

林分解析に関する研究 (第1報)

西 沢 正 久⁽¹⁾

川 端 幸 藏⁽²⁾

神 戸 喜 久⁽³⁾

1. ま え が き

過去の記録がない場合、林分の成長過程の推定、すなわち過去の林分構造の変化の状態を推定することはその林分の将来の施業に対する指針、類似林分との成長の比較および将来の成長の予測などに役だつことはない。われわれが確実に知ることができるものは現在の林分構造である。過去のそれを知るためには樹幹解析によるが、費用および実際面から全林木について樹幹解析を行なうことは不可能に近い。したがって、標本木により推定を行なう方法が通常とられるが、これには次のいろいろな場合が考えられる。

- A. 現在の林分構造を知る手段
 - a. 全林毎木調査
 - b. 標本木調査
- B. 立木のみの過去の林分構造を推定する手段
 - a. 標本木の樹幹解析
 - b. 成長錐を用いた全林木の直径成長測定と標本木の樹幹解析
 - c. 成長錐を用いた大標本木の直径成長測定と小標本木の樹幹解析
- C. 本数の変化（伐採木、枯損木、風倒木の本数、直径、樹高、材積などの変化）の推定を行なう手段
 - a. 過去の記録
 - b. 伐根調査

Bにおいては樹幹解析の資料のみによる推定よりは、現在と過去の資料の結びつきを利用した回帰推定、二重、三重抽出計画が有効であろう。Cの推定も樹幹解析木の伐根資料と上部資料との結びつきの分析結果を伐根に適用すればよい。これらの推定精度の問題、有効な調査本数の決定の問題などを分析し、林分解析の方法論を明らかにすることが本論文の目的である。本報告では、

- A. a. 現在の林分構造は全林毎木調査により知られている。
- B. a. 標本木が樹幹解析されている。
- C. b. 伐根の調査資料がある。

という場合について過去の林分材積の推定という問題をとりあげて分析してみよう。用いた資料はカラムツ不成構造林地の原因究明のための総合研究の一環として造林および土壌部門と共同で設定した前橋営林

(1) 経営部経済科測定研究室主任研究官・農学博士 (2)(3) 経営部経済科測定研究室員

局管内、丹勢山国有林 16 林班内小班内の A, B 標準地および 1 小班内の C, D 標準地で調査したものである。過去の成長過程の比較の例としてすべての標準地について分析を行なつてみよう。

2. 標準地の調査

それぞれの標準地を一つの母集団として過去の構造の推定を行なう。各標準地とも胸高直径は輪尺を用いて 2 mm 括約で 2 方向測定し、樹高は 10 cm 括約でブルーメライス測高器を用いて測定した。胸高直径階ごとの本数表を作り、直径階ごとに大標本として成長錐片をぬく林木を抽出し、さらにその中から小標本を抽出して樹幹解析を行なつた。ついで各標準地について伐根調査を行ない、地上 0.0 m の年輪数および 5 年ごとの直径成長を 1 mm 括約で測定した。標準地ごとの各調査本数は Table 1 のとおりである。

Table 2. 標準地ごとの樹
Tree volumes of each age class
Plot

No.	y ₅₈	y _{ib}	x ₅₀	x ₄₅	x ₄₀	x ₃₅
2	0.08124	0.06797	0.06344	0.05530	0.04330	0.03221
20	.22042	.17624	.15632	.12692	.09598	.06477
31	.26112	.22133	.20447	.17743	.14866	.11402
79	.50511	.45113	.40701	.34594	.26791	.19596
83	.21072	.17761	.16492	.13667	.11519	.08953
84	.33840	.28236	.25451	.21203	.16942	.11906
85	.38423	.33858	.31719	.25494	.20603	.14926
100	.22706	.19306	.17552	.14991	.12508	.09640
107	.21393	.18176	.17070	.14538	.12354	.09881
110	.17162	.14823	.13672	.11948	.09846	.07857
造—1	.24726	.20711	.18725	.15091	.11268	.07992
//—2	.52756	.47852	.40875	.33235	.24861	.17921
//—3	.25838	.23209	.21109	.16521	.12781	.08998
//—4	.35719	.32263	.29147	.23379	.18566	.13650
//—5	.22578	.20417	.19186	.16143	.12849	.08672
//—6	.26217	.22808	.20869	.17283	.13678	.10454
//—7	.15371	.14081	.13616	.12638	.11357	.09515
//—8	.12347	.10810	.10169	.08931	.06976	.04830
//—9	.49370	.43903	.39390	.31865	.24651	.17902

Plot

No.	y ₅₈	y _{ib}	x ₅₀	x ₄₅	x ₄₀	x ₃₅
6	0.11171	0.09264	0.08520	0.07042	0.05815	0.04153
16	.08945	.07835	.07139	.06151	.05131	.03948
24	.38244	.32619	.28222	.21838	.15323	.09545
43	.02433	.02081	.01936	.01583	.01245	.01019
52	.15604	.12717	.11241	.10020	.08146	.06171
94	.06354	.05461	.05232	.04728	.04200	.03648
100	.03677	.03047	.02769	.02290	.01903	.01627
105	.31186	.26411	.22784	.18644	.14902	.10765
112	.08364	.06840	.06387	.05682	.04821	.03640
造—11	.23401	.21080	.18652	.15505	.11860	.09113
//—12	.17991	.16085	.14055	.11542	.09975	.07396
//—13	.17704	.15607	.13780	.11933	.09429	.06801
//—14	.13422	.12161	.10761	.08989	.07379	.05647
//—15	.11777	.10701	.09109	.07074	.04852	.03239
//—16	.09159	.08279	.07371	.06242	.04813	.03702
//—17	.06385	.05579	.05061	.04182	.02937	.01787
//—18	.04790	.04182	.03776	.03129	.02402	.01608
//—19	.04734	.04341	.03878	.03075	.02304	.01708

Table 1. 標準地の各調査本数
Investigated stem numbers in each plot.

標 準 地	Plot	A	B	C	D
面積 Area	(ha)	0.1641	0.1497	0.0990	0.0958
林齢 Age	(year)	53	53	32	32
本数 Stem numbers	(per plot)	131	131	131	91
成長錐本数	Stem numbers of increment borer investigation	61	62	64	44
樹幹解析本数	Stem numbers of stem analysis investigation	19	18	19	17
伐根調査本数	Stem numbers of stump investigation	106	108	133	104

樹幹解析による標準地ごと、5年ごとの材積の値は Table 2 のとおりである。

幹 解 析 木 の 齢 級 別 材 積
by stem analysis in each plot.

A

X30	X25	X20	X15	X10	X5
0.02362	0.01851	0.01463	0.00990	0.00240	0.00001
.04153	.02312	.01373	.00915	.00246	.00017
.08248	.05699	.03707	.02652	.01067	.00075
.14580	.09930	.06757	.04837	.02608	.00349
.05970	.04175	.03118	.02037	.00347	.00010
.08129	.05369	.03797	.02478	.01003	.00042
.10533	.07157	.05165	.03250	.01242	.00043
.07178	.04811	.03156	.02084	.00833	.00068
.07717	.05747	.04655	.03115	.01049	.00020
.06067	.04430	.03572	.02537	.00997	.00049
.05072	.03425	.02229	.01304	.00307	.00016
.11783	.07721	.04848	.03328	.01323	.00069
.05930	.04177	.03297	.02262	.00696	.00011
.09852	.06634	.04580	.01326	.01383	.00065
.05978	.03732	.02689	.01677	.00433	.00001
.07285	.05140	.03415	.02571	.01011	.00061
.07417	.05158	.03802	.02721	.00813	.00009
.03009	.02206	.01533	.00722	.00089	.00001
.11698	.07960	.05853	.04095	.01331	.00080

B

X30	X25	X20	X15	X10	X5
0.03268	0.02066	0.01464	0.00899	0.00206	0.00014
.03207	.01809	.01397	.00775	.00126	.00006
.07229	.04011	.02637	.01771	.00396	.00021
.00791	.00653	.00522	.00271	.00061	.00003
.05383	.03581	.02658	.01602	.00407	.00030
.03034	.02461	.01658	.01182	.00270	.00006
.01356	.01143	.00931	.00484	.00065	.00100
.09409	.06732	.05571	.04081	.01503	.00108
.03233	.02752	.02410	.01522	.00350	.00018
.07653	.05012	.03503	.02193	.00446	.00018
.06235	.04125	.02981	.02039	.00563	.00007
.04987	.03368	.02365	.01459	.00337	.00039
.04756	.03546	.02792	.01999	.00714	.00016
.02799	.01727	.01255	.00869	.00159	.00016
.03181	.02287	.01902	.01497	.00480	.00039
.01178	.00571	.00353	.00143	.00012	—
.01297	.00798	.00583	.00343	.00022	—
.01396	.00940	.00696	.00443	.00091	.00002

Plot. C

No.	y ₃₂	y _{ib}	x ₈₀	x ₂₅	x ₂₀	x ₁₅	x ₁₀	x ₅
8	0.03919	0.03079	0.02869	0.01981	0.00796	0.00258	0.00055	0.00006
22	.01047	.00837	.00770	.00544	.00245	.00077	.00011	.00001
23	.11800	.09622	.08836	.06437	.03182	.01172	.00162	.00010
28	.01361	.01090	.01034	.00637	.00331	.00077	.00018	.00001
35	.02888	.02384	.02202	.01835	.00955	.00372	.00061	.00003
36	.04124	.03275	.03099	.02351	.01290	.00484	.00079	.00005
49	.03653	.02971	.02666	.01646	.00699	.00146	.00015	.00001
51	.03634	.02884	.02778	.01730	.00818	.00236	.00040	.00003
67	.03117	.02415	.02277	.01604	.00888	.00373	.00066	.00006
70	.03761	.02940	.02769	.02016	.01122	.00384	.00038	.00005
79	.05464	.04797	.04533	.03488	.01588	.00689	.00132	.00009
109	.02825	.03166	.02999	.02432	.01403	.00606	.00104	.00013
117	.04173	.03280	.03134	.02374	.01195	.00472	.00066	.00005
122	.11905	.09793	.09306	.07344	.04742	.02092	.00330	.00027
128	.08312	.07147	.06721	.05763	.03657	.01653	.00268	.00023
造—21	.04672	.03919	.03694	.02867	.01535	.00501	.00082	.00008
//—22	.02750	.02245	.02097	.01485	.00781	.00286	.00026	.00002
//—23	.01083	.00919	.00805	.00649	.00347	.00165	.00028	.00005
土—5	.01862	.01449	.01335	.00704	.00347	.00080	.00014	—

Plot. D

No.	y ₃₂	y _{ib}	x ₈₀	x ₂₅	x ₂₀	x ₁₅	x ₁₀	x ₅
5	0.12284	0.10293	0.09350	0.06702	0.03866	0.01758	0.00372	0.00030
7	.07767	.06517	.06212	.04712	.02989	.01250	.00230	.00017
19	.10636	.08995	.08561	.05770	.03229	.00885	.00057	.00002
27	.09777	.08292	.07948	.06223	.04027	.01537	.00248	.00024
39	.10995	.09287	.08584	.07095	.04376	.02154	.00377	.00031
45	.06749	.05612	.05272	.04342	.02911	.01443	.00240	.00008
55	.07657	.06339	.05876	.04568	.02947	.01399	.00157	.00007
61	.18201	.15357	.13971	.10576	.06278	.02916	.00384	.00010
64	.09358	.07629	.07134	.05372	.03735	.02059	.00403	.00031
67	.08422	.07009	.06522	.05162	.03502	.01700	.00211	.00006
79	.11012	.09187	.08577	.06929	.04869	.02471	.00514	.00043
87	.13448	.11650	.10962	.08674	.05792	.02790	.00530	.00029
95	.03593	.03041	.02904	.02454	.01971	.00804	.00087	.00003
造—31	.12599	.11286	.10135	.07868	.05538	.02660	.00472	.00025
//—32	.09363	.08255	.07210	.05575	.03686	.01751	.00284	.00025
//—33	.06788	.05950	.05317	.03773	.02225	.00581	.00046	.00002
土—6	.09905	.09428	.07915	.05492	.03433	.01287	.00170	.00009

3. 現在の林分構造の分析

まず各標準地について現在の林分構造と収穫表のそれとの比較、および直径、樹高、材積の各因子が A, B 標準地間および C, D 標準地間でどう違うかの検定を行なつてみよう。すなわち、同一小班内の対照標準地が現在その構造を異にしているかどうかを調べてみる。

(a) 収穫表の数値との比較

A, B 標準地および C, D 標準地の平均直径、平均樹高およびその分布幅、*ha* あたり本数および *ha* あたり材積と信州地方カラマツ林分収穫表²⁾(昭和31年3月)と比較すると、Table 3 および Table 4 のとおりである。標準地材積は前橋営林局針葉樹立木材積表(計画課、昭和32年7月)を用いて計算した。これには直径は5mm 括約、樹高は m 括約で示してある。

Table 3. A, B 標準地と収穫表との比較
Comparison between stand structures of A and B plots and corresponding values of the yield table.

	平均直径 Mean D.B.H.	平均樹高 Mean height	同分布幅 Range of tree height	ha あたり本数 Stem number per ha	ha あたり材積 Volume per ha	備考 Age
	cm	m	m	number	m ³	year
A	20.3	16.7	16.4~17.0	798	226.3	53年
B	16.4	12.3	12.0~12.6	875	124.2	53年
収穫表の値 Values of the yield table site index IV	15.8	12.2	10.9~13.5	964(1119)	114.9(127.1)	35年(地位 4等)
	21.5	15.5	13.9~17.1	600(659)	165.0(177.0)	55年(地位 4等)

注) 括弧内は主副合計の数字でそれ以外は主林木のみを示す。

Note: Values in bracket show figures of total crop, and others are figures of principal crop.

Table 4. C, D 標準地と収穫表との比較
Comparison between stand structures of C and D plots and corresponding values of the yield table.

	平均直径 Mean D.B.H.	平均樹高 Mean height	同分布幅 Range of tree height	ha あたり本数 Stem number per ha	ha あたり材積 Volume per ha	備考 Age
	cm	m	m	number	m ³	year
C	11.1	7.9	7.5~8.3	1323	60.7	32年
D	15.1	11.8	11.6~12.0	950	104.7	32年
収穫表の値 Values of the yield table site index IV	11.0	8.3	7.3~9.3	1531(1830)	55.0(61.0)	20年(地位 4等)
	14.2	11.1	9.9~12.3	1119(1306)	98.1(108.4)	30年(地位 4等)

注) 括弧内は主副合計の数字でそれ以外は主林木のみを示す。

Note: Values in bracket show figures of total crop, and others are figures of principal crop.

これでみれば A および D はそれぞれ収穫表の 4 等地にあたり, B, C はそれ以下で, それぞれ 35 年, 20 年の 4 等地の値に類似し, 10~20 年生育が遅れている不成績な造林地であることを示している。

(b) A, B 間および C, D 間の各因子の比較

同齡の A, B および C, D 標準地の平均直径, 平均樹高, 平均材積の間に差があるかどうかの検定を行なってみよう。各因子を x で表わし, A, C をそれぞれ 1, B, D をそれぞれ 2 という添字をつけて表わすとすれば,

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{s_{x_1}^2 + s_{x_2}^2}}$$

により t 検定を行なえばよい。ここに s_{x_1} および s_{x_2} はそれぞれ 1 および 2 の標準誤差である。このためにはまず $s_{x_1}^2$ と $s_{x_2}^2$ という分散の斉一性を検定した後で上記の検定を行なわなければならない。必要な統計量および検定の結果は Table 5 および Table 6 のとおりである。

Table 5. A, B 標準地間の検定
Test of significance between A plot and B plot.

因子 Factor	標準地 Plot	n (本数) Stem No.	\bar{x} (平均) Mean	s_x^2 (分散) Variance	$F = s_{x_2}^2/s_{x_1}^2$ or $s_{x_1}^2/s_{x_2}^2$ (分散比) Variance ratio	$s_x^2 = s_x^2/n$ (平均値の分散) Variance of mean	t	$C = (s_x/\bar{x})$ $\times 100\%$ (変動係数) Coefficient of variation
直径 (D.B.H.)	A	131	20.3	11.316506	1.070	0.086386	9.220	16.6
	B	131	16.4	12.104321		0.092399		
樹高 (Height)	A	131	16.7	2.816014	1.231	0.021496	20.000	10.1
	B	131	12.3	3.465583		0.026455		
材積 (Volume)	A	131	0.2835	0.0121773440	2.353**	0.0000929568	12.294	38.9
	B	131	0.1420	0.0051744613		0.0000394997		

注) ** 1%で有意であることを示す。

Note: ** Significant difference at 1% level.

Table 6. C, D 標準地間の検定
Test of significance between C plot and D plot.

因子 Factor	標準地 Plot	n	\bar{x}	s_x^2	$F = s_{x_2}^2/s_{x_1}^2$ or $s_{x_1}^2/s_{x_2}^2$	$s_x^2 = s_x^2/n$	t	$C = (s_x/\bar{x})$ $\times 100\%$
直径 (D.B.H.)	C	131	11.0	8.977885	2.161**	0.068533	12.058	27.3
	D	91	15.1	4.1544180		0.045652		
樹高 (Height)	C	131	7.9	4.047293	3.631**	0.030895	18.571	25.4
	D	91	11.8	1.114632		0.012249		
材積 (Volume)	C	131	0.0459	0.0012111706	1.011	0.0000092456	13.508	75.8
	D	91	0.1102	0.0012241733		0.0000134525		

注) ** 1%で有意であることを示す。

Note: ** Significant difference at 1% level.

分散に差がみとめられるもの、すなわち A, B 標準地の材積, C, D 標準地の直径, 樹高については COCHRAN-COX の方法¹⁾により, $t_1 = t_2 = 1.98$ とおいて

$$t' = \frac{1.98s_{x_1}^2 + 1.98s_{x_2}^2}{s_{x_1}^2 + s_{x_2}^2} = 1.98$$

を求め、この t' と t との比較により有意性の検定を行なった。Table 5, Table 6 によれば同一小班内でも同齡の A, B 間および C, D 間における直径, 樹高, 材積は著しく異なつた傾向をもつ成長をしていることがうかがわれる。

4. 過去の林分構造の分析

本報告では立木については樹幹解析の資料のみに基づく回帰分析の結果を述べよう。この分析を行なう前提として現在の林分材積は直径, 樹高の測定値から材積表により求められているので、この材積表による値を樹幹解析による実材積に補正する必要がある。

(a) 材積表材積の実材積への補正

過去の林分材積を推定してゆく場合に、現在の林分材積が基本になる。したがって直径、樹高の測定により材積表から求めた材積を、樹幹解析を行なった標本木の実材積と材積表材積との関係を利用して実材積に補正する必要がある。YATES の方法⁸⁾によれば、材積表材積を x 、それに応ずる実材積を y とすれば、

$$y = \bar{y} + \frac{1}{b'}(x - \bar{x}) \dots\dots\dots(1)$$

という回帰式により材積表材積を実材積に補正できる。ここに b' は y に関する x の回帰係数で

$$b' = \frac{S_{xy}}{S_y^2} = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(y - \bar{y})^2},$$

で与えられる。この x に材積表による全林の平均材積 \bar{X} をいれれば

$$\bar{Y} = \bar{y} + \frac{1}{b'}(\bar{X} - \bar{x}) \dots\dots\dots(2)$$

により実材積の平均が推定され、 N を全本数とすれば、

$$\hat{Y} = N\bar{Y} \dots\dots\dots(3)$$

により全林の実材積が推定される。

(2) の抽出分散は

$$\text{var}(\bar{Y}) = \frac{(\bar{X} - \bar{x})^2 \text{var}(b')}{b'^4} + \frac{\text{var}(\bar{X})}{b'^2} \frac{\{\text{var}(x) - \text{var}(x_l)\}}{\text{var}(x)} + \frac{(n_1 - n) \text{var}(x_l)}{b'^2 n n_1} \dots\dots\dots(4)$$

で与えられる。ここに

$$\text{var}(b') = \frac{s_{xy}^2}{S_y^2} = (S_y^2 - b' S_{xy}) / (n - 2) S_y^2$$

$\text{var}(x)$ は x の分散

$\text{var}(\bar{X})$ は \bar{X} の抽出分散

$\text{var}(x_l) = s_{xv}^2$ (残差分散)

n_1 は x の推定のための標本数

n は回帰に使用した標本数

である。

本例では $\text{var}(\bar{X}) = 0$, $n_1 = N$ であるから

$$\text{var}(\bar{Y}) = \frac{(\bar{X} - \bar{x})^2 \text{var}(b')}{b'^4} + \frac{N - n}{N} \frac{s_{xv}^2}{b'^2 n} \dots\dots\dots(5)$$

であり、(3) の分散は

$$\text{var}(\hat{Y}) = N^2 \text{var}(\bar{Y}) \dots\dots\dots(6)$$

で求められる。過去の林分材積の推定にはこの $\text{var}(\bar{Y})$ がまず評価されなければならない。

A, B, C, D 各標準地について Table 2 の樹幹解析木の現在の実材積と、それに応ずる材積表材積を表示すれば Table 7 のとおりである。

(2) 式および (5) 式を用いて上表から計算した実材積の推定量、およびその推定誤差は Table 8 のとおりである。

Table 7. 材積表材積と実材積の関係
Relation between actual volumes by the stem analysis and
presumed volumes by the volume table.

A			B		
No.	x	y	No.	x	y
2	0.0860	0.0812	6	0.1210	0.1117
20	0.2160	0.2204	16	0.0940	0.0895
31	0.2840	0.2611	24	0.3950	0.3824
79	0.5450	0.5051	43	0.0230	0.0243
83	0.2200	0.2107	52	0.1670	0.1560
84	0.3540	0.3384	94	0.0730	0.0635
85	0.4230	0.3842	100	0.0360	0.0368
100	0.2580	0.2271	105	0.3380	0.3119
107	0.2160	0.2139	112	0.1080	0.0836
110	0.1970	0.1716	造—11	0.1970	0.2340
造—1	0.2670	0.2473	//—12	0.1780	0.1799
//—2	0.5090	0.5276	//—13	0.1780	0.1770
//—3	0.2430	0.2584	//—14	0.1250	0.1342
//—4	0.3690	0.3572	//—15	0.1250	0.1178
//—5	0.2200	0.2258	//—16	0.0880	0.0916
//—6	0.2840	0.2622	//—17	0.0640	0.0639
//—7	0.1560	0.1537	//—18	0.0500	0.0479
//—8	0.1370	0.1235	//—19	0.0460	0.0473
//—9	0.4800	0.4937			

C			D		
No.	x	y	No.	x	y
8	0.0340	0.0392	5	0.1290	0.1228
22	0.0110	0.0105	7	0.0800	0.0777
23	0.1170	0.1180	19	0.1080	0.1064
28	0.0140	0.0136	27	0.1080	0.0978
35	0.0340	0.0289	39	0.1210	0.1100
36	0.0420	0.0412	45	0.0630	0.0675
49	0.0330	0.0365	55	0.0800	0.0766
51	0.0340	0.0363	61	0.1820	0.1820
67	0.0310	0.0312	64	0.1030	0.0936
70	0.0400	0.0376	67	0.0950	0.0842
79	0.0460	0.0546	79	0.1140	0.1101
109	0.0360	0.0283	87	0.1400	0.1345
117	0.0310	0.0417	95	0.0330	0.0359
122	0.1360	0.1191	造—31	0.1250	0.1260
128	0.0920	0.0831	//—32	0.0950	0.0936
造—21	0.0460	0.0467	//—33	0.0640	0.0679
//—22	0.0260	0.0275	土—6	0.0880	0.0991
//—23	0.0090	0.0108			
土—5	0.0160	0.0186			

注) x: 材積表材積 Presumed volume by volume table.
y: 実材積 Actual volume by stem analysis.

Table 8. 実材積への材積表材積の補正
Calibration presumed volumes by the volume table to actual volumes by regression.

Plot	$y = \bar{y} + \frac{1}{b'}(x - \bar{x})$	材積表による 全林平均材積 (\bar{X}) Mean plot volume by the volume table	推定実材積 (\bar{Y}) Estimated actual volume	\bar{Y} の標準誤差 ($t\sqrt{\text{var}(\bar{Y})}$) Standard error of \bar{Y} at 95 % confidence coefficient	\bar{Y} の信頼限界 ($\bar{Y} \pm t\sqrt{\text{var}(\bar{Y})}$) Confidence limit of \bar{Y} at 95 % confidence coefficient	推定誤差率 ($t\sqrt{\text{var}(\bar{Y})}$ / \bar{Y}) $\times 100$ Error percentage
		m^3	m^3	m^3	m^3	%
A	$y = 0.27701$ $+ 1.0040$ ($x - 0.28758$)	0.2835 (26.3)	0.27291 (217.9)	0.00796	0.27291 ± 0.00796 (224.2~211.5)	2.9
B	$y = 0.13074$ $+ 0.98582$ ($x - 0.13367$)	0.1420 (124.2)	0.13895 (121.9)	0.00753	0.13895 ± 0.00753 (128.1~115.0)	5.4
C	$y = 0.04334$ $+ 0.92383$ ($x - 0.04358$)	0.0459 (60.7)	0.04548 (60.2)	0.00294	0.04548 ± 0.00294 (64.1~56.3)	6.5
D	$y = 0.09916$ $+ 0.96715$ ($x - 0.10165$)	0.1102 (104.7)	0.10743 (102.0)	0.00322	0.10743 ± 0.00322 (105.1~99.0)	3.0

注) (1) 括弧内の数字は ha あたりを表わす。Figures in bracket show values per hectare.
(2) t は 95% 信頼度での t 表の値で A, C では 2.101, B は 2.110, D は 2.120 である。
t is a value of t table at 95% confidence coefficient.

t=2.101 in A and C plot
t=2.110 in B plot
t=2.120 in D plot

これによれば A 標準地は材積表材積による推定は実材積と有意な差が認められるが、他は差は認められない。これからの分析は \bar{Y} および $\text{var}(\bar{Y})$ をもとにして過去の林分材積の推定を行なつてゆく。

(b) 立木のみ過去の林分材積の推定⁴⁾⁶⁾

樹幹解析木の現在の皮付材積を y_i , 皮内材積を y_{ib} , 過去の材積を x_j (j は i に近い 5 の倍数で $i \geq j$) とすれば, y_i と $x_j, x_{j-5}, x_{j-10}, x_{j-15} \dots x_{10}, x_5$ の相関係数はだんだん小さくなってゆくことが想像される。したがつて, x_j の材積を推定する場合に, x_j と y_i の関係から

$$x_j = a + by_i$$

の回帰式を作り (2) 式により推定された \bar{Y} を y_i にいれて

$$\bar{X}_j = a + b\bar{Y} \dots \dots \dots (7)$$

により j の時点での単木平均材積が推定できる。

また別の方法として, まず y_i と y_{ib} の関係を

$$y_{ib} = a' + b'y_i$$

として求め

$$\bar{Y}_{ib} = a' + b'\bar{Y}$$

により皮内の平均材積を求め, ついで y_{ib} と x_j の関係を

$$x_j = a'' + b''y_{ib}$$

として求めて

$$\bar{X}_j = a'' + b''\bar{Y}_{ib} \dots\dots\dots(8)$$

により推定する方法も考えられる。

(7) と (8) の推定のいずれが効率が良いかは次のようにして判定される。後の実例でわかるように継時の材積の相関は非常に高いので、回帰係数の抽出誤差を無視すれば、近似的に (7) の分散は次式で与えられる。

$$\text{var}(\bar{X}_j) = s_{x_j}^2(1 - r_{x_j y_i}^2) + b'^2 \text{var}(\bar{Y}) \dots\dots\dots(9)$$

ここに $s_{x_j}^2$ は x_j の平均値の分散、 $r_{x_j y_i}$ は x_j と y_i の相関係数、 $\text{var}(\bar{Y})$ は (5) 式によつて与えられる \bar{Y} の推定分散である。

同様に (8) 式の分散は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{X}_j) &= s_{x_j}^2(1 - r_{x_j y_{ib}}^2) + b''^2 \text{var}(\bar{Y}_{ib}) \\ &= s_{x_j}^2(1 - r_{x_j y_{ib}}^2) + b''^2 [s_{y_{ib}}^2(1 - r_{y_{ib} y_i}^2) + b'^2 \text{var}(\bar{Y})] \\ &= s_{x_j}^2(1 - r_{x_j y_{ib}}^2) + b''^2 s_{y_{ib}}^2(1 - r_{y_{ib} y_i}^2) + b''^2 b'^2 \text{var}(\bar{Y}) \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

(9) 式と (10) 式の差をとれば

$$D = s_{x_j}^2(r_{x_j y_{ib}}^2 - r_{x_j y_i}^2) + (b^2 - b''^2 b'^2) \text{var}(\bar{Y}) - b''^2 s_{y_{ib}}^2(1 - r_{y_{ib} y_i}^2)$$

ここにおいて、 $r_{x_j y_i} < r_{x_j y_{ib}}$ 、 $b'' < b' < b$ であるから $b''^2 b'^2 < b^2$ したがつて 1 項と 2 項は正である。しかし 3 項は負であるから、 D は回帰係数 b 、 b' 、 b'' 相関係数 $r_{x_j y_{ib}}$ 、 $r_{x_j y_i}$ 、 $r_{y_{ib} y_i}$ および分散 $s_{x_j}^2$ 、 $\text{var}(\bar{Y})$ 、 $s_{y_{ib}}^2$ の大小により負にも正にもなる。

したがつて数値計算により (9)、(10) の大小を比較して (7) または (8) いずれかの推定方法を採用すればよい。

次に x_{j-5} の推定は簡単なため (7) の推定式により \bar{X}_j が推定されたとすれば、 x_{j-5} と x_j との回帰式

$$x_{j-5} = A + Bx_j$$

を作り

$$\bar{X}_{j-5} = A + B\bar{X}_j \dots\dots\dots(11)$$

により求めればよい。この推定方法を

$$x_{j-5} = A' + B'y_i$$

という回帰式から

$$\bar{X}_{j-5} = A' + B'\bar{Y} \dots\dots\dots(12)$$

により推定したものととの効率の比較は

$$\text{var}(\bar{X}_{j-5}) = s_{x_{j-5}}^2(1 - r_{x_{j-5}x_j}^2) + B^2\text{var}(\bar{X}_j)$$

と

$$\text{var}(\bar{X}_{j-5}) = s_{x_{j-5}y_i}^2(1 - r_{x_{j-5}y_i}^2) + B'^2\text{var}(\bar{Y})$$

の大小により小さい方を採用すればよい。

このような方法を繰り返かえて x_5 までの推定を行なえば良好な推定量およびその抽出誤差が評価されよう。

A 標準地の実例によつて、この方法で過去林分材積の推定を行なつてみよう。

まず y_{53} , y_{ib} , x_{50} , x_{45} , x_{40} , x_{35} , x_{30} , x_{25} , x_{20} , x_{15} , x_{10} , x_5 相互間の相関係数を計算すると Table 9 のとおりである。

これを図示すれば Fig. 1 のようになる。

これによればある時点の材積はそれに近い時点の材積と相関が高く、それより遠ざかるにつれて相関係数は小さくなつていくことがわかる。幼齢においては材積の成長が旺盛なためその変化が大で急激に相関係数は小さくなり、壮齢時におけるような規則性はみられない。本例においては 15 年以下においてその不規則性があらわれている。さらに注意しなければならないことは二、三の例外はあるが、ある時点の材積はそれより 5 年後の材積の方が 5 年前の材積よりも相関が高いことである。しかし林分材積の分散は 5 年後よりも 5 年前の方が小さいので、推定精度はあまり差がないであろう。いずれにしてもわれわれは、現在の時点からさかのぼつて過去を推定してゆかなければならない。前述の論法により A 標準地の例で推定を行なつてみよう。

y_{53} と x_{50} との回帰式を Table 2 の 19 本の標本木で計算すると次のとおりである。

$$x_{50} = 0.000739 + 0.79185795 y_{53}$$

この y_{53} に Table 8 の $\bar{Y} = 0.27291$ をいれると 50 年の単木平均皮内材積

Table 9. 材積の相関係数
Correlation coefficients of the volume.

	y_{53}	y_{ib}	x_{50}	x_{45}	x_{40}	x_{35}	x_{30}	x_{25}	x_{20}	x_{15}	x_{10}	x_5
y_{53}	1.0000	0.9985	0.9967	0.9928	0.9812	0.9594	0.9093	0.8760	0.8112	0.7921	0.7734	0.6295
y_{ib}	0.9985	1.0000	0.9983	0.9948	0.9832	0.9626	0.9140	0.8825	0.8198	0.8012	0.7791	0.6278
x_{50}	0.9967	0.9983	1.0000	0.9973	0.9895	0.9705	0.9267	0.8968	0.8396	0.8190	0.7933	0.6367
x_{45}	0.9928	0.9948	0.9973	1.0000	0.9955	0.9810	0.9446	0.9169	0.8587	0.8411	0.8218	0.6736
x_{40}	0.9812	0.9832	0.9895	0.9955	1.0000	0.9932	0.9670	0.9433	0.8924	0.8786	0.8453	0.6770
x_{35}	0.9594	0.9626	0.9705	0.9810	0.9932	1.0000	0.9864	0.9712	0.9270	0.9148	0.8745	0.6889
x_{30}	0.9093	0.9140	0.9267	0.9446	0.9670	0.9864	1.0000	0.9938	0.9596	0.9525	0.9296	0.7401
x_{25}	0.8760	0.8825	0.8968	0.9169	0.9433	0.9712	0.9938	1.0000	0.9800	0.9746	0.9429	0.7419
x_{20}	0.8112	0.8198	0.8396	0.8587	0.8924	0.9270	0.9596	0.9800	1.0000	0.9912	0.9244	0.6869
x_{15}	0.7921	0.8012	0.8190	0.8411	0.8786	0.9148	0.9525	0.9746	0.9912	1.0000	0.9406	0.7139
x_{10}	0.7734	0.7791	0.7933	0.8218	0.8453	0.8745	0.9296	0.9429	0.9244	0.9406	1.0000	0.8685
x_5	0.6295	0.6278	0.6367	0.6736	0.6770	0.6889	0.7401	0.7419	0.6869	0.7139	0.8685	1.0000

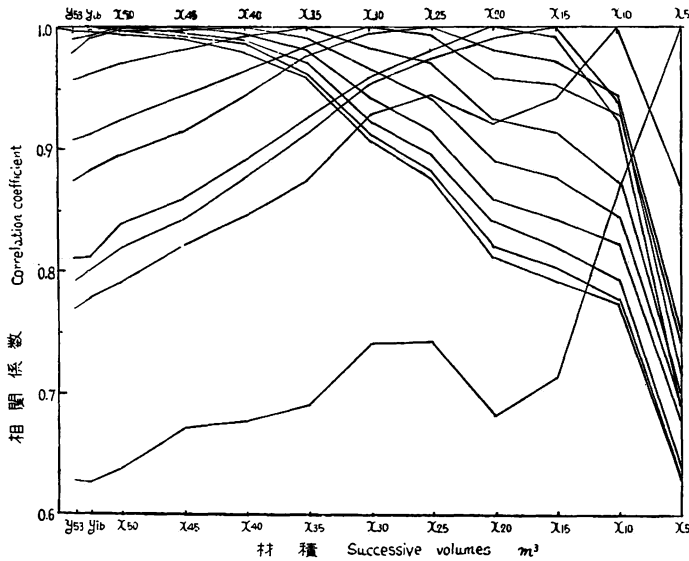


Fig. 1 継時点での材積の相関係数
Diagram of correlation coefficient of successive volumes in plot A.

$$\bar{x}_{50} = 0.21684$$

が得られる。

また y_{ib} を中間に利用すれば

$$y_{ib} = -0.010253 + 0.91080255 y_{58}$$

において y_{58} に $\bar{y} = 0.27291$ をいれて

$$\bar{y}_{ib} = 0.23831$$

を得、さらに Table 2 の y_{ib} と x_{50} の関係から

$$x_{50} = 0.009595 + 0.86964639 y_{ib}$$

を得、 y_{ib} に $\bar{y}_{ib} = 0.23831$ をいれて

$$\bar{x}_{50} = 0.21684$$

をうる。これは前に得られた結果と完全に同じである。この2つの方法のいずれが精度がよいかを検討してみよう。Table 2 から

$$Sx_{50}^2 = \sum(x - \bar{x}_{50})^2 = 0.1828689748$$

であるから

$$s_{x_{50}}^2 = Sx_{50}^2 / n(n-1) = \frac{0.1828689748}{19 \times 18} = 0.00053470460$$

$$r_{x_{50}y_{58}} = 0.9967 \text{ から}$$

$$1 - r^2_{x_{50}y_{58}} = 0.00658911$$

したがって

$$s_{x_{50}}^2(1-r_{x_{50}y_{53}}^2)=0.000003523227$$

また

$$b=0.79185795$$

Table 8 から

$$\text{var}(\bar{Y})=0.000015871346$$

であるから

$$b^2\text{var}(\bar{Y})=0.000009951953$$

したがって

$$\begin{aligned}\text{var}(\bar{X}_{50}) &= 0.000003523227 + 0.000009951953 \\ &= 0.000013475180\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\text{var}(\bar{X}_{50})}=0.003671$$

次に y_{ib} を中間に利用した場合の分散は次のようにして計算される。Table 2 から

$$S_{y_{ib}}^2 = \sum (y - \bar{y}_{ib})^2 = 0.2410656318$$

であるから

$$s_{\bar{y}_{ib}}^2 = \frac{0.2410656318}{19 \times 18} = 0.00070487027$$

$$1 - r_{y_{ib}y_i}^2 = 1 - 0.9985^2 = 0.00299775$$

したがって

$$s_{\bar{y}_{ib}}^2(1 - r_{y_{ib}y_i}^2) = 0.00000211302$$

また

$$b' = 0.91080255$$

$$\text{var}(\bar{Y}) = 0.000015871346$$

であるから

$$b'^2\text{var}(\bar{Y}) = 0.000013166254$$

したがって

$$\begin{aligned}\text{var}(\bar{Y}_{ib}) &= 0.00000211302 + 0.000013166254 \\ &= 0.000015279274\end{aligned}$$

また

$$1 - r_{x_{50}y_{58}}^2 = 1 - 0.9983^2 = 0.00339711$$

であるから

$$\begin{aligned}s_{x_{50}}^2(1 - r_{x_{50}y_{58}}^2) &= 0.00053470460 \times 0.00339711 \\ &= 0.000001816450\end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned}b'^2\text{var}(\bar{Y}_{ib}) &= 0.86964639^2 \times 0.000015279274 \\ &= 0.000011555483\end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{X}_{50}) &= 0.000001816450 + 0.000011555483 \\ &= 0.000013371933 \\ \therefore \sqrt{\text{var}(\bar{X}_{50})} &= 0.003657 \end{aligned}$$

これは前に得られた 0.00367 よりもわずかに小さいが、95%信頼度での誤差率は、前者は

$$3.57\% \left[= \frac{2.110 \times 0.003671}{0.21684} \right], \text{ 後者は } 3.56\% \left[= \frac{2.110 \times 0.003657}{0.21684} \right]$$

とほとんど変わらない。したがって、われわれは簡単な x_{50} と y_{53} との関係を \bar{X}_{50} の推定に利用する。すなわち

$$\bar{X}_{50} = 0.21684, \text{ var}(\bar{X}_{50}) = 0.000013475180$$

が求むる 50 年での推定平均皮内材積と抽出分散である。

次に \bar{X}_{45} を推定するのに x_{45} と y_{53} の関係を用いた場合と、 x_{45} と x_{50} の関係を用いた場合を比較しよう。

Table 2 の x_{45} と x_{50} との関係から

$$x_{45} = 0.006624 + 0.80088064 x_{50}$$

を得、前に求めた $\bar{X}_{50} = 0.21684$ を x_{50} にいれて

$$\bar{X}_{45} = 0.18029$$

をうる。また x_{45} と y_{53} との関係から

$$x_{45} = 0.007428 + 0.63341624 y_{53}$$

を得、前に求めた $\bar{Y} = 0.21684$ を y にいれて

$$\bar{X}_{45} = 0.18029$$

をうる。いずれも同じ結果である。前と同様に相関係数 $r_{x_{45}x_{50}} = 0.9973$, $r_{x_{45}y_{53}} = 0.9928$, $\text{var}(\bar{X}_{50}) = 0.000013475180$, $\text{var}(\bar{Y}) = 0.000015871346$ を用いて分散を計算すれば、前者は 0.000010502599, 後者は 0.000011315296 となり、前者がわずかによい。したがって

$$\begin{aligned} \bar{X}_{45} &= 0.18029 \\ \text{var}(\bar{X}_{45}) &= 0.000010502599 \end{aligned}$$

が求むる 45 年での推定平均皮内材積および抽出分散である。この場合の誤差率は

$$\sqrt{\text{var}(\bar{X}_{45})} = 0.003241$$

であるから、

$$3.8\% \left[= \frac{2.110 \times 0.003241}{0.18029} \right]$$

* 2.110 は自由度 19-2=17 での危険率 0.05 の t 表の値である。

回 帰 式	\bar{X}	var(\bar{X})	$\sqrt{\text{var}(\bar{x})}$	$P = \frac{2.110\sqrt{\text{var}(\bar{X})}}{\bar{X}} \times 100\%$
$X_{40} = 0.013504 + 0.59949206X_{50}$	0.14350	0.000008942437	0.002990	4.4
◎ $X_{40} = 0.008089 + 0.75103863X_{45}$	0.14349	0.000007686348	0.002772	4.2
$X_{35} = 0.009715 + 0.53335811X_{45}$	0.10587	0.000006824321	0.002612	5.2
◎ $X_{35} = 0.003151 + 0.71579593X_{40}$	0.10586	0.000005319776	0.002306	4.6
$X_{30} = 0.003465 + 0.49350610X_{40}$	0.07428	0.000005189936	0.002278	6.5
◎ $X_{30} = 0.000326 + 0.69846697X_{35}$	0.07427	0.000003976164	0.001994	5.7
$X_{25} = 0.001667 + 0.46354569X_{35}$	0.05076	0.000002461260	0.001569	6.5
◎ $X_{25} = 0.000988 + 0.66979739X_{30}$	0.05075	0.000002070838	0.001439	6.0
$X_{20} = 0.002544 + 0.44890977X_{30}$	0.03589	0.000001686914	0.001299	7.6
◎ $X_{20} = 0.001368 + 0.68020337X_{25}$	0.03589	0.000001401127	0.001184	7.0
$X_{15} = -0.000007 + 0.32675945X_{30}$	0.02427	0.000000982481	0.000991	8.6
◎ $X_{15} = -0.000914 + 0.49609843X_{25}$	0.02426	0.000000811390	0.000901	7.8
$X_{15} = -0.001822 + 0.72689074X_{20}$	0.02427	0.000000845728	0.000920	8.0
$X_{10} = -0.004520 + 0.37106561X_{20}$	0.00880	0.000000455157	0.000675	16.2
◎ $X_{10} = -0.003698 + 0.51485583X_{15}$	0.00879	0.000000422857	0.000650	15.6
$X_5 = -0.000747 + 0.05151887X_{15}$	0.00050	0.000000017517	0.000132	55.7
◎ $X_5 = -0.000507 + 0.11449646X_{10}$	0.00050	0.000000013241	0.000115	48.5

である。

同様な方法をくりかえして求めた $\bar{X}_{40}, \bar{X}_{35}, \dots, \bar{X}_5$ の値およびその推定誤差率を次にかかげておく。参考のため比較した式も併記しておこう。採用したものに◎がつけてある。

15年の材積の推定に10年前の25年の材積を利用した以外は、すべて5年前の材積を用いた場合がいちばん精度がよい。また過去になるにしたがってその推定精度は悪くなり、5年の材積の推定は48.5%となり大きい。しかし、15年までの推定は10%以内でおこなわれていることは注目に値しよう。このように継時の材積の相関が高いような場合には、単なる無作為抽出よりは回帰を用いた方がその効率が大きであることが、この例からもわかるであろう。すなわち、回帰の分散は無作為抽出の分散の3~10%の大きさであり、精度の悪い5年の推定でも約25%であった。

上の方法をB, C, D標準地に適用して推定した各時点の推定平均皮内材積、相関係数および推定誤差率をA標準地の結果とあわせてTable 10にかかげておく。

(c) 伐根調査資料による立木材積の推定

伐根は地上0.0mで各齢階別にその直径を測定した。伐根直径から立木材積を推定するために、樹幹解析木の地上0.0mの各齢階ごとの直径 D_0 とその齢階の皮内材積との関係を

$$V = a'D_0^b \dots\dots\dots(13)$$

により求めた。両辺の対数をと

$$\log V = \log a' + b \log D_0$$

$\log V = Y, \log a' = a, \log D_0 = X$ において

Table 10. 標準地ごと推定皮内平均材積, 相関係数および推定誤差率
Estimated mean volumes inside bark, correlation coefficients and error percentage
at 95% confidence coefficient of each plot.

標準地	林齢	推定皮内材積	相関係数	95%信頼度での推定誤差率	標準地	林齢	推定皮内材積	相関係数	95%信頼度での推定誤差率
Plot	Age	Estimated volume inside bark	Correlation coefficient	Error percentage at 95% confidence coefficient	Plot	Age	Estimated volume inside bark	Correlation coefficient	Error percentage at 95% confidence coefficient
	(year)	(m ³)		(%)		(year)	(m ³)		(%)
A	5	0.00050	X ₅ :X ₁₀ 0.8645	49.0	B	5	0.00021	X ₅ :X ₁₀ 0.8636	40.9
	10	0.00879	X ₁₀ :X ₁₅ 0.9406	17.2		10	0.00372	X ₁₀ :X ₁₅ 0.9661	21.4
	15	0.02426	X ₁₅ :X ₂₅ 0.9746	9.3		15	0.01384	X ₁₅ :X ₂₀ 0.9916	13.1
	20	0.03589	X ₂₀ :X ₂₅ 0.9800	8.4		20	0.02085	X ₂₀ :X ₂₅ 0.9873	11.4
	25	0.05075	X ₂₅ :X ₃₀ 0.9938	6.0		25	0.02777	X ₂₅ :X ₃₀ 0.9806	10.0
	30	0.07427	X ₃₀ :X ₃₅ 0.9864	7.1		30	0.04114	X ₃₀ :X ₃₅ 0.9933	8.3
	35	0.10586	X ₃₅ :X ₄₀ 0.9932	4.6		35	0.04996	X ₃₅ :X ₄₀ 0.9893	7.4
	40	0.14349	X ₄₀ :X ₄₅ 0.9955	4.1		40	0.06881	X ₄₀ :X ₄₅ 0.9922	6.3
	45	0.18029	X ₄₅ :X ₅₀ 0.9973	3.8	45	0.08792	X ₄₅ :X ₅₀ 0.9975	5.3	
	50	0.21684	X ₅₀ :Y ₅₈ 0.9967	3.6	50	0.10641	X ₅₀ :Y ₅₈ 0.9984	4.9	
C	5	0.00008	X ₅ :X ₁₀ 0.9681	18.6	D	5	0.00020	X ₅ :X ₁₀ 0.8530	23.4
	10	0.00090	X ₁₀ :X ₁₅ 0.9906	15.7		10	0.00314	X ₁₀ :X ₁₅ 0.9307	14.2
	15	0.00569	X ₁₅ :X ₂₀ 0.9919	14.5		15	0.01892	X ₁₅ :X ₂₀ 0.9468	8.8
	20	0.01445	X ₂₀ :X ₂₅ 0.9827	11.7		20	0.04137	X ₂₀ :X ₂₅ 0.9687	5.2
	25	0.02653	X ₂₅ :X ₃₀ 0.9931	8.0		25	0.06441	X ₂₅ :X ₃₀ 0.9838	3.9
	30	0.03530	X ₃₀ :Y ₃₂ 0.9950	6.4	30	0.08435	X ₃₀ :Y ₃₂ 0.9968	3.0	

$$Y = a + bX \dots\dots\dots(14)$$

を各齡階ごとに求めた。

ついで齡階間の分散の一様性の検定を BARTLETT の方法⁷⁾ を用いて行ない、さらに回帰係数、回帰定数の検定⁵⁾ を行なつて齡階間に差のないものは一諸にして回帰式を作つた。この方法を A 標準地を例にとつて説明しよう。

樹幹解析木 19 本のうち 9 本は他の部の測定木で地上 0.0 m の測定が行なわれていなかったもので、われわれが測定した 10 本のみこの分析に用いた。各齡階ごとの和、偏差平方和、偏差積和、残差平方和、残差分散は Table 11 のとおりである。

ここに

$$S_x^2 = \sum (X - \bar{X})^2$$

$$S_{xy} = \sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})$$

$$S_y^2 = \sum (Y - \bar{Y})^2$$

$$Sd_{yx^2} = S_y^2 - (S_{xy})^2 / S_x^2$$

$$s_{yx^2} = \frac{Sd_{yx^2}}{n-2}$$

n = 標本数

である。

Table 11. A 標準地の検定準備表
Preparation table of test of significance of variance.: A plot.

級 Class k	標本数 Sample size n	$\sum X$	$\sum Y$	S_x^2	S_{xy}	S_y^2	$Sd_{y \cdot x^2}$	s_{yx^2}
1 (5年)	10	4.6509	14.72880	0.51750223	1.38006554	4.01279948	0.33246579	0.04155822
2 (10年)	10	9.1204	28.79150	0.13334602	0.34926096	1.01004019	0.09525310	0.01190664
3 (15年)	10	10.7149	33.49686	0.05937419	0.16028789	0.44825117	0.01553440	0.00194180
4 (20年)	10	11.2885	35.20804	0.05744284	0.15553895	0.43526238	0.01410693	0.00176337
5 (25年)	10	11.8845	36.67751	0.06426758	0.15625031	0.41878090	0.03889793	0.00486224
6 (30年)	10	12.5684	38.30673	0.05277080	0.14302432	0.42482165	0.03718386	0.00464798
7 (35年)	10	13.2251	39.74433	0.05789481	0.14857755	0.40928249	0.02798254	0.00349782
8 (40年)	10	13.7068	41.00541	0.06781082	0.16036800	0.41686329	0.03760382	0.00470048
9 (45年)	10	14.0656	41.91843	0.07652168	0.17089473	0.41484040	0.03318374	0.00414797
10 (50年)	10	14.3902	42.65329	0.08753622	0.18884381	0.43602021	0.02862331	0.00357791
11 (53皮内)	10	14.5491	43.02382	0.08926907	0.19322223	0.44566929	0.02744123	0.00343015
12 (53皮付)	10	14.6947	43.73196	0.08863528	0.18696233	0.41948937	0.02512143	0.00314018

自由度を $f=n-2$ とし、上表から $\log(s_{yx^2})$, $f \log(s_{yx^2})$ を各級ごとに求め、上の2つの級について (class 1, 2)

$$\sum Sd_{yx^2}, \sum f, \sum f \log(s_{yx^2})$$

を計算して

$$S^2 = \frac{\sum Sd_{yx^2}}{\sum f}$$

から

$$S^2 \sum f - \sum f \log(s_{yx^2})$$

を求めておく。補正項として

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum \frac{1}{f} - \frac{1}{\sum f} \right)$$

を計算して

$$\chi^2 = \frac{1}{0.434294} \left[\frac{S^2 \sum f - \sum f \log(s_{yx^2})}{C} \right]$$

$$= 2.3026 \left[\frac{S^2 \sum f - \sum f \log(s_y x^2)}{C} \right]$$

を求め、自由度 1 (class の数 - 1), 危険率 0.05 の χ^2 の値 χ_0^2 を比較して $\chi_0^2 > \chi^2$ であれば分散に差はなく一諸にし, $\chi_0^2 < \chi^2$ であれば分散に差が認められるので別な級にする。級 1 と級 2 が差がなければ次の級 3 と同様な検定をくりかえして級わけを行なう。このようにして検定を行なった結果は、級 1 と級 2 が 1 つの群、それ以上級 3 ~ 級 12 が 1 つの群の 2 つの群にわけられた。

つづいて各群の級内で回帰係数, $b = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$, 回帰定数, $a = \bar{y} - b\bar{x}$ ($\bar{y} = \frac{\sum Y}{n}$, $\bar{x} = \frac{\sum X}{n}$) を求め、まず分散分析によって回帰係数の検定を行ない、差がないものについて回帰定数の検定を行なった結果、Table 12 のような群にわけられ、群内の回帰式および相関係数 (r) が得られた。群の Y の分散を s_y^2 とすれば平均値の分散は $s_{\bar{y}}^2 = \frac{s_y^2}{n}$ であり、 $s_y^2(1-r^2)$ を各群内で求め、これを真数にもどして $\left\{ 10^{s_{\bar{y}}^2(1-r^2)} - 1 \right\} \times 100\%$ により推定の誤差率を求めたものが併記してある⁴⁾。群内の括弧内の数字はそれに含まれる年齢を示す。B, C, D 標準地について同様な検定をくりかえして群わけした結果も同時ににかけておこう。

Table 12 でわかるように抽出誤差率は非常に小さいので推定の誤差は無視してよいくらいである。これらの伐根直径から立木皮内材積を推定する回帰式を用いて、標準地ごとに各年齢ごとに伐根直径測定値から立木皮内材積を推定したものが Table 13 である。

Table 12. 伐根直径から材積を推定する回帰式

Regression equations which are used to estimate the tree volume from the stump diameter: $X = \log D_0$, $Y = \log V$, $D_0 =$ stump diameter, $Y =$ tree volume.

標準地 Plot	群 (年齢階級) Group (age class)	標本数 Sample size	回 帰 式 Regression equation	推定誤差率 Error percentage	相 関 係 数 Correlation coefficient of X and Y
A	1(5, 10) year	20	$Y = 0.14247 + 2.95331 X$	0.32	0.9821
	2(15)	10	$Y = 0.45707 + 2.69962 X$	0.04	0.9825
	3(20~40)	50	$Y = 0.75107 + 2.44743 X$	0.02	0.9801
	4(50)	20	$Y = 1.10561 + 2.19497 X$	0.04	0.9640
	5(53)	10	$Y = 1.15324 + 2.16449 X$	0.07	0.9688
B	1(5)	9	$Y = 0.25034 + 2.35930 X$	0.07	0.9282
	2(10)	9	$Y = 0.49616 + 3.47261 X$	0.05	0.9484
	3(15)	9	$Y = -0.021721 + 3.03370 X$	0.07	0.9888
	4(20~50)	63	$Y = 0.78670 + 2.37477 X$	0.02	0.9858
	5(53)	9	$Y = 1.00200 + 2.22998 X$	0.04	0.9951
C	1(5~20)	60	$Y = 0.22741 + 2.64540 X$	0.18	0.9758
	2(30~32)	45	$Y = 0.57622 + 2.45352 X$	0.05	0.9489
D	1(5)	13	$Y = 0.36937 + 2.25802 X$	1.28	0.7795
	2(10)	13	$Y = -0.83776 + 4.00772 X$	0.39	0.8607
	3(15)	13	$Y = 0.31902 + 2.68100 X$	0.11	0.8912
	4(20, 25)	26	$Y = 1.23151 + 1.97004 X$	0.04	0.9318
	5(30, 32)	26	$Y = 1.51845 + 1.80000 X$	0.03	0.9319

Table 13. 伐根直径から推定した立木皮内材積
Tree volume inside bark estimated from the stump diameter.

齡 階 Age class	A		B	
	伐 根 本 数 Number of stump measurement	立木皮内材積 Tree volumes inside bark	伐 根 本 数 Number of stump measurement	立木皮内材積 Tree volumes inside bark
	(numbers)	m^3	(numbers)	m^3
5	105	0.09268	81	0.01503
10	105	0.96456	81	0.30411
15	105	2.23811	79	1.17455
20	94	2.74158	60	1.42198
25	88	3.42600	37	0.98045
30	84	4.18799	29	1.00871
35	62	4.19199	21	0.86493
40	49	3.93162	14	0.80709
45	16	1.62072	11	0.85227
50	3	0.33857	7	0.70138

齡 階 Age class	C		D	
	伐 根 本 数 Number of stump measurement	立木皮内材積 Tree volumes inside bark	伐 根 本 数 Number of stump measurement	立木皮内材積 Tree volumes inside bark
	(numbers)	m^3	(numbers)	m^3
5	99	0.01025	85	0.01166
10	99	0.12509	85	0.18851
15	93	0.37661	75	0.72126
20	51	0.36847	49	1.20397
25	28	0.56294	20	0.92564
30	17	1.00953	14	0.99234
32	2	0.07900	2	0.15121

5. 過去の林分構造の推定

前の分析の結果を総合して過去の林分構造を推定してみよう。

(a) *ha* あたり立木本数の推定

現在の立木本数と齡階ごとの伐根調査本数とを加えたものが標準地の齡階ごとの立木本数で、それを標準地面積で割つたものが *ha* あたり推定立木本数である。計算の結果が Table 14 に A, B, C, D の4つの標準地について示してある。

伐根が腐朽したものが B では27本、C では34本、D では19本あつたがここでは考慮にいれていない。いずれにしても、幼齡時の本数についてはその信頼性が少ないことはいうまでもない。植栽本数がはつきりしていれば、それをもとにして修正することも考えられよう。ここでは不明であつたので推定した本数そのままを後の計算にも使用した。

(b) 過去の林分材積の推定および成長量の算出

齡階ごとに前節で推定した Table 10 の平均皮内材積に Table 14 の標準地の本数を乗じたものが標準

Table 14. 推定 ha あたり立木本数
Estimate stem number per hectare in each age class.

齡 階 Age class	A 本 数 Stem numbers		B 本 数 Stem numbers	
	標準地あたり Per plot	ha あたり Per ha	標準地あたり Per plot	ha あたり Per ha
5	236	1438	212	1416
10	236	1438	212	1416
15	236	1438	210	1403
20	225	1371	191	1276
25	219	1335	168	1122
30	215	1310	160	1069
35	193	1176	152	1015
40	180	1097	145	969
45	147	896	142	949
50	134	817	138	922
53	131	798	131	875

齡 階 Age class	C 本 数 Stem numbers		D 本 数 Stem numbers	
	標準地あたり Per plot	ha あたり Per ha	標準地あたり Per plot	ha あたり Per ha
5	230	2323	176	1837
10	230	2323	176	1837
15	224	2263	166	1733
20	182	1838	140	1461
25	159	1606	111	1159
30	148	1495	105	1096
32	133	1343	93	971

地あたり立木皮内材積で、それに Table 13 の伐根直径から推定立木皮内材積を加えたものが全立木皮内材積である。この値に幹材積樹皮係数を乗じて皮付立木材積に換算したものが、各齡階ごとの林分材積である。幹材積樹皮係数に幼齡より老齡になるにしたがつて小さくなる傾向があるが、現在事象における樹皮係数しかわれわれにはわからないので、現在の幹材積樹皮係数を全事象に適用した。幹材積樹皮係数 k_v は樹幹解析木の現在の皮付材積 y と皮内材積 y_{ib} から

$$k_v = \frac{\sum y}{\sum y_{ib}}$$

として求めた。標準地ごとの k_v の値は次のとおりである。

$$A = 1.14444$$

$$B = 1.15199$$

$$C = 1.20727$$

$$D = 1.16948$$

このようにして推定された材積を標準地面積で割つたものが ha あたり材積である。

Table 15. 齡階ごと林分材積および成長量
Estimate stand volume and increment in each age class.

A plot

齡階 Age class	標準地あたり Per plot		ha あたり Per ha		
	皮内材積 Volume inside bark	皮付材積 Volume outside bark	材積 Volume	連年成長量 Current annual growth	平均成長量 Mean growth
	m^3	m^3	m^3	m^3	m^3
5	0.15818	0.18103	1.1	2.74	0.22
10	2.11605	2.42169	14.8	4.60	1.48
15	5.41617	6.19848	37.8	2.82	2.52
20	7.44317	8.51826	51.9	3.68	2.60
25	10.07556	11.53087	70.3	5.36	2.81
30	13.91736	15.92758	97.1	5.76	3.24
35	18.05965	20.66819	125.9	6.52	3.60
40	22.72881	26.01176	158.5	3.50	3.96
45	25.23871	28.88419	176.0	4.90	3.91
50	28.74461	32.89648	200.5	5.80	4.01
53	—	35.75121	217.9		4.11

B plot

齡階 Age class	標準地あたり Per plot		ha あたり Per ha		
	皮内材積 Volume inside bark	皮付材積 Volume outside bark	材積 Volume	連年成長量 Current annual growth	平均成長量 Mean growth
	m^3	m^3	m^3	m^3	m^3
5	0.04254	0.04901	0.3	1.16	0.06
10	0.79143	0.91172	6.1	3.38	0.61
15	2.98759	3.44167	23.0	1.80	1.53
20	4.15333	4.78459	32.0	0.70	1.60
25	4.61832	5.32026	35.5	2.74	1.42
30	6.39805	7.37049	49.2	1.56	1.64
35	7.40969	8.53589	57.0	3.72	1.63
40	9.82120	11.31392	75.6	3.92	1.89
45	12.36979	14.24987	95.2	3.50	2.12
50	14.64109	16.86639	112.7	2.97	2.25
53	—	18.20245	121.6		2.29

C plot

齡階 Age class	標準地あたり Per plot		ha あたり Per ha		
	皮内材積 Volume inside bark	皮付材積 Volume outside bark	材積 Volume	連年成長量 Current annual growth	平均成長量 Mean growth
	m^3	m^3	m^3	m^3	m^3
5	0.02073	0.02503	0.3	0.54	0.06
10	0.24299	0.29335	3.0	2.14	0.30
15	1.12200	1.35456	13.7	2.78	0.91
20	2.26142	2.73014	27.6	4.32	1.38
25	4.03837	4.87540	49.2	3.90	1.97
30	5.63383	6.80155	68.7	-4.25	2.29
32	—	5.95788	60.2		1.88

D plot

年齢階 Age class	標準地あたり Per plot		ha あたり Per ha		
	皮内材積 Volume inside bark	皮付材積 Volume outside bark	材積 Volume	連年成長量 Current annual growth	平均成長量 Mean growth
5	0.02986 m^3	0.03492 m^3	0.4 m^3	1.08 m^3	0.08 m^3
10	0.47425	0.55463	5.8	4.80	0.58
15	2.44298	2.85702	29.8	6.12	1.99
20	4.96864	5.81073	60.7	4.44	3.04
25	6.78696	7.93721	82.9	4.58	3.32
30	8.66819	10.13727	105.8	1.90	3.53
32	—	9.77613	102.0		3.19

以上の方法で推定した標準地ごと年齢階ごとの皮内材積，皮付材積，ha あたり材積，連年成長量および平均成長量が Table 15 に示してある。

(c) 林分構造の推移と収穫表との比較

このようにして推定された林分構造の推移の状態と，収穫表のそれとを比較してみよう。

用いた収穫表は嶺博士調製の信州地方のカラマツ林分収穫表²⁾である。ha あたり本数，ha あたり材積，連年および平均成長量を収穫表4等地の数値と比較したのが Fig. 2~9 である。

Fig. 4 によれば，A は収穫表4等地と類似した材積の変化を示しているが，B は15年くらいからそれよりも下まわった生育過程を示している。Fig. 5 においても同様に D は収穫表4等地とほとんど同じ生

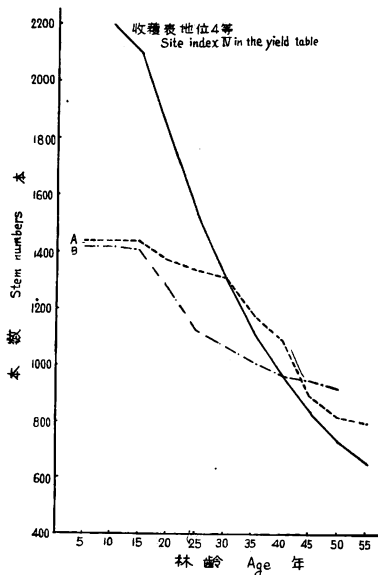


Fig. 2 本数
Stem numbers.

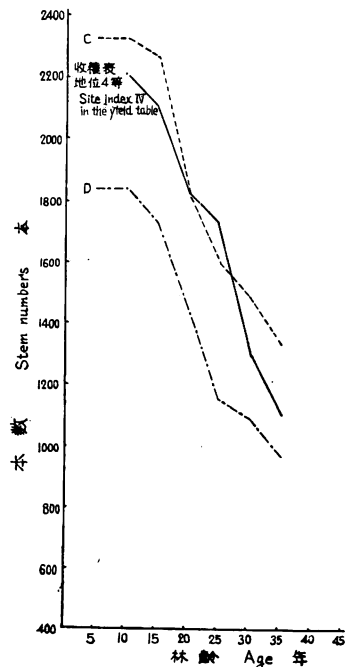


Fig. 3 本数
Stem numbers.

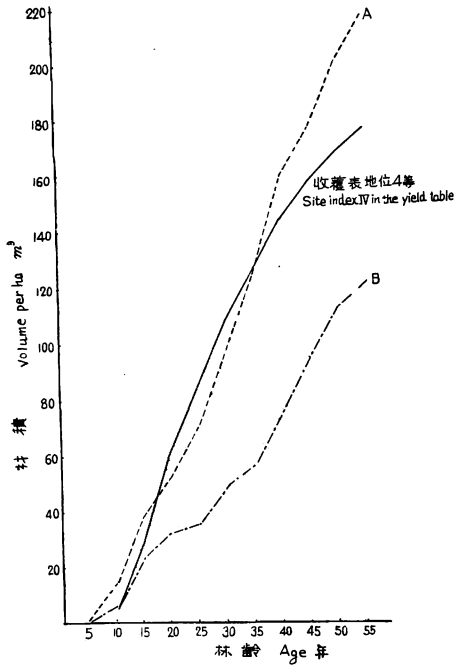


Fig. 4 *ha* あたり材積
Volume per hectare.

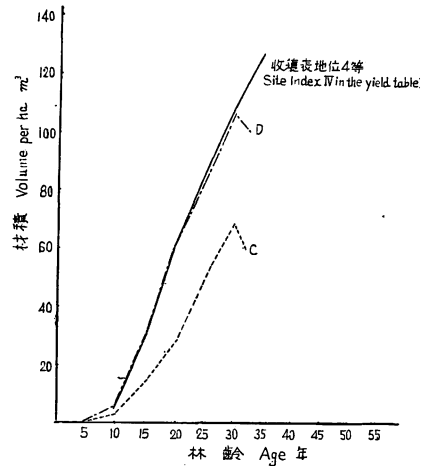


Fig. 5 *ha* あたり材積
Volume per hectare.

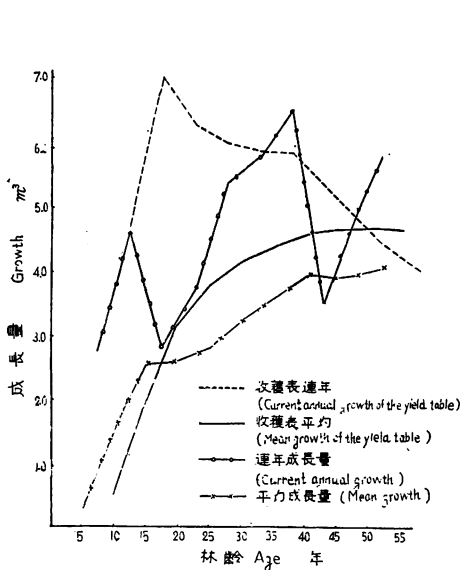


Fig. 6 連年および平均成長量
Current annual and mean growth.
A plot.

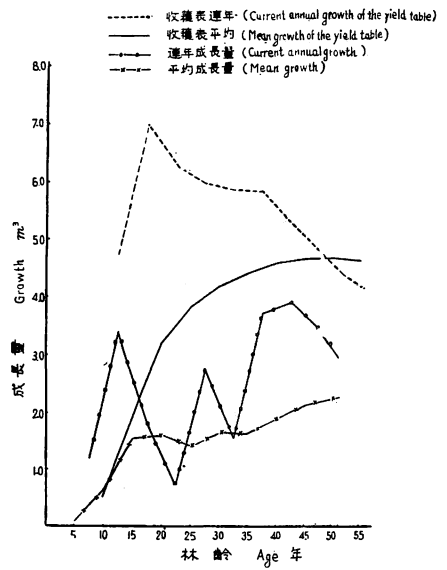


Fig. 7 連年および平均成長量
Current annual and mean growth.
B plot.

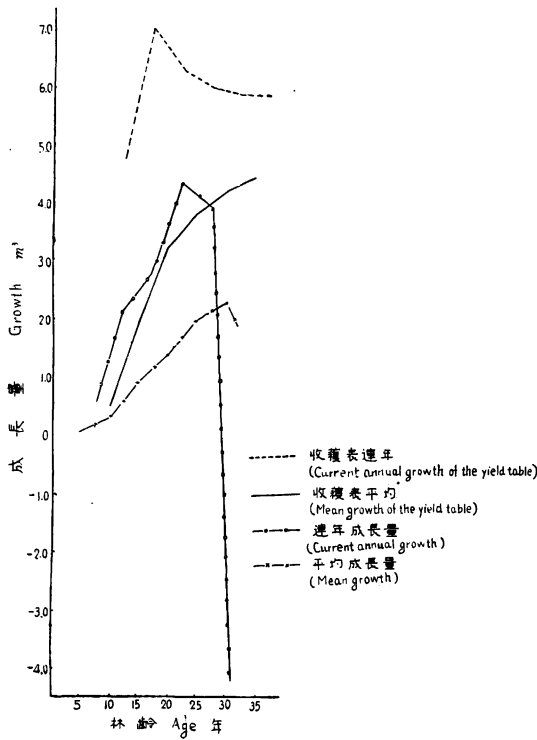


Fig. 8 連年および平均成長量
Current annual and mean growth.
C plot.

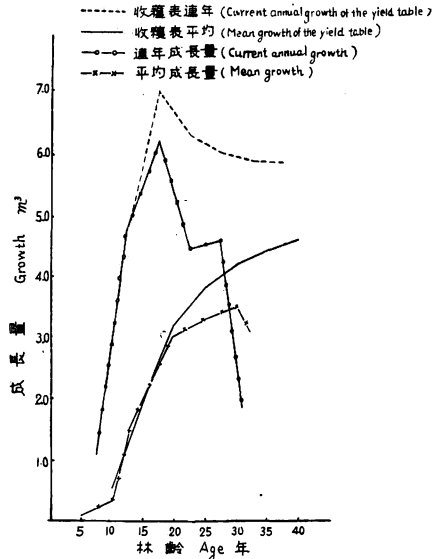


Fig. 9 連年および平均成長量
Current annual and mean growth.
D plot.

育過程を示し、C はかなり遅れた成長をしていることがわかる。C、D とともに 30 年よりも 32 年の材積が少ないのは風倒木の影響である。Fig. 6 に示してある収穫表の平均成長量は総収穫量を林齢で割った平均成長量 A が示してあり、標準地のそれは主副林木合計を林齢で割った平均成長量 B にあたるもので比較にはならないが傾向をみるために示してある。伐根資料から平均成長量 A の計算は可能であるが、簡単な B の計算にとどめておいた。収穫表によれば平均成長量最大は 40 年であるから、A 標準地の平均成長量は正常とみなされる。Fig. 7 によれば、B 標準地の平均成長量は 15 年より下降の傾向を示し、25 年よりわずかに増加しているが、ほとんど変わらない成長をつづけている。Fig. 8, 9 によれば、D は収穫表の成長過程とほとんど同じ傾向である。C においては当初より下まわった成長過程を示していることがわかる。要するに A 標準地、D 標準地は収穫表の地位 4 等とほぼ類似した成長過程を示しているが、B、C は 15~20 年より著しく成長が衰えた過程を示している。連年成長量は A、B とともに 10~15 年、35~45 年に 2 つのピークがあり、C、D は 15~25 年に最大に達し、以後は下降の一路をたどっている。これらの結果により B および C は 15~20 年までは一応の成長を続けているが、それ以降はなんらかの障害をうけて成長が衰えている不成績な造林地であるといえる。

このように過去の記録がわからないような林分に対して林分解析を行えば、類似林分の成長過程の比較や収穫表との比較などが可能となり、施業上有効な指針となろう。

6. 要 約

過去の記録がないような林分の過去の構造を明らかにする林分解析の方法のうちで、全林毎木してある林分に対して樹幹解析木と伐根調査の資料のみにもとづいて推定する方法を、カラマツ林の実例で究明した。推定方法を順を追って説明すれば次のとおりである。

1. 対象林分の全林毎木をする。直径は材積表の測定精度で測定する。樹高は全林木の測定が望ましいが、樹高曲線を作る場合は樹幹解析木は必ず樹高は測定しておく。
2. 直径階別本数分配表を作る。費用が一定であればできるだけ樹幹解析木の本数を定める。推定精度が前もって要求される場合には、次のようにして本数を定める。精度が過去のどの時点までに要求されるかによつて異なるが、それを95%信頼度で $p\%$ としよう。次にその時点よりすぐ前の時点との相関係数 ρ を想定する。本例では50年生の林分でTable 9のようであつた。50年前でその前の時点との ρ は0.6程度が最低で、30年前くらいでは0.8を仮定すれば十分であろう。次に安全側として現在の林分の変動係数 C_v を予想する。そのとき樹幹解析に必要な本数は近似的に次式によつて与えられる。

$$n = \left(\frac{2C_v}{p} \right)^2 (1 - \rho^2)$$

たとえば $C_v=4\%$ 、 $p=10\%$ 、 $\rho=0.8$ とすれば

$$n = \left(\frac{2 \times 40}{10} \right)^2 (1 - 0.8^2) \\ \approx 23 \text{ 本}$$

このようにして定められた本数をできるだけ各直径階にわたるよう割りあて直径階ごとに解析木を抽出する。

樹幹解析木は必ず地上0.0 mでの年輪および階ごとの直径成長を測定しておく。同齡林分であれば、通常の樹幹解析の方法で直径成長を測定し、異齡林であれば現在より5年前、10年前、……、というようにして直径の成長を測定する。

3. 伐根調査は地上0.0 mで行ない、中心から5年ごとに直径成長を測定する。腐朽木の本数および大よその直径も測定しておく。測定精度は樹幹解析と同じ精度で行なう。

4. 現在林分に対して材積表材積を樹幹解析による実材積に補正し、その補正值と推定分散を算出する。この推定値は(2)式、分散は(5)式によつて与えられる。

5. 立木の過去平均皮内材積の推定は樹幹解析木の現在材積と、過去の隣接階の材積との回帰を作り、(7)式によりその階の皮内平均材積を推定し、(9)式によつてその推定分散を計算しておく。ついでその階の材積をそれと隣接した過去の材積との回帰を作り、同様な回帰推定をくりかえして過去の皮内平均材積を推定する。いずれの場合も2つ前くらいの階との回帰を計算して精度のよい方を採用すればよい。

6. 樹幹解析木の階ごとの地上0.0 mの直径と、それに応ずる皮内材積との関係を階ごとに(14)式を用いて求め、BARTLETTの方法で分散の斉一性を検定し、ついで回帰係数、回帰定数の検定を行なつて群わけし、一諸にできる階は1つの群として回帰式を作り、群ごとの推定式を用いて伐根直径から階ごとの立木皮内材積を推定する。この場合、例でもわかるように抽出分散は無視できるくらい小さい。

7. 伐根調査による齡階ごとの本数と現在の立木本数とを加え林分の立木本数を求め、林分面積で割って齡階ごとの ha あたり立木本数を算出する。

8. 林分の立木本数と立木皮内平均材積を乗じて立木皮内材積を算出し、伐根直径から推定した立木材積を加えて齡階ごとの立木皮内材積合計を計算する。これに樹幹解析木の皮付材積合計と、皮内材積合計の比である幹材積樹皮係数に乗じて林分の齡階ごと皮付材積合計を計算し、林分面積で割って齡階ごとの ha あたり材積を算出する。このようにして過去の材積の変化の状態が推定でき、齡階ごとの推定の誤差も評価できる。

このような林分解析の方法はここでは材積を例にとつて説明したが、胸高直径、樹高についても同様な方法で分析を行なうことができる。

本論文では対象林分が全林毎木されている場合に、樹幹解析木および伐根調査による林分解析の方法を明らかにしたが、全林毎木されていない場合についての解析法、成長錐資料を大標本として、樹幹解析資料を小標本として用いる二重抽出法により樹幹解析の本数を減ずる問題、その精度、相対抽出本数の問題、林分解析を拡張した成長予測の問題などは稿をあらためて論じたい。

文 献

- 1) GOULDEN, C.H.: Methods of statistical analysis. John Wily & Sons., (1952)
- 2) 嶺 一三: 収穫表に関する基礎的研究と信州カラマツ林収穫表の調製, 林野庁, 林業試験場, (1955)
- 3) 西沢正久: 林分成長量の推定および予測方法に関する研究, 林試研報, 129, (1961)
- 4) 西沢正久: 森林測定法, 地球出版, (1959)
- 5) 林業試験場経営部: 立木材積調製法解説書 I, (1956)
- 6) SCHUMACHER, F.X. & CHAPMAN, R.A.: Sampling methods in forestry and range management. Duke University, Bulletin, 7, (1954)
- 7) SNEDECOR, G.W.: Statistical methods applied to experiments in agriculture and biology. Iowa State College Press, (1946)
- 8) YATES, F.: Sampling methods for censuses and surveys, Hafner publishing comp., (1953)

Studies on Stand Analysis (1)

Masahisa NISHIZAWA, Kôzô KAWABATA and Kiku KANBE

(Résumé)

The purpose of this article is to determine the estimation of the past constructions of a stand. As the estimation method of past constructions of a tree is called stem analysis, we may call this method stand analysis.

We shall be able to consider the following various cases in stand analysis.

- A. Estimation methods of the present construction of a stand.
 - a. Every tree measurement method.
 - b. Sample tree or sample plot method.
- B. Estimation methods of the past construction of standing trees.
 - a. Stem analysis of sample trees.
 - b. Increment borer measurements of every tree and stem analysis of sample trees.
 - c. Increment borer measurements of large sample trees and stem analysis of small sample trees.
- C. Estimation methods of the past construction of stumps.
 - a. Past records of a stand.
 - b. Stump investigation method.

In this article we analysed the following cases.

The estimation method of the present construction of a stand using every tree measurement method, the one of the past construction of standing trees is stem analysis of sample trees, and the one of the past construction of stumps is stump investigation method.

We used the results of four plots of poor *Larix* plantation in Tanzeyama National Forest of Maebashi Regional Forestry Office as an example. The area, age and investigation stem numbers of each plot are shown in Table 1. Table 2 shows tree volumes of each age class by stem analysis in each plot, where y is the present volume outside bark, y_{ib} is the one inside bark and x are the past volumes inside bark (suffix of x shows age). The present structures of four plots are compared with the corresponding values of the yield table in Table 3 and 4. While plots A and D are almost the same as the values of site index IV in the yield table, Plots B and C are poor plantations having their growths delayed at 10~20 years. Tests of significance of differences between A and B in mean d.b.h., mean height and mean volume are made in Table 5. Differences are highly significant. Some tests of C and D are made in Table 6 and the results are highly significant too.

Now we many explain the estimation method of the past structure in due order by these plot data. We assume that the individual plot is a population or a stand.

1. We measure d.b.h. and tree heights in our objective stand. If we use d.b.h.—height curve to estimate volumes, we must measure the heights of stem analysis sample trees by hypsometer before felling.

2. We make a stand table. Sample trees for stem analysis are drawn from all diameter classes as much as possible by the aid of this stand table. When the aimed-at precision is decided in advance, sample size for stem analysis can be calculated by the following formula.

$$n = \left(\frac{2C_v}{p} \right)^2 (1 - \rho^2)$$

where C_v is the coefficient of variation of the present stand.

p is the aimed-at precision.

ρ is a correlation coefficient of two successive volumes at a time when above precision is claimed.

An example of successive ρ of plot A is shown in Table 9 and Fig. 1. We must always measure numbers of annual ring and growth of diameter at the stump of ground level 0.0 m for stem analysis trees.

3. Stump growth measurements are made at ground level 0.0 m and diameter growth of every age class must be measured. Diameters and numbers of decayed stumps must be measured too.

4. The stand volume by the volume table is adjusted to the actual stand volume by the regression of presumed volumes by volume table and actual volumes by stem analysis. Formulae are as follows:

Estimate of actual mean volume is given by equation (2).

where \bar{x} = mean volume of sample trees by the volume table.

\bar{y} = mean actual volume of sample trees by stem analysis.

\bar{X} = mean presumed volume of a stand by the volume table.

b' = a regression coefficient of x on y .

\bar{Y} = an estimate of mean actual volume of a stand.

Variance of this estimate is given by equation (5).

where $\text{var}(b')$ = variance of b' .

$\text{var}(x_i)$ = residual variance. = s_{xy}^2

n = numbers of stem analysis sample trees.

N = total stem numbers of a stand.

Estimate and error of estimates of four plots calculated by these formulae are shown in Table 8.

5. Estimation of successive mean volumes inside bark for each age class.

In stem analysis sample trees, let y be the present volume outside bark and x the past volume inside bark of the nearest age class to y .

We decide the next regression line by the least squares method.

$$x_j = a + by_i$$

Substitute Y obtained from equation (2) to y , we have an estimate of mean volume inside bark at age class j .

$$\bar{X}_j = a + b\bar{Y}$$

The variance of X is given by equation (9).

Where $s_{x_j}^2$ = variance of x .

$r_{x_j y_i}$ = correlation coefficient of x_j and y_i .

$\text{var}(\bar{Y})$ = variance of \bar{Y} given by equation (5).

The successive past mean volumes inside bark and their variance are given by the following equations.

$$\begin{cases} \bar{X}_{j-5} = a' + b' \bar{X}_j \\ \text{var} (\bar{X}_{j-5}) = s_{x_{j-5}}^2 (1 - r_{x_{j-5}x_j}^2) + b'^2 \text{var} (\bar{X}_j) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{X}_{j-10} = a'' + b'' \bar{X}_{j-5} \\ \text{var} (\bar{X}_{j-10}) = s_{x_{j-10}}^2 (1 - r_{x_{j-10}x_{j-5}}^2) + b''^2 \text{var} (\bar{X}_{j-5}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ } \\ \text{ } \end{cases}$$

Numerical example of plot A is given in this article, and the results of estimated mean volumes inside bark, correlation coefficients and error percentage at 95% confidence coefficient of four plots are shown in Table 10.

6. Estimation of successive volumes inside bark from stump diameters for each age class.

In stem analysis sample trees, let D_0 be the diameter at ground level 0.0 m and V the corresponding volume inside bark of standing tree for an age class. The relation D_0 and V is given by equation (13) and it reduces to equation (14). We decide this equation for each age class by the least squares method. Next we carry out a test of significant difference of variance between age classes by means of Bartlett's method and test the significant difference of regression coefficient and constant. Then the regression equations of the grouping age classes are given by Table 12 for four plots. Error of estimate is so small that we can neglect it. We applied to stump data these equations for each group of age classes and estimated the standing volumes inside bark from stump diameters. These results are shown in Table 13 for four plots.

7. Estimation of successive past stem numbers.

We can get all stem numbers of plot for each age class by means of adding up stem numbers of standing trees and stumps. These values divided by plot area give stem numbers per hectare. These figures are shown in Table 14.

8. Estimation of past constructions of a stand.

Multiplying stem numbers of a stand by the estimated mean volume inside bark of each age class, we get successive past volumes inside bark of standing trees. This volume plus the estimated standing volume from stumps equal all standing volume inside bark of each age class. Multiplying this value by bark coefficient (k_v), we get all standing volume outside bark, and dividing this value by the stand area, we get the volume per hectare of each age class. Bark coefficient of volume (k_v) is the ratio of sum of volumes outside bark (Σy) and sum of volumes inside bark ($\Sigma y_{i,b}$) for stem analysis sample trees. For example,

plot	k_v
A	1.14444
B	1.15199
C	1.20727
D	1.16948

Estimated past constructions by this method are given in Table 15-1~15-4 for four plots.

Comparison of these estimated results and the corresponding values of the yield table are shown in Fig. 2~9.

This method of stand analysis will be applied to the estimations of successive past mean d.b.h. and mean height of a stand, too.