小さいが、直径が大きくなるにつれて漸減の傾向があることが認められた。したがつて直径、樹高と胸高形数の関係から直径成長および樹高成長に應ずる胸高形数の成長量が定まり、直径または樹高に対してその成長率 p_f を知ることができる。これを表示しておけば p_f を査定するのに便利であろう。胸高形数は樹高と関連させた表が多いので、前の樹高対樹高成長率表に樹高対形状成長率表を並記しておくといふ。樹高に対する樹高成長量および胸高形数の成長量がわかれば、必然的に形状高の成長量がわかり樹高に対する p_{hf} もわかる。

したがつて、樹高に対する樹高成長率表、形状成長率表または形状高成長率表を用意しておけば標本木について樹高を査定することにより p_h , p_f または p_{hf} を知り、成長錐により p_b を知り、 $p_b + p_h + p_f$ または $p_b + p_{hf}$ で材積成長率 p_v を知るから、標本木の材積 V に乗じて、 $I_v = p_v V$ として材積成長量を知ることができる。標本木の I_v と V との関係、もしくは D との関係などを利用して § 5—3 の理論で全林の成長量を推定できる。

(b) 直径成長率を利用して成長量を査定する方法

直径と直径成長率の関係は 1 林分内では一定の関係は認められないが、いろいろな齢級にわたり相当本数を調査することによつて、その傾向は小径級では大で急激に減少し、ある径級以上はほぼ一定に近い値を示すことが認められる。

天城国有林のスギ 422 本の成長錐の査定による資料*から、直径級 D ごとの本数が w で、皮内直径合

(注) * 文献 (57) 参照

計 ΣD_{ib} , 5 年間の直径成長量合計を ΣI_d とするとき, 現在直径をもとにした連年直径成長率は $p_d = \frac{1}{5}(\Sigma I_d / \Sigma D_{ib})$ で, これを補正直径成長率 $p'_b = 2p_d - p_d^2$ に変換して直径と材積の回帰係数 b_d を乗じて材積成長率に変換する場合 $p_v = b_d(p'_b/2)$ であるから, $p_{dv} = p'_b/2 = p_d - \frac{1}{2} p_d^2$ を各直径級ごとに求めて w を荷重にして $\log p_{dv}$ と $\log D$ の関係を求めたら次のとおりであつた。

$$\log p_{dv} = -0.59200 - 0.983395 \log D$$

期間中央を基準にする場合は $\Sigma D_{Mib} = \frac{\Sigma D_{ib} + \Sigma d_{ib}}{2}$ として期間中央の皮内直径合計を各直径級ごとに求め, $p_d = 1/5(\Sigma I_d / \Sigma D_{Mib})$ で連年直径成長率を求めて $\bar{D}_{Mib} = \Sigma D_{Mib} / w$ で直径級ごとの期間中央皮内平均直径を算出して, 胸高直径樹皮係数 K_d をこれに乗じて期間中央皮付平均直径 $D_M = K_d \bar{D}_{Mib}$ を求める。 D_M と p_d の関係をそれぞれの対数で直線式で表わすと次のとおりであつた。

$$\log p_d = -0.58593 - 0.985530 \log D_M$$

次に過去直径を基準にする場合は, 直径級ごとに皮内直径合計 Σd_{ib} を求め, $p_d = 1/5(\Sigma I_d / \Sigma d_{ib})$ が連年直径成長率で, 補正直径成長率 $p'_{di} = (p'_b/2) = p_d + \frac{1}{2} p_d^2$ を算出し, $\bar{d}_{ib} = \Sigma d_{ib} / w$ という直径級ごとの過去皮内平均直径に K_d を乗じて過去平均直径 $d = K_d \bar{d}_{ib}$ を求め, $\log d$ と $\log p_{di}$ との関係を求めると次のとおりであつた。

$$\log p_{di} = -0.52555 - 1.031112 \log d$$

これら 3 つの式から各直径級ごとの直径成長率を求め, $b_d = 2.782019$ を乗じて材積成長率に変換すると 5—26 表のとおりであつた。

5—26 表

胸 高 径 cm	直 径 成 長 率			材 積 成 長 率		
	現 在	期 間 中 央	過 去	現 在	期 間 中 央	過 去
6	0.04393	0.04438	0.04709	0.12221	0.12347	0.13101
8	0.03311	0.03342	0.03493	0.09211	0.09298	0.09718
10	0.02658	0.02683	0.02713	0.07395	0.07464	0.07548
12	0.02222	0.02241	0.02300	0.06182	0.06235	0.06399
14	0.01909	0.01925	0.01962	0.05311	0.05355	0.05458
16	0.01674	0.01688	0.01710	0.04657	0.04696	0.04757
18	0.01491	0.01503	0.01514	0.04148	0.04181	0.04212
20	0.01345	0.01355	0.01358	0.03742	0.03770	0.03778
22	0.01224	0.01233	0.01231	0.03405	0.03430	0.03425
24	0.01124	0.01132	0.01126	0.03127	0.03149	0.03133
26	0.01039	0.01046	0.01036	0.02891	0.02910	0.02882
28	0.01966	0.00972	0.00960	0.02687	0.02704	0.02671
30	0.00902	0.00908	0.00874	0.02509	0.02526	0.02431
32	0.00847	0.00853	0.00836	0.02356	0.02373	0.02326
34	0.00798	0.00803	0.00786	0.02220	0.02234	0.02187
36	0.00754	0.00759	0.00741	0.02098	0.02112	0.02061
38	0.00715	0.00720	0.00701	0.01989	0.02003	0.01950
40	0.00680	0.00684	0.00665	0.01892	0.01903	0.01850
42	0.00648	0.00652	0.00632	0.01803	0.01814	0.01758
44	0.00619	0.00623	0.00602	0.01722	0.01733	0.01675
46	0.00593	0.00596	0.00576	0.01650	0.01658	0.01602
48	0.00568	0.00572	0.00551	0.01580	0.01591	0.01533
50	0.00546	0.00549	0.00528	0.01519	0.01527	0.01469
52	0.00525	0.00528	0.00507	0.01461	0.01469	0.01410
54	0.00506	0.00509	0.00488	0.01408	0.01416	0.01358
56	0.00488	0.00491	0.00470	0.01358	0.01366	0.01308
58	0.00472	0.00474	0.00454	0.01313	0.01319	0.01263
60	0.00456	0.00459	0.00437	0.01269	0.01277	0.01216

これによれば補正直径成長率と直径との回帰から求めた直径成長率および材積成長率はいずれも大差ない値が得られるが、期間中央はわずかに現在よりは過大、過去は小径級で過大で、大径級では過小の傾向となる。このような直径成長率および材積成長率表を調査前に作成しておけば、直径を測定することによつて材積成長率を知り、一変数材積表が用意されていれば直ちに材積成長量を求めることができる。しかし、このような方法は樹幹析解の資料で分析したようにいずれも真の材積成長率よりは過小な値を与えよう。

したがつて、樹種ごとに樹幹析解が可能であれば p_d と p_v との関係、 $2p_d$ と p_v との関係、 p_b と p^* との関係、 $b_d(p_b/2)$ と p_v との関係のいずれかを用いて、直線回帰により p_d と p_v との関係を求めておけば、成長錐で p_d を査定することによつて直ちに p_v を知ることができる。このような方法は前述の直径級ごとに直径成長率を推定して材積成長率に変換するよりはすぐれた推定法であるといつてもよいであろう。

§ 5—8 大面積調査への拡張^{3) 4) 7)}

本章においては林分成長量の推定および予測の方法を標本調査の立場から理論と実験の両面から明らかにしてきた。調査対象を1林分に限つた場合に全林木を樹幹析解することは費用と労力の面から不可能に近い。したがつて少数林木の樹幹析解による短期間の成長量の推定、ひいてはそれを将来の予測に用いる場合の過去林分材積の推定および林分成長量の推定法、および各場合の標本抽出誤差の評価法を明らかにした。樹幹析解ができないような場合には一変数材積表または樹高曲線による推定法およびその誤差の評価法を述べたが、樹高曲線による材積および成長量の推定よりは直接的な材積曲線による推定の方が有効であることがわかつた。しかし、現在の材積式を過去にも適用すれば成長量は過小推定になるであろう。これらは成長錐による実際例で検討を行なつてそのことを明らかにした。二段法による推定もその抽出誤差が比または回帰の理論により評価できるが、樹高成長の推定が実際には問題となろう。成長率による方法は断面積成長率は成長錐を用いて直径成長より直ちに知ることができるが、樹高、形状または形状高の成長率は調査前に推定の誤差が小さいような成長率表を作成してそれを利用しなければならない。直径や断面積の成長率のみからの材積成長率の推定はいずれの時期を基準にしても過小な評価であろう。

大面積調査においては以上の1林分の成長量の調査法およびその推定法が、抽出単位が単木である場合には二重抽出の理論がそのままあてはまるであろう。すなわち、材積調査の林木を大標本として抽出してその材積を査定し、さらにその中から小標本として成長量調査の林木を抽出する方法である。しかし、大面積調査の場合には材積推定の場合と同様に抽出単位は単木よりはむしろプロットの方が有効であろう。しかも推定の効果をよくするためには、多くの層、たとえば施業団別、人工林、天然生林別、樹種または樹群別、齢級別に層化した方が利用面からも推定面からも有効であろう。そのような層化が行なわれたとすれば、層内での設計は抽出単位が単木からプロットに変わるだけでその理論はなんら異なることはない。この場合、実行上プロット内の林木をすべて成長量調査を行なうか、もしくは標本木によつて測定するかによつて推定法およびその推定の誤差の評価法も異なってくる。次にこれらの構想を述べてみよう。

前提として、プロット内で成長量を調査する林木は樹幹析解されるか、樹高級ごとの一変数材積表が用意されているか、または樹高ごとの樹高成長率表、形状成長率表または形状高成長率表もしくは直径に対する直径成長率表または材積成長率表が用意されていて、伐倒できない場合は成長錐および樹高の測定により成長量が小さい誤差で測定できるものとする。もしこれが用意されていなければ、これらの作成をも

成長量調査のときに行なうよう設計しなければならない。

A. 材積が調査対象について知られている場合

(1) プロット内の全林木について成長量調査を行なう場合

前節までに述べた方法を適用してプロット内の林木の成長量を測定してプロットあたり成長量を y_i 、材積を x_i とすれば、 n 個のプロットについて、

$$y = a + bx$$

という回帰を作り、調査対象のプロットあたり材積 $\bar{X}$ がわかっているから、

$$\hat{Y} = a + b\bar{X}$$

で、プロットあたり成長量が推定でき、

$$\hat{Y} = N\hat{Y} = N(a + b\bar{X}) \dots\dots\dots (5.85)$$

で全成長量が推定できる。ここに N は調査対象の全プロット数である。その推定分散は

$$s_{\hat{Y}}^2 = N^2 \frac{s_{y \cdot x}^2}{n} \dots\dots\dots (5.86)$$

で、ここにおいて b の抽出誤差は無視できるものとし、

$$s_{y \cdot x}^2 = \left[\sum (y - \bar{y})^2 - \frac{\left\{ \sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) \right\}^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right] / (n - 2)$$

である。したがって 95% 信頼度で全成長量は

$$\hat{Y} \pm 2 s_{\hat{Y}}$$

の間にあるといえる。

また簡易には比推定を用いればよい。すなわち、

$$p = \frac{\sum_1^n y_i}{\sum_1^n x_i}$$

を計算し、

$$\hat{Y} = \frac{\sum_1^n y_i}{\sum_1^n x_i} X = pX \dots\dots\dots (5.87)$$

で推定できる。この推定分散は、

$$\begin{aligned} s_{\hat{Y}}^2 &= X^2 s_p^2 \\ &= X^2 \left[\frac{1}{n(n-1)\bar{X}^2} \left(\sum_1^n y_i^2 + p^2 \sum_1^n x_i^2 - 2p \sum_1^n x_i y_i \right) \right] \\ &= \frac{N^2}{n(n-1)} \left(\sum_1^n y_i^2 + p^2 \sum_1^n x_i^2 - 2p \sum_1^n x_i y_i \right) \dots\dots\dots (5.88) \end{aligned}$$

で計算できる。 n が大きい場合は偏倚を無視してよいくらいであるから計算の面から回帰よりも比の方が森林調査では有効であろう。

(2) ブロック内で成長量調査のプロットを抽出する場合

この場合は1次抽出単位としてブロックを抽出し、さらにその中から2次抽出単位として成長量を調査するプロットを抽出する副次抽出法である。森林調査ではいずれの単位もその大きさを同じにすることができる。COCHRAN⁸⁾の理論により1次抽出単位のブロックを調査対象の N 個の中から n 個を抽出し、さらにその中に含まれる M 個のプロットから m 個のプロットを抽出して成長量調査プロットとして、そのプロットの成長量を y_{ij} としよう。そのときプロットあたり成長量の推定量は、

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{ij}}{nm}$$

で与えられる。調査対象は NM 個のプロットからなるので、全成長量の推定量は、

$$\hat{Y} = NM\bar{y} \quad \dots\dots\dots (5.89)$$

で与えられる。その抽出分散は、

$$s_{\bar{y}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{m^2 n(n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \bar{y})^2}{n(n-1)}$$

ここに $\bar{y}$ はブロックあたりプロット成長量の全平均、 $\bar{y}_i$ は i ブロックのプロット平均である。したがって $\hat{Y}$ の分散は、

$$s_{\hat{Y}}^2 = N^2 M^2 s_{\bar{y}}^2 \quad \dots\dots\dots (5.90)$$

で与えられる。すなわちこの場合はプロットが抽出単位となる無作為抽出と同じである。したがって実際的には仮想的なブロックの区画を設けてそれを無作為に抽出し、それを調査区域としてさらにその中の m 個のプロットについて成長量を調査する方式である。

これはまたプロット群の $\bar{y}_i$ および材積の平均 $\bar{x}_i$ を調査区域で求めて m を荷重にした $\bar{y}_i$ と $\bar{x}_i$ の回帰推定および比推定に拡張でき、全林のプロットあたり平均材積 $\bar{X}$ と全プロット個数 NM の知識を利用すれば(1)と同様に推定量およびその分散が計算できる。この方がおそらく無作為抽出の場合よりも効率はよいであろう。

B. 調査対象の材積も標本調査をする場合

(1) 材積調査と成長量調査を同じプロットで行なう場合

この場合は成長量の無作為抽出になる。すなわちプロットの成長量を y_i とすれば、

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

でプロットあたり成長量が推定でき、

$$\hat{Y} = N\bar{y} \quad \dots\dots\dots (5.91)$$

で全成長量が推定される。その推定分散は、

$$\begin{aligned} s_{\hat{Y}}^2 &= N^2 s_{\bar{y}}^2 \\ &= N^2 \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1} \quad \dots\dots\dots (5.92) \end{aligned}$$

で求められる。

(2) 材積調査のプロットの副次標本のプロットとして成長量調査を行なう場合

調査対象の N 個のプロットの中から n 個のプロットを抽出して材積調査を行ない、プロット材積を

x_i とする。さらに n 個の中から n' 個を抽出して成長量を測定するプロットとし、 n' 個のプロットの材積を x'_i , 成長量を y'_i とする。そのとき副次標本について、

$$y' = a + bx'$$

の回帰を作り、大標本の

$$\bar{x} = \sum x_i / n$$

を代入すると、

$$\hat{y} = a + b\bar{x}$$

によつてプロットあたり成長量が推定でき、

$$\hat{Y} = N\hat{y} \dots\dots\dots (5.93)$$

で全成長量が得られる。その推定分散は

$$\begin{aligned} s_{\hat{Y}}^2 &= N^2 s_{\hat{y}}^2 \\ &= N^2 \left\{ \frac{s_{y'x'}^2}{n'} + \frac{s_{y'}^2 - s_{y'x'}^2}{n} \right\} \dots\dots\dots (5.94) \end{aligned}$$

で得られる。これは二重抽出の理論にはかならない。

これを比推定で行なえば計算は簡単となる。すなわち、小標本について、

$$p = \frac{\sum_1^{n'} y'_i}{\sum_1^{n'} x'_i}$$

という比を計算し、

$$\hat{Y} = p\hat{X} \dots\dots\dots (5.95)$$

で全体の成長量が推定できる。ここに、

$$\hat{X} = N\bar{x} = N \frac{\sum_1^n x_i}{n}$$

は大標本で得られた全材積の推定量である。このときの推定分散は近似的に、

$$s_{\hat{Y}}^2 = N^2 \left\{ \frac{s_{y'}^2 - 2ps_{y'x'} + p^2 s_{x'}^2}{n'} + \frac{2ps_{y'x'} - p^2 s_{x'}^2}{n} \right\} \dots\dots\dots (5.96)$$

ここに

$$\begin{aligned} s_{y'}^2 &= \frac{\sum (y' - \bar{y}')^2}{n' - 1} \\ s_{x'}^2 &= \frac{\sum (x' - \bar{x}')^2}{n' - 1} \\ s_{y'x'} &= \frac{\sum (x' - \bar{x}') (y' - \bar{y}')}{n - 1} \end{aligned}$$

である。

副次標本が独立にとられる場合は森林調査では実行上用いない方がよいが³、その場合の推定分散は、

$$s_{\hat{Y}}^2 = N^2 \left\{ \frac{s_{y'}^2 - 2ps_{y'x'} + p^2 s_{x'}^2}{n'} + \frac{p^2 s_{x'}^2}{n} \right\}$$

で求められる。

(3) 材積調査のプロットの中で等確率で m_i 本を抽出して成長量調査をして成長量を推定する場合

これは1次抽出単位のプロットの中に含まれる2次抽出単位の本数がプロットごとに異なる場合の副次抽出法にあたる。

調査対象の総プロット数を N 、個々のプロットに含まれる本数を M_i とし、 N から n 個のプロットを抽出して材積調査をし、さらにそのプロットの中の M_i 本の中から m_i 本の林木を等確率で選んで成長量調査をしよう。森林調査では調査前にプロットに含まれる本数 M_i はわからない。したがっているような推定法が考えられているが、その中でも次の比推定を用いるとよいであろう。すなわち、 m_i 本の成長量 y_{ij} を測定し、その材積を x_{ij} とすると、まず

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} y_{ij}}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij}} = \frac{\sum_i M_i \bar{y}_i}{\sum_i M_i \bar{x}_i}$$

を求め、材積調査で n 個のプロットにより推定した材積がプロットあたり

$$\hat{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

とすれば、全材積の推定量は、

$$\hat{X} = N \hat{X} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

である。したがって全成長量は、

$$\hat{Y} = \hat{p} \hat{X} \quad \dots\dots\dots (5.97)$$

で推定される。これは偏りがある推定量であるが、標本数が多い場合はその量は無視できるくらいである。あらかじめ成長量調査木の抽出率を作業の工期にとらみあわせて定めておけば、プロットの材積調査のときに M_i がわかるから、成長量調査本数 m_i 本は現場ですぐ定まる。この推定分散は、

$$s_{\hat{Y}}^2 = \hat{X}^2 s_p^2 + \hat{p}^2 s_{\hat{X}}^2 \quad \dots\dots\dots (5.98)$$

で与えられる。ここに抽出率 m_i/M_i が小さくて無視できる場合には (実際にはこのようにできる)、

$$s_p^2 = \frac{1}{\bar{M}^2} \frac{s_y^2 - 2 \hat{p} s_{yx} + \hat{p}^2 s_x^2}{n}$$

ここに

$$\bar{M} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n M_i$$

$$s_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\hat{T}_{y_i} - \sum_{i=1}^n \hat{T}_{y_i}/n \right)^2 / (n-1)$$

$$s_x^2 = \sum_{i=1}^n \left(\hat{T}_{x_i} - \sum_{i=1}^n \hat{T}_{x_i}/n \right)^2 / (n-1)$$

$$s_{yx} = \sum_{i=1}^n \left(\hat{T}_{y_i} - \sum_{i=1}^n \hat{T}_{y_i}/n \right) \left(\hat{T}_{x_i} - \sum_{i=1}^n \hat{T}_{x_i}/n \right) / (n-1)$$

$$\hat{T}_{y_i} = \frac{M_i}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} y_{ij}$$

$$\hat{T}_{x_i} = \frac{M_i}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij}$$

また

$$s_{\hat{X}}^2 = N^2 \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

ここに

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$$

によつて求められる。

(4) プロット内でさらに小プロットをとり成長量調査プロットとして成長量を推定する場合
成長量プロットの成長量を y_i , 材積を x_i とし, n 個のプロットを抽出したとすれば,

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

で比が求められ, 材積調査プロットの材積を X_j とすれば,

$$\hat{X} = N\bar{X} = \frac{N}{n} \sum_{j=1}^n X_j$$

で全材積の推定量が得られるから, 全成長量は,

$$\hat{Y} = \hat{p}\hat{X} \dots\dots\dots (5.99)$$

で求められる。この推定分散は近似的に

$$s_{\hat{Y}}^2 = \hat{X}^2 s_p^2 + \hat{p}^2 s_{\hat{X}}^2 \dots\dots\dots (5.100)$$

で計算できる。ここに,

$$s_p^2 = \frac{1}{n(n-1)\bar{x}^2} \left[\sum y_i^2 - 2\hat{p} \sum xy + \hat{p}^2 \sum x_i^2 \right]$$

$$s_{\hat{X}}^2 = N^2 \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X})^2}{n(n-1)}$$

である。

これらの方法は層化抽出にも拡張できる。大面積調査への拡張のひとつの方法論を述べたが, いずれの方法が効率がよいかは実験を行なつてみなければ論じ難い。

第 6 章 固 定 標 準 地 法

§ 6-1 ま え が き

固定標準地は直径, 樹高, 形状および材積の成長量の決定および成長を支配する法則の研究, 一般には林分構造の変化の研究に用いられる。ドイツでは固定標準地の資料を収穫表の作成に用いている。その目的は林業研究機構の国際連合の固定標準地要綱⁵¹⁾には次の 2 つを掲げている。

(1) 標準的な施業法によつて取り扱われた林産物の材積および価値で表わした収穫量を決定すること。つまり究極的にはこれらの収穫表を作ること。

（２）注意深く定められた取扱い方法（たとえば一定の間伐度）の下に林産物の価値形成に関与する個々の因子の成長過程を研究するとともに、究極的には到達しうる最大の総成長量を定めること。この場合の目的に処理の良好な方法を求めることである。

固定標準地は単木的に調査研究されるのが原則であるが、単木的に詳細に調査しないで資料の分析を行なう方法を照査法または英国ではこれを連続調査法（Continuous inventory system）という。

前章までに述べた林分成長量の推定または予測方法の妥当性は、固定標準地の観測結果と比較しなければ論じがたい。著者は北海道に、エゾマツ、トドマツ天然生林、前橋にスギ、長野にカラマツおよびヒノキの固定標準地を設けて観測をつづけてきたが、予測方法の妥当性をチェックするのが主目的であつた。しかしこれは長年月を要する研究であり、災害をうける可能性もあり、非常に費用のかかる仕事である。

固定標準地は前述の施業目的のための固定標準地と資源調査に関連した成長量を推定する経営目的のための固定標準地とにわけて論じたい。

§ 6—2 施業目的のための標準地の設定および測定

設定する標準地は条件が斉一であるようにすることが大切である。１つの固定標準地で与えられた林分についての研究を行ないたい場合には、全林分を代表するような標本でなければならない。またいろいろな施業法の効果の比較研究が目的であれば比較が可能なように、できるだけ他条件を斉一にするように接近してとる必要がある。

まず第１に蓄積、樹高、直径、年齢、本数、うつべい度、樹種分布、林分の成立の沿革を明らかにし、地理的および地勢的な位置、土壌および下層土、傾斜の方向、傾斜度、地床植生などを概査しておく。気候についても記録から調べておく必要がある。

標準地の大きさは、用材林では原則として 0.25 ha 以下であつてはならない。幼齡林（天然更新）では、できれば 1 ha 以下であつてはならない。施業法が目的であると 1 ha 以下であつてはならない。フランスでは収穫表作成のための標準地は次の規則を採用している。

30	年生林分では、	1 ha (2.5 acre)	の 4 プロット
60	〃	〃	2 〃
100	〃	〃	1~2 〃
150	〃	2 ha (5 acre)	の 1 プロット

形状は正方形が望ましいが、できねば正方形に近い矩形がよい。境界の隅は杭や石標などではつきりとしておく必要がある。

間伐についての研究のように試験地の周囲が試験に影響するような場合には包護樹帯を設ける必要がある。この試験地の周囲の林分の幅は少なくとも試験の最終に到達しうる樹高に等しいだけの距離はとつておく必要がある。どのような場合でも 15 m 以下であつてはならない。処理試験の場合には、この周囲にも同様に処理を施すことが必要である。試験地は設定当時に写真にとつて記録して次回の調査時には同じ位置から写真をとつておくといふ。

測定を行なう季節は林木の成長期間はなるべくさけて、できれば成長休止期がよい。わが国では大体 10 月から翌年の 3 月までの間がよく、欧州では 8 月中旬から翌年 5 月初旬までがよく、5 月と 6 月の前半は時にさけるべきだとしている。

林木は針葉樹では 6 cm 以上、広葉樹では 4 cm 以上のすべての林木について番号づけすることが望ま

林業試験場成長量調査試験地力一六										調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地		調査地	
------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--

しい。林木にペンキで書くか、ラベルに番号を付したものを林木につけるかしておくとい。直径測定は直径テープがよいが、輪尺で行なう場合は胸高での測定する場所を印づけしておく必要がある。胸高位置は内地では 1.2 m の位置、北海道では 1.3 m の位置に白ペンキで胸高帯をまいておくとい。直径テープで測定する場合は 1 mm まで、輪尺の場合は 0.5 cm まで、できれば 0.2 cm まで読むことが望ましい。

単木ごとに幹級区分を行なつておくことは林木の生育過程の研究には非常に大切である。

樹高の測定はできれば全林木について精密に測定が望ましいが、樹高曲線または材積曲線を作成するための標本木のみについて測定を行なうことがある。このような場合には、現地で測定資料を直径に対してプロットして傾向がはつきりわかるまで樹高測定の本数を増すことが必要である。標本木の選び方は直径階別本数（番号）表を作成して、調査する本数が各直径階にわたるように系統的に抽出を行なうと便利である。

標本木をできるだけ周囲の包護樹帯から選んで樹幹析解して、材積や年齢などの精密な調査を行なうことが望ましい。

資料の作表や計算のやり方は、十分検討して定めておく必要がある。単木ごとにとりまとめるホールソートカードの例を 6—1 図に示しておく。

測定の間隔は成長の早い林分では 3 年、原則としては 5 年間隔で十分であろう。50 年生以上であれば 10 年ごとに 1 回行なえばよい。成長量の決定方式や第 2 回調査で本数が変わつた場合（間伐木、進界成長木、調査もれの林木など）の処置法などは、事前に考慮しておくことが必要である。

最終測定は原則として最終の収穫が行なわれるときである。これは伐期測定と呼ばれることがある。この場合には立木は伐採されるから、できればすべての林木についての精密調査が望ましい。

§ 6—3 直径成長量および樹高成長量の計算

主副林木の分類を行なつて別個に計算を行なつた方がよい。第 1 回測定と第 2 回測定の野帖から、定期直径成長量および樹高成長量が計算できる。樹高に対してのとりまとめ方式は、直径に対してのそれと同じであるから、ここでは直径に対してのとりまとめ方式を述べよう。まず 1 cm 直径階ごとに 6—1 表のように野帖をとりまとめる。ホールソートカードに書かれていれば、この分類は非常に容易である。

6—1 表 単木ごと直径階ごとのとりまとめ表

樹 種	直 径 階								
	4 cm			5 cm			6 cm		
	木番号	1948年	1958年	木番号	1948年	1958年	木番号	1948年	1958年
エゾマツ	97	3.8	3.9	62	5.1	5.2	20	5.7	5.9
	100	4.3	4.4	68	4.8	4.9	35	5.8	6.0
	111	3.9	4.0	120	5.3	5.4	66	6.3	6.4
							110	5.8	6.2
計		12.0	12.3		15.2	15.5		23.6	24.5
平均		4.00	4.10		5.07	5.17		5.90	6.12

この 6—1 表を利用して 6—2 表のようにして平均直径成長量を計算する。補正差は直径階ごとの平均直径の定期成長量を直径に対してグラフ上にプロットして、図上で平滑な曲線を引くか、または最小二乗法で求めた値である。

6—2 表 平均直径成長量の計算

樹 種	直径階 (cm)	本 数		平均直径 (cm)		差	補 正 差	連年直径成長量
		生 存	枯 死	1948年	1958年			
エゾマツ	4	3	0	4.00	4.10	0.10	0.08	0.01
	5	3	0	5.07	5.17	0.10	0.12	0.01
	6	4	0	5.90	6.12	0.22	0.20	0.02
	7	5	1					

樹高成長量についても同じ形式で連年樹高成長量を求め、6—3 表のように直径および樹高成長量とりまとめ表を作成する。

連年直径成長量は平均直径成長量をもとにして計算できる。

6—3 表 直径および樹高成長量とりまとめ表

樹 種	直径階	連年直径成長量 (cm)	連年樹高成長量 (m)
エゾマツ	4	0.01	0.05
	5	0.01	0.10
	6	0.02	0.23

§ 6—4 材積成長量の計算

各調査時の材積を直径、樹高の二変数材積表か、形状をいれれば三変数材積表を用いて計算し、その差として材積成長量が計算できる。樹高が標本で推定される樹高曲線を用いた場合は、結果的には一変数材積表の使用と同じであるから、むしろ直径から材積を求める一変数材積表を標準地に対して固定しておいた方がよい。そのときには直径階別本数表が各調査時に作成されていれば、直ちに材積成長量が計算できるし、樹種ごと、樹類ごと、材積ごとの成長量の計算も可能である。理想的な場合は、伐倒木の資料で一変数材積表を作成しておくことである。旧来の標準木法が各調査時の材積の推定に用いられたことがある。いずれにしても、材積を標本により推定すれば第 1 回調査時に s_1^2 の抽出分散があり、第 2 回調査時に s_2^2 の抽出分散があれば、その差、すなわち成長量の抽出分散は $s_1^2 + s_2^2$ である。たとえば材積が第 1 回調査時に $(400 \pm 40) m^3$ 、第 2 回調査時に $(500 \pm 40) m^3$ で推定されたとすれば、成長量の推定誤差は、

$$\begin{aligned} & (500 - 400) \pm \sqrt{50^2 + 40^2} \\ & = (100 \pm 64) m^3 \end{aligned}$$

すなわち、おのおのの調査で 10% 程度であつても、成長量の誤差は 64% と大きくなることは十分考慮にいれておかなければならない。計算された成長量は、1 ha あたりで表わしておくと比較のためには便利である。

§ 6—5 照 査 法

大面積の成長量を推定するためには、今まで述べた固定標準地法は、費用と時間がかかるので、実行が困難である。したがって単木的に固定せずに、単なる毎木調査の経時の差によつて定期成長量を決定する方法がとられる。これは計算される成長量には、いろいろな誤差が導入される可能性が大きい。正確な結果をうる方法をフランスの GURNAUD³⁹⁾ (1847) が提唱し、後に 1880 年スイスの BIELLEY がスイスのノイエムベルグ州フラーベル森林に應用した。これが照査法で、英語ではこれを連続調査法 (Contineous

inventory system あるいは Recurring inventory method) と呼んでいる。この方法は立木の測定を両調査において一様なやり方で行なうために、輪尺測定の場合は測定位置に印づけをしておくことが必要である。印づけは測定の度ごとに新しくペンキでぬりかえておく。また枯損木や伐採木は正確に測定しておかなければならない。GURNAUD は Tarif (欧州で用いる一変数材積表) を用いて進界成長量の計算も可能にした。本法は直径成長量をもとにして材積表成長量を推定するもので、林分表法と似たところがある。具体的な例について次節からその方法を説明しよう。

§ 6—6 照査法による直径階ごと直径成長量の計算

単木的な成長量を調査しないで、定期的な直径成長量の計算を行なう方法を 6—4 表および 6—5 表に示す。6—4 表は調査期間中に、伐採したり枯死したりした林木がない場合の方法で、6—5 表は枯死または中間伐採があつた場合に用いる方法である。直径成長量の計算は将来の本数表を予測した林分表法 (§ 4—3) と同じである。すなわち § 4—3 で述べた直径階の中の本数分布は一樣で、計算された直径成長量と同じ割合ですべてが成長するという仮定にもとづいた式を用いて進級本数を計算する。すなわち R を次の直径階に進級する本数、 n を直径階に属する本数、 I を定期直径成長量、 a を直径階の幅としたとき

$$R = \frac{I}{a} \cdot n$$

によつて計算するわけである。

標準地の大きさは 0.4 ha であつた。

6—4 表の (2), (3) 欄はそれぞれの調査時の本数で、直径は大きい方から小さい方に上から下を書いてある。進級する本数は上の大きな直径階から始めて計算する。1948 年には 18 cm は 1 本もなく、1953 年には 1 本あるから、進級本数は 1 本である。これは (4) 欄に 18 cm と 17 cm の間に 1 と書いてある。17 cm には 1948 年に 1 本あり、それが 1 本進級したから (5) 欄の 17 cm の原級本数は 0 である。以下

6—4 表 直径階ごとの連年直径成長量の計算

胸高直径 cm	調 査 時 1948 秋	調 査 時 1958 秋	進級本数	原級本数	平均進級 本数の倍 (D. R)	継時調査の 合 計 本 数 (D. E)	$D.R/D.E^{*1}$	連年直径 成 長 量 cm
1	2	3	4	5	6	7	8	9
18	0	1	1	0	1	1	1.000	(0.200)
17	1	2	2	0	3	3	1.000	(0.200)
16	2	2	2	0	4	4	1.000	(0.200)
15	3	3	2	1	4	6	0.667	(0.133)
14	7	10	5	5	7	17	0.412	(0.082)
13	9	9	5	4	10	18	0.556	(0.111)
12	5	2	2	0	7	7	1.000	(0.200)
11	5	13	3	3	12	18	0.667	0.133
10	17	18	10	7	21	35	0.600	0.120
9	20	19	11	9	21	39	0.538	0.108
8	19	25	10	9	26	44	0.591	0.118
7	30	24	16	14	26	54	0.481	0.096
6	26	29	10	16	23	55	0.418	0.084
5	32	36	13	19	30	68	0.441	0.088
4	47	53	17	30	40	100	0.400	0.080
3	88	91	23	65	49	179	0.274	0.055
2	99	77	26 ^{*2}	73	30	176	0.170	0.034
合 計	410	414			313	824	0.380	0.076

(注) *1 平均進級本数の倍 ÷ 継時調査の合計本数

*2 進界成長本数 = 414 - 410 = 4 (4 欄の最後の数字をチェック)

同様にして(4) 欄(5) 欄を作りあげ、2 cm に進級してきた本数は 4 本で、これが進界成長本数にあたり、(3) 欄と(2) 欄の差 $414 - 410 = 4$ 本と一致していて、計算のチェックとなる。進級成長本数が多くて原級本数が負となる場合の例は 6—5 表に示そう。

次の段階は(6) 欄と(7) 欄で、これは期間中に各直径階から進級する本数とその直径階に進級してくる本数との平均本数である。実際にはこれらの平均の倍で計算を行なうから、(6) 欄は平均進級本数の倍($D.R$) すなわち(4) 欄の相隣れる直径の進級本数の和、(7) 欄は(2) 欄と(3) 欄の和で継時調査の合計本数($D.E$) である。(8) 欄は $D.R$ を $D.E$ で割つたもの、すなわち $D.R/D.E$ が与えてあり、これが直径階ごとの定期直径成長量である。すなわち $R=D.R$, $n=D.E$, $a=1$ にあたるわけである。(9) 欄は(8) 欄を期間(5 年) で割つたもので連年直径成長量である。

直径階ごとの連年直径成長量の傾向を知るには直径階(1 欄) に対して、連年直径成長量(9 欄) をグラフ上にプロットして平滑な曲線を引いて推定する。この際 $D.E$ がその点の荷重となる。 $D.E$ が小さいと直径成長量の正確度は劣るので、そのような直径階の成長量はカッコがつけてある。

次に、中間に伐採した林木や枯死した林木があつた場合の連年成長量の計算方法を説明しよう。この場合には、直径階ごとの期間中の伐倒したり枯損したりした本数が必要である。

伐倒木の直径は、調査の印づけの時に測定すればよいが、最も簡単な場合は、第 1 回調査直後に伐倒されるか、第 2 回調査前に伐倒が行なわれるかの場合である。

前の場合には、印づけをした林木を第 1 回調査から差し引く、後の場合には、第 2 回調査に加えればよい。中間で伐倒される場合は次のようにして計算を行なう。ちょうど期間中央で伐倒された場合は、期間中央までの前半は直径成長量は存在するが、後半は存在しない。すなわち伐倒木はその半分は第 1 回調査後に伐倒し、残りの半分は第 2 回調査前に伐倒したと考えるのが合理的である。したがって直径階ごと

6—5 表 中間に伐採が行なわれた場合の直径階ごと連年成長量の計算

胸高 直径 (cm)	調査時 1943秋	1947 年 伐 倒		調査時 1953秋	2 およ び 3 欄 の 差	4 およ び 5 欄 の 差	進級 本数	原級 本数	$D.R$	$D.E$	$D.R/D.E$	連年直径 成 長 量 (cm)
		第 1 回調 査 から 6/10を差 引く本数	第 2 回調 査に4/10 を加える 本数									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
18	0			1	0	1	1	0	1	1	1.000	(0.100)
17	0			2	0	2	3	-1	4	2	2.000	(0.200)
16	0			2	0	2	5	-3	8	24	4.000	(0.300)
15	3			3	3	3	5	-2	16	6	1.667	(0.167)
14	4			10	4	10	11	-1	16	14	1.143	(0.144)
13	6			9	6	9	14	-5	25	15	1.667	(0.167)
12	6			2	6	2	10	-8	24	8	3.000	(0.300)
11	8			13	8	13	15	-2	25	21	1.190	0.119
10	11			18	11	18	22	-4	37	29	1.276	0.128
9	24			19	24	19	17	2	39	43	1.907	0.091
8	23			25	23	25	19	6	36	48	0.750	0.075
7	25	1	0	24	24	24	19	5	38	48	0.792	0.079
6	30	1	1	29	29	30	20	10	39	59	0.661	0.066
5	30	3	2	36	27	38	31	7	51	65	0.785	0.078
4	51	5	3	53	46	56	41	15	72	102	0.706	0.071
3	86	5	3	91	81	94	54	40	95	175	0.543	0.054
2	124	9	6	77	115	83	22*	61	76	198	0.384	0.038
合計	431	24	15	414	407	429			596	836	0.713	0.071

(注) * 進界成長本数 = $429 - 407 = 22$ (8 欄の最後のこの数字をチェック)

に、伐倒した木の半分は第1回調査から差し引き、他の半分は第2回調査に加える。それと同様なことが期間中のどのようなときに伐倒されても適用できる。たとえば調査期間を10年として、4年目に伐倒したとすれば、伐倒木の6/10を第1回調査から差し引き、4/10を第2回調査に加える。この場合の例を6—5表に示す。またこの例は直径階の幅以上に成長するので、原級本数が負となる場合である。

§ 6—7 照査法による材積成長量の計算

材積成長量の計算に必要な資料は、最初と最後の調査の本数表、伐倒記録および一変数材積表である。樹種ごとまたは樹類ごとの計算を行なうのが普通であるが、大抵の目的には針葉樹、広葉樹別で十分である。一変数材積表が樹種ごと、または樹類ごとに作られていれば別個に計算した方がよい。しかし不必要に樹種を分けることはできるだけさけた方がよい。照査法では経営に適した1つまたは2つの一変数材積表を用いるのが普通である。6—6表は広葉樹の1.2haの1小班の計算例を示す。材積表は樹種を組み合

6—6 表 定期材積成長量の計算

胸高直径 (cm)	本 数 (本)			材 積 (m^3)			
	調査時 1948年 9 月	伐採木	調査時 1956年 3 月	単木あた り 材 積	調 査 時 1948 年 9 月	伐 採 木	調 査 時 1956 年 3 月
1	2	3	4	5	6	7	8
26	1	—	1	0.426	0.426	—	0.426
24	—	—	—	0.350	—	—	—
22	—	—	4	0.288	—	—	1.152
20	4	2	7	0.230	0.920	0.460	1.610
18	11	—	31	0.180	1.980	—	5.580
16	56	10	78	0.136	7.616	1.360	10.608
14	111	10	180	0.100	11.100	1.000	18.000
12	266	44	349	0.069	18.354	3.063	24.081
10	589	131	834	0.045	26.505	5.895	37.530
8	1,603	425	1,908	0.027	43.281	11.475	51.516
合 計	2,461	622	3,392		110.182	23.226	150.503
1 ha あたり	2,051	518	2,827		91.8	19.4	125.4

進界成長量を含む定期材積成長量 = $150.503 + 23.226 - 110.182 = 63.547$

進界成長本数 = $3,392 + 622 - 2,461 = 1,373$ 本^{*1}、同材積 = $1,373 \times 0.027 = 37.071$

初期材積の定期材積成長量 = $63.547 - 37.071 = 26.476$

連年 1 ha あたり進界成長量を含む材積成長量 = $7.6 m^3$ ^{**}

連年 1 ha あたり進界成長材積 = $4.4 m^3$

連年 1 ha あたり初期材積の材積成長量 = $3.2 m^3$

(注) ^{*1}. 1956 年の 8 cm 階の全本数 + 伐採木本数 = $1,908 + 425 = 2,333$ であるから、直径の下方限界を越えて進界した木 (1,373 本) は 8 cm 階にあると仮定している。

^{*2}. 定期成長量を 7 年 $\times$ 1.2 ha = 8.4 で割つたもの。

わせて1つの材積表を使用した。中間に伐採が行なわれた場合の例であり、1 ha あたりの値についても計算されている。

照査法のすぐれているところは、直径階ごとの材積成長量が計算できることである。この数値例をふたたび 6—6 表の資料を用いて 6—7 表に示そう。この計算の第1段階は、直径成長量の計算に用いた方法と同じである。進級本数を直径階ごとに計算し、原級本数は第1回、および第2回調査に同じ材積であるから、進級した各林木の材積はつぎつぎの直径階の単木あたり材積差だけ増大する。したがって進級本数

6—7 表 直径階ごとの定期材積成長量の計算

胸高直径 (cm)	1948年9月調査 時本数から伐採 木の5/7を差引 いたもの* (本)	1956年の調査時 本数に伐採木の 2/7を加えたも の* (本)	進級本数 (本)	原級本数 (本)	単木あたり 材 積 (m^3)	材 積 差 (m^3)	材 積 量 (m^3)
1	2	3	4	5	6	7	8
26	1	1		—	0.426		
24	—	—		—	0.350	0.070	
22	—	4		—	0.288	0.062	
20	3	8	4	—	0.230	0.058	0.232
18	11	31	9	—1	0.180	0.050	0.450
16	49	81	29	2	0.136	0.044	1.276
14	104	183	61	20	0.100	0.036	2.196
12	235	362	140	43	0.069	0.031	4.340
10	495	871	267	95	0.045	0.024	6.408
8	1,229	2,029	643	228	0.018	0.018	11.574
			1,373	659	0.027		
2,197			3,570	初期材積の定期材積成長量 = 26.476			
			—2,197	初期材積の年あたり 1ha あたり材積成長量 = 3.2 m^3			
			進界成長本数 = 1,373				

(注) * 伐採は最初の調査後2年目に行なわれた。期間の長さは7年であるから伐採木の2/7を第2回調査に加え、5/7を第1回調査から差し引く。

6—8 表

	初 期 材 積 (m^3)	定期材積成長量 (m^3)	連年材積成長量 (m^3)	材 積 成 長 率 (%)
大径木 (21 cm 以上)	0.426	0	0	0
中径木 (13~21 cm)	21.616	4.154	0.593	2.7
小径木 (7~13 cm)	88.140	22.322	3.189	3.6
計	110.182	26.476	3.782	3.4

に(7)欄に示す材積差を乗ずれば、(8)欄の直径階ごとの材積成長量をえ、その合計が全材積成長量である。

材積成長量を望む直径級に分割して表わすことができる。連年材積成長量を初期材積の百分率として成長率で表わすと便利である。例を6—8表に示しておく。第5章で指摘したように、照査法では樹高曲線または材積曲線は各調査時ごとに作成してその誤差を評価しておくといよい。

§ 6—8 照査法による成長量の正確度

同じ面積を繰り返し調査して成長量を決定する場合の正確度は、調査そのものの正確度による。MEYER³⁰⁾は測定 of 偶然誤差の主な原因を分析した結果、次のことがわかった。

断面積の百分率誤差、すなわち断面積の標準誤差を断面積の百分率として表わしたものは、いろいろな直径をもつ林木に対して約 12% であり、このほかに補正を行なっていない輪尺を用いると系統的な誤差を生ずるが、それは断面積の約 1% ぐらいしかない。したがって照査法のように林木の成長量を第1回と第2回の直径測定 of 誤差をもとにしてきめるとし、5~10 年間隔で測定が行なわれたとすると、そのときの成長量は断面積の差の標準誤差として、断面積の $\sqrt{12^2+12^2}=17\%$ ぐらいあることが推定される。材積成長量の誤差はこれより少し大きいくらいであろう。単木あたりのこの誤差は最終的には定期断面積成長量そのものの割合で表わされよう。定期成長量が大きければそれだけ期間の長さも長いことはもちろんである。6—8表は10年間隔に対する成長量の百分率(したがって連年の断面積成長率の1%, 2%, 4%,

6% に対して) で表わした断面積の標準誤差を示したもので、近似面積は *acre* で表わされていたものを 1 *ha* に換算したものである。単木の成長量(測定本数 1 本)の百分率で表わした断面積成長量の標準誤差は、林分断面積の百分率で表わした同じ誤差よりもかなり大きい。これは 10 年間の成長量は林分断面積の 1/5 以下であることから明らかである。10 年間の成長量に対してのものが表示してあるが、5 年間でのものは、百分率誤差は 2 倍となろう。表で明らかのように 100 本以下の林分であれば、繰り返し調査にもとづく成長量の決定は偶然誤差が非常に大きいから、良好な結果はえられないことがわかる。6—9 表は近似的な値であるが、照査法を実際に適用して、同一の条件で起こる一番極端な場合を示している。単木を固定する固定標準地での成長量の決定はこの表よりは正確である。おそらく本表の値の半分ぐらいになろう。

6—9 表 繰り返し調査にもとづいて計算した断面積成長量*1の百分率誤差(照査法)*2

測定本数 (本)	林木が占有する近似面積 (<i>ha</i>)	断面積の百分率で表わした定期成長量*3			
		10%	20%	30%	40%
		断面積成長量の百分率*4			
1	—	170	85	42	28
50	0.1~0.2	24	12	6	4
100	0.2~0.4	17	8	4	3
200	0.4~0.8	12	6	3	2
500	1~2	8	4	2	1
1,000	2~4	5	2	1	1
2,000	4~8	4	2	1	1
5,000	10~20	2	1	1	1
10,000	20~40	2	1	1	1

(注) *1 材積成長量の百分率相対誤差は、断面積成長量の百分率誤差より少し大である。

*2 単木に印づけして *mm* まで測定した固定標準地は本表の誤差の約半分になる。

*3 定期成長量の百分率の計算は 10 年間の成長量にもとづくものである。

*4 正確には、断面積成長量の百分率で表わした断面積成長量の標準誤差である。輪尺は正しく補正してであると仮定している。

§ 6—9 固定標準地の結果を用いた成長量公式の作成

固定標準地の観測によつてえた資料を用いて、他の林分の成長量の予測に利用できる方程式を作ることができる。これは BUELL³⁾ (1945) が直径分布にもとづいた異齡林の成長予測に用いた方法である。かれは設定後 6 年目に第 2 回測定をした北部ジョージアの松と広葉樹の混交林の 102 個の標準地の資料を用いて検討した。この概略を紹介しよう。

単木の定期材積成長量を g とすれば、これはその直径 D の函数で表わされる。

すなわち、

$$g = a + bD + cD^2$$

標準地全体が N 本あるとすると標準地全体の定期材積成長量は

$$G = \sum g = aN + b(\sum D) + c(\sum D^2)$$

で表わされる。多くの標準地の G , N , D の資料を用いて最小二乗法により a , b , c という定数をきめることができる。

固定標準地の定期材積成長量は、残存木の成長量 S , 枯損木の材積 M および進級成長した材積 I の成分にわけることができる。すなわち、

$$G = S - M + I$$

S, M, I についても G と同じように次のように表わすことができる。

$$S = a_1 N + b_1 \Sigma(D) + c_1 \Sigma(D^2)$$

$$-M = a_2 N + b_2 \Sigma(D) + c_2 \Sigma(D^2)$$

$$I = a_3 N + b_3 \Sigma(D) + c_3 \Sigma(D^2)$$

これら 3 つの方程式の和が

$$G = aN + b\Sigma(D) + c\Sigma(D^2)$$

である。ここで個々の成分の係数の和は G の係数に等しい。すなわちたとえば、

$$a = a_1 + a_2 + a_3$$

BUELL の前述の標準地資料を用いて、最小二乗法で定数を計算した結果⁵⁾ は、年あたり $bd.ft$ の単位で成長量を表わすと、次のとおりであつた。

$$S = 0.355 N - 0.0887 \Sigma(D) + 0.01285 \Sigma(D^2)$$

$$-M = 1.556 N - 0.1725 \Sigma(D) + 0.00210 \Sigma(D^2)$$

$$I = 10.078 N - 0.8271 \Sigma(D) + 0.01264 \Sigma(D^2)$$

合計して

$$G = 11.989 N - 1.0883 \Sigma(D) + 0.02759 \Sigma(D^2)$$

これを用いると、予測したい林分の $acre$ あたり平均の $N, \Sigma(D), \Sigma(D^2)$ を上の方程式に代入すると S, M, I および全成長量 G が予測できる。また単木をもとにして、直径階ごとにそれぞれを計算しておけば、林分の直径階別本数表がわかれば、それを利用して成長量の予測が簡単にできる。すなわち $N=1, D$ および D^2 を各直径階について計算して上式にに入れて S, M, I および G を求めると 6—10 表のとおりである。この表の成長量は与えられた直径をもつ林木の成長量ではなくて、むしろ林分の成長量への与えられた直径をもつ林木の平均の効果を示すものである。

本表を用いて、ある林分の成長予測をしたい場合には、その林分の単位面積あたり直径階別本数がわかれば直ちに成長量を計算できる。すなわち 6—11 表の $acre$ あたり本数を f とすれば、各成分の 6—10 表の値に f を乗ずると、成長量が直径階ごとに計算され、合計するとその林分の予測成長量となる。

したがつてこの林分の成長量は

6—10 表 林分の定期連年成長量への与えられた D, B, H をもつ
平均木の寄与 (BUELL の資料)

D. B. H (in)	成 長 量 の 成 分			全純成長量	
	残	存	枯 損		進 級 成 長
	年 あ た り ボ ー ド フ ー ト				
10	0.75		0.04	3.07	3.86
12	1.14		-0.21	1.97	2.90
14	1.63		-0.45	0.98	2.16
16	2.23		-0.67	0.08	1.64
18	2.92		-0.87	-0.71	1.34
20	3.72		-1.05	-1.41	1.26
22	4.62		-1.22	-2.00	1.40
24	5.63		-1.38	-2.49	1.76
26	6.73		-1.51	-2.88	2.34

6—11 表 Acre あたり定期連年成長量への与えられた度数分布の寄与

D. B. H	acre あたり 本 数 (f)	成 長 量 の 成 分			計	
		残	存	枯 損		進 級 成 長
		年 あ た り ポ ー ド フ ー ト				
10	5.5	4.1	0.2	16.9	21.2	
12	4.3	4.9	-0.9	8.5	12.5	
14	6.0	13.4	-4.0	0.5	9.9	
16	5.2	15.2	-4.5	-3.7	7.0	
18	3.8	14.1	-4.0	-5.4	4.7	
20	2.4	8.9	-2.5	-3.4	3.0	
22	1.3	8.3	-2.2	-3.6	2.5	
24	1.0	5.6	-1.4	-2.5	1.7	
26	0.7	4.7	-1.1	-2.0	1.6	
合 計	30.7	79.2	-20.4	5.3	64.1	

残 存 木 の 成 長 量 = 79 ft. b. m

枯 損 木 " = -20 "

進級成長木 " = 5 "

全 純 成 長 量 = 64 ft. b. m

である。

§ 6—10 経営目的のための固定標本地

われわれが経営する森林を保続させるための経営計画の基本となるものは全蓄積および成長量である。ある事象において蓄積を推定するために標本地を設けたとしよう。次の時期における蓄積とその間の成長量を推定したい場合には第5章の理論がここにも適用されよう。すなわち第5章で述べた記号 y が第2の事象の材積、 x が第1の事象の材積になり、次の時期の材積を知るための標本地が第1の時期の標本地の副次標本である場合の推定法および現在材積の標本地と次の時期の材積の標本地とを独立に抽出し、その一部をダブらせる場合の推定法がそのまま適用されよう。これらの理論により第2の時期の森林母集団の蓄積およびその差としての成長量が有効に推定されよう。相関係数は0.9以上であるので副次標本は15~30%で十分であろう。たとえば2,000個の標本地であれば固定する標本地は300~600個である。

HOLL²⁰⁾が述べた標本地は、独立にとられた場合よりは同じものを再測した方が相関があるだけその抽出誤差が小さくなることを指摘している。たとえば、第1の事象の平均材積を $\bar{x}_1$ 、第2の事象のそれを $\bar{x}_2$ とすれば、差の分散 $s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}^2$ は独立にとられれば、

$$s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}^2 = s_{\bar{x}_1}^2 + s_{\bar{x}_2}^2$$

同じ標本地の場合には、

$$s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}^2 = s_{\bar{x}_1}^2 + s_{\bar{x}_2}^2 - 2r_{12}s_{\bar{x}_1}s_{\bar{x}_2}$$

となり $2r_{12}s_{\bar{x}_1}s_{\bar{x}_2}$ だけ小さくなることを述べているが、これは第5章の一般論の $i(2)$ の場合にほかならない。森林調査ではある時期の材積と次の時期の材積の相関係数は相当高いので成長量を推定する(5・22)の $i(2)$ を用いて計算し、(5・18)の $\bar{y}_w$ でその時期の蓄積の推定を行なう方法が有効であろう。

わが国で行なわれている経営計画区のサンプリングにこのような方式を取りあげることが強く要望したい。このような固定標本地の測定はできるだけ直径、樹高の精密測定が望ましいが、それができない場合には材積曲線を各事象で作成して直径から材積を算出する照査法の計算方式をとるのがよいであろう。

摘 要

本論文の目的はいままで系統だつた研究が行なわれなかつた林分成長量の推定および予測の方法を、自然的な短期間の推定および予測を主体にして明らかにすることである。短期間についてのこのような方法を明らかにすることは、合理的な森林の経営計画にとって重要な問題であるばかりでなく、長期間のそれらの問題の基礎的なものであることはいうまでもない。

短期間の林分成長量の予測には、過去の成長量の推定がもとなる。その方法は、われわれが成長量を知りたい林分に対して表や他の類似林分の結果から間接的に推定する方法と、樹幹析解や成長錐などにより直接的に推定を行なう方法とに大別される。このような方法は、前者は直接的でなく表により間接的に推定を行なうことによる誤差があり、後者においては 1 事象の材積調査の場合においても費用と労力の面から全林を調査することができないときは標準木法や標準地法または標本木法や標本地法で推定しなければならないことが多いが、標準木法や標準地法は全体を調査しないための標本抽出誤差は評価できないけれども、標本木法や標本地法は客観的にその推定の正しさや標本抽出誤差を評価できるし、科学的な調査の設計が可能である。成長量の調査は 1 事象の材積調査のような静的な調査ではなくて、現在および過去、もしくは現在および将来の 2 事象の材積調査およびその差としての成長量の推定という問題が生じ、費用および労力の面から到底全林にわたつて 2 事象の調査を行なうことは不可能であろう。したがつて、標本木や標本地による 2 事象の動的な標本調査の立場からこの手段を解明してゆかなければならない。このような観点から本論文はまず第 1 章で林木および林分の成長を概括的に説明し、第 2 章～第 4 章まではいままで内外で行なわれていた同齡林や異齡林に対しての間接的および直接的な推定や予測の方法をとりまとめ批判し、第 5 章において上述の動的な標本調査の立場から林分成長量の推定や予測の問題を理論と実例でもつて解明した。本章で述べられる方法は、今後森林調査における林分成長量の推定や予測に対しての科学的な調査設計において有効な手段であると思ふされる。最後に第 6 章において林分成長量の推定や予測の基本的な手法である固定標準地法を、施業目的のための固定標準地法と経営目的のための固定標本地法とにわけて論じられている。後者はまた筆者の主張する第 5 章の推定の理論が有効に適用されよう。さらに各章について概略の説明を行なえば、次のとおりである。

第 1 章においては林木および林分の成長を概括的に述べ、成長量の種類についてはわが国のそれと米国のそれとの関連を明らかにし、第 5 章で展開する継時事象の標本調査法を用いる林分成長量の推定の場合に必要な胸高直径樹皮係数、断面積樹皮係数、幹材積樹皮係数を提案し、成長率に関しては基準にする因子が現在、期間中央、過去によつてその値が異なり、それら成長率を材積成長率と関連させて用いる場合に期間中央を基準に用いると有効であることを理論的に明らかにした。

第 2 章においては同齡林分の成長および収穫の間接的な推定や予測の基礎である収穫表について基準収穫表と疎密度収穫表との相違を明らかにし、収穫表の作成のもとなる林分密度と地位の定義について論じ、いろいろな基準収穫表をもとした成長量の予測方法を取りまとめ、それらを実例でもつて明らかにし、BRUCE と SCHUMACHER が提案した収穫表における林齢を消去した平均断面積直径をもとした成長予測表の作成法および使用法を紹介し、このような予測表の有効性を論じた。

第 3 章においては異齡林分の構造および成長量の推定と予測の方法を MEYER のいわゆる直径分布の統計的分析の方法を主体に述べ、理論的な直径分布から異齡林の構造型を定めて、その変化を予測する方法を取りまとめた。前章で論じた疎密度収穫表とも呼べるべき DUERR と GEVORKIANTZ が提案した成長予

測表の作成法の概略を述べて、異齡林に適用して成長量を予測する場合に有効な方法として推奨した。

第4章においては第5章で展開する成長量の標本調査法の前提として直接的に林分成長量を推定したり予測したりする方法をとりまとめた。まず最近ドイツでも LOETCH らによりすぐれた方法としてとりあげられている MEYER が提案した成長錐による直径成長量の直径に対する回帰を用いて推定した値をもとにして材積差法によつて材積成長量を求め、標本抽出誤差を評価する方法を天城国有林の実例でもつて系統的にこれを説明し批判した。ついで直径階別本数分配表および直径階別直径成長量の知識を利用して将来の本数分配表を予測し材積成長量を予測する方法を林分表法としてとりまとめた。長期の予測においては進界成長量および枯損量の推定が問題となる。この問題についても概略ふれておいた。また SPURR の提案による断面積成長量と樹高成長量を別個に予測し、林分形数を一定として材積成長量を予測する二段法を現場で使用できるような形にとりまとめ、わが国の収穫表より樹高別地位別樹高成長量表の作成の可能性を示した。成長率による推定の方法としては PRODAN が提案した KRENN の材積表を用いて SCHNEIDER 定数 k を定めて予測を行なう方法を紹介し、最後に断面積平均木による従来の標準木法に今後とつかわれると思われる ESSED の提案による材積平均木の直径を推定する方法を述べ、これを現場で容易に利用できるように形の計算図表を作成してその使用法および成長量および材積の推定法を長野のカラマツ固定標準地の資料で明らかにした。

第5章はいわば本論文の主体であり、林分成長量の推定や予測を行なうための森林調査においては費用と労力の面からどうしても全林木の測定は不可能であり、必然的に標本木法や標本地法を採用せざるを得ない。このためには有効な調査計画に必要な理論的な方法の展開を必要とする。すなわち、1 事象の静的な標本調査に対して2 事象の動的な標本調査（継時事象の標本調査）法がこの場合に採用されなければならない。まず林分成長量の推定を行なう場合の手段を現在事象の材積が全林毎木されている場合とされていない場合とにわけておのおの場合について過去事象の材積推定の手段をあらゆる可能な場合について系統的に分類し、ついでこれらの分類に応じて理論的な過去事象の材積推定および差としての成長量の推定および標本抽出誤差の評価方式を展開して公式化した。さらに 0.4 ha の53年生スギ林分の標準地内で行なつた40本の樹幹析解木の資料をもとにしてこれらの理論を実際的に明らかにした。また現在事象の材積推定に樹高曲線や材積曲線が実際には多く使用されているが、現在のそれらを現在および過去の両事象に用いると林分成長量は過小評価となり、別個にそれらを適用すれば良好な推定が行なわれることを実例で示し、成長錐の挿入方向についての検討は、傾斜方向、それに直角方向、平均直径の方向の6方向について錐片の資料をとり、おのおの場合について林分成長量の推定を行なつたが方向による差は認められなかつたがいずれも過小推定であることを明らかにし、標本木の現在事象および過去事象の材積に推定の誤差がある場合の過去事象の林分材積の推定および差としての成長量の推定およびそれらの標本抽出誤差の評価法を WALD の独立変数および従属変数の両方に誤差がある場合の回帰の理論を適用して新しい推定方式を展開した。ついで第4章で述べた SPURR の二段法を標本調査の立場からその抽出誤差を比および回帰推定の形に変形して評価する理論を提案するとともに実例でもつてそれを明らかにした。また第1章で概略述べた成長率による林分成長量の推定方式を実例で明らかにしている。すなわち、材積成長率 (p_v) を直径成長率 (p_d)、断面積成長率 (p_b)、樹高成長率 (p_h)、形状成長率 (p_f)、形状高成長率 (p_{hf}) で表わす8とおりの方法と成長率を現在、期間中央、過去を基準にした場合のおのおのについて検討した結果 $2p_d$, p_b , $b_d p_d$ (b_d は直径対材積の一変数材積式の回帰係数), $b p_b$ (b は断面積対材積の一変数材積式の

回帰係数)で p_v を推定した場合はいずれも過小推定になり、 $p'_b + p_{hf}$, $p'_b + p_h + p_f$ (p'_b は補正直径成長率で直径成長率を断面積成長率に変換したもの)、 $p_b + p_{hf}$, $p_b + p_h + p_f$ はほぼ p_v に近い値を示すが、期間中央を基準にすれば最後の2つの推定は完全に p_v に一致することを示し、いままで測樹学でいわれている $p_v = p_b + p_h + p_f$ は期間中央を基準にしたときのみ成立し、現在を基準にすれば $p_v < p_b + p_h + p_f$ 、過去を基準にすれば $p_v > p_b + p_h + p_f$ であることを指摘した。これらの分析にもとづいて各種成長率を推定する有効な方法を提案している。また直径と直径成長率の関係から直径成長率を推定し、それを材積成長率に変換して材積成長量を推定する方法についても検討を加えている。最後にこれまで展開してきた標本木法の理論を大面積調査における標本地法、および標本木法と標本地法との組合せに拡張した場合に考えられる可能な調査の設計に対して林分成長量の推定およびその抽出誤差の評価法を具体的な公式によつて明らかにしている。

第6章においては林分成長量の研究には基礎的な問題である固定標準地法について述べている。施業目的のための固定標準地法についてはその設定方式、調査資料のとりまとめ方式、照査法による資料のとりまとめ方式を明らかにし、資源調査の標本地の一部を固定して次期の資源調査の材積推定および差としての成長量の推定を行なう経営目的のための固定標準地法を提案してこれもまた第5章の理論が適用されなければならないことを強調している。

謝 辞

筆をおくにあたり、恩師九州大学農学部井上由扶教授、熊谷才藏教授、木梨謙吉助教授、同理学部北川敏男教授、新潟大学農学部石黒富美男教授の各位をはじめこのような研究について当初より種々ご便宜、ご鞭撻をいただいた林業試験場経営部長小幡進氏ならびに林野庁計画課各位、直接的にご指導、ご注意を賜わった測定研究室長大友栄松氏を初め常時ご助力を賜わった研究室員諸氏、特に終始計算などに多大のご協力ご援助をいただいた川端幸藏氏に厚く感謝の意を表明したい。最後に製図ならびに浄書にご援助をいただいた測定研究室真辺昭技官、長谷川訓子技官、神戸喜久技官にも心から感謝しなければならない。

文 献

- 1) ASSMANN, E.: Untersuchungen über die Höhenkurven von Fichtenbeständen. Allgemeine Forst und Jagdzeitung. (1943, 1944)
- 2) BRIEGLEB, P. A.: A progress in estimating stand normality percentage in second-growth Douglas-fir. Jour. Forestry, (40), (1942)
- 3) BUELL, J. H.: The prediction of growth in uneven-aged stands on the basis of diameter distributions. Duke, Univ. School Forestry, (11), (1945)
- 4) BARTLETT, M. S.: Fitting a straight line when both variables are subject to error. Biometrics (5), (1949)
- 5) BRUCE, D. & SCHUMACHER, F. X.: Forest mensuration. MacGraw-Hill Book Comp. (1950)
- 6) CRAMÉR, H.: Mathematical methods of statistics. (1946)
- 7) COILE, T. S. & SCHUMACHER, F. X.: Site index of young stands of loblolly and shortleaf pines in the Piedmont Palau Region. Jour. Forestry, (51), (1953)
- 8) COCHRAN, W. G.: Sampling techniques. John Wiley & Sons, INC. (1953)
- 9) DUERR, W. A. & GEVORHANTZ, R.: Growth prediction and site determination in uneven-aged timber stands. Jour. Agr. Res., (56), (1938)

- 10) DEMING, W. E.: Statistical adjustment of data. John Willy & Sons. (1948)
- 11) ESSED, F. E.: Estimation of stand volume. Wageningen Holland, (1957)
鈴木太七・平田種男訳編: 測樹学新論抄, 日本林業調査会, (1958)
- 12) FISHER, R. A.: Statistical methods for research workers. 11th ed., Oliver & Boyd, (1950)
- 13) GEHRHARDT, E.: Ertragstafeln für reine und gleichartige Hochwaldbestände von Eiche, Buche, Tanne, Fichte, Kiefer, grüner Douglasie und Lerche. Verlag Julius Springer. Berlin 2ed. (1930)
- 14) GROSSMANN, H.: Untersuchungen zur Zuwachsermittlung und der Versuchsflächen für Holzvorratsaufnahmen in Spechthausen. Arch. f. Forstw., 5, (1956)
- 15) GIBSON, W. M. & FOWETT, G. H.: "Three-group" regression analysis Part I. Simple regression analysis. Applied Stat. J. Roy. Stat. Soc., No. 2 June, (1957)
- 16) 樋口俊明ほか2名: 林分の連年成長量査定方法の比較検討について, 長野林友, 2, (1957)
- 17) HANSEN, M. H., HURWITZ W. N. & MADOW, W. G.: Sample survey methods and theory I, II. John Wiley & Sons (1953)
- 18) JOHNSON, F. A.: Predicting future stand volume for young well-stocked Douglas-fir forest. Jour. Forestry (53), (1955)
- 19) JOHNSON, F. A. & CARMEAN W. H.: Sampling error on the estimate of site index. Jour. Forestry, (51), (1955)
- 20) HALL, O. F.: The contribution of remeasured sample plots to the precision of growth estimates. Jour. Forestry. (57), (1959)
- 21) 河田杰: スギ林間伐試験の成績 (第2回), 林試報, (76), (1954)
- 22) 木梨謙吉: 推計学をもととした測樹学, 朝倉書店, (1954)
- 23) 木梨謙吉: 福岡スギの林分現実材積ならびに成長予測表の調製とその検討, 林野庁, (1956)
- 24) 木曾ヒノキ林分収穫表調製説明書, 収穫表調整業務研究資料, 8, (1955)
- 25) KOENIG, G.: Jahrbücher der gesamten Forst-und Jagdwissenschaft und ihrer Literatur. Herausgegeben Von Laurop. 3, (1923)
- 26) KINASHI, K.: Forest Inventory by sampling methods. Bull. of the Kyushu Univ. For., (1954)
- 27) KRÄUTER, G.: Zu einigen Fragen der Massenzuwachsermittlung. Arch. für Forstw., 5, (1956)
- 28) LYON, C. J.: Tree ring width as an index of physiological dryness in New England. Ecology, 17, (1936)
- 29) LOETSCH, F.: Massenzuwachsermittlung durch Bohrschanproben unter Anwendung mathematisch-statistischer Methoden. Zeitschrift f. Weltforstwirtschaft. 3, (1953)
- 30) 嶺一三: 測樹, 朝倉書店, (1951)
- 31) 三善正市: シイ, カシの中心郷土地帯における常緑広葉樹林の林分構成, 成長更新ならびに施業に関する研究, 熊本営林局, (1958)
- 32) MICKLITZ: Die Bestimmung der finanziellen Bestandeshiebsreife. Centralblatt für das gesamte Forstwesen, (1919)
- 33) MACDOUGAL, D. T.: Tree growth. Leiden., Holland, (1938)
(邦訳: 黒岩菊郎, 林木の成長, 日本林業調査会, (1958))
- 34) MEYER, H. A.: Growth fluctuations of virgin hemlock from northern Pennsylvania. Tree Ring. Bul., 7, (1941)
- 35) MEYER, H. A. & NELSON, F. B.: Accuracy of forest growth determination based on the measurement of increment cores. (547). The Penn. State College, School of Agr., (1952)
- 36) MEYER, H. A.: Forest mensuration. Penns Valley pub. (1953)

- 37) MACLEOD, W. K. & BLYTH, A. W.: Yield of even-aged fully stocked spruce-popular stands in Northern Alberta. Forest Research Division Technical Notes. 18, Canada, (1955)
- 38) 成実清松ほか 1 名: 数理統計学要説, 培風館, (1955)
- 39) 西沢正久: 森林調査における回帰利用について, 長野営林局報, 21, (1954)
- 40) 西沢正久: 林分成長量の直接予測法 (I), 単木抽出, 日林誌, 37, 9, (1955)
- 41) 西沢正久ほか 2 名: 林分成長量の直接予測法 (II), 単木抽出, 日林誌, 38, 8, (1956)
- 42) 西沢正久ほか 1 名: 林分成長量の直接予測法 (III), 単木抽出, 日林誌, 39, 6, (1957)
- 43) 西沢正久ほか 2 名: 木曾ヒノキ固定標準地設定報告, 長野林友, 7, (1957)
- 44) 西沢正久: 金山の大杉林第 2 回調査報告, 林試報, 107, (1958)
- 45) 西沢正久ほか 1 名: エゾマツ, トドマツ天然生林固定標準地設定概要, 一北見営林局温根湯経営区 41 林班一, 北見林友, 12, (1958)
- 46) 西沢正久: 森林測定法, 地球出版社, (1959)
- 47) 西沢正久: 林分材積の推定および林分成長量の予測に用いる計算図表, 山林 4, (1960)
- 48) 野村進行: Schneider の生長率算定公式の応用について, 日林誌, 13, (1931)
- 49) 小幡 進: 薪炭林樹種改良試験地の調査報告 (第 1 報), 林試報, 106, (1958)
- 50) OSBORNE, J. G. and SCHUMACHER, F. X.: The construction of normal yield and stand tables for even-aged timber stands. Jour. Agr. Res., 51, (1935)
- 51) Outlines for permanent sample plot investigations: International Union of Forest Research Organization, (1936)
- 52) PRODAN, M.: Die Bestimmung des Massenzuwachses von Beständen mit Hilfe des Massenzuwachsprozentes. Forstwiss, Centralblatt. 68, (1949)
- 53) PRODAN, M.: Messung der Waldbestände. Frankfurt am Main, J. D. Sauerländer's Verlag. (1951)
- 54) PATTERSON, H. D.: Sampling on successive occasions with partial replacements. Jour. Roy. Stat. Soc., Series B. 12, (1950)
- 55) 林業試験場経営部: 立木材積表調製法解説書, (1956)
- 56) 林業試験場経営部: 材積断面積直線 (HUMMEL の論文の訳), (1957)
- 57) 林業試験場経営部編: 天城国有林における実習結果概要, 林業講習所, (1957, 1958)
- 58) 林野庁: 同令単純林の林分収穫表調製要綱, (1952 改正)
- 59) 林野庁・林業試験場: 収穫表調製業務参考資料, (1~18)
- 60) 林野庁・林業試験場: 収穫表調製に関する基礎的研究と信州地方カラマツ林収穫表の調製 (嶺一三調製), 収穫表調製業務参考資料, 12 号, (1955)
- 61) REINEKE, L. H.: Prefecting a stand-density index for even-aged forests. Jour. Agr. Res., 46, (1935)
- 62) 鈴木外代一: 測樹学, 叢文閣, (1943)
- 63) 島田錦蔵: 林政学概要, 地球出版社, (1952)
- 64) STÖETZER: Ermittlung des laufenden Massenzuwachses für die Kiefernbestände. Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen, (1880)
- 65) SCHUMACHER, F. X.: Ein einfaches Verfahren zur Ermittlung des Massenzuwachsprozentes an stehen den Stämmen Forstliche Blätter, (1891)
- 66) SPEIDEL, E.: Beiträge zu den Wuchsgesetzen des Hochwaldes und zur Pürchforstungslehre. Tübingen. (1893)
- 67) SIMONS, E. M. & G. L. SCHUNUR: Effect of stand density for mortality and growth of loblolly pine. Jour. Agr. Res., 54, (1937)
- 68) SCHUMACHER, F. X. & MEYER, H. A.: Effect of climate on timber-growth fluctuations.

- Jour. Agr. Res., 54, (1937)
- 69) SCHUMACHER, F. X. & DAY, B. B.: The influence of precipitation upon the width of annual rings of certain timber trees. Ecology, Monog., 9, (1939)
- 70) SNEDECOR, G. W.: Statistical method applied to experiments in agriculture and biology. Iowa State College Press, (1946)
- 71) SPEIDEL, G.: Die Schneider Konstante. Forstwiss. Centralblatt. 68, 3, (1949)
- 72) SPEIDEL, G.: Schneider Konstant. Forstwiss. Centralblatt. 68, 3, (1949)
- 73) SPURR, S. H.: Forest inventory. Ronald Press Comp., (1952)
- 74) SPURR, S. H.: Simplified computation of volumes and growth. Jour. Forestry. 12, (1952)
- 75) SUKHATME, P. V.: Sampling theory of surveys with applications. Iowa State College press, (1954)
- 76) 津村善郎: 標本調査法, 岩波書店, (1956)
- 77) WALLY: Die Ermittlung des Massenzuwachsesprozent an stehenden Stämmen und Beständen. Centralblatt für das gesamte Forstwesen, 51, (1925)
- 78) WIEDEMANN, E.: Untersuchungen über die Rindenstärke der Kiefer. Forstarchiv, 9, (1932)
- 79) WALD, A.: The fitting of straight lines if both variables are subject to error. Ann. Math. Stat. Vol. XI No. 3, (1940)
- 80) WILKS, S. S.: Mathematical statistics. Princeton Univ. Press., (1943)
- 81) WALD, A.: Statistical decision function. John Wiley & Sons, (1950)
- 82) 吉田正男: 理論森林経理学, 地球出版, (1950)
- 83) 山田雄三ほか 5 名: 経済計画と予測, 日本評論新社, (1959)
- 84) YATES, F.: Sampling methods for censuses and surveys. Hafner publishing comp., (1953)

Research on the Estimation and Prediction Methods of the Stand Increments

Masahisa NISHIZAWA

(Résumé)

The author has conducted investigations for the purpose of establishing the estimation and prediction methods of the stand increments in a minimum of time by sampling methods.

In Chapter 1, he has suggested the bark coefficients of diameter, basal area and volume. Growth percentage varied its value according to the standard times, i. e. present, past and middle, and it was proved theoretically that growth percentage by the middle period was superior to the others in the stand increment survey.

In Chapter 2, he has summarized the various methods of estimation and prediction of the even-aged stand.

In Chapter 3, he has summarized the various methods of estimation and prediction of the uneven-aged stand.

In Chapter 4, the direct estimation methods of the stand increments, such as those studied by many other authors, were summarized systematically and an alinement chart which was conveniently used in the increment survey was constructed.

In Chapter 5, he has developed the estimation methods of the stand increments by the successive sampling methods. The results obtained were as follows:

1. When the present volumes of all trees (numbers of tree N) were investigated in a stand: If sample trees n' were sampled from the population stand and both present and past volumes were investigated by stem analysis, the past stand volume were estimated by means of the regression estimate of sample trees together with the information of the present stand volume. The estimation variance was evaluated sufficiently by $N^2 s_{y',x'}^2/n'$ in the forest survey, where $s_{y',x'}^2$ is residual variance in regression. The stand increment was estimated by the difference of the present and the estimated past stand volumes, and its estimation variance was identical with the one of the past stand volume. (§ 5—3)

2. When the present volumes of all trees were not investigated in a stand: In this case, the following two sampling methods were applied.

i. Small sample trees, those of which the past volumes had been investigated, were subsampled from large sample trees, that is, those of which the present volumes had been investigated. In this sampling method, the past stand volume might provide a basis for estimating by means of the double sampling method by regression. The stand increment was estimated by the difference of the two estimated stand volumes. And the author concluded that this estimation variance was sufficiently shown by $N^2\{s_{y',x'}^2/n' + (1-b)^2 s_{\bar{x}}^2\}$, where b is the regression coefficient in the small sample.

ii. Small sample trees were sampled independently of large sample trees. In this sampling method, the partial replacement of the sample was effective and the application on the forest survey in this case was as follows: In the stand increment survey or forest resources survey, sample trees or sample plots were sampled from population at first occasion and then our desired items of the second occasion might make it possible to estimate by the partial replacement of the sample. The author indicated the formulae of this estimate and change (increment). Of special significance are the formulae of change covering the following three types.

$$\bar{i}(1) = C_2(\bar{x}' - \bar{y}') + (1 - C_2)(\bar{x}'' - \bar{y}'')$$

$$\bar{i}(2) = \bar{x}' - \bar{y}'$$

$$\bar{i}(3) = \bar{x} - \bar{y}$$

where $\bar{x}'$, $\bar{y}'$ are average volumes of sample trees which have been sampled in common on two occasions.

$\bar{x}''$, $\bar{y}''$ are average volumes of sample trees which have been sampled not in common on two occasions.

$\bar{x}$, $\bar{y}$ are average volumes of overall sample trees.

C_2 is a constant determined by the correlation coefficient of x , y and the percentage of replacement.

The efficiency of those three estimates was as follows;

$$V\{\bar{i}(1)\} < V\{\bar{i}(2)\} < V\{\bar{i}(3)\}$$

where V shows variance.

In the stand increment survey, the estimation of $\bar{i}(2)$ was sufficient. (§ 5—3)

3. The author verified the theories obtained above by 40 stem analysis data of Sugi (*Cryptomeria* D. Don) in Ôdawara, Tochigi Prefecture. (§ 5—4)

4. When the stand increment was estimated by the increment borer instead of the stem analysis, we had to use the diameter-height or diameter-volume curves. He indicated the stand increment was underestimated, when the present curve applied to the past by the

above data but when we used the past and present curve on both occasions, we had an appropriate estimate. (§ 5—5)

5. When we estimated the stand increment by the increment borer, both estimations of past and present volumes contained errors. The formula of increment estimate and its variance in this case was indicated and its validity verified by the above data. (§ 5—5)

6. The two-way method proposed by S. H. SPURR from the point of view of ratio and regression methods was discussed and those formulae verified by an example. (§ 5—6)

7. When growth percentage of volume (p_v) was estimated by growth percentage of diameter (p_d), basal area (p_b), height (p_h), form (p_f) and form-height (p_{hf}). Verification was made by the theory and the stem analysis data that if the standard time was middle period, it consisted of $p_v = p_b + p_h + p_f$, $p_v < p_b + p_h + p_f$ in the present and $p_v > p_b + p_h + p_f$ in the past. Also developed were the various estimation methods of p_v . (§ 5—7)

8. The author developed the above theories of sample trees to the estimation by sample plot and combination of sample trees and plots in large scale forest survey. (§ 5—8)

In Chapter 6, the permanent sample plot procedure for the purpose of working and management of forest was discussed. In the permanent sample plot procedure for the purpose of management, we have to apply the theories of sampling methods on successive occasions in Chapter 5, and this fact was emphasised.

現地検討実施前の林型分類図
Forest Type Map Before Field check

1:7,500

Gemeinde Wohlen

Gemeinde Kirchlintach

Gemeinde
Bremgarten

幼令林 Jungwuchs

針葉樹

Laubholz

混交林

若令林

...tangenho

壮令林

—continued

H

M

林令壯

11/10/12

HB

MB

老令林

12

 HO_1 MO_1

老令林

HO

10

Bremgartenwald
Burgergemeinde Bern

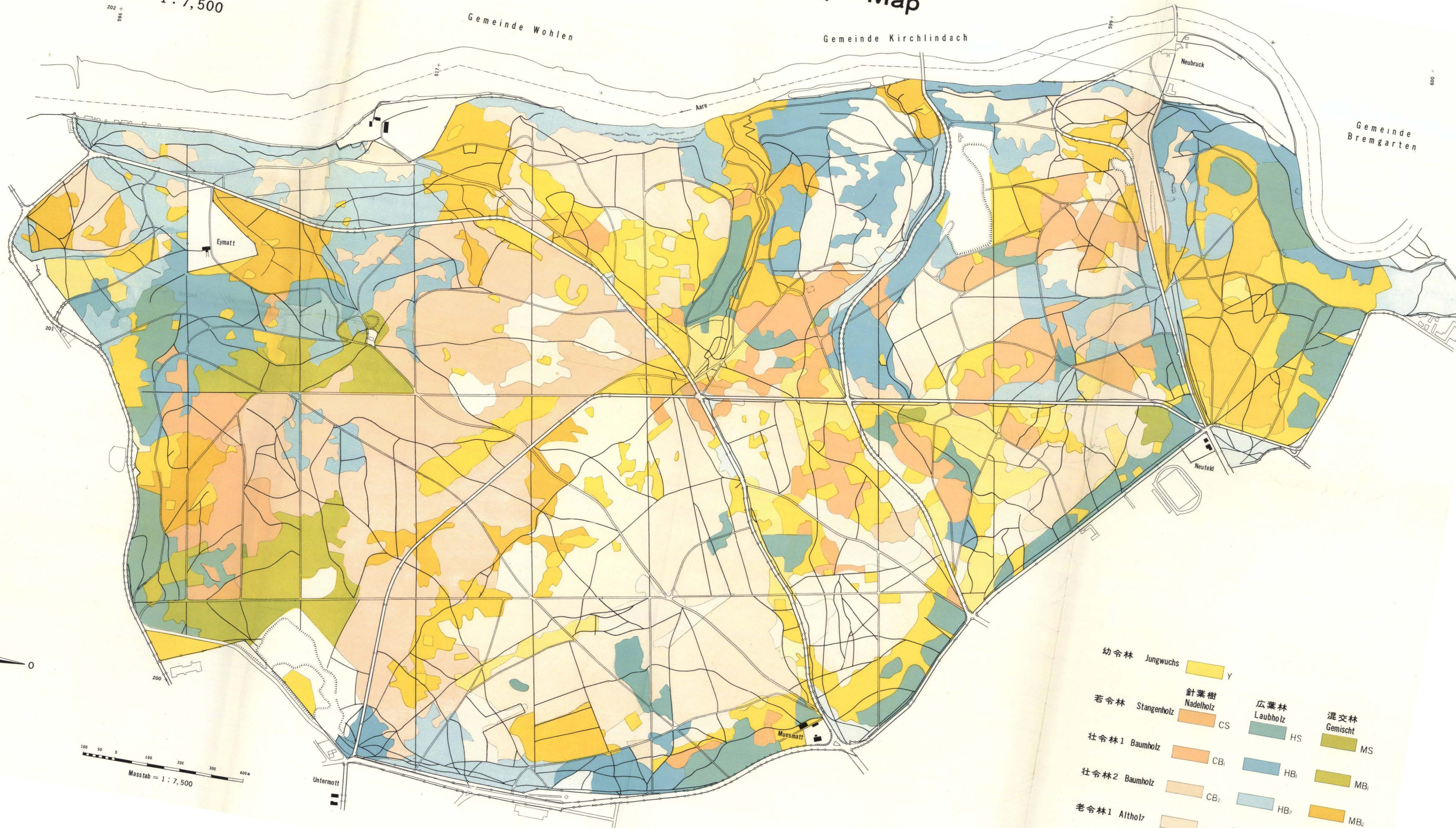
1 : 7,500

現地検討実施後の林型分類図
Final Forest Type Map

Gemeinde Wohlen

Gemeinde Kirchlindach

Gemeinde
Bremgarten



100 50 0 100 200 300 400 m
Massstab = 1 : 7,500

幼令林 Jungwuchs	針葉樹 Nadelholz	広葉林 Laubholz	混交林 Gemischt
Y	CS	HS	MS
若令林 Stangenholz	壮令林1 Baumholz	壮令林2 Baumholz	老令林1 Altholz
	CB ₁	CB ₂	CO ₁
		HB ₁	HB ₂
			HO ₁
			HO ₂
			MO ₁
			MO ₂