

アカマツ天然生除伐試験林の解析 (第2報)

本数密度を中心とした解析

安 藤 貴⁽¹⁾

I は じ め に

1953年以来、吉良たち¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾、HOZUMI et al⁴⁾、IKUSHIMA et al⁵⁾、SHINOZAKI and KIRA²⁷⁾²⁸⁾により植栽密度と生産量について1年生作物を中心に解析がすすめられ、多くの報告がなされた。これらの報告は、植栽密度と平均個体量の関係、植栽密度と単位面積あたりの収量の関係を統一的に理解することのできる一般法則として示し、この法則は冪乗式にはじまつて、ロジスチック曲線の解析を経て逆数式へと発展した。また、自然間引の状態を示す“3/2乗則”が示された。

林学においてもこの一連の報告は大きな注目を集め、成長論、特に植栽本数ならびに除間伐問題の基礎としてとりあげられ、佐藤たち²²⁾、四手井²⁶⁾、柴田²⁵⁾、加藤⁶⁾⁷⁾、只木³¹⁾、只木たち²⁹⁾³⁰⁾、安藤³⁾などによつて林木への適用が試みられてきた。

筆者²⁾はさきに坂口たちとアカマツ天然生除伐試験林でえられた成長経過と相対成長につき報告したが、今回吉良たちの法則にもとづき、本数密度を中心に解析し、密度効果線上の特性値に検討を加え、このことからこれまで3/2乗則により示された full density curve に新たな解釈を加え、応用的な意味で競争開始線、自然間引開始線、最大収量に対する収量比数線を与えた。これらの密度効果線上の特性値は一斉林における競争現象を考察する上に大きな意味があり、また事業的には植栽本数、除間伐の問題を解く一つの基礎を与えると考えるので、ここに報告する。

報告にあたり、有益なご助言をいただいた林業試験場長 坂口勝美博士、造林部長 加藤善忠技官、造林研究室長 蜂屋欣二技官に感謝いたします。また計算にご助力いただいた造林研究室 成田忠範・現東北支場育林第2研究室 佐藤昭敏 両技官にお礼申しあげる。

II 試験地・試験設計・調査法

この試験地設定の目的については第1報²⁾で述べたので、ここでは試験地・試験設計・調査法について概略をのべるにとどめる。

試験地：栃木県芳賀郡益子町東京営林局笠間営林署高館山国有林

試験設計：つぎに示す3処理を3ブロック乱塊法により配置した。

Plot A：疎立区 Plot B：10,000本/ha区 Plot C：無処理区

調査法：1953年以降隔年樹高、枝下高、胸高直径および枝張りの調査を続けた。1961年1月ブロックIの各区から標本木を伐倒して、葉量、枝量、幹量の測定をおこなった。Plot A、Plot Bからは20本ずつ、Plot Cからは30本の標本木を無作為に抽出した。またブロックII・IIIのPlot Aでは疎立状態にするため間伐がおこなわれたので、間伐木の中から10本ずつを無作為に選り同様の測定をおこなった。

(1) 造林部造林科造林研究室員

Ⅲ 現存量の推定

伐倒調査の資料から各処理ごとに胸高断面積の比推定により幹、枝および葉の ha あたり現存量および平均単木の重量を求めた。これらの値を Table 1 に示す。

これらの量の推定の中で葉量は分散が大きく、その方法について近年いろいろと検討が加えられ、いくつかの方法が示されている。

筆者たち¹⁾は比推定による林分葉量の推定方法について報告したが、佐藤たち²¹⁾、扇田たち²³⁾は KITTR-EDGE¹⁶⁾や丸山たち¹⁷⁾により示された胸高直径と葉量の関係から、四大学合同調査班³¹⁾は胸高直径の2乗に樹高を乗じた値と葉量の関係から林分葉量を推定している。これらに胸高直径の2乗と葉量の関係を加えた4つの方法について、葉量の推定精度の比較を加えておこう。

これらの方法を式で示せば次のようになる。

$$L = g \cdot R \dots\dots\dots (1)$$

$$\log L = a_1 \log D + b_1 \dots \dots \dots (2)$$

$$\log L = a_2 \log D^2 + b_2 \dots \dots \dots (3)$$

$$\log L = a_3 \log D^2 H + b_3 \dots\dots\dots (4)$$

ただし、L：葉量，D：胸高直径，H：樹高， $g = \frac{\pi}{4} D^2$ ， $R = \frac{\sum L}{\sum g}$

Table 1. *ha* あたりの現存量および平均個体重 (乾重)
Standing crops per *ha* and average weight (Dry weight).

[illegible]

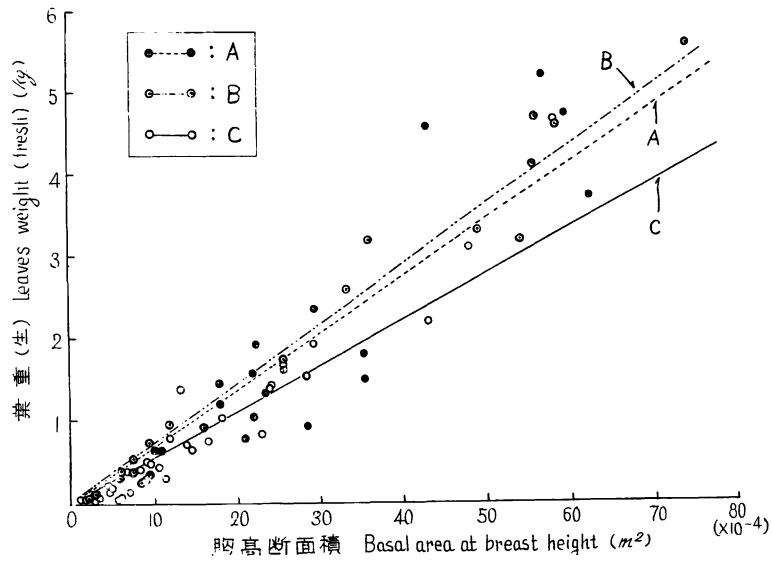


Fig. 1 胸高断面積と葉量の関係
Relation between basal area at breast height and leaves weight.

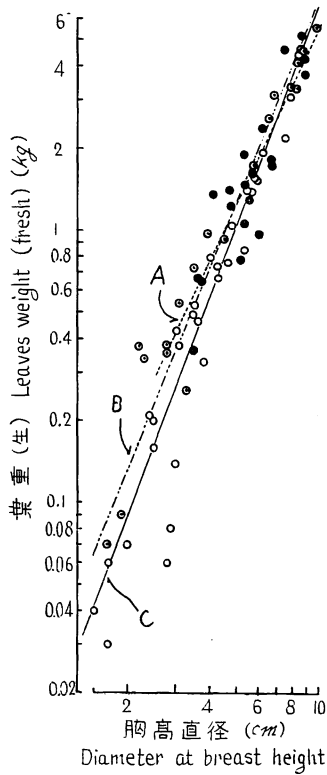


Fig. 2 胸高直径と葉量の関係
Relation between diameter at breast height and leaves weight.

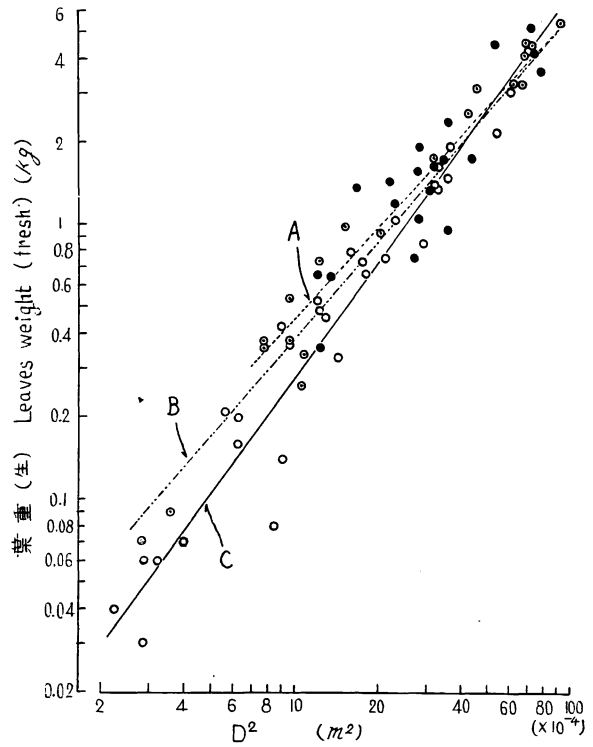


Fig. 3 D^2 と葉量の関係
Relation between D^2 and leaves weight.

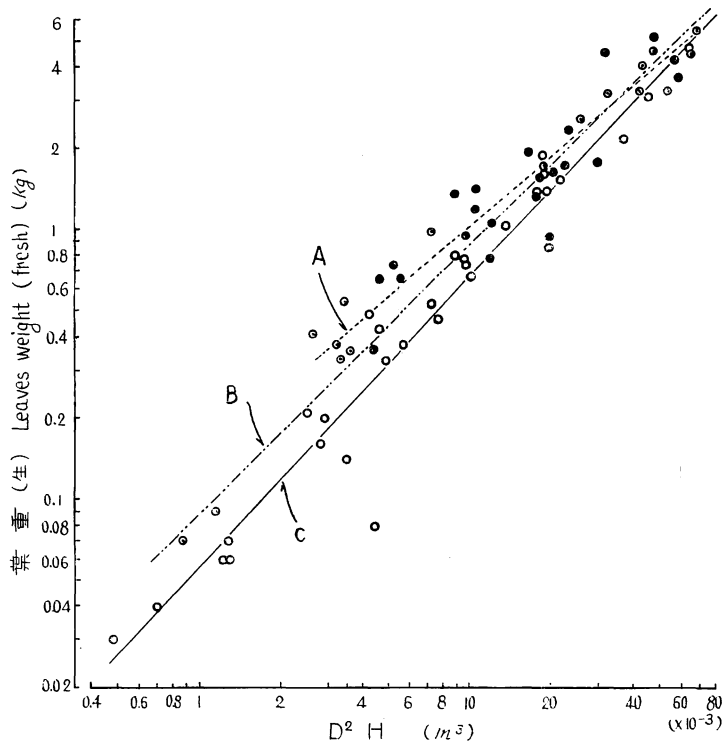


Fig. 4 D²H と葉量の関係
Relation between D²H and leaves weight.

これらの関係を Fig. 1~4 に示し、常数を Table 2 に示す。(2) (3) (4) 式は第1報で示した相対成長関係で本数密度の影響をうける。

推定精度の比較¹⁸⁾として誤差率を Table 3 に示す。誤差率の計算は(1)式については、Lの推定誤差率はRの誤差率に等しいから

$$S_R^2 = \frac{1}{n(n-1)\bar{g}} (\sum g^2 + R^2 \sum L^2 - 2R \cdot \sum gL)$$

を求め $\frac{S_R}{R} \times 100$ によつた。

(2), (3), (4) 式は一般に

$$\log y' = b \log x' + a \quad \text{とかきなおせる。}$$

この式で $\log x' = x$, $\log y' = y$ とおけば

$$S_{x^2} = \sum (\bar{x} - x)^2$$

$$S_{y^2} = \sum (\bar{y} - y)^2$$

$$S_{x \cdot y} = \sum (\bar{x} - x)(\bar{y} - y)$$

から

$$b = \frac{S_{x \cdot y}}{S_{x^2}}$$

また、

Table 2. 推 定 式 の 常 数
Constant values of each estimate equation.

Plot	推 定 式 Estimate equation						
	(1)	(2)		(3)		(4)	
	R	a ₁	b ₁	a ₂	b ₂	a ₃	b ₃
A	688.89	2.2125	-1.4617	1.1063	-1.4617	0.8544	1.7132
B	723.43	2.4516	-1.6214	1.2268	-1.6854	0.9719	1.8441
C	559.83	2.7473	-1.9137	1.3737	-1.9142	1.0896	2.0107

$$s_{y.x}^2 = \frac{1}{n-2} (S_y^2 - bS_{x.y})$$

この値から $s_{y.x}/\sqrt{n}$ をもとめ、その真数をAとすれば、誤差率は $(A-1) \times 100$ で与えられる。

Table 3 からわかるように、いずれの推定式も誤差率に大きなちがいを示さない。精度にちがいがなければ、林分葉量の推定の問題にかぎれば計算の容易なものが都合がよい。

これらの方法の中で、計算のもつとも容易な方法は(1)式によるものである。

しかしながら、ここで検討を加えた誤差率は一斉林型をもつ単純林に対するもので、D²H をもちいた四大学合同調査班のばあいには多層林であるから、簡単にいずれのばあいにも比推定が有利であるということにはならない。また、四大学合同調査班³²⁾も指摘しているように、D²H をもちいたときには樹高の測定誤差または推定誤差をとまなうので、これを考慮すると誤差率はさらに大きくなるはずである。さらにここで取り扱った検討は、ある林分の葉量をその林分からとられた標本にもとづいて推定するばあいであつて、多くの林分についてすべての林分から標本をとらずに葉量を推定しようとするときには、一般にこれまでおこなわれてきたように、密度の影響も少ないから、同齢で成長状態の似た林分ならば(2)(3)式をもちいることが有利であろう。比推定においても資料が蓄積されて、林齢や密度に対する比の動きが

Table 3. 推定式の誤差率 (%)
Rate of error of each estimate equation.

Plot	推 定 式 Estimate equation			
	(1)	(2)	(3)	(4)
A	7.6	7.0	7.0	6.2
B	3.7	5.8	5.5	3.9
C	6.5	6.2	6.5	6.3

Table 4. (1) (2) (3) (4) 式により推定した ha あたり葉量
Estimate values of stand leaves weight per ha on each estimate equation.

Plot Equation	生 重 Fresh weight (ton/ha)			乾 重 Dry weight (ton/ha)		
	A	B	C	A	B	C
(1)	10.506	16.855	16.334	4.623	8.090	7.350
(2)	9.849	16.954	15.707	4.334	8.138	7.068
(3)	9.681	17.167	16.239	4.260	8.240	7.308
(4)	9.785	16.726	15.725	4.305	8.028	7.076

とらえられれば、いろいろな林分から直接標本をとらなくとも葉量の推定ができるようになる。

Table 4 にこれらの方法をもちいて推定した林分の葉量を示すが、いずれの方法も大差のない値がえられた。

IV 本数密度を中心とした成長解析

1) 密度効果の理論

a) 密度効果

密度効果の理論については詳細な報告¹⁵⁾¹⁶⁾²⁸⁾があるので、ここではデータの処理に必要な最小限について解説を加えておく。

植物個体の重さを w 、 w の上限値を W 、成長係数を λ 、時間を t とすると、単純ロジスチック曲線は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{w} \cdot \frac{dw}{dt} &= \lambda \left(1 - \frac{w}{W}\right) \\ w &= \frac{W}{1 + ke^{-\lambda t}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 k は初期条件によつて決まる積分常数である。(5) 式において λ だけが t の函数となるばあい $[\lambda = \lambda(t), W = \text{const.}]$ を λ 型、 $[\lambda = \text{const.}, W = W(t)]$ のばあいを N 型、 $[\lambda = \lambda(t), W = W(t)]$ のばあいを λN 型のロジスチック曲線といい、 $[\lambda = \text{const.}, W = \text{const.}]$ の単純型をふくめた 4 型のすべてを一般化ロジスチック曲線という。

もつとも一般化された λN 型を (6) 式に示す。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{w} \cdot \frac{dw}{dt} &= \lambda(t) \left[1 - \frac{w}{W(t)}\right] \\ w &= \frac{e^{\tau}}{\int \frac{e^{\tau}}{W} d\tau + K} \quad \text{ただし} \quad \tau = \int \lambda dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

K は積分常数である。

同種植物のいくつかの個体群をおなじ外界条件の下におき、個体密度 ρ (no./area) だけを個体群ごとに数段階に変えて、成長を測定する。そのとき、つぎの 4 項目がなりたつと仮定する。

- i) 個体群の平均個体重 w の成長は一般ロジスチック曲線 (6) 式で示される。
- ii) 成長係数 λ の値は密度に無関係、すなわち $\partial \lambda / \partial \rho = 0$ 。
- iii) 時間が十分たつたとき単位面積あたりの収量 ($y = w\rho$) は、密度に無関係に一定となる (最終収量一定の法則)。すなわち、 $y|_{t \rightarrow \infty} = Y$ とすると $W(t)\rho = Y(t)$ 、かつ $\partial Y / \partial \rho = 0$ 。
- iv) 密度に関係なく同時に成長がはじまり、そのときの植物体の平均重量は一定。すなわち、 $w|_{t=0} = w_0 = \text{const.}$ 、かつ $\partial w_0 / \partial \rho = 0$

以上 4 項のうち、iii) については実験的に認められており、iv) は一様な種子または苗を同時にまきつけまたは植栽すればみたされる。この 4 つの仮定から、つぎの (7) 式が導かれる。

$$\frac{1}{w} = A\rho + B \dots\dots\dots (7)$$

A および B は、時間によつてきまる常数で、一般ロジスチック曲線の 4 つの型に応じてそれぞれ Table 5 のような内容をもつ。(7) 式は成長の各段階における個体密度の個体重におよぼす作用をあらわすもの

Table 5. (7) 式の A および B の内容
Contents of A and B in equation (7).

	ロジスティック曲線の型 Types of general logistic curve			
	単 純 Simple	λ 型 λ-type	N 型 N-type	λN 型 λN-type
A	$(1-e^{-\tau})/Y$	$(1-e^{-\tau})/Y$	$e^{-\tau} \int (e^{\tau}/Y) d\tau$	$e^{-\tau} \int (e^{\tau}/Y) d\tau$
B	$e^{-\tau}/w_0$	$e^{-\tau}/w_0$	$e^{-\tau}/w_0$	$e^{-\tau}/w_0$
τ	λt	$\int \lambda dt$	λt	$\int \lambda dt$

Y: 単位面積あたり収量の上限值 Upper limit of yield per unit area.

λ: 成長係数 Growth factor.

 w_0 : 平均個体重の初期条件 Initial condition of average weight.

で、競争密度効果の逆数式 (reciprocal equation of competition-density effect, 略して C-D 効果の逆数式) とよばれている。

(7) 式から $y=w\rho$ により

$$\frac{1}{y} = A + \frac{B}{\rho} \dots\dots\dots (8)$$

が容易に導かれる。(8) 式は成長の各段階における個体密度の単位面積あたりの収量におよぼす作用をあらわすもので、収量密度効果の逆数式 (reciprocal equation of yield-density effect, 略して Y-D 効果の逆数式) とよばれている。

(7) (8) 式はダイズ、マツバボタンなどの1年生作物をはじめ、林木においてもほとんど例外なく密度試験の結果を満足する。

b) full density curve.

前節に示した密度法則のほか、個体密度が十分に高く、成長につれて自然間引が活発におこっているような植物群落においては、個体密度 (ρ) と植物体の単位面積あたり全現存量 (y) または平均個体重 ($w=y/\rho$) との間には、簡単な量的関係のあることが知られている¹³⁾³²⁾。このことは同種自然群落の自然密度に関する“3/2 乗則”とよばれている。

“3/2 乗則”とは

$$\left. \begin{array}{l} w = k' \rho^{-a} \\ y = k' \rho^{1-a} \end{array} \right\} (a \div 3/2) \dots\dots\dots (9)$$

であらわすことができる。(9) 式は林分が満密度 (full density) に達したときの状態を示すものとして“full density curve”と呼ばれている³⁰⁾。

c) 相対成長と密度効果

これまでに述べた w または y は全植物体の量であるが、密度法則は部分重についてもなりたつことが知られている。その理由はつぎのことから導かれる。

植物体の任意の部分の重さ (x) は、全個体重 (w) に対して Huxley の相対成長関係がなりたつことについてはこれまでも報告³²⁾があり、今回の資料についてもすでに第1報²⁾で報告した。すなわち

$$\log x = k \log w + \log b \dots\dots\dots (10)$$

この関係は時期を同じくしてサンプルされた各密度の平均個体の $w \sim x$ 関係においてもなり立つことが

報告されている。

(10) 式において $k = 1$ ならば, (7) (10) 式から

$$\frac{1}{x} = \frac{A}{b} \rho + \frac{B}{b}$$

すなわち, 部分重についても逆数式になりたち, w に対するものと同様の解析が可能となる。

しかしながら, $k \neq 1$ ならば一般に

$$\frac{1}{x} = \frac{(A\rho + B)^k}{b}$$

となり解析は困難である。

林木のばあい荻住たち²¹⁾により全体重に対する根の割合はほぼ一定であることが報告されている。した

がつて, 全体重に対する全地上部の相対成長関係においては $k \neq 1$ であるといえる。いま Table 1 により全地上部重に対する地上部部分重の相対成長関係を Fig. 5 に, 相対成長式の常数の値を Table 6 に示す。Table 6 から $k \neq 1$ が近似的に満足される。したがって, これまでにもよく知られているとおり, 部分ごとに逆数式により解析することが可能で, 幹材積についても比重が一定であるなら同様な解析が可能となる。

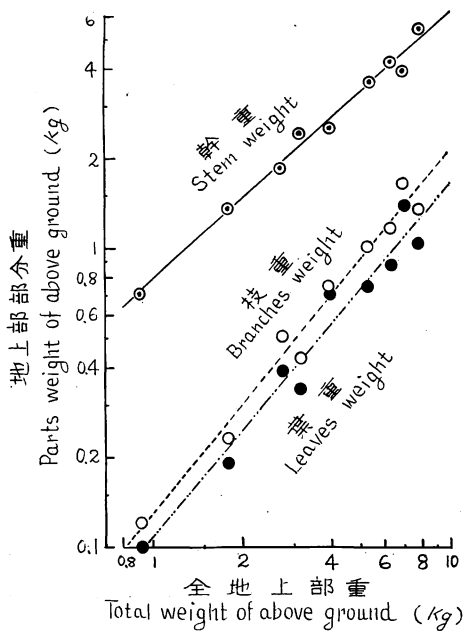


Fig. 5 平均木の全地上部重と地上部部分重の関係

Relation between total weight of above ground and parts weight of above ground.

Table 6. 相対成長式の常数

Constant values of relative growth equation.

Tree parts		常数 Constant	k	log b
幹	Stem		0.9090	-0.1139
枝	Branch		1.2246	-0.9014
葉	Leaf		1.1946	-0.9763

2) 現存量の解析

前節で述べた法則にもとづき, Table 1 に示した値によつて地上部部分重について解析をおこなおう。全地上部重, 幹重, 枝重および葉重についてのC—D効果およびY—D効果を Fig. 6, Fig. 7 に示す。この関係は (7) (8) 式で示される。(7) (8) 式における常数 $A \cdot B$ の値を Table 7 に示す。

Fig. 7 の ha あたりの量において地上部全体重, 幹重, 葉重についてはこれまで報告されたものと同じ傾向を示すが, 枝の傾向については異なつた報告がある。佐藤たち²²⁾のアカマツ植栽密度試験の結果にもとづき吉良¹⁹⁾がおこなつた同様の解析では, Y—D効果において密度の増加とともに単位面積あたりの枝量は減少している。また扇田たち²⁴⁾のストロームマツでの結果も同様に減少している。しかしながら, 坂口たち^{20,21)}と調査した益子, 侍浜, 一ノ関のアカマツ天然生林の結果は今回と同様な傾向が認められ,

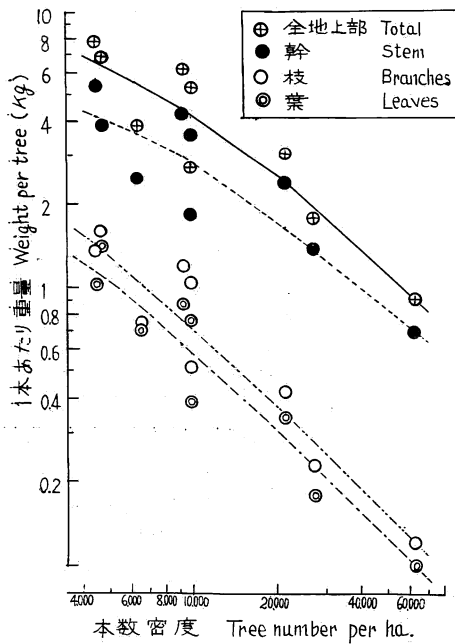


Fig. 6 全地上部重と地上部部分重のC-D効果
C-D effects of total weight of above ground and parts weight of above ground.

加藤²⁷⁾のカラマツ密度試験の結果は、いくぶん減少気味であるが、密度に関係なくほぼ一定と考えてよさそうだ。また柴田²⁵⁾のクロマツ密度試験では、密度の増加とともに単位面積あたり枝量も増加している。枝の密度効果のおこり方は、とられた密度の範囲や生育の段階によつて変わることが考えられるから、さらに検討を加える必要がある。

3) 幹材積の解析

第1報²⁾に示した1953年から1961年までの測定値により、幹材積の密度効果の経年変化を見てみよう。C-D効果およびY-D効果の経年変化を Fig. 8, Fig. 9 に示し、密度効果式の常数 A・B の経年変化を Table 8 に示す。

逆数式の常数 A・B は林齢 (Sa) および各調査年における総平均樹高 (H) と両対数上で直線関係を示し (Fig. 10, Fig. 11), この関係は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \log A &= -1.9862 \log Sa + 0.5161 \\ \log B &= -3.9804 \log Sa + 6.5865 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \log A &= -1.7032 \log H - 0.9366 \\ \log B &= -3.5440 \log H + 4.0085 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

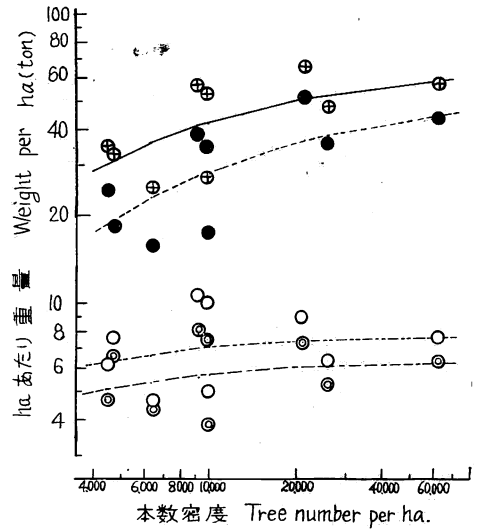


Fig. 7 全地上部重と地上部部分重のY-D効果
Y-D effects of total weight of above ground and parts weight of above ground.

Table 7. 地上部部分重と全地上部重の密度効果の逆数式の常数

Constant values of density effect equation of parts weight and total weight of above ground.

常数 Constant		A (ha/ton)	B (tree/ton)
部分 Tree parts			
幹 Stem		0.020	147
枝 Branch		0.128	137
葉 Leaf		0.156	181
全地上部 Total of above ground		0.016	75

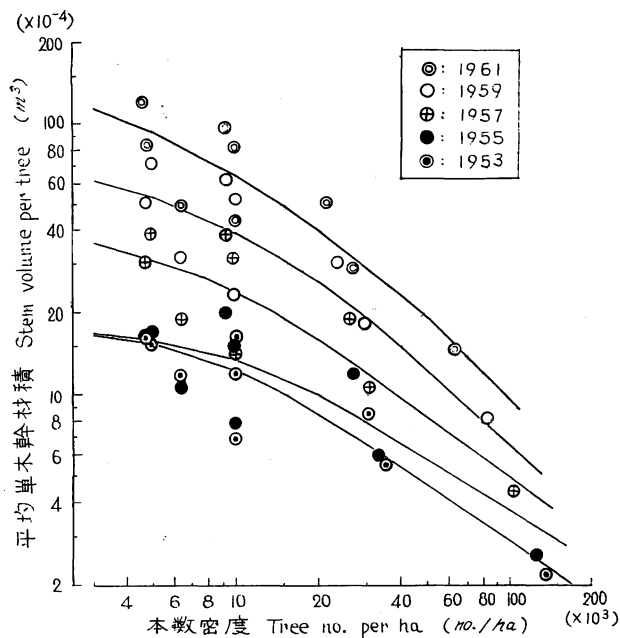


Fig. 8 調査年ごとの幹材積のC-D効果線
C-D effect of stem volume at observed years.

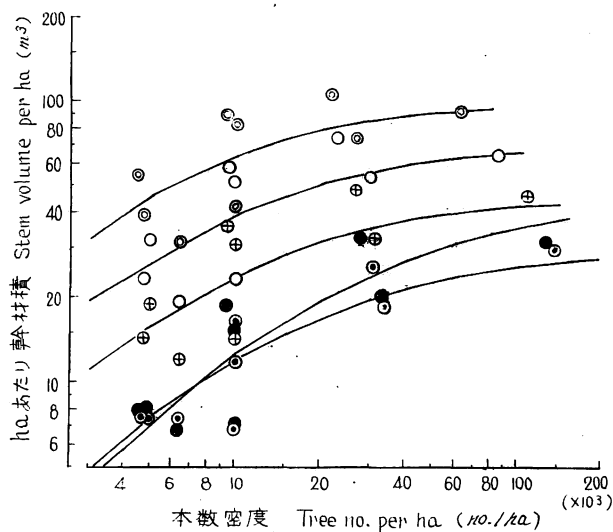


Fig. 9 調査年ごとの幹材積のY-D効果線
Y-D effect of stems volume at observed years.

A, Bが林齢または平均樹高について両対数上で直線関係を示すことはこれまでの筆者の計算では一般に成り立つと考えてよさそう³⁾。

このことはあとで述べるように応用的に大きな意味がある。

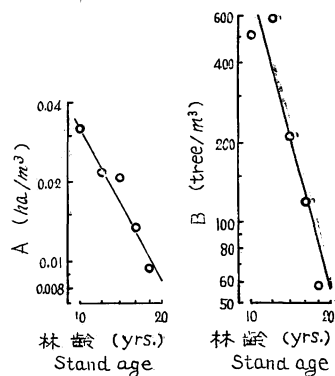


Fig. 10 林齢と逆数式の常数の関係
Relation between stand age and constants of equation (7) on stem volume.

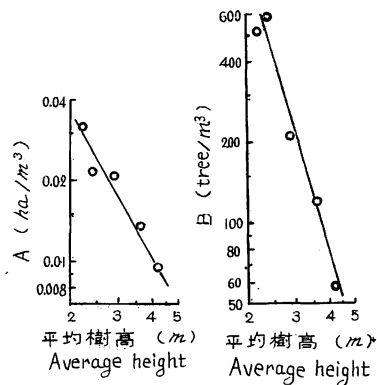


Fig. 11 樹高と逆数式の常数の関係
Relation between average height and constants of equation (7) on stem volume.

さきにも述べたようにA, Bの値は時間によつて変化する値であるが、これまでに多く報告¹⁵⁾されている1年生作物の密度試験結果も、成長の初期と終期をのぞけばAとBの時間との関係は両対数関係で近似できそうである。

逆数式の常数の時間的变化が求められると、これから Table 5 に示した A・B の内容について解析ができる¹⁵⁾。林木の成長は λN 型と考えられるから

$$B = e^{-\tau}/w_0 \dots\dots\dots (13)$$

ここで w_0 は試験開始時の平均幹材積である。 w_0 の値は樹幹解析により 1952 年の材積を求め、それを全樹幹解析木について平均した値 $0.000792 m^3$ をもちいた。

(13) 式から τ は次式により求められる。

$$\tau = -\log e (w_0 B) = -2.303 \log_{10} (w_0 B) \dots\dots\dots (14)$$

また

$$\tau = \int \lambda dt \dots\dots\dots (15)$$

であるから

$$\lambda = d\tau/dt \dots\dots\dots (16)$$

したがって、近似的には

$$\lambda = d\tau/dt \dots\dots\dots (17)$$

として任意の相つづく 2 測定年間の平均の λ の値がえられる。

さらに Table 5 で

$$A = e^{-\tau} \int \frac{e^{\tau}}{Y} d\tau \dots\dots\dots (18)$$

(13) (18) 式から

$$\frac{1}{Y} = A - B \frac{dA}{dB} \dots\dots\dots (19)$$

したがって、近似的には

$$dA/dB = JA/JB \dots\dots\dots (20)$$

とおくことにより、Y の値を求めることができる。

このようにして求めた τ , λ , Y の値を Table 8 に示した。Table 8 で τ , λ , Y の値が大きく乱れている理由は 1953 年から 1955 年にかけてマツケムシの発生があり、成長が異状となつたため、この間の λ がマイナスを示し、負の成長がおこつたことがうかがえる。 τ , λ , Y がこのような被害がなかつたときにどのように変化するかを見るために、(11) 式によりもとめた毎年の A, B の値をもとに計算し Table

Table 8. 幹材積の逆数式の常数 A・B および τ , λ , Y の変化
Constants of equation (7) on stem volume, and τ , λ and Y.

調査年 Observed year	林 齢 Stand age (yrs.)	t (yrs.)	平均樹高 Average height (m)	A (ha/m ³)	B (tree/m ³)	τ	λ (1/year)	Y (m ³ /ha)
1952	9	0	—	0.00000	1262.3	0.000		
1953	10	1	2.2	0.03285	520.50	0.886	0.886	17.94
1955	12	3	2.4	0.02178	597.62	0.748	-0.069	9.27
1957	14	5	2.9	0.02104	207.10	1.808	0.530	48.43
1959	16	7	3.6	0.01361	119.86	2.345	0.269	292.40
1961	18	9	4.2	0.00952	58.85	3.065	0.360	179.53

Table 9. (11) 式により求めたA・Bの補正值と τ , λ , Y の値
Adjusted values of A and B obtained by the equation (11), and τ , λ and Y.

t (yrs.)	A (ha/m ³)	B (tree/m ³)	τ	λ (1/year)	Y (m ³ /ha)
0	0.00000	1262.3	0		
1	0.03388	751.8	0.518	0.518	8.50
2	0.02804	514.4	0.897	0.379	64.98
3	0.02358	370.7	1.245	0.348	82.71
4	0.02012	264.7	1.561	0.316	87.03
5	0.01737	197.1	1.858	0.297	100.60
6	0.01514	149.7	2.129	0.271	123.46
7	0.01332	115.8	2.386	0.257	149.25
8	0.01181	91.0	2.632	0.246	159.49
9	0.01054	72.4	2.865	0.233	178.57

9 に示す。

Fig. 12~14 に τ , λ , Y の時間的変化を示す。この図には Table 8 の値を実線で、Table 9 の値を点線で示した。

Fig. 12 に示された τ の変化を直線と考えると

$$\tau = 0.250 + 0.278 t \dots\dots\dots (21)$$

がえられ、この期間の平均的な λ の値は 0.278(1/year) となる。

Fig. 13 に示された成長係数 λ の変化は1年生作物の例¹⁵⁾から考え、林木でも全成長期をとるとかなり複雑な変化をするであろうと考えられる。ここではアカマツの全成長期間からみれば、ごく短期間であるが、マツケムシの被害で実線で示した値は大きく乱れるが、修正値を示した点線は単調減少を示している。

Fig. 14 に示した各時期の ha あたり幹材積の上限値Yは実線では大きく変化しているが、全成長期間を通じて考えると、シグモイドに近い曲線

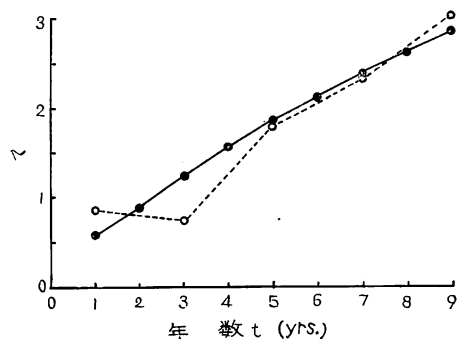


Fig. 12 τ の時間的変化
Time-trend of τ .

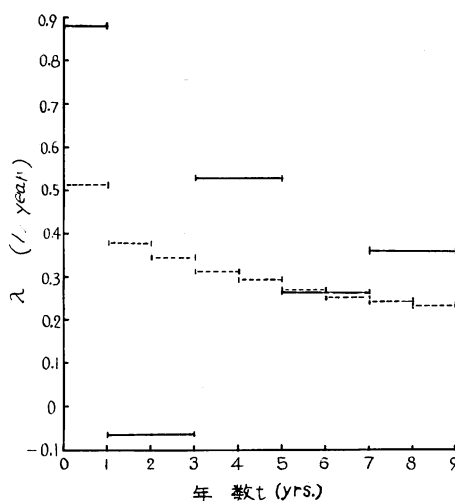


Fig. 13 λ の時間的変化
Time-trend of λ .

をえがいて増加し、ほぼ一定の値におちつくであろう。修正された値を示す点線は単調増加を示している。

(12) 式で示したA, Bと平均樹高の関係から樹高階ごとのA, Bの補正値を求め、樹高階ごとのC—D効果線を引きなおすことができる。

このようにして引きなおしたC—D効果線と、調査年に関係なく、平均樹高で資料を整理してプロットし Fig. 18 (60頁) に示す。

応用的な意味で、樹高階別に資料を整理しておく都合のよいことはすでに四手井²⁶⁾が述べているとおりである。四手井²⁶⁾はこのような整理をおこなつて、競争開始時のh—n線を求め、只木³¹⁾はC—D効果線、full density curveを引き植栽本数別の成長予測をおこなつた。

4) 胸高断面積の解析

吉良たち¹³⁾は佐藤たち²²⁾のアカマツ密度試験の結果から、林業においては胸高断面積が一定になるという考えかたがあるが、これはぐあいがあるいと述べたが、

$$y = G \cdot H \cdot f \dots\dots\dots (22)$$

y : ha あたり幹材積, G : ha あたり胸高断面積, H : 平均樹高, f : 胸高係数

であるから、樹高と胸高係数が密度の影響をうけないとすれば、胸高断面積も逆数式による解析ができる。樹高は現在までの密度試験の結果では、密度により大きな影響をうけないとされているが、胸高係数は密度の影響をうける。しかしながら、Table 10 に示すように佐藤たちの密度試験結果も、今回の調査結果も、その変化はかなり小さい。

そこで、胸高断面積について逆数式のあてはめをおこなつた。Fig. 15, Fig. 16 に示したように比較的良好な適合が見られ、これらの常数の値を Table 11 に示す。

Table 11 の常数も材積における常数と同様に林齢 (Sa), 調査年ごとの総平均樹高 (H) に対し両対

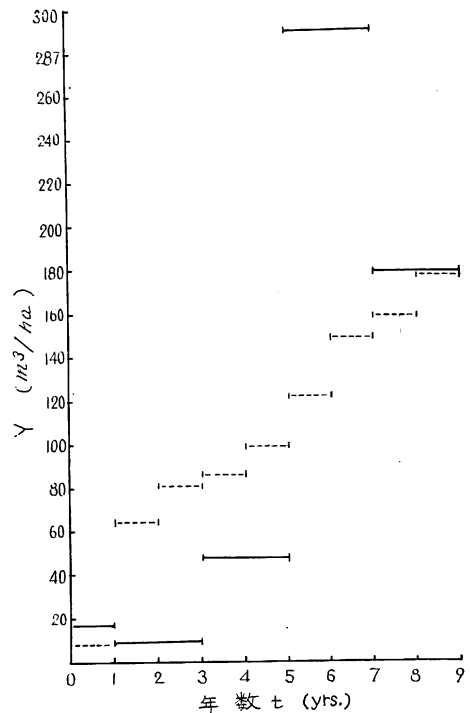


Fig. 14 Yの時間的变化
Time-trend of Y.

Table 10. 胸 高 係 数
Form factor.

佐藤たち ²²⁾				益 子 MASHIKO		
植 栽 距 離 Spacing (m)				処 理 Treatment		
2.0	1.5	1.0	0.5	A	B	C
0.615	0.610	0.634	0.671	0.671	0.716	0.715

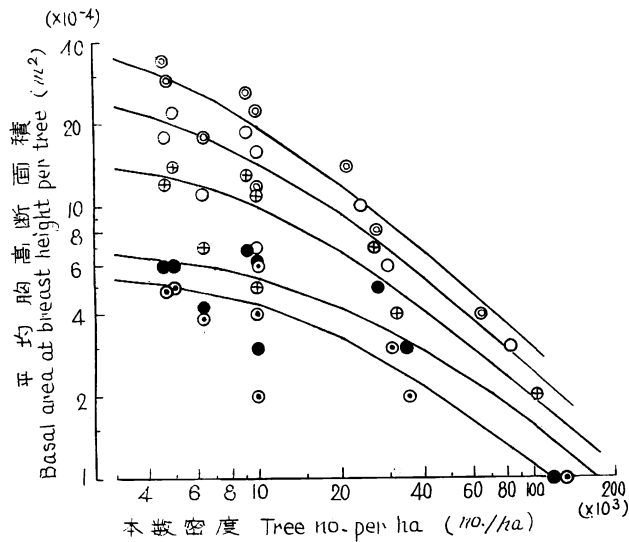


Fig. 15 調査年ごとの胸高断面積のC-D効果線
C-D effect of basal area at breast height
at observed years.

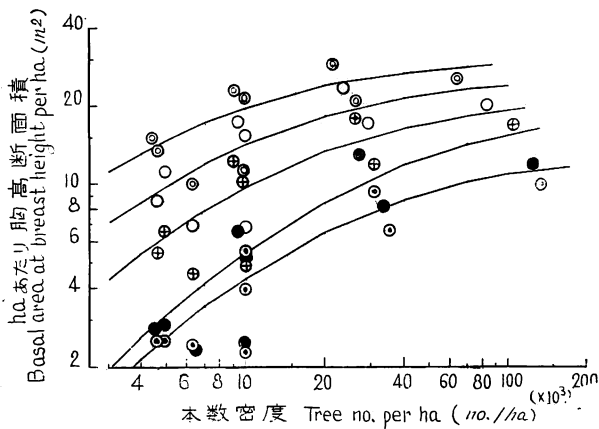


Fig. 16 調査年ごとの胸高断面積のY-D効果
Y-D effect curve of basal area at breast height
at observed years.

Table 11. 胸高断面積の逆数式の常数
Constants of the equation (7) on basal area at breast height.

調査年 Observed year	林 齢 Stand age (yrs.)	A (ha/m²)	B (tree/m²)
1953	10	0.07507	1571.97
1955	12	0.05052	1345.04
1957	14	0.04668	550.67
1959	16	0.03841	312.53
1961	18	0.03302	175.41

数上で直線関係を示し、

$$\left. \begin{aligned} \log A &= -1.3201 \log Sa \\ &+ 0.1711 \\ \log B &= -3.9345 \log Sa \\ &+ 7.2341 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

$$\left. \begin{aligned} \log A &= -1.0823 \log H \\ &- 0.8180 \\ \log B &= -3.4480 \log H \\ &+ 4.3916 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

がえられた。

5) 3/2 乗則に対する検討

3/2 乗則が(9)式で示されることはすでに述べたとおりである。3/2乗則は被度が100%で、自然間引をおこしている過密な林分の状態を示すものとされている。したがって、本報の無処理区は自然間引により調査のたびごとに、本数が減少していることから、当然3/2乗則を示す線がえられるものと考えていた。しかしながら、両対数上にこれらの点をプロットしてみると Fig. 8に示すように、1953年に約30,000~35,000本/ha くらいあつたものと、約130,000本/ha あつたものと2本の線が引けそうで、どう見ても1本の線に乗るとは考えられない。さらに30,000~35,000本/ha からはじまつたものと、130,000本/ha からはじまつたものとは、前者の方が傾きより急であり、その傾きは両者とも2より大きそうだ。ちなみに130,000本/ha からはじまつた区について(9)式のaの値を求めると、 $a=2.50$ となり、これまでに知られているaに比べかなり大き

い。試験開始時から1961年までの枯損率は130,000本/haではじまつた区は約53%, 35,000本/haではじまつた区が約24%を示している。これだけの枯損があつても3/2乗則すなわち full density curve に乗らないことは、これまで林木の full density curve¹³⁾ 30) 81) 32) をとり扱った報告で、高密度の林分で自然間引を起こしている林分資料に対し、上限線を引くということでは求められているが、このような引きかたをするときには資料について十分な吟味をおこなう必要がある。

いまここで、どのような経過をたどつて、林分が full density curve に乗るかについて考察を加えておこう。

Fig. 17 に示すように、 $\rho_1 < \rho_2$ の密度で生育をはじめたときの経過を考えよう。自然まびきのおこらない生育初期の段階では、 $\rho-v$ 線はタテ軸に平行に上へ移つてゆくが、自然間引がおこるとこの関係は左側に傾きはじめる。

この時期は $\rho_1 < \rho_2$ ならば ρ_2 が早い時期におこる。 $\rho-v$ 線が傾きはじめると生育段階のすすむにしたがい、タテ軸との傾きは ρ_1 が ρ_2 より小さい状態を保ちながら生育を続ける。

さらに生育段階がすすむと ρ_2 の傾きは、その樹種固有の(9)式のaに達して full density curve に乗り、時間の経過とともにaの値を保つたまま上昇する。そして ρ_1 も時間の経過とともに full density curve に乗つてゆく。このような経過をたどるもの

と考えれば、Fig. 8 の35,000本/haと130,000本/haではじまつたものが現在同一線上にのらず、傾きのちがうことも説明づけられる。すなわち、full density curve は吉良たちも述べているとおり自然間引を続けた後、初期密度のいかにかわらず最終的に収斂する線を示すもので、この点よく留意することが必要である。

このように考えると、3/2乗則を示す線を只木たちは「自然間引線」²⁹⁾と呼んでいたが“full density curve”³⁰⁾と改めたことは、前者は誤解を生みやすい呼び方で、「自然間引をおこしながら収斂する線」という意味で後者の呼び方が適切である。

6) 密度効果線上の特性値

C—D効果式

$$\frac{1}{v} = A\rho + B$$

において、 $\rho \rightarrow 0$ ならば $v \rightarrow 1/B$

すなわち、 $v_* = 1/B$ を無競争時の平均幹材積の大きさと考えることができる。

いま

$$\left. \begin{array}{l} v_{Rc} = v_* R_c = R_c / B \\ 0 < R_c < 1 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

なる v_{Rc} という値を C—D 効果線上で考えよう。平均幹材積が v_{Rc} なるときの密度 ρ_{Rc} は C—D 効果

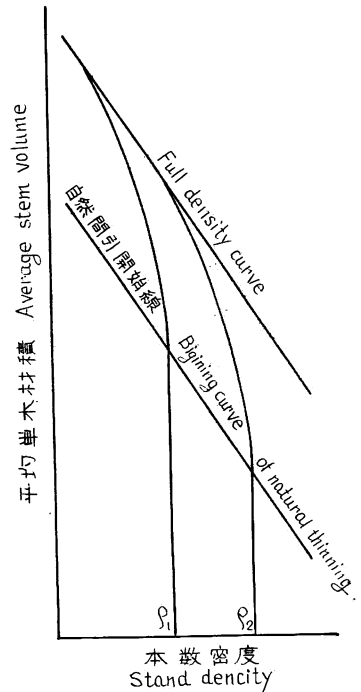


Fig. 17 full density curve に達する経過

Passage to full density curve.

式から

$$\rho_{Rc} = \frac{B}{A} \left(\frac{1}{Rc} - 1 \right) \dots\dots\dots (26)$$

Rc の大きさを 0.8, 0.7, 0.6……… とかえて (12) 式で示した関係から各樹高階ごとの C—D 効果線をもとめ、その上にプロットし、同じ Rc の値の点を結ぶと、 Rc が小さくなるほど右側にずれた Fig. 18 に示す多くの平行線がえられる。 Rc が大なるほど競争のおこり方が弱く、小なるほど競争のおこり方が強い。このように Rc や後述の R_f によつて決まる密度効果線上の点を、密度効果線上の特性値 “Characteristic values on density effect curve” とよぶことにする。いま、 Rc が同じならば、生育段階に関係なく競争の強さは等しいと考えると、Fig. 18 に示した平行線は C—D 効果線上で同じ競争の強さにおかれた点の軌跡を示すものと考えられる。そこで Rc を競争比数 (Competition index) とよぶことにする。この値は吉良たち¹⁰⁾が C 値として定義した

$$C = \frac{\text{ある区の平均個体重}}{\text{無競争区の平均個体重}} \times 100$$

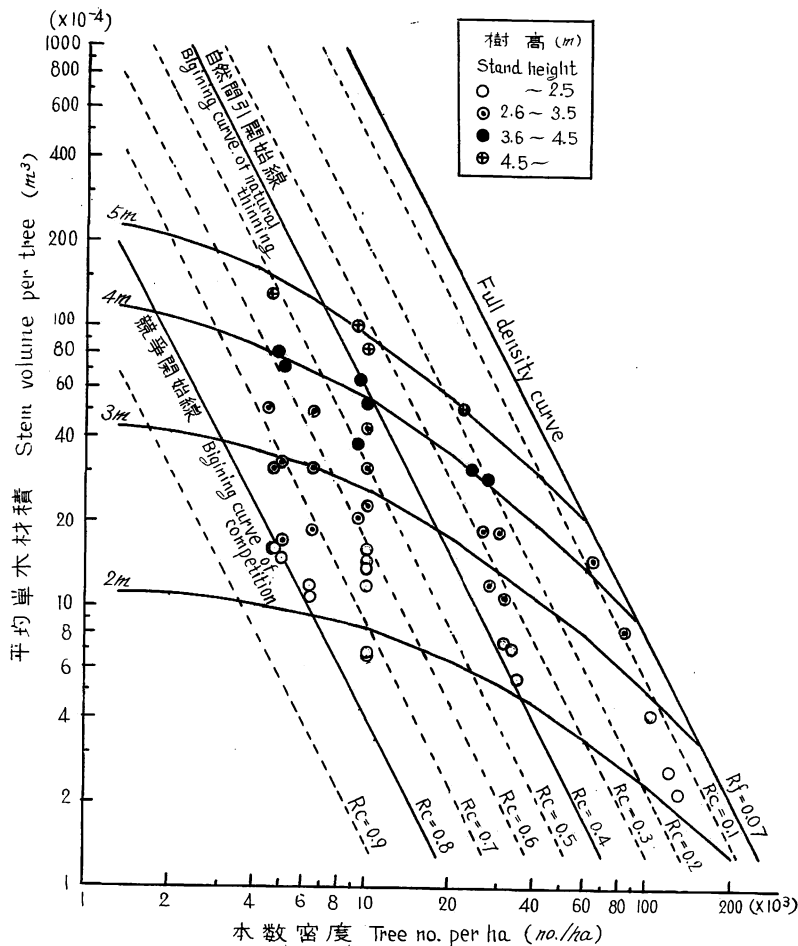


Fig. 18 C—D 効果線上の特性値
Characteristic values on C—D effect curve.

と同じ性格のものである。

(25) (26) の関係から, A, B の値が解ければ, 一般式としてある競争比数 R_c をとらせたときの軌跡を示すことができる。

(12) 式の関係は

$$\left. \begin{aligned} A &= aH^{-b} \\ B &= a'H^{-b'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

とかきなおせる。

(26) (27) から

$$\rho_{Rc} = \frac{B}{A} \left(\frac{1}{Rc} - 1 \right) = \frac{(1-Rc)}{Rc} \cdot \frac{a'}{a} H^{b-b'} \dots\dots\dots (28)$$

(25) (27) から

$$v_{Rc} = \frac{Rc}{B} = \frac{Rc}{a'} H^{b'} \dots\dots\dots (29)$$

$$\therefore H = \left(\frac{a'}{Rc} v_{Rc} \right)^{\frac{1}{b'}} \dots\dots\dots (30)$$

(28) (30) から

$$\rho_{Rc} = \frac{(1-Rc)}{Rc} \cdot \frac{a'}{a} \left[\left(\frac{a'}{Rc} v_{Rc} \right)^{\frac{1}{b'}} \right]^{b-b'} = \frac{(1-Rc)}{Rc} \cdot \frac{a'}{a} \left(\frac{a'}{Rc} \right)^{\frac{b-b'}{b'}} v_{Rc}^{\frac{b-b'}{b'}}$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore v_{Rc} &= K_2 \rho_{Rc}^{\frac{b'}{b-b'}} \\ K_1 &= \frac{b'}{b-b'} \\ K_2 &= \frac{Rc}{a'} \left(\frac{Rc}{1-Rc} \cdot \frac{a}{a'} \right)^{\frac{b'}{b-b'}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)^*$$

したがって, (31) に競争比数 Rc を与えることにより, C-D 効果線上で等競争比数を示す軌跡を同一幂数をもつた曲線, すなわち平行線で与えることができる。

3/2 乗則により示された “full density curve” を, 吉良¹³⁾ は特に重要な意味をもつ線として特性曲線とよんだ。また, “full density curve” はこれまでもよく知られているように, 密度効果線との関連において考えられるべきものである³⁾²⁹⁾³⁰⁾³¹⁾。そこで “full density curve” について (31) の関係から新たな解釈を加えておこう。

前節で述べたとおり, “full density curve” は, ある植栽密度で植えられた植物が, ある生育時期に競争をはじめ, その後自然間引をおこしながら生育を続け, やがて初期密度のいかにかわらず同一直線上に収斂したものである。いま, このようにして収斂するとき, 生育段階, 林齢, 地位等に関係なく, full density における材積は無競争時の材積に対して競争比数は一定の値をとると考える。すなわち (25) において, Rc を $1 \geq Rc \geq 0$ としたが, Rc は現実には $Rc \rightarrow 0$ とはならず, ある有限の値を実現値としてとる。この Rc の実現値は最小の値で C-D 効果線上でもつとも競争の強い点を示す。初期密度のちがいのにより, この最小の競争比数 R_r に達する時期はことなるが, C-D 効果線上の点は最終的には R_r で示される点に収斂し, 競争比数が R_r に達した後は, R_r を常に保つて自然間引をおこしながら成長を

* この関係は (11) 式を

$$\left. \begin{aligned} A &= c S_a^{-d} \\ B &= c' S_a^{-d'} \end{aligned} \right\} \text{とかきなおすと, } a, b, a', b' \text{ を } c, d, c', d' \text{ でおきかえて示すこともできる。}$$

続ける。

すなわち、C—D効果線上で競争比数が R_f により示される点の軌跡を“full density curve”と考えることができる。“full density curve”は3/2乗則により、相似性の仮定から幾何学的に求められたが、ここに述べた関係によつてC—D効果線と直接結びつきをもとめることができる。いま full density の競争比数 R_f のときの平均単木幹材積を v_f 、密度を ρ_f とおけば、“full density curve”は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} v_f &= K'_2 \rho_f^{k_1} \\ K_1 &= \frac{b'}{b-b'} \\ K'_2 &= \frac{R_f}{a'} \left(\frac{R_f}{1-R_f} \frac{a'}{a'} \right)^{\frac{b'}{b-b'}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)'$$

ちなみに、(9)式と(31)'式は一般式として式の形も同じである。また(31)'式の常数は(27)式の常数と R_f により与えられ、この常数や R_f は樹種の特性により決まるから、“full density curve”にも必然的に樹種の特性がいづつてくるはずである。

(31)式の関係はさらに、単位面積あたりの量を y とおけば、 $y = \rho \cdot v$ であるから、

(31)式は

$$\left. \begin{aligned} y_{Re} &= v_{Re} \cdot \rho_{Re} = K_2 \rho_{Re}^{k_1+1} = K_2 \rho_{Re}^{k'_1} \\ K'_1 &= \frac{b'}{b-b'} + 1 = \frac{b}{b-b'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

によりY—D効果線上にも軌跡を与えることができる。

各生育段階におけるY—D効果線上で、単位面積あたりの幹材積 y の理論的な最大値は、逆数式の常数 A の逆数 $1/A$ で与えられる。しかしながら、実現値としての y の最大値は、full density により決まる。

Y—D効果線上で、full density に対しある比率 R_y をもつた蓄積の点 (y_{Ry}) を考えると、その点は full density における単位面積あたりの収量 y_f に対し

$$y_{Ry} = R_y \cdot y_f \dots\dots\dots (33)$$

で与えられる。 R_y の大きさを、0.8, 0.7, 0.6, ……とかわえて、各樹高階ごとのY—D効果線上におとし、同じ R_y の値をむすぶと、Fig. 19 に示す平行線がえられる。これらの平行線は、full density に対し、Y—D効果線上で同じ材積割合を示し、 R_y はその割合を示す指数であるから、収量比数 (yield index) とよぶことにする。

Fig. 19 に平行線で示した full density に対し、 R_y の比率をもつ点の軌跡はつぎのように与えられる。

Y—D効果線上での full density は

$$y_f = K_2 \rho_f^{\frac{b}{b-b'}} \dots\dots\dots (34)$$

これまでの経過から上述の平行線が ρ に対して (33) 式と同じ冪数を持つことは容易に考えられる。したがつて、これらの平行線は

$$y_{Ry} = K_3 \rho_{Ry}^{\frac{b}{b-b'}} \dots\dots\dots (35)$$

いま、(25) から

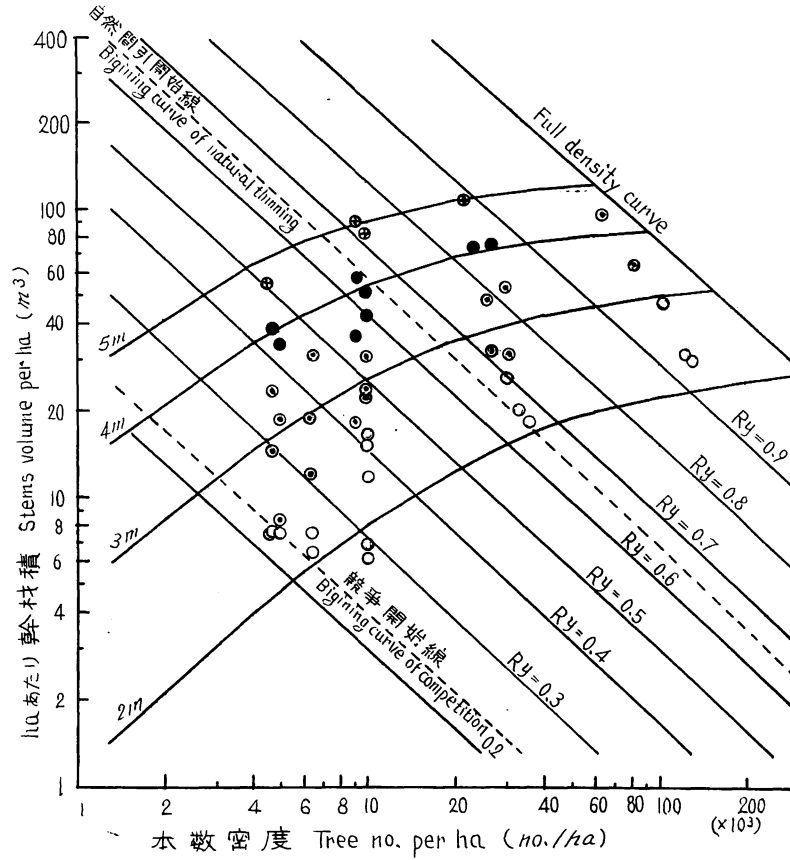


Fig. 19 Y-D 効果線上の特性値
Characteristic values on Y-D effect curve.

$$\left. \begin{aligned} v_f &= R_f/B \\ v_{Rc} &= R_c/B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{また } y_f &= y_f \cdot \rho_f \\ y_{Rc} &= v_{Rc} \cdot \rho_{Rc} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

したがつて, R_y は (33) (36) (37) から

$$R_y = \frac{y_{Rc}}{y_f} = \frac{R_c}{R_f} \cdot \frac{\rho_{Rc}}{\rho_f} \dots\dots\dots (38)$$

ρ_{Rf} , ρ_{Rc} は C-D 効果線上の点でもあるから

$$\left. \begin{aligned} \rho_f &= \frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_f} - 1 \right) \\ \rho_{Rc} &= \frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_c} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

したがつて, R_y と R_c の一般的な関係は (38) (39) から

$$R_y = \frac{R_c}{R_f} \cdot \frac{\frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_f} - 1 \right)}{\frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_c} - 1 \right)} = \frac{1 - R_c}{1 - R_f} \dots\dots\dots (40)$$

または

$$Rc = 1 - (1 - R_f)R_y \dots\dots\dots(41)$$

によつて与えられる。

したがつて、(35)の K_3 は(31)の K_2 の Rc に(41)を代入することにより求められる。すなわち、Y-D効果線上で full density に対し収量比数 R_y の割合をもつ材積 y_{Ry} を示す点の軌跡は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} y_{Ry} &= K_3 \rho_{Ry}^{k_1'} \\ K_1' &= \frac{b}{b-b'} \\ K_3 &= \frac{1 - (1 - R_f)R_y}{a'} \left[\frac{a}{a'} \frac{1 - (1 - R_f)R_y}{(1 - R_f)R_y} \right]^{\frac{b'}{b-b'}} \\ &= \frac{(1 - R_f)R_y}{a} \left[\frac{a}{a'} \frac{1 - (1 - R_f)R_y}{(1 - R_f)R_y} \right]^{\frac{b}{b-b'}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

したがつて(41)の Rc と R_y の関係から、C-D効果線上の特性値とY-D効果線上の特性値の相互関係をもとめることができる。

(42)のように、full density curve に対してある比率をもつた線は、これまでも平均管理曲線¹³⁾として示されてきたが、これまでに示されてきた平均管理曲線は密度効果線と直接関連をもたせたものではなかつた。したがつて、full density curve に対して50%の平均管理曲線として示されたものは、ある密度で full density に対して50%の蓄積を有する点が示されているにすぎず、密度効果線との直接のむすびつきがない。ここで述べた方法によると、収量比数 $R_y = 0.5$ を示す軌跡は、樹高階ごとの密度効果線上で、full density における蓄積に対し50%の蓄積を有する点がどこにあるかを示すことができる。すなわち、応用的には収量比数 R_y により示される収量比数曲線を管理線として用いることにより、密度効果線上で、生育段階ごとに full density に対して収量比数 R_y の比率をもたせながら、間伐管理をおこなうことができる。

さきにも述べたように、ある密度で植栽された林は、ある時期までは無競争で生育するが、林分の閉鎖時期に近づくと、林分相互間に競争を生ずる。競争が生じた後さらに生育段階の進むにしたがい、自然間引がはじまり、自然間引をおこしながらやがて full density に収斂する。これまで述べてきたことから明らかなように、密度効果線上で競争開始点 (Beginning point of competition)、自然間引開始点 (Beginning point of natural thinning) および full density が、いかなる生育段階においても、それぞれ同じ競争の強さ、すなわち同じ競争比数、または(40)に示す関係から同じ収量比数においてなりたつと考えると、応用的な意味で競争開始線 (Beginning curve of competition)、自然間引開始線 (Beginning curve of natural thinning)、full density curve、および収量比数線 (Yield index curve) を(31)'(42)により与えることができる。

Fig. 18 から競争開始線、自然間引開始線および full density curve を決めるために Rc 、 R_f にいかなる値を与えればよいか検討を加えよう。

競争開始線は第1報で示した閉鎖度や枝下高からみて、疎立区は1955年から1957年の間に競争がはじまったと考えられるので、点の配置から $Rc = 0.8$ が与えられる。

自然間引開始線は、1953年に 35,000 本/ha あつた区は1955年には自然間引をおこしていたし、また、

10,000 本/ha 区の一部は1959年から61年の間に自然間引がはじまつたと考えられるので、これらの点を考慮して $R_c=0.4$ が与えられる。

“full density curve”は、すでに述べたように 130,000 本/ha ではじまつた区が現在まだ full density に達していないという判断から、その右側になるように $R_r=0.07$ を与えてみた。

以上のように R_c , R_r を与えると、競争開始線、自然間引開始線、full density curve は次式により与えられる。

競争開始線：

$$\left. \begin{aligned} \log v &= -1.9252 \log \rho + 4.6484 \\ \log y &= -0.9252 \log \rho + 4.6484 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

自然間引開始線

$$\left. \begin{aligned} \log v &= -1.9252 \log \rho + 5.4529 \\ \log y &= -0.9252 \log \rho + 5.4529 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

full density curve

$$\left. \begin{aligned} \log v &= -1.9252 \log \rho + 6.5197 \\ \log y &= -0.9252 \log \rho + 6.5197 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

また収量比数曲線は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \log y &= -0.9252 \log \rho - 0.9252 \log \left(\frac{0.0000122}{R_y} - 0.0000114 \right) \\ &\quad + \log 8.038 R_y \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

(46) で $R_y=0.8$ のときには

$$\log y_{0.8} = -0.9252 \log \rho_{0.8} + 5.8069 \dots\dots\dots (46)'$$

なお上記の関係は (12) 式から

$$\left. \begin{aligned} A &= 0.1157H^{-1.7032} \\ B &= 10.198H^{-3.5440} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)'$$

をもとめ計算した。

V 除伐問題に対する考察

前章で述べた幹材積、胸高断面積の密度効果と密度効果線上の特性値の林業における応用的な意味は、植栽本数、間伐の問題を考察するのに役立たせられる。今回とりあつかつた資料は、天然生アカマツ除伐試験林からえられた資料であるから、アカマツの除伐問題について考察を加えておこう。

天然更新のうまくおこなわれたアカマツ林は、この試験林の例でもわかるように、ha あたり数万ないし数十万本の本数をもつて生育をはじめめる。このような本数を持たせておいたのでは、林木相互間に非常に若い時代から競争がはじまり、したがつて、かなり早い時期から自然枯損がはじまり、full density に達する。このような状態で林分を生育させると、ha あたりの蓄積を高く維持させることはできるが、単木の成長がくれ、また枯損木も多くなり、病虫害発生の危険が増大し、風雪害に対する抵抗も弱くなる。このため、早い時期に除伐をおこなう必要がある。除伐をおこなうに際してまず考えることは、除伐後にどのくらいの本数を残すかということである。この除伐後に何本残すかという問題を密度効果線から判断して決めてみよう。

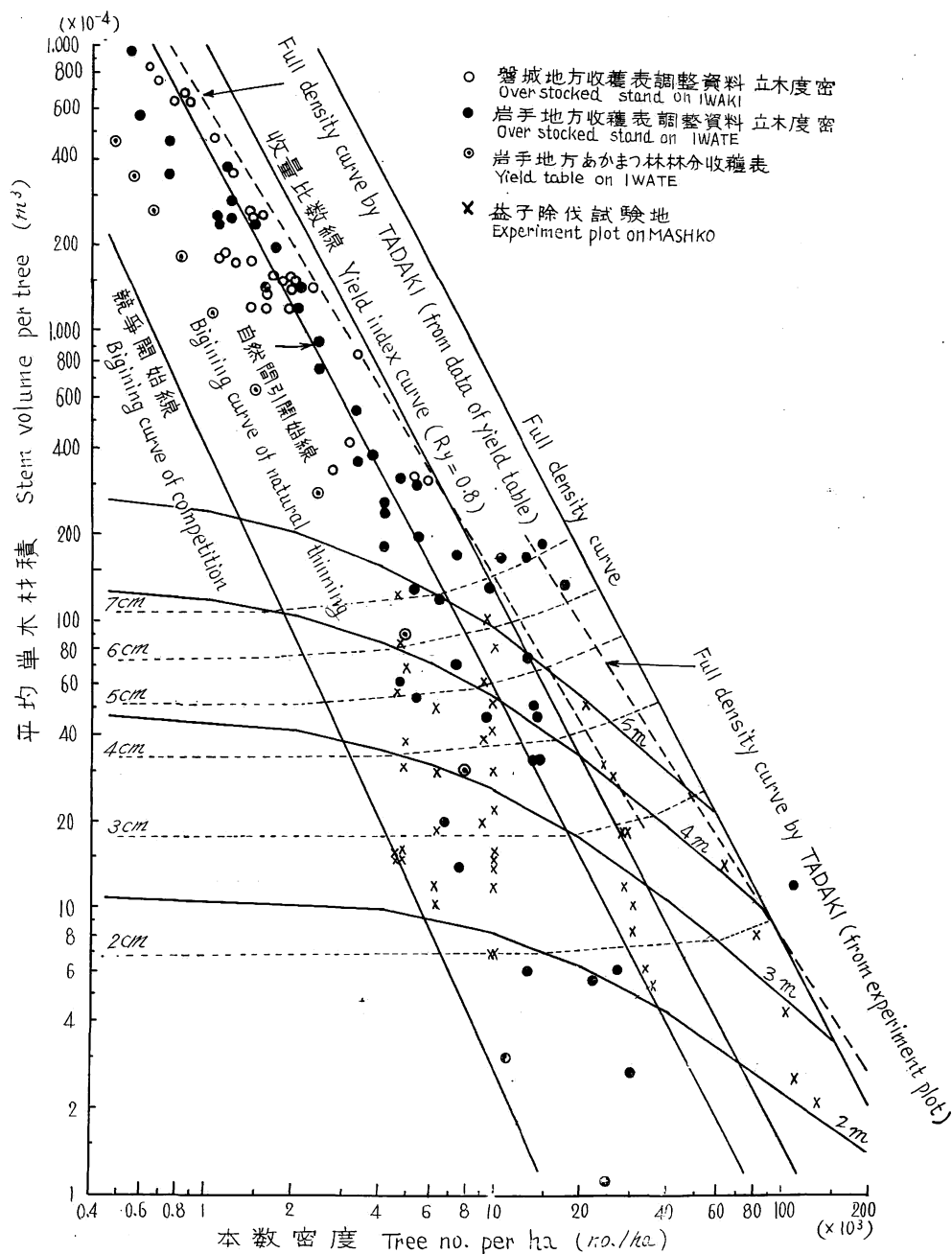


Fig. 20 C—D効果線上の特性線と等胸高直径線
Characteristic curve and equally diameter curve on C—D effect curve.

さきに示した (12) 式により求めた樹高階別の幹材積密度効果線と、密度効果線上の特性値を Fig. 20 と Fig. 21 に示す。参考のために、アカマツの岩手地方と磐城地方の収穫表調製業務研究資料の中から疎密度の密として示された値と、岩手地方収穫表のⅡ等地の値を入れた。full density curve には、求め

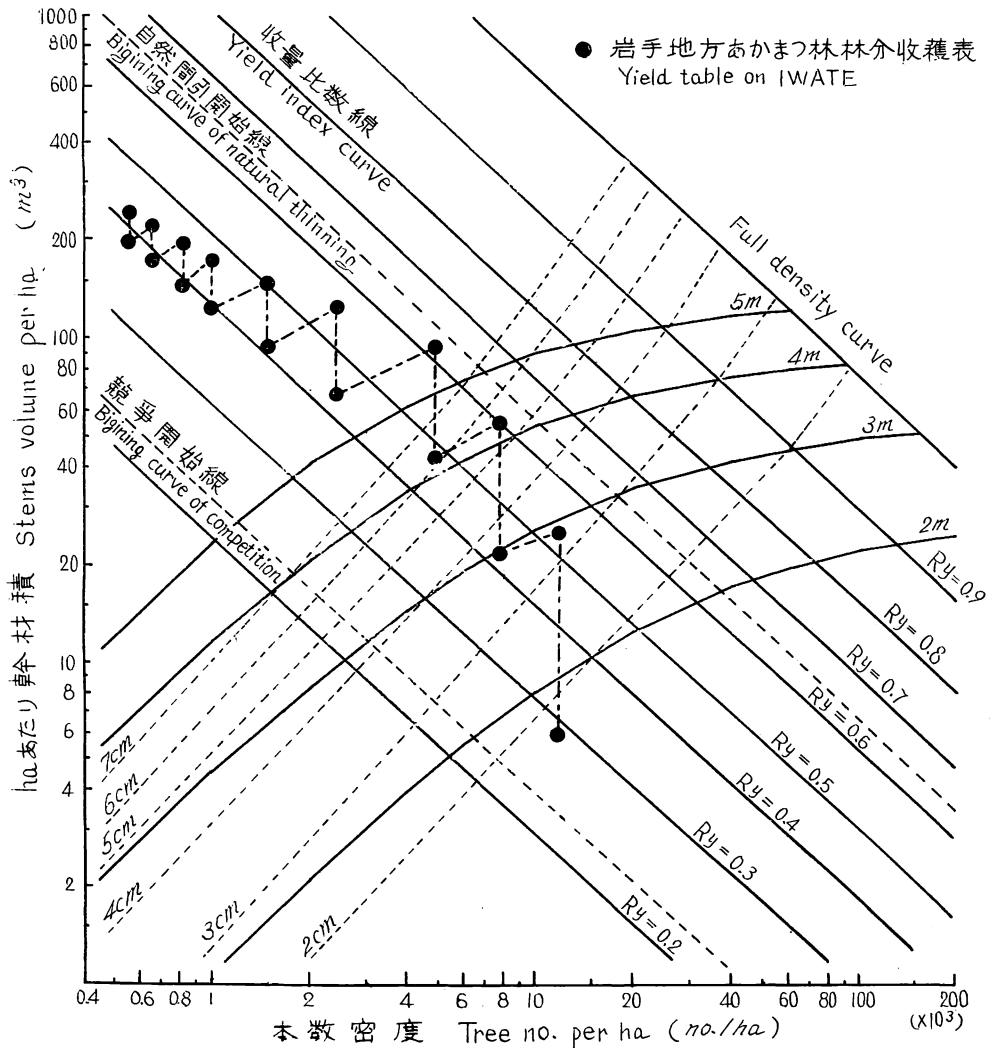


Fig. 21 Y—D効果線上の特性値と等胸高直径線
Characteristic curve and equally diameter curve on Y—D. effect curve.

方はちがうが、只木たち³⁰⁾がアカマツの密度試験の結果から求めた

$$v = 5.147 \times 10^4 \rho^{-1.56} \dots \dots \dots (47)$$

と、同じく全国のアカマツ林収穫表調製資料をもちいて引いた

$$v = 4.232 \times 10^4 \rho^{-1.59} \dots \dots \dots (48)$$

の値を入れて比較してみた。只木たち³⁰⁾も指摘しているように、(47)式と(48)式の幂指数はよく似た値であるが、タテ軸を切る値はかなりの相違があり、(47)式は(48)式に比しかなり右側にずれている。筆者が full density curve として示した(45)式と只木たちの(47)式を比べると幂指数は(45)式が大きい。しかしながら、(47)式も本報で取り扱った資料に対しては大きなズレを示さない。(45)(47)式が(48)式と異なる理由を、つぎのように考える。(45)(47)式は幼齢林の資料から求めたもの

であり、(48)式にもちいた収穫表調製資料は壮老齡林が多い。またアカマツの過密林分は、幼齡時代には枝葉が交錯して隣接木の幹近くまで互いに枝を伸ばすが、壯齡以後になるとクローネの枝端が接触するような現象はまず見られない。このようなことが(45)(47)式と(48)式のちがいとなつてあらわれたものと考えられる。このように考えると、(31)'式で示した full density curve の R_c は生育段階により変化させて考えたほうが良いかもしれないが、これは今後の研究課題である。

Fig. 20, Fig. 21 にはさらに(24)式から求めた胸高断面積の樹高階別密度効果式を求め、平均胸高断面積直径(平均胸高断面積から求めた直径)を2, 3, 4, ……7cm としたときの平均断面積から ha あたりの本数を求めて、同じ胸高断面積直径を結んだ等胸高断面積直径曲線を示してある。

Fig. 20, Fig. 21 をもとにさらに述べた天然生アカマツ林の除伐後の残存本数について考えてみよう。残存本数の決定は、植栽造林のばあいの植栽本数の決定と共通的な意味がある。すなわち、植栽本数や天然生アカマツ林の除伐残存本数の決定に際し考えねばならぬことは、間伐期および最終収穫時期である伐期にどのような材を生産するか、いいかえればどのような保育形式により林分を伐期まで導くかということである。アカマツ林の保育形式は現在研究の途上にあるが、大きく分けると用材生産と原料材生産の2つになるだろう。いずれの保育形式をとるとしても、除伐後第1回の間伐における間伐材から利用しようという前提のもとに、第1回の間伐をいつおこない、その時の間伐材の大きさがどのくらいになつていけばよいかということを考える必要がある。これらは経済的条件や労働条件によつて決められるであろう。このような条件の設定があつて、はじめてその条件を満たすため密度効果法則を手がかりに除伐後の残存本数を定めることができる。

このような立場に立つて、第1回の間伐を平均樹高が4mまたは5mのときにおこなうものとして、そのときの期待平均胸高断面積直径と除伐後の残存本数を Table 12 に示す。6m以上の樹高で第1回の間伐をするときの基準も、(12)(24)式をつかつて推定がつけられるが、Fig. 20 で示したように資料に6m以上の点がないので、今後さらに試験地の成長経過を見た上で決めてゆきたい。また Table 12 による除伐基準は、平均樹高約2mのときに除伐がおこなわれ、その時の林分は自然間引をおこしている高密度の林分であるばあいに適用される。間伐は一般に下層木から伐られるから、第1回の間伐材は Table 12 に示されたものより樹高、直径ともに小さな立木が多いはずである。

Table 12. アカマツ天然生林除伐暫定基準
The tentative standard of the improvement cutting on natural stand of Japanese red pine.

第1回の間伐前の平均樹高 Average height before 1st thinning (m)	期待平均胸高直径		Average D.B.H.(cm)	
	4	5	6	7
4	16,000	8,800	4,500	1,600
5	25,000	15,000	9,800	6,200

VI 摘 要

栃木県芳賀郡益子町高館山国有林における天然生アカマツ除伐試験林の調査結果にもとづき、本数密度を中心とした解析をおこなつた。

1) 現存量の推定にあたって、葉量の推定は分散が大きく、これまでにいくつかの推定方法が示されている。そこで、(1)(2)(3)(4)式の4つの方法について推定精度の比較をおこなった。推定精度はTable 3に示すように、いずれの方法をもちいてもあまり差がない。したがって対象林分から、標本木をとって林分の葉量を推定する問題に限れば、計算の容易な比推定が有利だといえる。

2) 現存量を密度効果の逆数式

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{w} &= A\rho + B \\ \frac{1}{y} &= A + \frac{B}{\rho} \end{aligned} \right\}$$

にもとづき解析をおこない、その結果を Fig. 6~7, Table 7 に示した。

3) 幹材積の密度効果の経年変化を Fig. 8, Fig. 9 に示し、逆数式の常数の経年変化を Table 8 に示した。逆数式の常数A, Bは林齢または平均樹高と両対数上で直線関係を示し (Fig. 10, 11), その関係は (11)(12) 式により示される。

またA, Bは一般化ロジスチック曲線として Table 5 により与えられる内容を持つ。A, Bの経年の値から τ , λ , Y について解析をおこない、Fig. 12, 13, 14 および Table 8, 9 に示した。

4) 胸高断面積も密度効果の逆数式による解析が可能で、その結果を Fig. 15, 16, Table 11 に示す。逆数式の常数A, Bは幹材積におけるものと同様林齢または平均樹高と両対数上で直線関係を示し、その関係は (23) (24) 式により与えられる。

5) 密度効果線上の特性値について検討を加え、一般式として (31)(42) をえた。さらに競争開始線、自然間引開始線、full density curve、収量比数線について考察を加え、実験値から (43) (44) (45) (46) 式をもとめた (Fig. 18, 19)。

6) 幹材積の樹高階別密度効果線上に等断面直径曲線と、前述の特性値の軌跡を示し (Fig. 20, 21), 平均樹高約 2 m の高密度で自然間引をおこなっている林分の除伐基準残存本数を、第1回の間伐時期との関連において Table 12 に示した。

文 献

- 1) 安藤 貴・蜂屋欣二・土井恭次・福田英比古：標本調査によるスギの単木 および 林分枝葉量の推定, 日林誌, (41) 4, (1959)
- 2) ———・坂口勝美・成田忠範・佐藤昭敏：アカマツ天然生除伐試験林の解析 (第1報), 生育経過と相対成長, 林試研報, 144, (1962)
- 3) ———：植栽本数の多少とその効果——植栽本数の決め方——, 山林, 938, (1962)
- 4) HOZUMI, K., T. ASAHIRA and T. KIRA: Intraspecific competition among higher plants. VI Effect of some growth factors on the process of competition. Jour. Inst. Polytech. Osaka City Univ., D7, 15, (1953)
- 5) IKUSHIMA, I., K. SHINOZAKI and T. KIRA: Intraspecific competition among higher plants. VII Growth of duckweed, with a theoretical consideration on the C-D effect. Jour. Inst. Polytech. Osaka City Univ., D6, 107, (1955)
- 6) 加藤亨助：カラマツ幼齡林における密度効果の一例, 北方林業, 125, (1959)
- 7) ———：植付様式を変えたばあいのカラマツ苗木の本数密度と生産量, 林試北海道支場年報, (1959)
- 8) 荻住 昇・寺田正男：林分の地下部の構造に関する研究, (1) スギ林について, 68回日林講集,

- (1958)
- 9) 河田 杰・金谷与十郎：あかまつ及びからまつ植栽の疎密が成林状態に及ぼす影響（終結報告），
林試報，41，(1949)
 - 10) 吉良竜夫・穂積和夫・小川房人・上野善和：植栽密度の生態学的考察，園芸学研究集録，(6)，
(1953)
 - 11) KIRA, T., H. OGAWA and N. SAKAZAKI : Intraspecific competition among higher plants.
I. Competition-density-yield interrelationship in regularly dispersed populations, Jour.
Inst. Polytech. Osaka City univ., D 4, 1, (1953)
 - 12) ———, H. OGAWA, K. HOZUMI, H. KOYAMA and K. YODA : Intraspecific competition among
higher plants. V. Supplementary notes on the C-D effects. Jour. Inst. Polytech. Osaka
City Univ., D. 7, 1, (1956)
 - 13) 吉良竜夫編：密度・競争・生産，大阪営林局，(1957)
 - 14) ———・依田恭二：立木密度と生産量，北方林業，(9) 6, (1957)
 - 15) ———・篠崎吉郎：マツバボタンの生長曲線の解析，生理生態，(7,) 2, (1957)
 - 16) ———編：植物生態学 II 上，生態学大系，(1960)
 - 17) KITTREDGE, T. : Estimation of the amount of foliage of trees and stands. Jour. Forestry,
42, (1944)
 - 18) 丸山岩三・佐藤 正：林木および林分の葉量に関する研究 第 I 報，岩手県地方のアカマツについ
て，林試研報，65，(1953)
 - 19) 西沢正久：森林測定法，(1959)
 - 20) 坂口勝美・土井恭次・安藤 貴：立木密度からみたアカマツ幼齢林の生産構造，アカマツに関する
研究論文集，(1954)
 - 21) ———・———・———・福田英比古：本数密度からみたアカマツ天然生幼齢林分の解析，
林試研報，93，(1957)
 - 22) 佐藤大七郎・中村賢太郎・扇田正二：林分生長論資料 1，立木密度のちがう若いアカマツ林，東大
演報，48，(1955)
 - 23) ———：立木密度と成長の問題，北方林業，(1956)
 - 24) 扇田正二・佐藤大七郎：林分生長論資料 2，いろいろなツヨサの間伐をした北海道のストロブマ
ツ林，東大演報，52，(1956)
 - 25) 柴田信男：植栽密度試験について——6年生クロマツ林に見られた密度の影響を中心として——，
林業技術，228，(1961)
 - 26) 四手井綱英：林分密度の問題，林業解説シリーズ，86，(1956)
 - 27) SHINOZAKI, K. and T. KIRA : Intraspecific competition among higher plants. VII. The
logistic theory of the C-D effect. Jour. Inst. Polytech. Osaka City Univ., D 7, (1956)
 - 28) 篠崎吉郎・吉良竜夫：生長曲線論，現代生物学講座，6，(1957)
 - 29) 只木良也・四手井綱英：林木の競争に関する研究 II，スギ苗で仕立てた模型林分での間伐試験，
日林誌，41，9，(1959)
 - 30) ———・———：同上，アカマツ幼樹を用いた小型林分での機械的な間伐試験，日林誌，44
5，(1962)
 - 31) ———：今市スギ保育形式比較試験地の収穫予想，山脈，12，2，(1961)
 - 32) 四大学合同調査班：森林の生産力に関する研究 第 1 報，北海道主要針葉樹林について，国策パル
プ K K，(1960)

Growth Analysis on the Natural Stands of Japanese Red Pine
(*Pinus densiflora* SIEB. et ZUCC.).

II Analysis of stand density and growth.

Takashi ANDO

(Résumé)

I Introduction

To study the effects of improvement cutting on basic data of thicket stage stands of Japanese red pine, the experimental plots of improvement cutting were established in the National Fores Mashiko Town, Tochigi Prefecture, in 1951~1952. The plots were established on the naturally regenerated stand 8 years old in 1951.

In a previous report²⁾, it was shown that the growth process and the relative growth were influenced by improvement cutting.

In this report, the author analyzes the relations between stand density and items, which are the standing crops of each parts (leaves, branches, stems, and total of above ground) in 1961, stem volume and basal area at breast height of each observed year. From the results of this analysis, the author shows the standard of improvement cutting.

II Design of experimental plots.

The treatment of improvement cutting was done as follows :

Plot A : Wide spaced plot. When the stand begins the competition thinning is done.

Plot B : 10,000 trees per *ha* in 1952.

Plot C : Non-treatment plot.

The experimental plots were arranged on the randomized block method with 3 replications.

III Estimation of standing crops.

Weight of stems, branches, leaves and total of above ground per tree and per *ha* was estimated by ratio estimate method from sample trees. Table 1 is a tabulation of these results. Leaves weight has been studied by various methods as given in equations (1) to (4)¹⁾

$$L = g \cdot R \dots \dots \dots (1)$$

$$\log L = a_1 \log D + b_1 \dots \dots \dots (2)$$

$$\log L = a_2 \log D^2 + b_2 \dots \dots \dots (3)$$

$$\log L = a_3 \log D^2 H + b_3 \dots \dots \dots (4)$$

L : Leaves weight per tree, D : Diameter at breast height, H : Tree height,

$$g = \frac{\pi}{4} D^2, R = \frac{\sum L}{\sum g}, a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 : \text{constant.}$$

Constant values of these equations are shown in Table 2. The author compared the estimative precision of these equations, and the results are shown in Table 3. On each equation, the differences of estimative precision are very small.

IV Analysis between stand density and growth.

1) Theory of Density Effect.

KIRA et al.¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾ have investigated the relation between the density (plants number per unit area) and the growth of annual plants, and established a law applying to the intraspecific competition in plant population. It is considered that the law is important to determine the planting number per *ha* and thinning schedules. So, the author³⁾ and others⁷⁾²⁰⁾²¹⁾²²⁾²⁵⁾²⁶⁾²⁹⁾³⁰⁾³¹⁾ have applied this law for the tree. SHINOZAKI and KIRA²⁷⁾ showed theore-

tically and experimentally that the growth curve of ordinary higher plants can be reasonably formulated by the general logistic equation.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{w} \cdot \frac{dw}{dt} &= \lambda(t) \left[1 - \frac{w}{W(t)} \right] \\ \text{or } w &= \frac{e^{\tau}}{\left[\int \frac{e^{\tau}}{W} d\tau + K \right]} \quad \text{and} \quad \tau = \int \lambda dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

in which w : dry weight of plant, t : time or period of growing after seeding or planting. λ : growth coefficient and W : asymptote of w .

Seeds or plants are simultaneously planted on plots with various grades of planting density (ρ), other growth factors being equivalent. After a certain period of growth, samples are taken at the same time from all plots, the average individual weight (w) and total weight per unit area (y) on each plots is determined.

Starting from the following assumptions, they have successfully derived the reciprocal equation of density effect.

- i) The growth of w is represented by a general logistic equation.
- ii) The coefficient of growth λ is independent of ρ .
- iii) Final yield per area is constant, $W \cdot \rho = Y = \text{const.}$
- iv) Seeds or seedlings are planted simultaneously at $t=0$ indifferently to plant density, $w|_{t=0} = w_0 = \text{const.}$ independent of ρ .

$$\frac{1}{w} = A\rho + B \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{1}{y} = A + \frac{B}{\rho} \dots\dots\dots (8)$$

Equation (7) formulates the effect of plant density on the average plant weight, and is named "reciprocal equation of competition-density effect" or "reciprocal equation of $C-D$ effect". Equation (8) formulates the effect of plant density on the total yield per unit area, and is named "reciprocal equation of yield-density effect" or "reciprocal equation of $Y-D$ effect".

The values of A and B are the function of time as shown in Table 5 on each type of logistic curve.

On the other hand, we have recognized that there is a simple quantitative relation between the density (ρ) and average plant weight (w) or total weight per unit area (y), when the density is very high, and the natural thinning is being done actively in plant population. This relation is shown by the following equation.

$$\left. \begin{aligned} w &= k' \rho^{-a} \\ y &= k' \rho^{1-a} \end{aligned} \right\} (a \div 3/2) \dots\dots\dots (9)$$

We have called the curve of these equations "full density curve".

2) Analysis of stand density and standing crops.

$C-D$ effect and $Y-D$ effect of stem weight, branches weight, leaves weight and total weight of above ground are given in Fig. 6 and Fig. 7, and the A and B of reciprocal equation are given in Table 7.

3) Analysis of stand density and stem volume

Average stem volume and stem volume per ha in every other year from 1953 to 1961 were given in the previous report. From these values, figures of $C-D$ effect and $Y-D$ effect of stem volume on each growth stage are shown in Fig. 8 and Fig. 9, and the values of A and B of density effect equations are given in Table 8.

Relation between the stand age (Sa) or the average height of each plot of same age (H) and A or B of density effect equation show the linear relation on the log-log graph (See Fig. 10 and Fig. 11). And these relations are shown by the following equations :

$$\left. \begin{aligned} \log A &= -1.9862 \log Sa + 0.5161 \\ \log B &= -3.9804 \log Sa + 6.5865 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

$$\left. \begin{aligned} \log A &= -1.7032 \log H - 0.9366 \\ \log B &= -3.5440 \log H + 4.0085 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

It is considered that the tree growth is λN type of general logistic curve. So, the constant of A and B in Table 5 may be calculated by the values of A and B .

From Table (5)

$$B = \frac{e^{-\tau}}{w_0} \dots\dots\dots(13)$$

$$\therefore \tau = -\log_e(w_0 B) = -2.303 \log_{10}(w_0 B) \dots\dots\dots(14)$$

Where w_0 is the average stem volume of initial stage, $w_0 = 0.000792 m^3$ is given from the values of 1952 on the stem analysis of sample tree.

$$\text{while, } \tau = \int \lambda dt \dots\dots\dots(15)$$

$$\therefore \lambda = d\lambda/dt \div \Delta\tau/\Delta t \dots\dots\dots(16)$$

$$\text{moreover } A = e^{-\tau} \int \frac{e^{\tau}}{Y} d\tau \dots\dots\dots(18)$$

From (13) and (18)

$$\frac{1}{Y} = A - B \frac{dA}{dB} \div A - B \frac{dA}{dB} \dots\dots\dots(19)$$

The results of these calculations and the adjusted values from the relation of equation (11) are shown in table 8 and Table 9. Relation between the time and τ , λ or Y are shown in Fig. 12 to Fig. 14.

4) Analysis of stand density and basal area at breast height.

Figures of C - D effect and Y - D effect of basal area at breast height on each growth stage are shown in Fig. 15 and Fig. 16, and the values of A and B of density effect equation in Table 11. Relation between the stand age (Sa) or the average height of each plot of same age (H) and A or B of the density effect equation show the same linear relation on the log-log graph as stem volume. These relations are shown by the following equations :

$$\left. \begin{aligned} \log A &= -1.3201 \log Sa + 0.1711 \\ \log B &= -3.9345 \log Sa + 7.2341 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

$$\left. \begin{aligned} \log A &= -1.0823 \log H - 0.8180 \\ \log B &= -3.4480 \log H + 4.3916 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

5) Examination of full density curve.

On the non-treatment plots of this experiment, natural thinning has been investigated on each measured year. We investigated whether non-treatment plots reach the full density or not. The " a " of equation is larger than 1.5, so it is considered that this plot does not reach the full density.

6) Characteristic values on the density effect curve.

On the C - D effect equation

$$\frac{1}{v} = A\rho + B$$

$$\text{now, } \rho \rightarrow 0, \text{ then } v \rightarrow \frac{1}{B}.$$

That is, $v_* = \frac{1}{B}$ is considered to be the average stem volume on the condition of non-competition.

Now, a certain value (v_{Rc}) on the $C-D$ effect curve is shown by

$$\left. \begin{aligned} v_{Rc} &= v_* R_C = \frac{R_C}{B} \\ 0 &\leq R_C \leq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

ρ_{Rc} is given by the next equation when the average stem volume is v_{Rc}

$$\rho_{Rc} = \frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_C} \right) \dots\dots\dots (26)$$

v_{Rc} that replaces R_C in the formula (25) 0.8, 0.7, 0.6.....and calculated, was dotted on $C-D$ effect curve. The curves that link the same R_C values on $C-D$ effect curve of each growth stage are drawn by many parallel lines.

In the case of the same R_C , the intensities of competition in the stands are equal, regardless of the growth stage. In other words, the parallel lines show the locus of the same intensity of competition on $C-D$ effect curve of each growth stage. The R_C is the index that shows the intensity of competition. So the author named R_C "competition index". These loci are given as follows :

from (12)

$$\left. \begin{aligned} A &= aH^{-b} \\ B &= a'H^{-b'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

from (26) (27)

$$\rho_{Rc} = \frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_C} - 1 \right) = \frac{(1-R_C)}{R_C} \frac{a'}{a} H^{b-b'} \dots\dots\dots (28)$$

from (25) (27)

$$v_{Rc} = \frac{R_C}{B} = \frac{R_C}{a'} H^{b'} \dots\dots\dots (29)$$

$$\therefore H = \left(\frac{a'}{R_C v_{Rc}} \right)^{\frac{1}{b'}} \dots\dots\dots (30)$$

from (28) (30)

$$\left. \begin{aligned} \rho_{Rc} &= \frac{(1-R_C)}{R_C} \frac{a'}{a} \left(\frac{a'}{R_C} \right)^{\frac{b-b'}{b'}} v_{Rc}^{\frac{b-b'}{b'}} \\ \therefore v_{Rc} &= K_2 \rho_{Rc}^{K_1} \\ K_1 &= \frac{b'}{b-b'} \\ K_2 &= \frac{R_C}{a'} \left(\frac{R_C}{1-R_C} \cdot \frac{a}{a'} \right)^{\frac{b'}{b-b'}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

That is, the loci of the same intensity of competition on $C-D$ effect curve of each growth stage are given by (31). There is a minimum value of R_C , because after the natural thinning began, natural thinning continued with the passage of growth stage, stand density converged on the point of full density on the $C-D$ effect curve of each growth stage in spite of the various initial densities. Therefore, "full density curve" is given by the locus of these converged points on the $C-D$ effect curve of each growth stage. Now, R_f indicates the minimum "competition index" and the "full density curve" is given as follows :

$$\left. \begin{aligned} v_{Rf} &= K_2' \rho_{Rf}^{K_1'} \\ K_1 &= \frac{b'}{b-b'} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} K_2' &= \frac{R_f}{a'} \left(\frac{R_f}{1-R_f} \cdot \frac{a}{a'} \right)^{\frac{b'}{b-b'}} \\ v_{Rf} &: \text{average stem volume of full density.} \\ \rho_{Rf} &: \text{stand density.} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)'$$

Now, y indicates the stem volume per unit area.

$$y = \rho \cdot v$$

$\therefore$ from (31)

$$\left. \begin{aligned} y_{Re} &= v_{Re} \cdot \rho_{Re} = K_2 \rho_{Re}^{k_1+1} = K_2 \rho_{Re}^{k_1'} \\ K_1' &= \frac{b'}{b-b'} + 1 = \frac{b}{b-b'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

(32) shows the locus on the $Y-D$ effect curve.

Actual maximum volume per unit area (y_f) on $Y-D$ effect curve is given by full density..

That is, $y_f = v_f \cdot \rho_f$

The author now considers the value of y_{Ry} on the $Y-D$ effect curve. A certain value y_{Ry} on the $Y-D$ effect curve is shown by

$$y_{Ry} = R_y \cdot y_f \dots\dots\dots (33)$$

y_{Ry} that replaces R_y in formula (3) 0.9, 0.8, and calculated, was dotted on $Y-D$ effect curve. The curves that link the same R_y values on $Y-D$ effect curve of each growth stage are drawn by many parallel lines.

That is, the parallel line is the locus of the stock having the same ratio for y_f on $Y-D$ effect curves of each growth stage. So, the author named R_y "yield index". The R_y is the index that shows the ratio of actual maximum yield. These loci are given as follows :

"full density curve" on the $Y-D$ effect curve is

$$y_f = K_2 \rho_f^{\frac{b}{b-b'}} \dots\dots\dots (34)$$

whence

$$y_{Rf} = K_3 \rho_{Ry}^{\frac{b}{b-b'}} \dots\dots\dots (35)$$

Now, from (25)

$$\left. \begin{aligned} v_f &= R_f/B \\ v_{Re} &= R_C/B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

and

$$\left. \begin{aligned} y_f &= v_f \cdot \rho_f \\ y_{Re} &= v_{Re} \cdot \rho_{Re} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

from (33) (36) (37)

$$R_y = \frac{y_{Re}}{y_f} = \frac{R_C}{R_f} \cdot \frac{\rho_{Re}}{\rho_f} \dots\dots\dots (38)$$

moreover

$$\left. \begin{aligned} \rho_f &= \frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_f} - 1 \right) \\ \rho_{Re} &= \frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_C} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

$$\therefore R_y = \frac{R_C \frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_f} - 1 \right)}{R_f \frac{B}{A} \left(\frac{1}{R_C} - 1 \right)} = \frac{1-R_C}{1-R_f} \dots\dots\dots (40)$$

$$\text{or } R_C = 1 - (1 - R_f) R_y \dots\dots\dots (41)$$

(40) and (41) show the general relation between R_C and R_y . (35) is given by (31) and (41) as follows :

$$\left. \begin{aligned} y_{Ry} &= K_3 \rho^{k_1'} \\ K_1' &= \frac{b}{b-b'} \\ K_3 &= \frac{1-(1-R_f)R_y}{a'} \left[\frac{a}{a'} \frac{1-(1-R_f)R_y}{(1-R_f)R_y} \right]^{\frac{b'}{b-b'}} \\ &= \frac{(1-R_f)R_y}{a} \left[\frac{a}{a'} \frac{1-(1-R_f)R_y}{(1-R_f)R_y} \right]^{\frac{b'}{b-b'}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

The locus of the stock with the same ratio for full density on $Y-D$ effect curve of each growth stage is given by (42). There are some important points on the density effect curve, with a practical meaning. The 1st point is the “beginning point of competition”, the 2nd point is the “beginning point of natural thinning”, and the 3rd point is the above-mentioned “full density”. Each locus of these points is named “beginning curve of competition”, “beginning curve of natural thinning” and “full density curve”.

Now, these curves may be determined with the equation (31) and (31') from Fig. 19. For this purpose, R_c must be determined for these curves.

The wide-spaced plot began competition between 1955 and 1957, so the author gave $R_c=0.8$ for “beginning curve of competition”. The 10,000 trees per *ha* plot began natural thinning between 1959 and 1961, so $R_c=0.4$ was given for “beginning curve of natural thinning”. The “full density curve” is drawn outside the non-treatment plot, because the non-treatment plot did not reach the full density; accordingly $R_f=0.07$ was given for “full density curve”.

These curves can be set down as follows :

Beginning curve of competition :

$$\left. \begin{aligned} \log v &= -1.9252 \log \rho + 4.6484 \\ \log y &= -0.9252 \log \rho + 4.6484 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

Beginning curve of natural thinning

$$\left. \begin{aligned} \log v &= -1.9252 \log \rho + 5.4529 \\ \log y &= -0.9252 \log \rho + 5.4529 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

Full density curve

$$\left. \begin{aligned} \log v &= -1.9252 \log \rho + 6.5197 \\ \log y &= -0.9252 \log \rho + 6.5197 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

Moreover, the “yield index curve” is given from (42) as follows.

$$\begin{aligned} \log y_{Ry} &= -0.9252 \log \rho - 0.9252 \log \left(\frac{0.0000122}{R_y} - 0.000014 \right) \\ &\quad + \log 8.038 R_y \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

Now, put $R_y=0.8$

$$\log y_{0.8} = -0.9252 \log \rho + 5.8069 \dots\dots\dots (46)'$$

The author gets (12') from (12) as follows :

$$\left. \begin{aligned} A &= 0.1157 H^{-1.7032} \\ B &= 10,198 H^{-3.5440} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)'$$

(43) (44) (45) (46) and (46)' are calculated by (12)'.

V Application of the density effect curve to improvement cutting practice.

In Fig. 20 and Fig. 21, A and B of density effect curve of stem volume is obtained

from equation (12), and produces the density effect curve of each tree height class and the 4 characteristic curves from equation (43) (44) (45) and (46). Furthermore, A and B of density effect equation of basal area on each height class obtained from equation (24), gives the certain average basal area to density effect equation of each height class, and produces the density. And the D.B.H. obtained from the basal area, and dotted on the Fig. 20 and Fig. 21, links the same average D.B.H values.

From Fig. 20 and Fig. 21, the author got the tentative standard of improvement cutting on natural stand of Japanese red pine (See Table 12).

This tentative standard gave the remaining tree number per ha to obtain the expected average D.B.H., when the average tree had grown $4m$ or $5m$. This standard is applied on the stands of about $2m$ average height and with very large stand density.