

トドマツ人工林の収穫量と収益の 予測システムに関する研究

真 辺 昭⁽¹⁾

Akira MANABE : Studies on the Construction of Yield Forecast
and Stumpage Appraisal Systems for Todomatsu
(*Abies sachalinensis*) Plantations

要 旨：林分の初期状態と間伐方法の指定に応じて、トドマツ人工林の幹材積、利用材積および金員収穫を予測するための計算システムを組立てた。システムの基本は、樹高の関数で表わされる収量密度効果の逆数式であるが、このパラメータの推定方法を改良して非線型最小二乗法を用いる新しい方法を示した。また、立木度を補正係数とすることで幹材積の予測精度を著しく高めうることを示し、収穫試験の成績から立木度の時間的変化の予測式を導いた。さらに、本数間伐率と間伐種の数量的表示を併用すると、間伐材積をほとんど誤差なく推定できることを確かめ、これらの結果をまとめて、幹材積収穫量の予測システムを組立てた。

次に、予測された幹材積収穫量の価格づけのために、幹曲線式を導き、これに平均品等の考えを組合わせて、単木ごとの平均的な品等別丸太材積と市場価格を求めた。林分の利用材積と市場価格は、単木の数値の積みあげであるが、この計算を簡略化するため、単木についてえられた結果をいろいろな林分の本数分配表に適用して、林分平均直径、平均樹高等を変数とする推定式を求めた。生産費は標準的な林分条件を仮定して国有林の評定方法をそのまま用い、市場価格の評定方法とあわせて伐採収益の評価システムを構成した。最後に、具体的な林分調査データを用いて、このシステムによる間伐、主伐収益の計算例を示し、林分状態と収益性の関係について考察した。

目 次

緒 言	2
I 既往の研究の概要	4
1. 収穫表および収穫モデル	4
2. 間伐および植栽本数試験	5
3. 伐期決定理論	5
4. 間伐方法と伐期の同時決定	5
II 収穫予測の方法	6
1. トドマツの密度効果式	6
(1) 資料吟味	6
(2) 反復近似による逆数式の決定	7
(3) 観測値のウェイト	10
(4) 条件付き最小二乗法	12
2. 地位指数曲線	13
3. 限界密度と自然間引き	14
4. 胸高断面積と平均直径	16
5. 予測精度の改善	17
6. 間伐後の林分状態	22
7. 予測システムの構成	28

8. 摘 要	28
III 丸太生産量の推定と価格評定	29
1. トドマツの幹曲線式	30
2. 平均品等	34
3. 直交多項式による平均品等の表現	36
4. 単木の利用率と価格	37
5. 間伐・主伐収穫の市場価格	46
6. 生産費の算定要素	46
7. 伐木・運材費	47
(1) 林分の地利・地形	47
(2) 伐木・造材作業	47
(3) 集材作業	50
(4) 搬出費	50
(5) 雑費・自動車運賃・労災保険料	50
8. 施設費	50
9. 伐採収益の計算例	54
10. 摘 要	54
結 言	55
引 用 文 献	57
Summary	60

緒 言

トドマツの人工造林は、育苗技術の完成をみた昭和初期から郷土産の主要な造林樹種として北海道各地で事業的な植栽がはじまり¹⁾、現在では北海道の造林地面積の 47%、64 万 ha を占めるまでになっている。このうち戦前に植えられた面積は比較的少なく、全体の 88% までが拡大造林の始まった昭和 30 年代以降に造成された林分である。こうした齢級構成のために、トドマツ人工林ではうつ閉段階に達する林分が今後十数年の間に急増する見込みであり、これらの保育作業、特に間伐を伐期の生産目標と関連づけてどのように計画的に進めるかが北海道林業の重要な課題になろうとしている。

その場合の技術的指針となるトドマツの生長、収穫研究は、大正 10 年の小出ら²⁾の野幌地方根松林収穫表の調整以来、多くの報告が出されているが、それらは主として一時的調査地の資料により特定の取扱いを予想したときの平均的な生長を収穫表形式で表示しようとするものであった。しかし、特定の林分を前にして、現況に応じた最も適切な取扱いを知ろうとするときの指針としては、収穫表は余りに柔軟性に欠けるように思われる。すなわち、立木度が標準より低い林分や高い林分の処置、あるいは表に示された以外の間伐方法を適用するときの生長、収穫量などは収穫表からは読みとれないのである。

人工林施業における主要な問題は、いうまでもなく植栽本数、間伐方式、伐期齢の決定にかかわるものである。坂口³⁾はこれらの決定の相互依存性からこれを一括して保育形式とよび、そのいずれをとるかは伐期の生産目標によると述べている。

その後、安藤⁴⁾は保育形式の選択が林分密度の調節方法の問題であることに着目して、林分密度の管理方式と生長、収穫量との関係を図上で読みとることのできる林分密度管理図を考案し、それによって植栽密度の指針と間伐形式別の間伐指針を導いている。これは生産目標が与えられたときの保育形式の選定

や、現地で間伐方法を決定しようとするときに便利な操作性の高い手引きである。

ところで、トドマツ人工林では、上に述べたような植栽の歴史的な経過のために主伐の実績がなく、将来収穫される丸太の形質や用途、取引条件をいまの段階で予想することは困難な事情にある。したがってまず、経営的に望ましい生産目標が何かをトドマツ天然木の経験から類推し、同時にこの目標への効率的な接近方法を考えるというプロセスが必要である。

ここで、次のような見方が可能である。すなわち、与えられた林に、ある取扱いを適用すべきか否かは、それが経営にどれほどの貢献をするかで判断できる。この貢献度はいろいろな尺度で表わせる。例えば、収穫量の増分、あるいは経営効率の見方からは生産期間内の総収益に対する寄与の大きさなどである。この2つは林業経営の指導原則とされる最大生産量および収益性原則といわれるものに対応している。しかし、収穫量の最大化が望まれるときでも、経営の枠内で考える限りそれは無条件なものではない。もし収益性基準による最良の取扱いに比べて、損失があまり大きければ、目標水準の変更が当然必要になるであろう。特定の生産目標掲げる場合にも同様である。

一方、国産材、特に小径材の最近の価格低迷が間伐推進上の大きい障害になっている実情から、与えられた価格、費用条件に対して、収益性の観点からどのような間伐コースが適切か、それによってどのような林分状態が伐期に期待されるかを明らかにしておくことが必要である。このことによって、間伐時期の繰延べや、中・上層木を主とする選木など、当面の間伐の採算性の改善のためにとられる処置が、経営的に果して妥当な選択かどうかを吟味することができ、また将来の経済環境、需要変化の予想のもとに行われる生産目標の選定にも役立つものと思われる。

本報および引続く次報においては、このような観点から収益性の基準として絶対的経済効果をと、この値を最大化するような間伐方法の選択の問題を考察する。

本報においては、密度効果理論による施業別収穫予測の方法の妥当性をトドマツの固定生長量試験地のデータで検討し、立木度による補正と間伐種の数量的表示の方法を導入することによって予測精度を著しく向上しうることを確かめ、これによる新しい収穫予測システムを構成する。

ついで、種々の間伐方法の収益性を比較するため、幹材積収穫量の予測値の価格づけの方法を考察する。すなわち、単木と林分の利用材積および市場価格の推定方法を与え、また標準的な立地条件の場合の伐出費積算の根拠を示して、主伐および間伐収益算定のための収益評価の方法を提示する。

これらの結果と動的計画法の最適化手法を用いて、次報では与えられた地位と地利的条件について絶対的経済効果を最大にするような間伐の時期、種類、強さおよび伐期齢の最適な組合せを求め、トドマツ人工林施業の今後の方向づけを行う。

データは、昭和36年以来林業試験場と営林局が、収穫試験の名称で北海道内33箇所の国有林で共同して進めている施業試験の延べ132回の定期測定資料と、旧野幌試験林の4箇所の固定生長量試験地の20年間の成績、および北海道内各地で収集した約150箇所の暫定標準地調査の調査資料を用いている。

本稿の取りまとめにあたり、終始ご懇篤なご指導を賜った北海道大学名誉教授谷口信一博士、また貴重なご助言を賜った同学部教授武藤憲由博士ならびに東三郎博士に心から感謝申し上げます。

さらにまた、有益なご助言を賜わり、かつ貴重な文献を貸与された北海道大学農学部教授大金永治博士、研究を進めるにあたりご助言ご指導をいただいた前北海道支場経営部長長内力博士に厚くお礼申し上げます。

なおこの研究における計算には農林水産研究計算センターを利用させて頂いた。便宜を与えられた担当係官にお礼申し上げます。

I 既住の研究の概要

ここで考えようとしている技術選択のプロセスは、すべての代替的方法について、その適用による効果を生産期間の全体にわたって評価し、経営的な有利性の比較にもとづいて採否を決定しようとするものである。この内容は計算機構的には伝統的な林業較利学の対象と一致する。しかしこのような方向で具体的な施業技術の体系化が考えられるようになったのは比較的最近のことである。その理由は経済計算のもとになる施業効果の信頼できる予測方法が確立していなかったこと、また多くの比較計算を短時間で処理できるようなアルゴリズムおよび計算手段がなかったためと思われる。以下においては、最適技術選択に関連のあるこれまでの研究成果について概括する。

1. 収穫表および収穫モデル

林分の取扱いの指針あるいは経営成果の推定のために一般に用いられてきた手段は収穫表である。収穫表は生長条件の類似した地域で、特定の樹種が同一の取扱い方法で施業されたときの生長、収穫に対する林分因子を表示するもの⁹⁾であるが、これを施業指針としてみると、そこで前提とされている取扱いの方法がすべての場合について最良だとは考えられず、また間伐についても5年ごとのような集約な実行は困難な場合が多いと考えられる。このように、施業方法の選択に関して柔軟性を欠くことが収穫表の利用価値を低くしてきた原因のひとつである。

これに対して、林分密度を変数にとり入れて、生長に対する自然的、人為的な密度変化の影響を表わし、収穫表の応用性を高めようとして考えられたのが密度変数収穫表 (variable density yield table) である。最近、北欧および米国で作成されている収穫表はほとんどがこの種のものである。そのいくつかをあげれば、PETTERSON⁶⁾、FRIES⁷⁾、VUOKILA⁸⁾、ALEXANDER⁹⁾、MEYERS¹⁰⁾ などである。また長い間、固定生長量試験地の繰返し調査の資料をもとにして図解法で多くの樹種の正常収穫表を作成してきた英国でも、Forest Management Table のメートル法版 (BRADLEY ほか¹¹⁾) の完成後、HAMILTON ら¹²⁾ は同じデータによって密度変数収穫表に相当するものをつくっている。これは林齢、地位、密度と林分因子*間の関係を利用して、希望する林分状態と取扱いの方法に応じて収穫表を自由につくりだそうとするもので、HAMILTON らはこれを yield model とよんでいる。

わが国でこの分類に入る施業方法の指針としては、密度効果理論をもとにした只木¹³⁾¹⁴⁾、安藤⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾ の林分密度管理図がある。林分密度管理図は HAMILTON らの収穫モデルが電子計算機に必要な条件を与えて収穫表を印刷させるのに対して、両対数方眼紙の上に林分因子間の関係を示す曲線を描いて、図の使用者が密度管理のコースに応じた生長経路を読みとれるようにした独創的なグラフである。真辺^{17)~19)} は安藤の示した計算方法を改良して、林分調査のデータを入力すると林分密度管理図の作図に必要な数値が自動的に印刷される計算プログラムをつくり、これによってトドマツと北海道カラマツの林分密度管理図を作成した。

以上は林分の平均値を直接推定するものであるが、このほかに林木間の競合と単木生長の関係をもとにして、シミュレーションによって林分の生長過程を再現しようとする試みもみられる (NEWHAM²⁰⁾、LEE²¹⁾、

* たとえば、本数、平均直径、断面積、材積など収穫表の構成に必要な測樹学的要素。

MITCHELL²³⁾、小林²⁴⁾。この方法は競争効果を林木の位置情報をもとにして単木レベルから積みあげていくので、林分構造の変化の仕組みを明らかにできる利点がある。しかしながら、シミュレーションの基本になる単木間の競争度の表わし方は著者によってそれぞれ異なっており、現在はモデル構成の試行段階にあるように思われ、固定生長量試験地の成績によって裏づけられた実用的なシステムが開発されるまでにはなお時間を要するものと思われる。

2. 間伐および植栽本数試験

収穫モデルは、施業効果の量的な側面の予測の基礎をなすものであるが、間伐試験や植栽本数試験の観察結果は、そのようなモデル構成の出発点であり、また妥当性を検証する最終の関門でもある。この方面の研究結果は BRAATHE²⁵⁾、JØRGENSEN²⁶⁾、安藤⁴⁾ の要約に詳しいが、その後発行されたものも含めて間伐方法、植栽本数の相違による経済的得失に言及したものは少ない。

WHYTE²⁷⁾ は Bowmont の Norway spruce の間伐試験地 (Forestry Commission) の 30 年間の測定記録をもとにして、4 種類の間伐方法 (B 度：弱度の下層間伐, C 度：中庸度の下層間伐, D 度：強度の下層間伐, L/C 度：上層間伐) に対する細り式を作成し、材種別の生産量に対する間伐効果を正確に推定して収益性の比較を行っている。FAUSTMANN の式による純収益の現在価の大きさは、D 度間伐が最高でついで L/C, C の順で B 度間伐が最低であり、この結果は林業利率を 2%, 3%, 4%, 5% にかえたときにも変化しなかった。

WARRACK²⁸⁾ は Douglas fir についてヨーロッパ各地から 49 か所の固定生長量試験地のデータを集め、これにカナダの 11 か所の固定生長量試験地といくつかの暫定標準地のデータを加えて収穫モデルをつくり、2 種類の間伐計画の収穫量と期待収益を比較している。

また、WIKSTEN²⁹⁾ はスウェーデンの 100 年生の Scots pine の間伐試験地の成績を参考にして、カナダの事情にあった最も経済性の高い間伐のあり方を考察している。英国では BRADLEY³⁰⁾ が固定生長量試験地の資料をもとにして、間伐収穫の規整と間伐の短期および長期的な効果の予測の問題を扱っている。後の Forest Management Table と Thinning Control in British Woodland³¹⁾ はこの研究が土台となってつくられたものである。

3. 伐期決定理論

この理論では伐期齢決定の経済的意義を解明することに重点がおかれる。これについては半田³²⁾³³⁾³⁴⁾、BENTLEY ら³⁵⁾、PEARSE³⁶⁾ などをあげることができる。これらは価格生長曲線が与えられたものとしての一般論であって、ここで問題としているような施業方法の違いによる価格生長曲線の変化は扱われていない。したがって最適な林分取扱いの探索に直接役立つものではない。

4. 間伐方法と伐期の同時決定

1940 年代の後半から米国を中心として限界分析の方法で最適な林分取扱い (蓄積水準) と伐期を同時に求める方法が研究されるようになった。すなわち、DUERR ら³⁷⁾ は限界分析の考え方で、これを実際面にあてはめるときに必要な調査法の具体的な手引を示している。また CHAPPELL³⁸⁾ および木梨³⁹⁾ はこの方法の実際例を与えている。

限界分析では限界費用と限界収益の均衡点、つまり費用の追加投入によってえられる純収益の増分が追加された費用に等しくなる点をもって経済的成熟期 (伐期) とする。

しかし、この方法では蓄積の静的な最適状態はわかるが、最適でない状態からどのようにして最適状態

に接近すればよいかは示されない。さらに、立木価格が出材量によって変化するか、費用や価格条件が時間的に変化するときにはこの方法は使えなくなる。NÄSLUND⁴⁰⁾ はそのような場合にも適用できる方法として変分法の利用を提案しているが、最適解を求めるための具体的な方法は示していない。

これに対して SCHREUDER⁴¹⁾ は NÄSLUND の方法に含まれる問題点を指摘して動的計画法⁴²⁾⁴³⁾ による定式化を与えている。この方法の実際問題への適用としては AMIDON ら⁴⁴⁾ が CHAPPELL ら³⁸⁾ のデータを利用して、動的計画法で限界分析と同一の解がえられることを示し、また KILKKI ら⁴⁵⁾ は Scots pine の林分にこの方法を適用して興味ある結論をえている。

動的計画法の利用は、施業問題を解くための新しい方向を示すものであるが、これまでの研究は、実用性のある結果を求めるといふより解決できる問題の範囲を例示することに力点がおかれてきたように思われる。そのため求められる最適解の信頼性に最もかかわりのある施業効果の物量的、および経済的評価のためには極めて単純なモデルしか使われていない。

II 収穫予測の方法

収益性に対する施業の影響を評価する準備として、まず幹材積ベースの収穫予測のシステムを構成しなければならない。これまでに提案されている予測モデルの多くは、生長要因間の回帰分析によってえられた重回帰式をもとにして組立てられている。その場合、生物学的な裏づけのない回帰式をデータの範囲をこえて使用すると、現実にはありえないような異常な結果を生ずることがある。トドマツの人工林では、資料のない 50 年生以上の林分の生長を外挿しなければならないので、この注意は特に必要と思われる。この点では、只木¹³⁾¹⁴⁾、安藤⁴⁾¹⁶⁾ らの密度効果式を利用する予測方法は、生長曲線に必要とされる生物学的条件の吟味によって導かれたロジスティック理論⁴⁶⁾⁴⁷⁾ に基礎をおくもので、現在利用することのできる最も整合性のあるモデルと考えられる。

以下に示す収穫量の予測システムの構成は、大筋において安藤⁴⁾ の方針に沿うものであるが予測値の信頼性を高めるために密度効果式の推定方法に改良を加え、また追加情報を利用する予測値の補正方法を組入れている。

1. トドマツの密度効果式

(1) 資料吟味

密度効果式の計算資料は、暫定標準地資料 126 点と固定生長量試験地の繰返し測定値 123 点である。これらは十分な密度をもち正常な生育を続けている林分の測定値であるが、なお例外的な林分構造をもつものが含まれている可能性がある。このため、相互間に高い相関をもつ林分因子を選んで回帰関係を求め、この一般的傾向から著しいかけ離れを示すデータを異常値として棄却する。

ここで用いる因子間の関係は次の 4 種である。

上層木平均樹高、本数および平均幹材積の間の関係

$$v = 0.016278 H_T^{2.6478} p^{-0.6561} \dots\dots\dots(1)$$

(R=0.9692 対数値)

ここで、 v は単木あたりの平均幹材積、 H_T は上層木平均樹高*、 p は ha 当り本数である。

* ここでは樹高の上位のものから ha 当り 250 本を選んで計算した平均樹高とする。決定に主観的な判断を要せず、間伐などの取扱いの影響をほとんどうけない利点がある。

この関係は、第1項が上層木平均樹高と平均幹材積の間の相対生長関係を表わし、第2項は競争密度効果の中乗式⁴⁶⁾⁴⁷⁾になっている。

林分形状高と上層木平均樹高の関係

$$HF = 0.6564 + 0.4703H_T - 0.0388 \left(\frac{\sqrt{P} \cdot H_T}{100} \right) \dots\dots\dots(2)$$

(R=0.9737)

ここで、HF は林分形状高、 $\frac{\sqrt{P} \cdot H_T}{100}$ は正方形配置を仮定したときの平均樹間距離と上層木平均樹高の比の逆数で、生育段階を考慮にいれた林分密度の尺度になっている²⁵⁾。

平均直径と断面積平均直径の関係

$$D = -0.25 + 0.9923D_g - 0.0398 \left(\frac{\sqrt{P} \cdot H_T}{100} \right) \dots\dots\dots(3)$$

(R=0.9972)

ここで D は算術平均直径、D_g は断面積平均直径である。

上層木平均樹高と平均樹高の関係

$$H_M = -1.41 + 1.0567H_T - 0.3275 \left(\frac{\sqrt{P} \cdot H_T}{100} \right) \dots\dots\dots(4)$$

(R=0.9719)

ここで、H_M は林分の平均樹高である。

(1) 式は競争密度効果の逆数式の近似式とみることができ、(2)~(4) 式は密度効果の逆数式とともに予測システムの構成に用いる基礎的な関係式である。

これらの各式について、推定値からの偏差を残差の標準偏差で割って正規偏差を求め、これを t 分布表の 1% 点、または 5% 点の値と比較してデータごとにスコアを与える。スコアは正規偏差が 5% 点以下のとき 0、1% 点より大きいとき 2、その中間では 1 とする。そうして 4 種の回帰に対するスコアの合計が 4 またはそれ以上になるデータを異常値として棄却する。この吟味によって 7 個のデータが棄てられ、以下の計算には残りの 242 個の林分データを使用した。

(2) 反復近似による逆数式の決定

密度効果理論によると、生育段階の等しい同齡単純林の密度と ha 当り幹材積の間には、収量密度効果の逆数式

$$V = (A + B/\rho)^{-1} \dots\dots\dots(5)$$

がなりたつ。ここで V と ρ はそれぞれ ha 当りの幹材積と本数で、A と B は生育段階によってきまる定数で次式から計算される⁴⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\sum V \sum v^2 - \sum v \sum v \cdot V}{\sum V^2 \sum v^2 - (\sum v \cdot V)^2} \\ B &= \frac{\sum V^2 \sum v - \sum v \sum v \cdot V}{\sum V^2 \sum v^2 - (\sum v \cdot V)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

ここで $v = V/\rho$ は単木あたりの平均幹材積である。

安藤⁴⁾ は定数 A, B が

$$\left. \begin{aligned} A &= b_1 H_T^{b_2} \\ B &= b_3 H_T^{b_4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

のように、主林木平均樹高 H_T の巾関数で近似できることを示し、(6) 式による樹高階ごとの A, B の値を平滑化していわゆる等平均樹高曲線を導いている。すなわち主林木平均樹高と 林分密度に対応する ha 当り幹材積は、(5), (7) 式を結合した

$$V = (b_1 H_T^{b_2} + b_3 H_T^{b_4} / \rho)^{-1} \dots\dots\dots(8)$$

によって与えられることになる。この関係は主林木平均樹高を、さきに定義した上層木平均樹高におきかえてもなりたつ。

しかし、(7) 式から計算される係数 $b_1 \sim b_4$ の値は、(8) 式で求めようとする幹材積の推定に関しては最良のものではない。

まず、(5) 式の定数 A, B は一対として幹材積の推定に寄与しているのに、(7) 式ではそれぞれが主林木平均樹高の関数として独立に推定される。すなわち、(7) 式のあてはめは樹高階ごとの A, B の平滑化の観点から行われ、逆数式 (5) の適合性は考慮されていないのである。

さらに、樹高階ごとのデータの配分、および樹高階の中の密度別のデータ数が不均等なときは、(6) 式による A, B の計算値がゼロまたは負になることがある。そのような樹高階は (7) 式の計算に含めることができないから、そのクラスの $b_1 \sim b_4$ の推定に関する情報はすべて棄てられ、偏りの原因になる。このように、従来の逆数式の定数の決定方法には理論的に不備な部分が残されている。

この点の解決には直接 (8) 式から出発して、 $b_1 \sim b_4$ の同時的な最小二乗推定を考えればよい。しかし、(8) 式はパラメータに関して線型でなく、このままでは最小二乗法が適用できないので、次のような反復近似による解法を用いる。

$b_1 \sim b_4$ の真値を $\beta_1 \sim \beta_4$ とおいて (8) 式に対応する回帰関数を

$$V_i = f_i(H_T, \rho; \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4) + \varepsilon_i \dots\dots\dots(9)$$

とする。ここで f_i は、 i 番目のデータの上層木平均樹高 H_T と本数 ρ を使用していることを示す。 ε_i はモデルからのかけ離れを表す確率変数で、ここでは平均値 0、分散 σ_i^2 で独立に分布していると考えられる。

$w_i = 1/\sigma_i^2$ として、(9) 式の両辺に $\sqrt{w_i}$ をかけて変換すると回帰関数は

$$\sqrt{w_i} V_i = \sqrt{w_i} f_i(H_T, \rho; \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4) + \sqrt{w_i} \varepsilon_i \dots\dots\dots(10)$$

となって、残差 $\sqrt{w_i} \varepsilon_i$ は一定分散をもつことになる。したがって、通常回帰計算の方法で、平方和

$$\Phi = \sum_{i=1}^N w_i (V_i - f_i(H_T, \rho; \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4))^2 \dots\dots\dots(11)$$

が最小となるように β_j をきめればよい。

ここで、 β_j の適当な近似値 b_j^0 を選んで真値との差を

$$\delta_j = \beta_j - b_j^0 \quad (j=1, 2, 3, 4)$$

とする。十分小さい δ_j については、 f_i は b_j^0 のまわりで Taylor 展開して

$$f_i(H_T, \rho; \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4) \doteq f_i(H_T, \rho; b_1^0, b_2^0, b_3^0, b_4^0) + \sum_{j=1}^4 \frac{\partial f_i}{\partial \beta_j} \Big|_{\beta_j=b_j^0} \cdot \delta_j \dots\dots\dots(12)$$

のように表わすことができる。したがって、これを (11) 式に代入し、 δ_j について次々に偏微分して 0 とおけば、 b_j^0 に対する δ_j が連立方程式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_j} = -2 \sum_{i=1}^N w_i \left\{ V_i - f_i(H_T, \rho : b_1^0, b_2^0, b_3^0, b_4^0) - \sum_{j=1}^4 \frac{\partial f_i}{\partial b_j} \delta_j \right\} \frac{\partial f_i}{\partial b_j} = 0 \dots (13)$$

の解として求められることになる。

ただし, $\frac{\partial f_i}{\partial b_j} = \frac{\partial f_i}{\partial \beta_j} |_{\beta_j = b_j^0}$ としている。

これから, パラメータの改良値は

$$b_j^1 = b_j^0 + \delta_j$$

となるので, これをあらためて初期値として Φ または b_j の値が安定するまで同じ手順で近似を進める。

以上は, いわゆる NEWTON-PAPSON の方法で, 局所的な線型性を仮定してパラメータの補正量を計算し, 逐次的に近似度を高めようとするものである。しかし, 初期値の選び方が適当でないと, Taylor 展開で近似できないところまで外挿の範囲が広がって収束しない場合がでてくる。このような発散を防ぐ方法は色々な著者が研究している⁴⁸⁾が, ここでは MARQUARDT の方法⁴⁹⁾を用いる。

(13) 式を行列記法で書きなおすと

$$A\delta = g$$

となる。この要素は

$$A[4 \times 4] = P^T P$$

$$P[N \times 4] = \left(\sqrt{w_i} \frac{\partial f_i}{\partial b_j} \right) \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, N \\ j = 1, 2, 3, 4 \end{matrix}$$

$$g[4 \times 1] = \left(\sum_{i=1}^N w_i (V_i - f_i) \frac{\partial f_i}{\partial b_j} \right) \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

になっている。

MARQUARDT は A と g を

$$A^* = \left(\frac{a_{jj'}}{\sqrt{a_{jj}} \sqrt{a_{j'j'}}} \right), \quad g^* = \left(\frac{g_j}{\sqrt{a_{jj}}} \right)$$

のように変換して, 連立方程式

$$(A^* + \lambda I)\delta^* = g^* \dots \dots \dots (14)$$

の解 δ^* から補正量 δ_j を

$$\delta_j = \delta_j^* / \sqrt{a_{jj}}$$

として求めることを提案している。

ただし

$$a_{jj} = \sum_{i=1}^N w_i \left(\frac{\partial f_i}{\partial b_j} \right)^2, \quad a_{j'j'} = \sum_{i=1}^N w_i \left(\frac{\partial f_i}{\partial b_{j'}} \right) \left(\frac{\partial f_i}{\partial b_j} \right), \quad g_j = \sum_{i=1}^N w_i (V_i - f_i) \frac{\partial f_i}{\partial b_j}$$

である。

(14) 式の $\lambda \geq 0$ は MARQUARDT の導入した計量因子で, 補正が過剰にならないように δ_j の大きさを調節する役目をもっている。したがって, 計算速度の面からは, (14) 式が発散しない限り小さい λ を選ぶ必要がある。

いま $\nu = 10$ とおき, 一つ前の近似で使用した λ を $\lambda^{(\nu-1)}$, それによってえられた残差平方和を $\Phi^{(\nu)}$ とすると, λ のきめ方は次のようになる。

$\Phi(\lambda^{(\nu-1)})$ と $\Phi(\lambda^{(\nu-1)}/\nu)$ を計算して

- i) $\Phi(\lambda^{(r-1)/\nu}) \leq \Phi^{(r)}$ なら $\lambda^{(r)} = \lambda^{(r-1)/\nu}$ とする。
- ii) $\Phi(\lambda^{(r-1)/\nu}) > \Phi^{(r)}$ で、 $\Phi(\lambda^{(r-1)}) \leq \Phi^{(r)}$ なら $\lambda^{(r)} = \lambda^{(r-1)}$ とする。
- iii) $\Phi(\lambda^{(r-1)/\nu}) > \Phi^{(r)}$ で $\Phi(\lambda^{(r-1)}) > \Phi^{(r)}$ なら $\Phi(\lambda^{(r-1)\nu^p}) \leq \Phi^{(r)}$ となる最小の p が見つかるまで、 λ に ν をかけていく。そのような p がきまったら $\lambda^{(r)} = \lambda^{(r-1)\nu^p}$ とする。

ここでは λ の出発値を $\lambda^{(0)} = 0.01$ として計算を進めた。

なお、ここでは $\frac{\partial f_i}{\partial b_j}$ の具体的な形は (8) 式によって

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\partial b_1} &= -(f_i)^2 H_T^{b_2} \\ \frac{\partial f_i}{\partial b_2} &= -(f_i)^2 b_1 H_T^{b_2} \ln H_T \\ \frac{\partial f_i}{\partial b_3} &= -(f_i)^2 H_T^{b_4 \rho^{-1}} \\ \frac{\partial f_i}{\partial b_4} &= -(f_i)^2 (b_3 H_T^{b_4} \ln H_T \rho^{-1}) \end{aligned}$$

となる。

(3) 観測値のウェイト

次に各観測値に与えるウェイトについて検討する。ウェイトが必要になるのは生育にもなって ha 当り幹材積の変動が増加し、誤差項 ε_i について等分散仮説が成立しなくなるためである。

(6) 式においても同じ理由で重みづけがおこなわれているが、そこでは平均幹材積の分散が平均幹材積自身の二乗に比例するという仮定が使われている*。しかし、このような先験的な仮定をおくよりは、データそのものから幹材積の分散を推定するほうが合理的と思われる。ここでは (1) 式のまわりの残差変動から、固定された H_T, ρ に対する平均幹材積の分散を次のようにして推定する。

棄却後のデータを使って、(1) 式を再計算すると

$$\hat{\theta} = 0.01499 H_T^{2.6821} \rho^{-0.6458} \dots\dots\dots(15)$$

となる。対数値での重相関係数は $R = 0.9742$ となった。次に、林分ごとに推定値からの偏差の二乗 $(v - \hat{\theta})^2$ を計算し、 $\hat{\theta}$ の適当なクラス別に集計して平均値 $\sigma_v^2 = \sum(v - \hat{\theta})^2 / n$ を求める。ここで n はクラス内のデータ数である。

この平方根 σ_v を推定された平均幹材積のクラス平均に対応させて両対数方眼紙上にプロットすると、Fig. 1 のような曲線的傾向がえられる。クラスのデータ数 n を重みとしてあてはめを行うと、この関係は次式のようなになる ($R = 0.9525$)。

$$\log \sigma_v = -1.3534 + 0.4275 \log \hat{\theta} + 0.6940 \hat{\theta}$$

すなわち

$$\sigma_v = 0.04432 \hat{\theta}^{0.4245} 10^{0.6940 \hat{\theta}} \dots\dots\dots(16)$$

これに (15) 式を代入すると平均幹材積の変動が H_T と ρ の関数として具体的に与えられる。

ha 当り幹材積の分散 σ_v^2 については、 $V = \rho \cdot v$ の関係から

$$\sigma_v^2 = \rho^2 \cdot \sigma_v^2 = \rho^2 (0.04432 \hat{\theta}^{0.4275} 10^{0.6940 \hat{\theta}})^2 \dots\dots\dots(17)$$

* (6) 式では $w = v^2$ という重みが使われている。ここで v の分散を $\text{var}(v)$ とおくと、 $1/v$ の分散は誤差の伝播則から $\text{var}(v)/v^4$ となる。重みは分散の逆数に比例させればよいから、 $w = v^4/\text{var}(v)$ 。(6) ではこれを v^2 としているので、 $\text{var}(v) \propto v^2$ を仮定していることになる。

であり、したがって重み w_i は

$$w_i = (0.04432\hat{\rho}^{0.4275}10^{0.6940\hat{\rho}} \cdot \rho)^{-2}$$

とすればよい。

反復近似の初期値としては、(6)、(7)式で計算した $b_1 \sim b_4$ を使用する。いまの場合、この値は $b_1^0 = 0.06433$, $b_2^0 = -1.2168$, $b_3^0 = 351868$, $b_4^0 = -4.5033$ で、対応する $\Phi^{(0)}$ は 210.2 である。 Φ は 17 回の反復近似を繰返して 198.2 で安定し、パラメータの最終値

$$\hat{\beta}_1 = 0.1024, \hat{\beta}_2 = -1.3616, \hat{\beta}_3 = 151852, \hat{\beta}_4 = -4.2131$$

がえられた。

また重みつき平均値 $\bar{V}_w = \sum w_i V_i / \sum w_i$ からの偏差平方和

$$\sum w_i (V_i - \bar{V}_w)^2 = 3993.1$$

によって、重相関係数が

$$R = \sqrt{\frac{3993.1 - 198.2}{3993.1}} = 0.9749$$

のように計算される。

$\hat{\beta}_i$ の標準誤差は

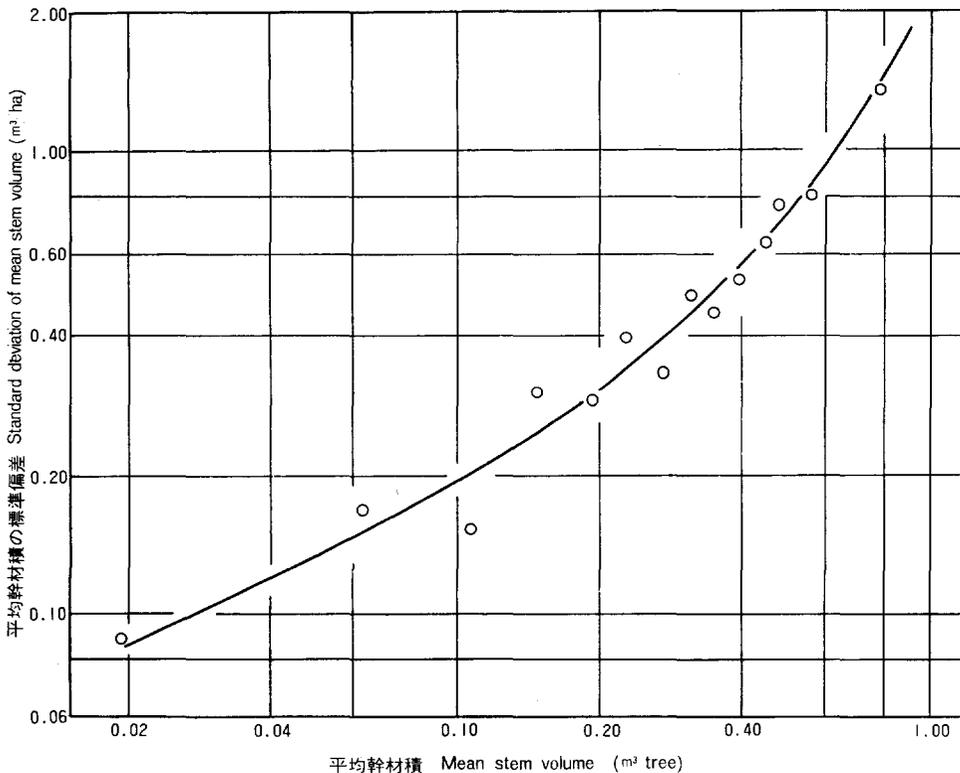


Fig. 1 巾乗式のまわりの平均幹材積の変動
Dispersion of mean stem volume around the Eq. (15).

$$S. E. (\hat{\beta}_1) = 0.04067, S. E. (\hat{\beta}_2) = 0.1382$$

$$S. E. (\hat{\beta}_3) = 116928, S. E. (\hat{\beta}_4) = 0.2918$$

である。

(4) 条件付最小二乗法

上にえられたパラメータの誤差はかなり大きい。中でも $\hat{\beta}_3$ は標準誤差が推定値の 77% に達している。これは β_j 間の相関が高く、パラメータの関数と考えたときの Φ の曲面が細い谷状になって極値がうまく定まらないためと思われる⁴⁰⁾。すなわち、 Φ の値に差を生じない b_j の組が数多くあるわけである。

一方、ある平均幹材積に対して、一定面積上に生立できる立木本数には上限があり、両者の関係は両対数方眼紙上で直線になることが知られている。いわゆる 3/2 乗則であって、この直線の傾き K_1 と b_2, b_4 の間には

$$K_1 = b_4 / (b_2 - b_4) \dots\dots\dots(18)$$

の関係がある⁴¹⁾。

安藤は (7) 式でえられる b_2, b_4 から (18) 式を使って K_1 を計算しているが、統計的には逆に高密度林分のデータから K_1 をさきききめ、これによって (18) 式の成立つような b_2, b_4 の組を最小二乗推定する方がよい。その理由は、 b_j が 3/2 乗則とは無関係に、(1) 式の材積推定誤差を最小化するようにきめられること、また 3/2 乗則のあてはまるような限界的な密度の林は現実にはごくまれにしかなく、したがって b_j は K_1 の情報をほとんど含まない多数の低密度林分のデータから決定されることによる。

(18) 式を制約条件とすると、パラメータの個数が 1 つ減って推定効率が格段に向上し同時に、さきに述べたパラメータ推定の不確実性も解消される。

ここでは、160,000 本/ha 植栽の 7 年生林分と 4,200 本/ha 植栽の 45 年生の無間伐林分の現在本数と材積のデータから K_1 を決定した。この 2 つの林分の ha 当り本数と幹材積は、それぞれ

$$\rho_1 = 143,000 \text{ 本}, V_1 = 28.13 \text{ m}^3$$

$$\rho_2 = 2733 \text{ 本}, V_2 = 827 \text{ m}^3$$

であった。これから

$$1 + K_1 = \frac{\log V_1 - \log V_2}{\log \rho_1 - \log \rho_2} = -0.8543$$

となり、(18) 式を使うと

$$b_2 = \left(\frac{1 + K_1}{K_1} \right) b_4 = 0.4607 b_4$$

がえられる。したがって、回帰関数は

$$f = (\beta_1 H T^{0.4607 \beta_4} + \beta_3 H T^{\beta_4 / \rho})^{-1}$$

と書きかえられる。

制約条件のない場合と同じ考えで反復近似を行った結果、11 回の近似で

$$\hat{\beta}_1 = 0.23177 \quad S. E. (\hat{\beta}_1) = 0.03657$$

$$\hat{\beta}_2 = -1.657316 \quad S. E. (\hat{\beta}_2) = 0.04856$$

$$\hat{\beta}_3 = 28839.5 \quad S. E. (\hat{\beta}_3) = 7463.4$$

$$\hat{\beta}_4 = -3.597388 \quad S. E. (\hat{\beta}_4) = 0.1054$$

がえられた。各パラメータの精度が著しく向上し、一方重相関係数は0.9744と前とほとんど差がない。

この結果から、トドマツの収量密度効果の逆数式として

$$V = (0.23177H_T^{-1.657816} + 28839.5H_T^{-8.697888/\rho})^{-1} \dots \dots \dots (19)$$

を決定した。

2. 地位指数曲線

密度効果式は、上層木平均樹高を生育段階の指標にして、木数密度と ha 当り幹材積の関係を表わしている。したがって、地位や林齢に対する幹材積生長の関係は、樹高を媒介にして間接的に示されているだけである。このため林齢との関係で生長予測を考える場合には、地位指数曲線によって地位、林齢、上層木平均樹高の相互のおきかえをしなければならない。

地位指数曲線は、ガイドカーブの曲線式とそのまわりの林齢別の上層木平均樹高の標準偏差、またはこれらの間の比を与える曲線式で決定される。すなわち、ガイドカーブと変動幅曲線の t 年の値を $h_1(t)$, $h_2(t)$ とすると、任意の林齢 t で上層木平均樹高 H_T をもつ林分の地位指数 S は、基準年齢 (reference

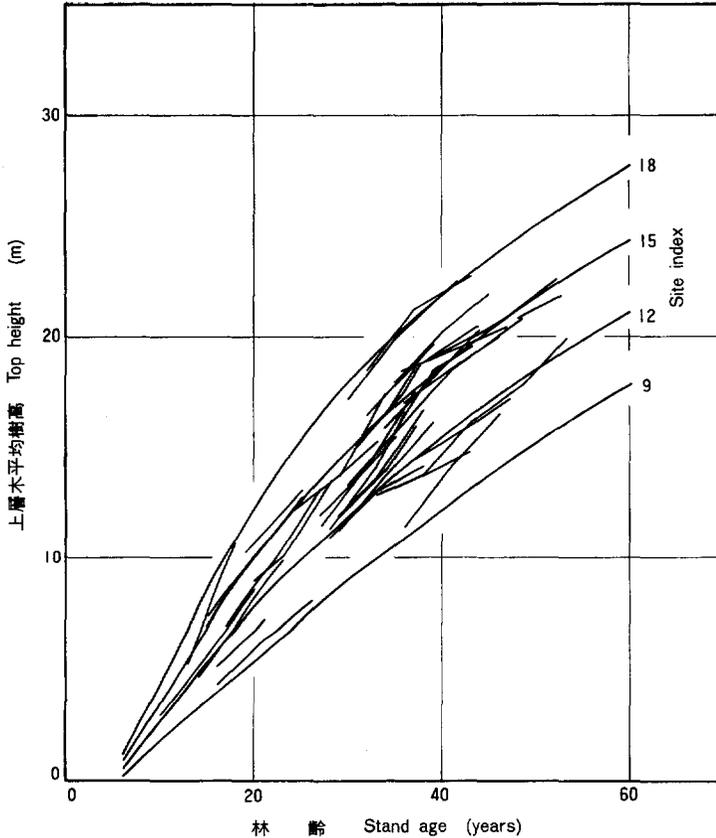


Fig. 2 トドマツの地位指数曲線
Site index curves of Todo fir.

折線は収穫試験地の生長経過
The broken line indicates progress of top height in permanent sample plots.

age) を A 年として

$$S = h_1(A) + (H_T - h_1(t)) \cdot h_2(A) / h_2(t) \quad \dots\dots\dots(20)$$

のように表わされる⁶⁰⁾。

ここで基準年齢は地位指数を定義する林齢であって、地位指数 S の林分の上層木平均樹高は、(21) 式で示されるように、 A 年のときちょうど S_m に等しくなる。

(20) 式を H_T について解くと

$$H_T = h_1(t) + (S - h_1(A)) h_2(t) / h_2(A) \quad \dots\dots\dots(21)$$

となり、地位指数が与えられれば、任意の林齢における上層木平均樹高が推定できることになる。

松井の作成した全道トドマツ人工林収穫予想表⁶¹⁾の主林木平均樹高をもとにして、 h_1, h_2 を求めると

$$h_1(t) = 36.73 - 39.5879(0.9853)^t \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$\log h_2(t) = 0.7293 - 2.8155(0.8767)^t \quad \dots\dots\dots(23)$$

のようになる。

この h_1 と h_2 を (21) 式に代入し、基準年齢を 30 年として地位指数 9, 12, 15, 18 に対する上層木平均樹高の生長曲線を求めると Fig. 2 がえられる。図には北海道内の 33 箇所に設定されている収穫試験地の上層木平均樹高の生長傾向もかき入れてあるが、両者はよい一致を示している。このことから、以下においては (22), (23), (20), (21) 式から導びかれる地位指数曲線によって、地位、林齢および上層木平均樹高の相互関係を表わすことにする。

3. 限界密度と自然間引き

3/2 乗則は、一定面積の上に生立できる個体数には、個体の大きさに応じた上限があることを主張するもので、林木の場合に、ha 当り幹材積との関係でこの限界本数を示すと、いわゆる最多密度曲線

$$V = K_2 \rho_f^{1+K_1} \quad \dots\dots\dots(24)$$

がえられる。

ここで、 ρ_f は V に対する ha 当りの最大本数で、 K_1, K_2 はデータからきまる定数である。

K_1 については、高密度林分のデータから、すでに -1.8543 という値がえられている。定数 K_2 については、まず平均幹材積 v と上層木平均樹高 H_T 、および b_3, b_4 から、林分ごとに競争比数

$$R_C = v \cdot b_3 H_T^{b_4}$$

を計算して、データ中の R_C の最小値 R_f を求める。 R_f は限界競争比数とよばれる定数で、トドマツでは 0.0948 となる。この結果から、 K_2 は次式で与えられる。

$$K_2 = \frac{1 - R_f}{b_1} \left[\frac{b_1}{b_3} \cdot \frac{R_f}{1 - R_f} \right]^{\frac{b_2}{b_2 - b_4}} \quad \dots\dots\dots(25)$$

トドマツでは、この値は $K_2 = 6.04227 \times 10^5$ になる。

上層木平均樹高が等しい林分の間では、ha 当り幹材積は (24) 式の最多密度曲線の上で最大である。安藤⁶²⁾は、任意の ha 当り本数に対し、(19) 式で計算される材積とこの最大材積の比を収量比数と名づけ、記号 R_y で表わしている。

$V - \rho$ 平面上で収量比数が等しくなる点の軌跡は、いわゆる等収量比数曲線であって、一般式

$$V = K_2' \rho^{1+K_1} \quad \dots\dots\dots(25')$$

$$K_1 = b_4 / (b_2 - b_4)$$

$$K_2' = \frac{(1-R_f) \left[\frac{b_1}{b_2} \cdot \frac{1-(1-R_f)R_y}{(1-R_f)R_y} \right]^{\frac{b_2}{b_2-b_1}}}{b_1}$$

で表わされる。すなわち、(25) 式は (25') 式で R_y を 1 とおいた特別な場合である。

(25') 式は、収量比数が与えられた場合の本数と材積の関係を表わしているが、上層木平均樹高 H_T と本数 ρ については

$$\rho = \frac{(1-R_f)R_y}{1-(1-R_f)R_y} \cdot \frac{b_2}{b_1} H_T^{b_4-b_2}$$

が成立する。したがって収量比数は

$$R_y = \frac{\rho}{(1-R_f) \left(\frac{b_2}{b_1} H_T^{b_4-b_2} + \rho \right)} \dots\dots\dots (26)$$

で求められる。ただしこの式が使えるのは、上層木平均樹高、本数、材積の関係が正確に (19) 式で表わされる場合だけである。実材積が (19) 式による理論値より過大 (過少) になる林があれば、それは標準の立木度 (後述) の林より林分密度は高い (低い) と考えなければならない。その場合の収量比数は、(25') 式で与えられるのであるが、(25') 式は直接 R_y について解くことができない。そこで、一般の場合に適用できる R_y の近似式を求めておく。

まず、 R_y と K_2' の関係を使って、範囲 0.5~1.0、間隔 0.01 の R_y について K_2' を求め、これをデータとして近似式

$$R_y = (p + qK_2'^r)^{-1}$$

をあてはめる。トドマツでは各定数は

$$p = 0.8336, \quad q = 2165.97, \quad r = -0.713784$$

となった。

一方、本数 ρ 、幹材積 V が与えられているとき、 K_2' の値は (25') 式から

$$K_2' = V/\rho^{1+K_1}$$

となるので、上の結果とあわせると、 V 、 ρ および R_y の関係が

$$R_y = (0.8336 + 2165.97V^{-0.713784}\rho^{-0.609754})^{-1} \dots\dots\dots (27)$$

のようにえられる。この近似により、 R_y は小数点以下 2 位まで正確に計算できることが確かめられた。

もちろん、(19) 式の成立する林分では、(26)、(27) 式の計算値は一致する。

さて、ある生育段階で限界密度に達した林分は、その後は最多密度曲線に沿って本数減少を続けていくと考えられるが、自然間引きは林分密度が限界値に達する前から発生する。

只木¹⁹⁾¹⁴⁾は、そのような場合も含めて、 ρ_0 本から始まった林の、生育の進行にともなう自然間引きの過程が次式で表わせるとしている。

$$1/\rho = A'v + B'$$

ここで、 v は林分の平均幹材積、 A' と B' は初期本数によってきまる定数である。

植栽時点の平均幹材積は近似的に 0 とみなせるので、定数 B' は $1/\rho_0$ に等しい。また、 A' はこの曲線が最多密度曲線に達したときの勾配が、最多密度曲線の傾きに一致すると考えることによって、そのときの本数が

$$\rho_f = \frac{K_1+1}{K_1} \rho_0$$

として定まり、さらに ρ_f に対する幹材積が (24) 式から

$$v_f = K_2 \rho_f^{K_1}$$

となるので、 A' は最初の式にもどって

$$A' = \left(\frac{1}{\rho_f} - B' \right) v_f$$

となる。

只木の自然間引きモデルは以上のようなものであるが、ここで、さきにえられたいくつかの関係を利用して、自然間引き本数の予測に必要な式を求めておく。

A' の式の ρ_f, v_f を ρ_0, K_1, K_2 でおきかえ、 B' を ρ_0 で表わすと

$$1/\rho = 1/\rho_0 - \frac{v}{K_1 K_2 \left(\frac{b_2}{b_4} \right)^{1+K_1} \rho_0^{1+K_1}}$$

さらに、(25) 式を用いて、任意の ρ_0 に対する自然間引き曲線が

$$1/\rho = 1/\rho_0 - \frac{v}{K_3 \rho_0^{1+K_1}} \dots\dots\dots (28)$$

のようにえられる。ここで、 v は平均幹材積、また

$$K_3 = \frac{K_1 R_f}{b_3} \left[\frac{R_f}{1-R_f} \frac{b_1}{b_3} \right]^{K_1} \left(\frac{b_2}{b_4} \right)^{1+K_1}$$

である。 K_3 の値は、トドマツでは 2.17927×10^8 となった。

自然間引きの過程を平均幹材積との関係で表わすと以上のようなものであるが、収穫量の予測では、生育段階を上層木平均樹高によって表わすので、樹高の変化にともなう本数減少の関係式を求めておく。

上層木平均樹高 H_T 、本数 ρ の林の平均幹材積は、(8) 式から

$$v = (b_1 H_T^{b_2} \rho + b_3 H_T^{b_4})^{-1} \dots\dots\dots (29)$$

である。この林分の植栽本数を ρ_0 とすると、(28) 式を代入して、

$$(b_1 H_T^{b_2} \rho + b_3 H_T^{b_4}) (1/\rho_0 - 1/\rho) - \frac{1}{K_3 \rho_0^{1+K_1}} = 0 \dots\dots\dots (30)$$

すなわち、植栽本数 ρ_0 がきまると任意の上層木平均樹高に対する現存本数 ρ が (30) 式の解として求まる。

幹材積の予測では、現在の上層木平均樹高と本数から、将来の上層木平均樹高に対応する本数を計算する必要がある。これには、(29) 式による現在の平均幹材積を (28) 式に代入して ρ_0 について解き、まず植栽本数を求めてから (30) 式を適用する。(28)、(30) 式は超越方程式なので、逐次近似の方法で解く。

4. 胸高断面積と平均直径

これまでの平均直径の予測方法は、胸高断面積について (8) 式に相当する密度効果式を求め、材積と独立に断面積平均直径を導びくものであった⁴⁾。しかし、断面積平均直径は通常用いられている算術平均直径よりは常に大きく、また断面積と幹材積で別個に密度効果式を計算すると、それぞれの最多密度曲線が一致しないという問題も生ずる。

このように、内部相関の高い因子を独立に推定すると、因子間で成立するはずの関係が乱されるので好ましくない。ここでは、平均直径を (19) 式からえられる幹材積の予測値から、林分因子間の関係を利用して誘導する方法^{19) 52)}を採用する。

ha 当り幹材積は、林分形状高 HF と胸高断面積 G によって

$$V = G \cdot HF$$

と表わされる。この林分形状高は、上層木平均樹高および立木度と密接な関係があり、トドマツでは次式がえられた。

$$HF = 0.1314 + 0.4595H_T + 0.4541R_V \quad \dots\dots\dots(31)$$

$$(R = 0.9823)$$

ここで、 H_T は上層木平均樹高、 R_V は (19) 式の予測材積に対する林分の実材積の比で、立木度 (次節参照) を表わし、 R は重相関係数である。

これによって、ha 当り胸高断面積は

$$G = V/HF$$

また、断面積平均直径は

$$D_g = 200\sqrt{G/(\pi \cdot \rho)}$$

としてえられる。

算術平均直径は直径の分散がゼロでない限り断面積平均直径よりも小さく、トドマツでは

$$D = 0.13 + 0.9841D_g - 0.5125/R_V \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$(R = 0.9975)$$

の関係がある。ここで、 D は算術平均直径、 D_g は断面積平均直径である。

5. 予測精度の改善

収量密度効果式は、上層木平均樹高と本数を因子とする一種の林分材積式である。Fig. 3 はそのようにみた (19) 式のデータに対する適合状態である。実測側と計算値が一致すれば、データを示す点は原点を通る傾き 1 の直線上に並ぶのであるが、この図では 400 m^3 前後の林分で誤差が 100 m^3 にもなる場合があって、精度は決して十分ではない。

以下この原因を明らかにするとともに、予測精度を改善するための新しい方法を示すことにする。

Fig. 3 は、異なった施業経歴のもとでつくり出された林分状態は、上層木平均樹高および本数の 2 因子のみでは十分に表現できず、経歴差のために生じた林分構造の違いを説明する追加因子が必要なることを示している。

予測値より現実材積の過少な林分は、何かの理由によって、与えられた生育空間に相応した生長を実現できなかった林であり、実材積の多い林分は、その超過の程度に応じて平均的傾向より空間の利用が高度に行われてきたものと考えられる。

この空間利用の程度を、実材積と (19) 式による予測材積の比で表わし、記号 R_V で示す。この値は収穫量を現実林にあてはめるときに使われる立木度と同じ意味のものである。

林分構造の違いを示す R_V が与えられれば、これを補正係数として予測精度を向上させることができるが、実際には、 R_V は実材積が与えられてはじめて計算できる値である。このため、 R_V の簡易な推定方法が必要である。これを次のように考える。

上層木平均樹高と本数から (19) 式で材積をきめると、(31)、(32) 式によって与えられた生育空間に相応した平均的な生長を示している林分、すなわち $R_V = 1.0$ に対する平均直径が導ける。この値と、現実林分の平均直径の比を R_D とすると、トドマツでは両者の間に次の関係が成立する (Fig. 4)。

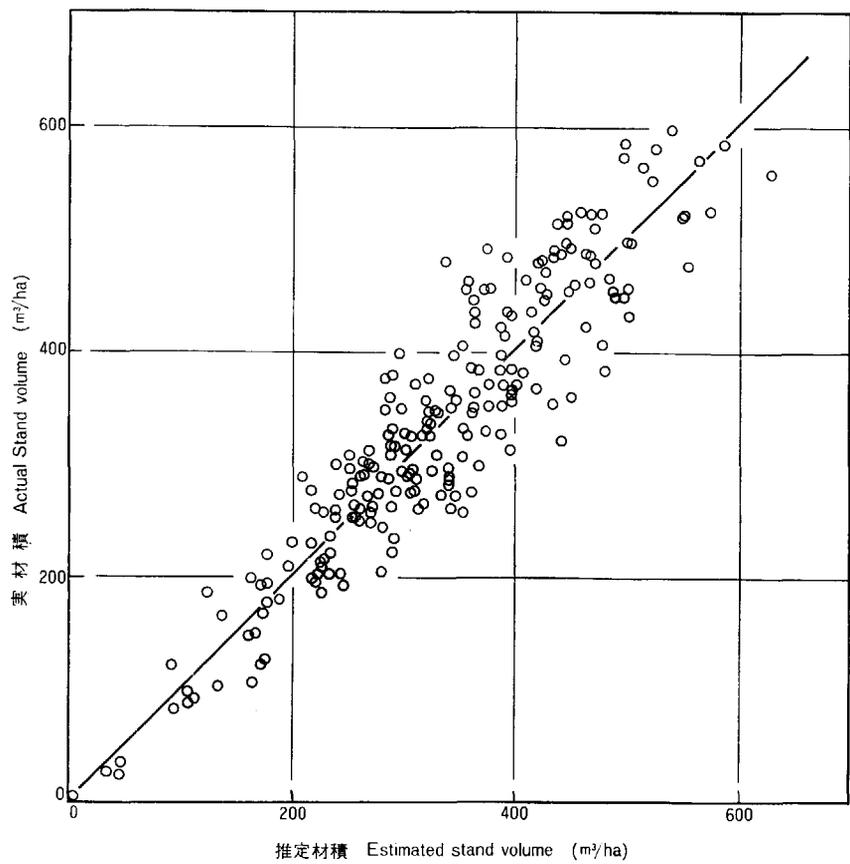


Fig. 3 収量密度効果式の適合度
Relationship between actual and estimated stand volume
by yield-density effect equation (19).

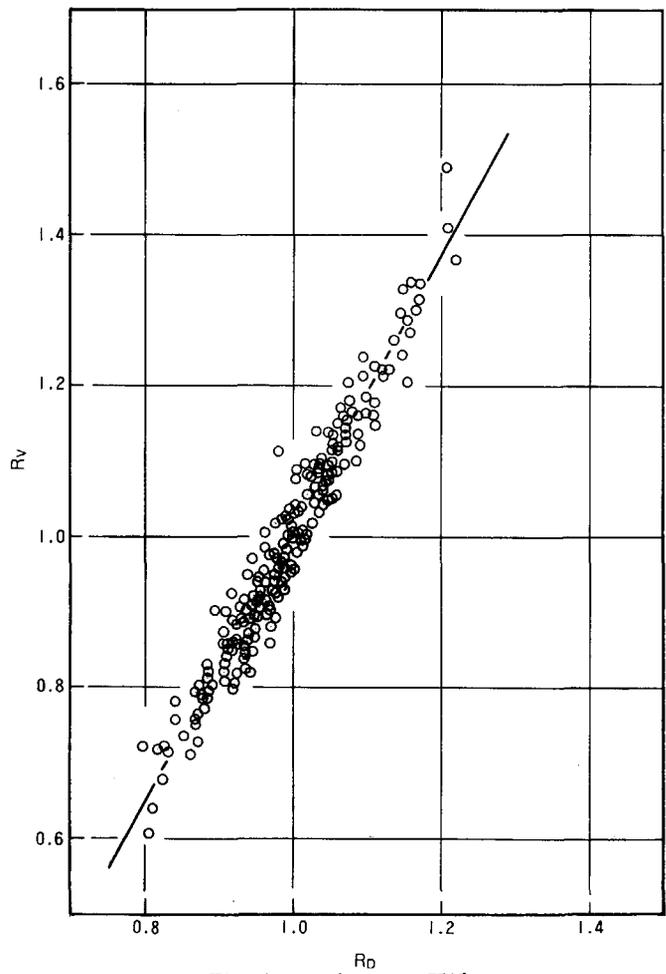


Fig. 4 R_V と R_D の関係
Relationship between relative stand volume (R_V)
and relative diameter (R_D).
 R_V and R_D are ratios of actual volume or actual diameter
to standard given by Eq. (19) or Eq. (32).

$$R_V = -0.8238 + 1.8292R_D \quad \dots\dots\dots(33)$$

$$(r = 0.9726)$$

したがって、平均直径を知ることにより、 R_V を推定して予測材積を補正することができる。Fig. 3と同じデータについてこの方法で補正材積を計算し、実材積に対してプロットすると Fig. 5 のようになる。補正材積と実材積の差の標準偏差は、補正前の 49.7 m^3 から 11.8 m^3 と $1/4$ 以下に減少する。

同様に、予測材積に (31) 式を適用してえられる予測断面積から、現実断面積との比 R_G を計算し、 R_V との関係を探めれば

$$R_V = 0.0047 + 0.9983R_G \quad \dots\dots\dots(34)$$

$$(r = 0.9752)$$

となる。直径測定よりもビッターリッヒ法で断面積を測定するほうが容易だから、現地において立木度を推定するには (34) 式によるのが便利である*。

立木度は林分構造に関係した量であると述べたが、Fig. 6 はこれを示すため、Fig. 5 のデータの中から、上層木平均樹高と本数がほぼ等しく、立木度に大差のある林分を選んで樹高の分布を比較したものである。

林分 A と B は、上層木平均樹高が 15.8 m と 15.9 m 、本数は $2,460 \text{ 本/ha}$ と $2,485 \text{ 本/ha}$ でほとんど

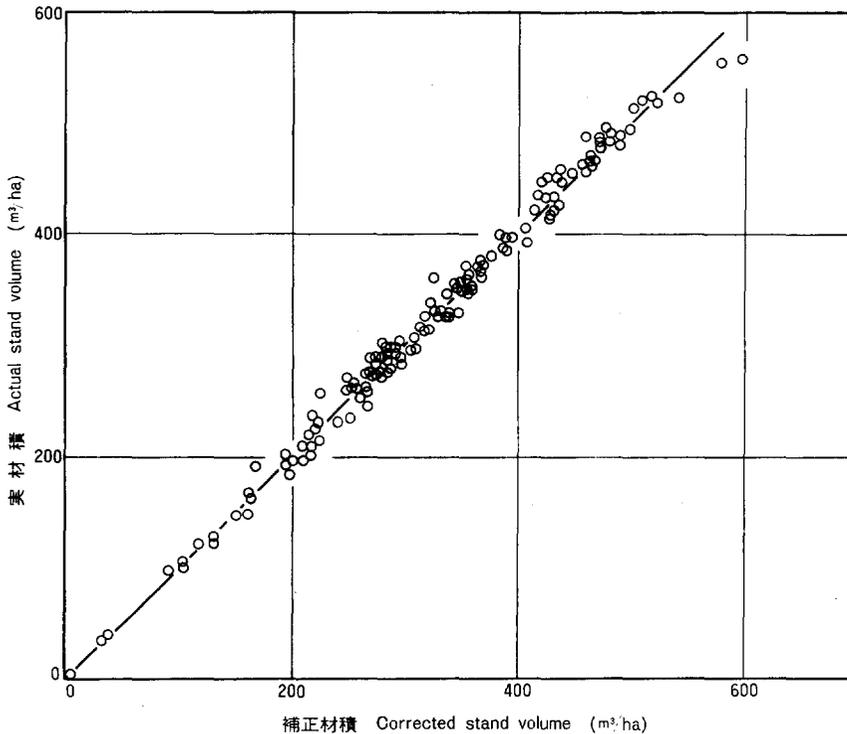


Fig. 5 実材積と補正材積の関係
Relationship between actual and corrected stand volume.
Correction factor R_V is estimated from R_D by Eq. (33).

* 概数を知るには、 $R_V \approx R_G$ としてもよい。また平均直径が知られていれば $R_G \approx (R_D)^2$ を用いることもできる。

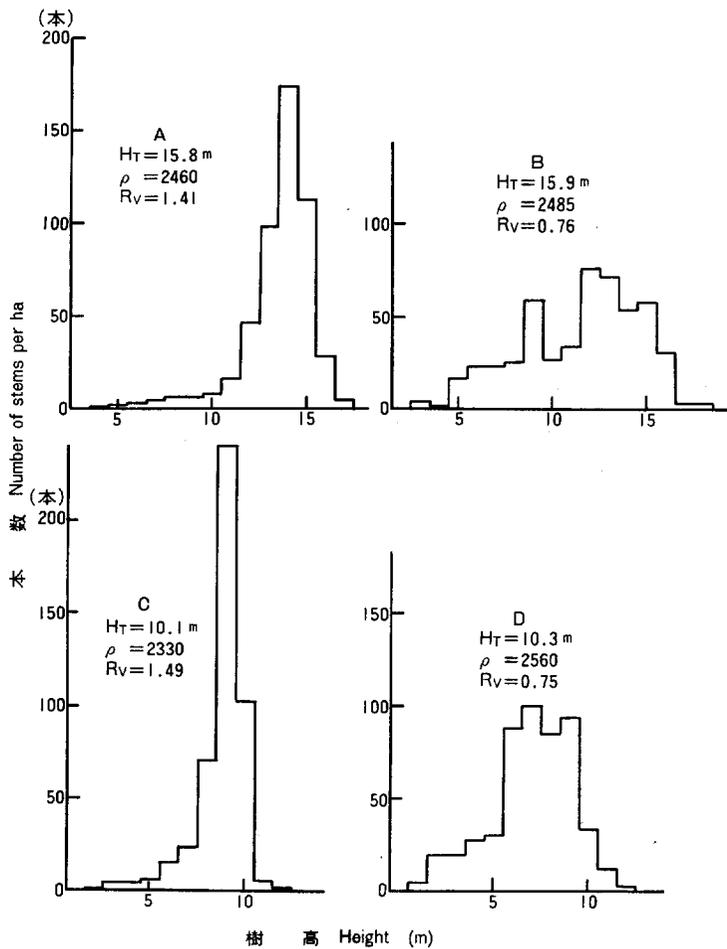


Fig. 6 R_V の異なる林分の樹高分布
 Shapes of height distribution of stands with different R_V .
 H_T : Top height, ρ : No. of stems per ha, R_V : Relative volume.

差がないのに、 R_V は 141% と 76% である。C および D の林分でも同様で、上層木平均樹高が 10.1 m と 10.3 m、本数 2,330 本/ha と 2,560 本/ha に対し、 R_V は 149% および 75% である。図から明らかなように、 R_V の大きい林分の樹高は非常にそろっているが、 R_V の小さい B および D では裾の長い扁平な分布になっている。このような違いの生ずる原因のひとつは、若い年代における他の植生との競合状態の差にあると考えられる。また、すじ植えあるいは疎開部分を含む立木配置の不均等な林分でも R_V は低くなる傾向がある。

Table 1 は、除伐の遅れたトドマツ幼齢林の成績で、 R_V の値はウダイカンバの混交率の低いプロット 1 の 90% から、本数の 20% をウダイカンバが占めるプロット 3 の 44% まで、順次低くなっている。同時に、単木間の変動を示す直径、樹高の変動係数も、ウダイカンバの混交率が高いほど大きい。

この例は、人工林の初期管理の段階で林分の一様性を高めることが、材積生産量を増加させる上で重要なことを示している。

立木度はさらに時間とともに変化し、また間伐で林分構造に変更を加えても変化する。Fig. 7 は、(19) 式の決定に使用したデータの中の固定生長量試験地の測定値によって、5 年間の立木度の変化を示したものである。

データの大部分では、期首より期末の立木度が大きく、期末の値が小さくなっている場合でもその程度はわずかである。前期末に間伐が行われたときの影響は、データ数が少なく明瞭でないが、図でみる限り

Table 1. 広葉樹の混交したトドマツ幼齢林の立木度
Difference of degree of stocking in even aged young Todo fir stands caused by mixture rate difference of broad leaved trees

プロット Sample plot	樹種 Species	上層木 平均樹高 Top height (m)	平均直径 Average diameter (cm)	ヘクタール当り Per ha		変動係数 C. V. (%)		R _V Degree of stocking (%)
				本数 No. of trees	材積 Volume (m ³)	直径 Diameter	樹高 Height	
1	Todo fir	7.9	8.1	2,549	61.1	12	8	90
	Birch		10.9	90	3.8			
	Others		7.0	8	0.2			
	Total			2,647	65.1			
2	Todo fir	7.6	7.0	2,132	37.1	24	12	65
	Birch		10.3	463	19.8			
	Others		7.9	25	0.5			
	Total			2,620	57.4			
3	Todo fir	7.3	5.7	2,242	23.9	27	14	44
	Birch		9.1	617	19.8			
	Others		5.2	33	0.2			
	Total			2,892	43.9			

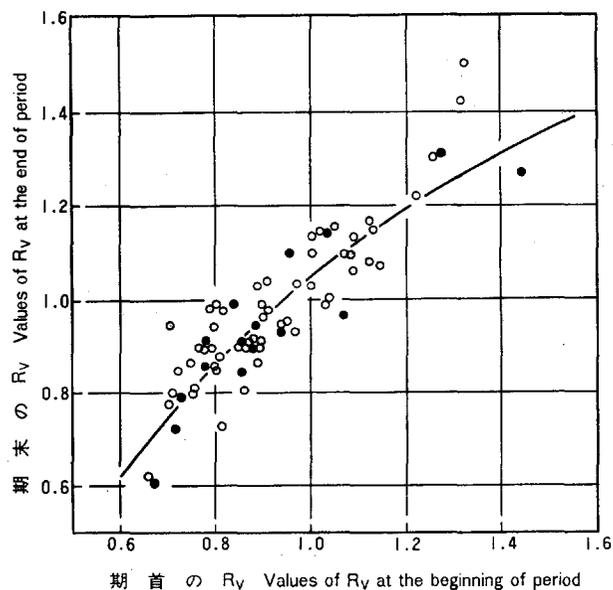


Fig. 7 R_V の時間的な変化
Change of R_V in five year period.

- : 無間伐林分, ● : 間伐林分
- : Unthinned stands,
- : Thinned stands at the beginning of period.

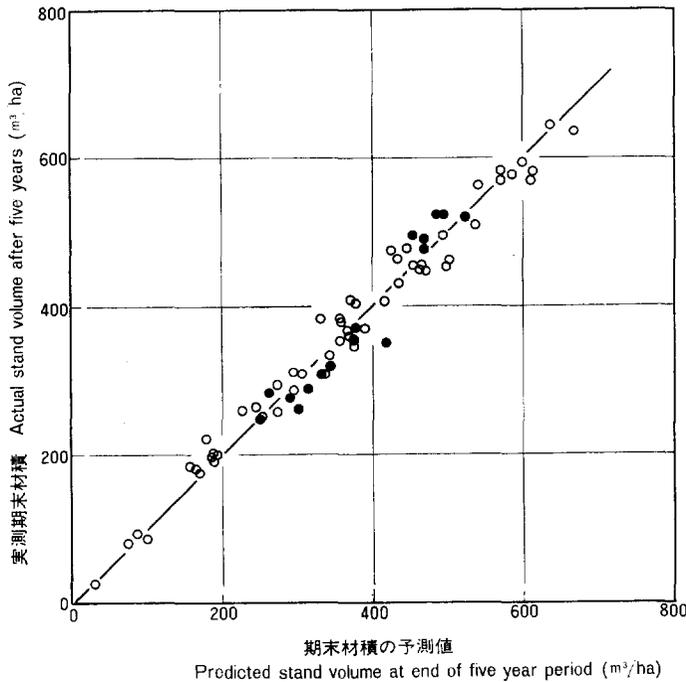


Fig. 8 R_V の変化を考慮して予測した期末材積の適合度
 Relationship between actual and predicted stand volume
 by considering the change of R_V in five year period.
 ○ : 無間伐林分, ● : 間伐林分
 ○ : Unthinned stands, ● : Thinned stands at the beginning of period.

無間伐の場合と差のない傾向を示している。この結果から、立木度が変化しないと仮定して補正材積を求めると、過少推定になることがわかる。

Fig. 7 に使用したデータから、立木度の時間的変化の予測式を求めると

$$R_{VY} = 2.2845e^{-0.7818/R_{VX}} \dots\dots\dots(35)$$

$$(r = 0.8815)$$

となる。ここで、 R_{VY} , R_{VX} は期末および期首の立木度である。

(35) 式による期末立木度の予測値を使用して補正材積を計算し、実材積と対比すると Fig. 8 のようになる。このときの実材積と補正材積の差の標準偏差は、立木度の予測誤差が加わったために 24.6 m^3 になる。

(31), (32) 式に示したように、立木度は林分形状高、平均直径などとも密接な関係がある。

6. 間伐後の林分状態

これまで、下層間伐で本数間伐率が 40% 以内であれば、残存材積に対しても (19) 式がなりたつとされてきた⁴⁾。この仮定にしたがうと、上層木平均樹高と本数間伐率で材積間伐率が一義的に定まることになるが、実際には本数間伐率が等しくても伐採木の選定の仕方によって材積間伐率はいろいろに変化するのので、この方法による残存材積の推定精度はよくない。このため、実際の選木方法に則した残存材積の推定方法を検討する。

WARRACK²⁶⁾, JOERGENSEN⁵⁸⁾ は、間伐の種類が間伐前の平均直径 D に対する間伐木の平均直径 D_T の比によって数量的に表わせるとしている。すなわち、間伐種の区分は D_T/D の大きさによって

0.65 以下	除 伐
0.65~0.75	下層間伐
0.75~0.90	強度の下層間伐~弱度の上層間伐
0.90~1.00	強度の上層間伐
1.00 以上	択伐の間伐

のようになる。

固定生長量試験地の間伐の実績から材積間伐率に対する本数間伐率と D_T/D の関係を求めると

$$\log P_{TV} = 0.0213 + 0.9422 \log P_{TN} + 2.6329 \log (D_T/D) \dots\dots\dots(36)$$

$$(R = 0.9865)$$

となって、推定材積間伐率と実測値は Fig. 9 のように良好な対応を示す。

ここで、 P_{TV} は材積間伐率、 P_{TN} は本数間伐率で、 D_T/D は間伐前の平均直径に対する間伐木の平均直径の比である。

間伐後の材積が等平均樹高曲線の上で読みとれるとする従来の仮定にしたがって、上式の D_T/D 比を上層木平均樹高におきかえると、重相関係数は 0.8149 に低下し、追加した上層木平均樹高は有意な寄与を示さない。

間伐後の材積は、残存率 $(1 - P_{TV})$ と間伐前の材積の積である。この方法で推定した残存材積のデータに対する適合度は極めて良好で (Fig. 10)、実測値との差の標準偏差はわずかに 4.9 m^3 である。

間伐木の本数と平均直径は、本数間伐率と D_T/D 比から直接計算され、また残存木の平均直径は間伐前の平均直径と間伐木の平均直径から

$$D_R = \frac{D - P_{TN} \cdot D_T}{1 - P_{TN}} \dots\dots\dots(37)$$

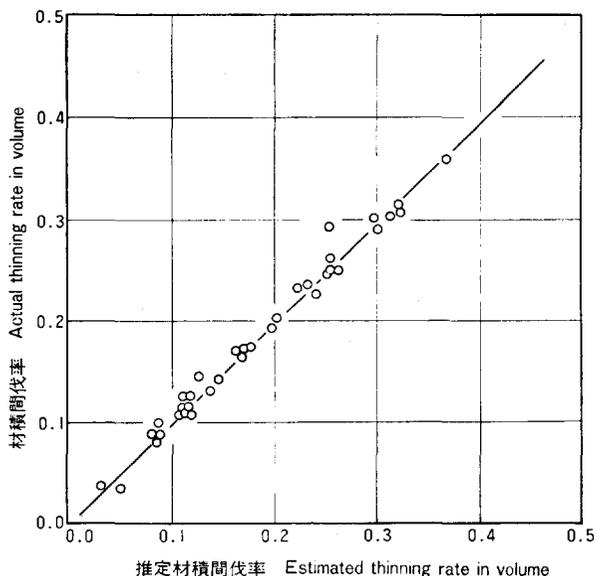


Fig. 9 材積間伐率の推定
Relationship between actual and estimated thinning rate in volume by Eq. (36).

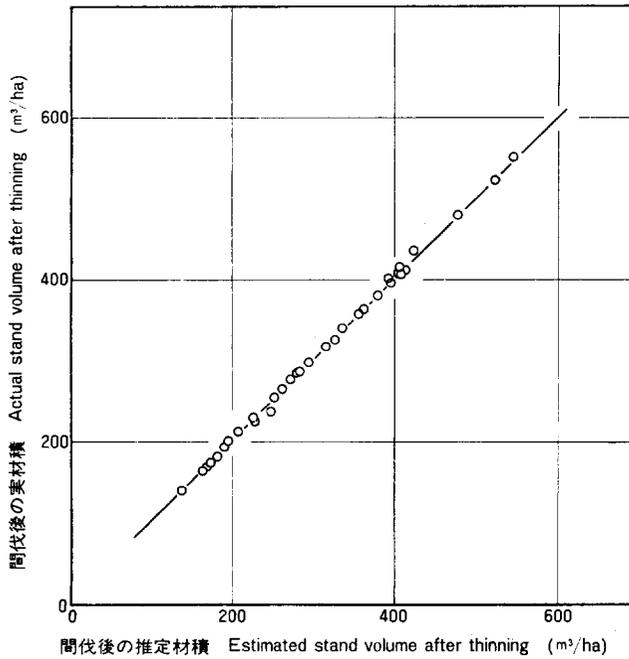


Fig. 10 間伐後の林分材積の推定
Relationship between actual and estimated stand volume after thinning.
Estimates are given by Eq. (36) using stand volume before thinning.

として求められる。ここで、 D, D_T, D_R はそれぞれ間伐前、間伐木、残存木の平均直径である。

最後に、平均樹高は上層木平均樹高、木数、立木度と密接な関係があり、次のように表わすことができる。

$$H_M = -0.84 + 1.0341H_T - 0.3578H_T\sqrt{\rho}/(100R_V) \dots\dots\dots(38)$$

$$(R = 0.9831)$$

ここで、 H_M は平均樹高、 H_T は上層木平均樹高、 ρ は ha 当り本数である。

間伐木については、

$$P_{TH} = H_{MT} \cdot \rho_T / (H_M \cdot \rho)$$

とおくと*

$$\log P_{TH} = 0.0267 + 1.0252 \log P_{TN} + 0.5230 \log (D_T/D) \dots\dots\dots(39)$$

$$(R = 0.9920)$$

の関係がえられる。

ここで、 H_{MT}, ρ_T は間伐木の平均樹高と本数、 P_{TN} は本数間伐率で、 D_T/D はさきに定義した間伐種の尺度である。

間伐木と残存木の平均樹高は、(39) 式で間伐方法に応じて計算される P_{TH} の値を使って

$$H_{MT} = P_{TH} \cdot H_M / P_{TN} \dots\dots\dots(40)$$

$$H_{MR} = (1 - P_{TH}) H_M / (1 - P_{TN}) \dots\dots\dots(41)$$

で与えられる。(38) および (40) 式で間伐前と間伐木の平均樹高を計算し、原データと対比すると Fig. 11, Fig. 12 のようになる。

* P_{TH} は間伐前の樹高の合計に対する間伐木の樹高の合計の比である。

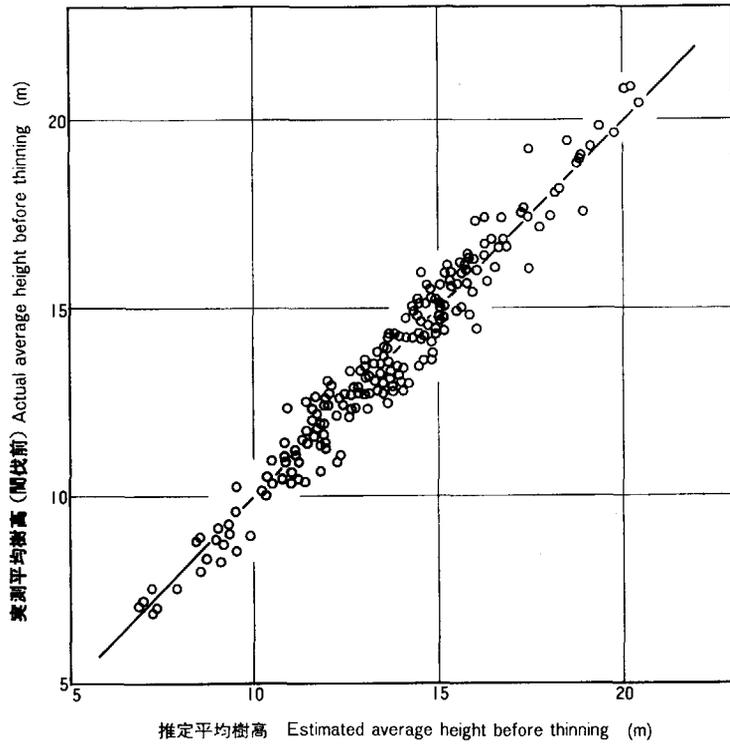


Fig. 11 平均樹高の推定
Relationship between actual and estimated average stand height.
Estimates are given by Eq. (38).

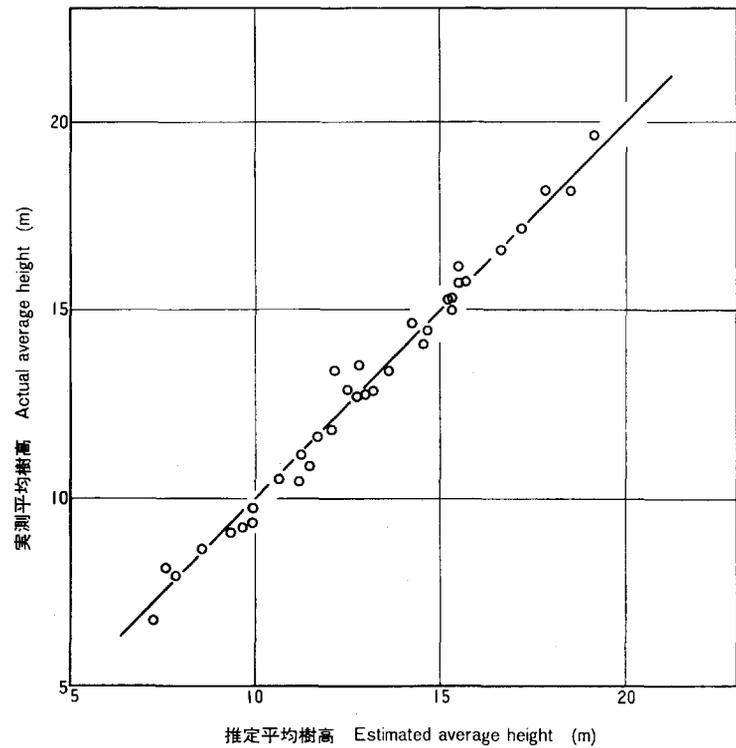
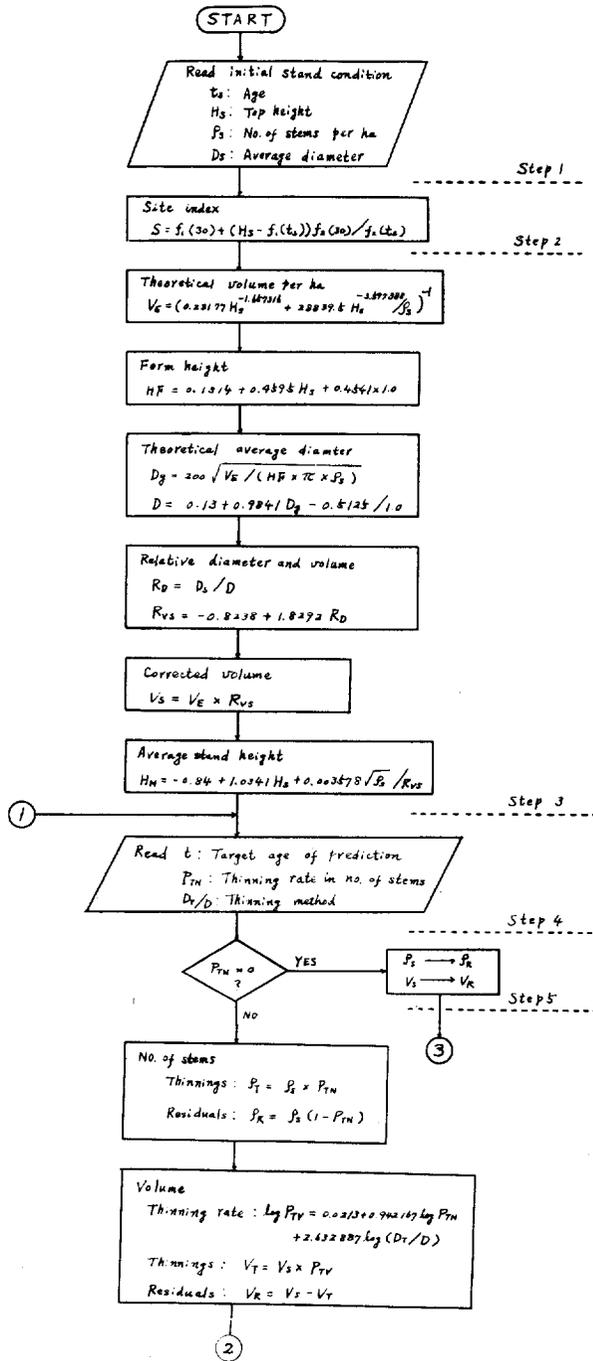


Fig. 12 平均樹高の推定(間伐木)
Relationship between actual and estimated average height of thinnings.
Estimates are given by Eq. (40) using average height of stand before thinning.



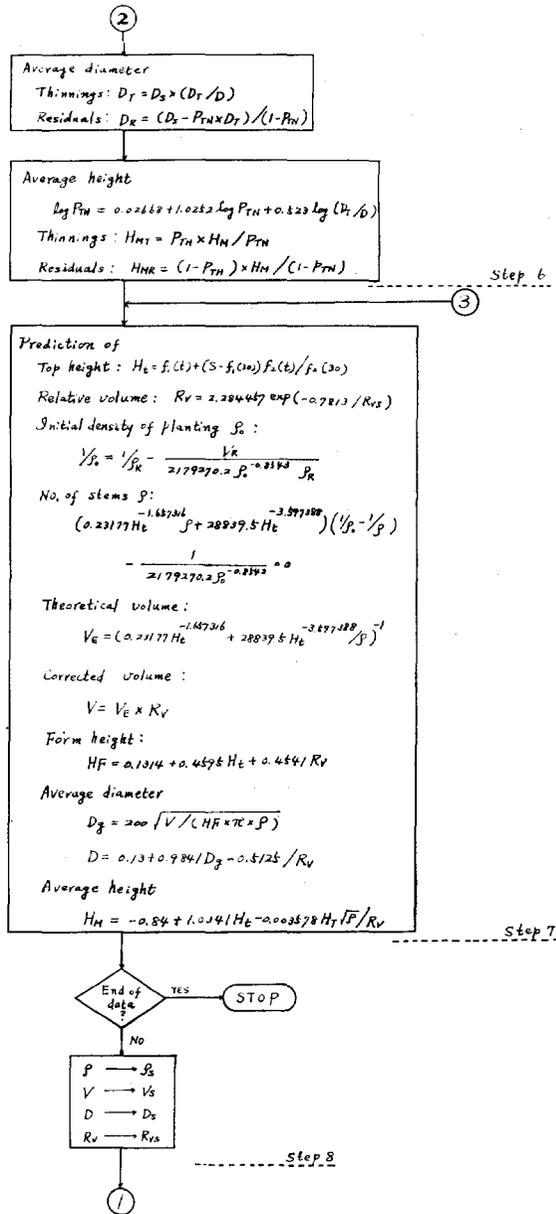


Fig. 13 密度効果式による収穫予測システム
 Yield prediction system based on the equation of yield-density effect.

7. 予測システムの構成

これまでの結果をまとめると、間伐方法別の収穫予測のシステムを組立てることができる。この予測手順を Fig. 13 のフローチャートによって説明すれば次のようになる。

step 1

出発点の林齢 t_s 、上層木平均樹高 H_s 、本数 ρ_s 、平均直径 D_s をデータで指示する。

step 2

t_s と H_s から地位指数 S を求める。

step 3

t_s における ha 当り理論材積 V_E 、形状高 HF 、断面積平均直径 D_0 および平均直径 D を計算する。これから R_D を求め、出発点の立木度 R_{V_s} と材積 V_s を導く。さらに、平均樹高 H_M を推定する。

step 4

t_s 年における本数間伐率 P_{TN} と D_T/D 比の指定および予測の目標年齢 t をデータとして与える。

step 5

本数間伐率が0であれば、現在林分がそのまま予測の出発点となり、step 7 に進む。

step 6

間伐木本数 ρ_T 、残存木本数 ρ_R 、材積間伐率 P_{TV} 、間伐木材積 V_T 、残存木材積 V_R 、間伐木平均直径 D_T 、残存木平均直径 D_R 、間伐木、残存木の平均樹高 H_{MT} と H_{MR} を計算する。

step 7

地位指数曲線によって、 t 年の上層木平均樹高 H_t を推定する。 t 年の立木度 R_V を求め、また t_s 年の残存木本数 ρ_R と材積 V_R から、対応する植栽本数 ρ_0 を逆算する。これによって、 t 年の本数を予測して収量密度効果式から予測材積 V_E を求める。以下、形状高、断面積平均直径、平均直径の順に計算を進め、最後に平均樹高を推定する。

step 8

ここでデータが終わっていれば、予測計算は終了である。そうでなければ、いま計算した t 年の ρ, V, D, R_V を新しい出発点の値として step 4 からの計算を繰り返す。

8. 摘 要

(1) 密度効果式にもとづく生長モデルは、極限状態の密度の場合を含めて、林分の生長現象を矛盾なく説明する。しかし、現実林分の間伐方法別の収穫予測に使用するには、予測精度の面において改善を要する点が残されている。

(2) 収量密度効果式の定数決定の方法を改良し、反復近似による最小二乗推定の方法を与えた。高密度の林分のデータで、最多密度曲線の傾きを決定できるときは、この情報の追加によって、密度効果式の定数の推定精度を著しく高めうることを示し、この方法によってトドマツの最多密度曲線式および収量密度効果式を求めた。

(3) 材積から林分形状高を媒介にして導かれる断面積と断面積平均直径をもとにして、林分平均直径を求める方法を示した。

(4) 現実林分の材積と収量密度効果式から計算される理論値との比を立木度と定義し、 R_V で表わした。そうして、この値が現実林分の平均直径と対応する理論直径の比 (R_D)、または断面積の同様な比

(R_a) から簡単に推定できることを示した。この立木度を補正係数に用いると、幹材積の予測の誤差は補正前の 1/4 に減少する。

(5) 立木度は林分の生育空間の利用度の指標とみることができる。生育の初期段階で十分な保育作業が行われなかった林では、立木度が低くなる傾向が認められる。すなわち、立木度は林の取扱いの経歴と密接な関係があり、生育過程を正確に表わすためには、収量密度効果式に含まれる上層木平均樹高と木数のほかに、第 3 の変数として立木度を考慮しなければならない。

(6) 固定生長量試験地の繰返し測定値をもとにして、立木度の時間的変化の予測式を導いた。

(7) 間伐の種類を数量的に表わし、これと本数間伐率を組合わせて使うことによって、材積間伐率、したがって間伐材積、残存木材積を極めて精度よく推定できることを示した。

(8) これらの結果をとりまとめて、林分の初期状態と間伐方法の指定に応じて、その後の生長過程と収穫量を予測するためのシステムを組立てた。

III 丸太生産量の推定と価格評定

販売のために行われる立木の評価では、最寄市場の丸太の市場価格から、伐木・運材の見積り費用と「企業者利潤」を控除する、いわゆる市場価逆算法が一般に用いられている。ここで市場価格は、立木から生産される丸太の品等別・長級別・末口径別の数量とそれぞれの取引単価から求められるが、通常は単木ごとの評価はせず、利用率表や立木販売基準価格表・価格係数表などを使って、林分当りの評価を能率的に進めるように工夫されている。しかし、手計算を簡略化するために有効であっても、データとして多くの数表を入力しなければならない計算方式は、機械処理ではかえって使いにくい。また標準表は市況値などとともに、売上に直結する企業情報であってどの経営においても部外への公開は許していない。このような理由で、秘扱いのデータの使用を最少限にとどめて、しかも事業的な評定と同等な結果を与える計算機むきの評定方法が必要である。ここでは単木評定の考えをもとにして、外部データとして基準価格のみを用いる林分当り市場価格の算定方法を考える。ただし基準材価格の地域間格差や市況率の変化は考慮しない。

角谷⁶⁴⁾は、国有林の評定業務の機械化と市場動向の迅速な反映の 2 つの点から、価格評定方法の統一化の必要性を述べ、幹の細り曲線式を利用する最適採材の方法を提案している。ここで最適採材というのは、1本の幹から生産される丸太の総価格を最大にするような採材方法であり、動的計画法による最適化計算によって、利用材積と市場価格の同時決定が考えられている。しかし、提案されている方法は丸太の径級と長級による価格差は考慮されているが、品等間の格差は品等込みの基準価格表を用いることで処理している。また林分の評定への拡張も具体的な方法は示していない。

一方、松尾ら⁶⁵⁾は、価格評定を簡略化するという立場から、PQ 表などの標準表を用いない丸太価格の算定方法を提案している。これも幹の細り情報を用いるものであるが、そこで使われている幹型は円錐体であり、品等もこみとして扱われている。

ここでは、まず立木の任意断面高における末口直径を求めるための幹曲線式と、その断面高までの平均的な丸太品等を与える平均品等曲線をデータから導き、次に両者を組合わせて、銘柄別の基準価格から単木の利用材積、市場価格を直径・樹高階別に決定する方法を示す。さらにこの結果から、林分あたりの利用率、市場価格の推定式を求め、生産費の算定までを含めた、林分の主伐・間伐収益の評価システムを組

立てる。

市場価逆算式における林分の平均利用率と製品市場単価 (A 価格) は、直径・樹高階別の本数分配表に、単木に対する結果をあてはめて計算する。すなわち、(19) 式の決定に用いたデータの中から、上層木平均樹高、本数および立木度の代表的な林分を選んで、上述の方法で林分の平均利用率と利用材積 m^3 当りの価格を計算して例示する。さらにこの計算結果を林分平均直径、平均樹高などの因子と関連づけて推定式を導く。

1. トドマツの幹曲線式

立木の幹材積表は、材積式または形数式を用いて調製される例が多いが、このほかに幹曲線式の積分による方法を考えることができる。ただ、幹の形状を正確に記述するためには複雑な式が必要になるので、幹曲線の方法はこれまでは理論的興味の対象でしかなかったようである。しかし、材の取引の上では幹材積の推定は利用材積を求めるための 1 ステップであり、材積式または形数式は次のような問題点を含んでいる。

- 1) 利用材積を知るためには、幹材積を割引く利用率を推定しなければならない。もし利用の基準が変われば、その都度利用率の調査をやり直す必要がある。
- 2) データの全範囲にわたって 1 本の材積式が適合する場合は少なく、直径級別に何組かの式を使いわけなければならない。式の接合部分にできる推定材積の段差は、移動平均法、または徒手法で平滑化するので、機械集計などの際は、材積表そのものをデータとして入力しなければならない。

このような理由で、高速計算機の普及によって計算処理の問題が解消されるとともに、式は多少複雑でも、全データの範囲を 1 本の式でカバーし、幹材積と利用材積の同時推定の可能な幹曲線式を用いる方法が見なおされてきた⁵⁶⁾⁵⁷⁾。幹曲線式としては、KUNZE の一般式から導かれる 相対断面高 (樹高に対する任意の断面高の比) の多項式が用いられている。Bruce ら⁵⁸⁾ の式は、相対断面高の 1.5 乗、3 乗、32 乗、40 乗の項を含み、目的変数は胸高直径に対する各断面の直径の比の二乗 (すなわち、胸高と上部断面の断面積比) になっている。

これと同じ相対断面高の巾乗を含む多項式によって、旧札幌営林局トドマツ立木幹材積表⁵⁸⁾の調製資料 1, 338 本から求めた幹曲線式は

$$\begin{aligned}
 d^2/D^2 = & x^{1.5} + b_1(x^{1.5} - x^3) + b_2(x^{1.5} - x^3)D + b_3(x^{1.5} - x^3)(H/D) \\
 & + b_4(x^{1.5} - x^{32}) + b_5(x^{1.5} - x^{32})D^2 + b_6(x^{1.5} - x^{40})D \dots\dots\dots(42) \\
 b_1 = & 0.403749 & b_2 = & -0.270318 \times 10^{-2} \\
 b_3 = & 0.650416 & b_4 = & -0.249690 \times 10^{-2} \\
 b_5 = & -0.595701 \times 10^{-4} & b_6 = & 0.121614 \times 10^{-8}
 \end{aligned}$$

である。

ここで、 D は胸高直径、 H は樹高、 x は胸高から梢頭までの長さ ($H-1.3$) に対する任意断面高 h (梢頭を原点とする) の比、すなわち $(H-h)/(H-1.3)$ で、 d は x の位置における直径である。

(42) 式の第 2 項からあとが、相対断面高の巾乗の差の形式になっているのは、胸高において $(d/D)^2$ が 1 になるように強制するためで、定数項がないのは梢頭を原点に一致させるためである。

(42) 式より、直径 D 、長さ ($H-1.3$) の比較円柱に対する形数 F_z は、 $z = (H-h)/(H-1.3)$ とおいて

Table 2. 幹曲線式から導いた立木幹材積表
Stem volume table of Todo fir derived from stem curve Equation (43)

(Volume in m³)

直径 d. b. h. (cm)	樹 高 Height (m)																										
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26			
6	.008	.009	.010	.011	.013	.015	.017	.019	.021	.023	.026	.028															
8	.013	.015	.017	.020	.022	.025	.029	.032	.035	.039	.043	.046	.050	.054	.059												
10		.023	.027	.030	.034	.039	.043	.048	.053	.058	.064	.069	.075	.081	.086	.093											
12			.038	.043	.049	.055	.061	.068	.075	.082	.089	.096	.104	.112	.119	.128	.136										
14				.058	.066	.074	.106	.091	.099	.109	.118	.127	.137	.147	.158	.168	.179										
16				.075	.085	.095	.132	.117	.128	.139	.151	.163	.175	.188	.201	.214	.227	.241									
18					.119	.162	.146	.159	.174	.188	.203	.218	.233	.249	.265	.281	.297	.314									
20					.146	.194	.178	.194	.211	.229	.246	.264	.282	.301	.320	.339	.359	.379	.399	.420							
22						.213	.232	.253	.273	.294	.315	.337	.358	.381	.403	.426	.450	.473	.497								
24							.251	.274	.297	.321	.345	.370	.395	.420	.446	.472	.499	.526	.553	.581							
26							.292	.318	.345	.373	.400	.429	.457	.486	.516	.546	.576	.607	.639	.670	.702						
28								.396	.427	.459	.491	.524	.557	.590	.624	.659	.694	.729	.765	.801	.838						
30									.486	.521	.558	.594	.631	.669	.707	.746	.785	.825	.865	.906	.947						
32										.547	.587	.627	.668	.710	.752	.794	.838	.881	.925	.970	1.015	1.061	1.107				
34										.611	.656	.700	.746	.792	.839	.886	.933	.982	1.030	1.080	1.130	1.180	1.231				
36										.679	.727	.777	.827	.878	.929	.981	1.033	1.086	1.140	1.194	1.249	1.304	1.360				
38											.856	.911	.966	1.023	1.079	1.137	1.195	1.253	1.312	1.372	1.433	1.494					
40												.998	1.058	1.120	1.181	1.244	1.307	1.370	1.435	1.500	1.565	1.631					
42													1.088	1.153	1.219	1.286	1.354	1.422	1.491	1.561	1.631	1.702	1.773				
44														1.180	1.251	1.322	1.394	1.467	1.541	1.615	1.690	1.765	1.842	1.919			
46															1.275	1.351	1.427	1.505	1.583	1.662	1.741	1.822	1.903	1.985	2.067		
48																1.372	1.453	1.535	1.617	1.701	1.785	1.870	1.956	2.043	2.130	2.218	
50																	1.470	1.557	1.644	1.732	1.821	1.911	2.001	2.093	2.185	2.278	2.372

トドマツ人工林の収穫量と収益の予測システムに関する研究 (真辺)

$$F_2 = \int_0^x (d/D)^2 dx$$

で与えられる。しかし、札幌トドマツの材積表調製資料には、幹足部の測定値が少なかったため、幹材積を胸高の上と下で別々に計算して合計する方法をとった。すなわち、胸高から上の幹材積は形数

$$F_1 = \int_0^1 (d/D)^2 dx$$

$$= 0.459639 - 0.035980(D)(10^{-2}) + 0.097562(H/D)$$

$$- 0.220229(D^2)(10^{-4}) \dots\dots\dots(43)$$

から計算する。

胸高以下については、幹曲線式でえられる地上高 3 m の位置の断面積と胸高断面積を外挿して幹基部の断面積を求め、これにスマリアン式を適用して胸高までの材積とする。このようにして推定した幹材積を 2 変数材積表の形で示すと、Table 2 のようになる。また、推定材積の実測値に対する適合度を Fig. 14 と Table 3 に示す。

Table 3 には旧札幌管林局の材積式に対する精度も示してあるが、両者を比較すると幹曲線式の精度がわずかに劣るように見える。しかし現行材積式の材積は胸高直径 10 cm まで、12~20 cm, 22~50 cm, 52 cm 以上の 4 つの式から計算されていること、また材積式においては区分求積の誤差を含んだ値を真値として最小二乗法を適用していることを考えると、この比較は現行材積式に有利になっている。このことと、Fig. 14 の傾向からみて、幹曲線による材積推定法は十分実用にたええと考えられる。

なお、胸高直径と樹高が与えられると、任意の末口直径に対する断面高が、(42) 式を x について解いて

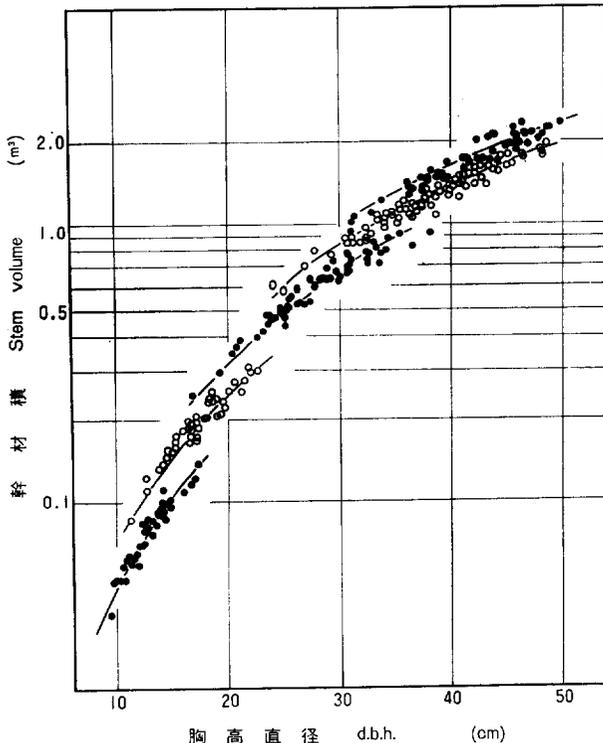


Fig. 14 幹曲線式による推定材積と
実材積の関係
Relation between actual and estimated stem volume by Eq. (43).
Curves indicate the estimated volume for equivalent height.

$$h = H - x(H - 1.3)$$

として求められる。

幹曲線式が決定されると、樹幹上の任意の位置の直径が推定できるので、採材可能な丸太の材積を作図または計算によって求めることができる。

ここでいくつかの因子を考慮しなければならない。すなわち伐採高や延寸、樹皮の厚さ、平均直径と最小径の関係などである。最適採材を考えるようなときは、品等の現われ方で採材長の組合わせが変わり、利用材積が変化するので、節や曲がりの出現状態の情報も必要になる。

Table 3. 現行材積表と幹曲線式による材積表の精度比較
Precision of stem volume tables in current use and derived
from stem curve Equation (42)

直径範囲 Range of diam. (cm)	平均直径 Average diameter (cm)	平均樹高 Average height (m)	本数 No. of trees	現行 Current use		幹曲線 Derived from stem curve Eq. (42)	
				残差平均 Average of residuals (m ³)	残差標準偏差 S. D. of residuals (m ³)	残差平均 Average of residuals (m ³)	残差標準偏差 S. D. of residuals (m ³)
5.0~6.9	6.3	4.8	7	-0.0002	0.0007	0.0005	0.0007
7.0~8.9	8.0	7.0	22	-0.0001	0.0019	0.0019	0.0028
9.0~10.9	9.9	9.0	37	0.0000	0.0031	0.0031	0.0044
11.0~12.9	12.1	10.8	65	0.0003	0.0073	0.0035	0.0082
13.0~14.9	13.9	12.0	59	0.0006	0.0091	0.0041	0.0099
15.0~16.9	16.0	13.0	54	-0.0002	0.0105	0.0034	0.0113
17.0~18.9	17.9	14.2	53	-0.0019	0.0160	0.0014	0.0158
19.0~20.9	19.8	15.3	46	0.0011	0.0176	0.0035	0.0177
21.0~22.9	22.0	15.8	44	-0.0031	0.0260	-0.0041	0.0264
23.0~24.9	23.9	17.1	37	0.0063	0.0308	0.0038	0.0304
25.0~26.9	25.9	17.8	44	0.0017	0.0372	-0.0029	0.0374
27.0~28.9	27.9	18.2	41	0.0085	0.0428	0.0021	0.0419
29.0~30.9	30.0	19.3	44	-0.0099	0.0472	-0.0184	0.0498
31.0~32.9	32.0	21.0	57	-0.0009	0.0594	-0.0123	0.0606
33.0~34.9	34.0	21.1	82	0.0010	0.0612	-0.0108	0.0619
35.0~36.9	36.0	21.6	88	-0.0100	0.0664	-0.0221	0.0693
37.0~38.9	38.0	22.6	89	0.0115	0.0837	-0.0001	0.0827
39.0~40.9	39.9	23.1	91	-0.0132	0.0977	-0.0221	0.0996
41.0~42.9	41.9	24.0	71	-0.0223	0.0942	-0.0277	0.0957
43.0~44.9	44.0	23.9	59	0.0425	0.1258	0.0432	0.1258
45.0~46.9	46.0	24.7	62	0.0391	0.1427	0.0489	0.1455
47.0~48.9	47.9	25.0	49	-0.0356	0.1179	-0.0148	0.1113
49.0~50.9	49.8	25.5	34	-0.0227	0.1582	0.1267	0.1560
51.0~52.9	52.0	26.3	26	-0.0413	0.2024	0.0570	0.2093
53.0~54.9	53.9	27.1	27	-0.0066	0.1328	0.0942	0.1622
55.0~56.9	56.2	26.6	17	0.0691	0.1883	0.1783	0.2486
57.0~58.9	58.1	27.9	14	0.0378	0.2772	0.1537	0.3174
59.0~60.9	59.8	28.5	6	-0.0694	0.1796	0.0565	0.1701
61.0~62.9	62.1	27.8	6	0.0961	0.3376	0.2446	0.4056
62.0~70.9	66.7	29.5	7	-0.0603	0.4090	0.1449	0.4205

伐採高は地形や木の大きさによって著しく変動する。札幌トドマツの幹材積表の調製データでは、次の関係が認められた。

$$H_{BT} = 0.05 + D/600 + D^2/6000$$

ここで H_{BT} は伐採高, D は胸高直径である。

延寸の信頼できる資料は少ないが、昭和 30 年代に行われた札幌営林局の採材調査のデータに記録されている実際の材長と、これを JAS 規格にしたがって括約したときの材長の差を延寸とみて整理すると次のようになる。

延寸階 cm	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
丸太数	5	8	40	51	67	87	24	10	—	1	2

これによると、利用材積に算入されない部分の長さは 8~10 cm の場合が多いが、最近の集約な採材ではこの値はもっと低くなっていると思われる。しかし採材のロスが全くないとは考えられないので、ここでは一率に 5 cm と仮定しておく。

丸太材積の計算では樹皮を除いた末口最小径を用いたので、幹曲線式から計算される皮付きの直径を補正しなければならない。この補正については、松井ら⁵⁹⁾⁶⁰⁾が野幌産を主とするトドマツのデータから

$$(2 \times \text{樹皮厚}) = 0.4077 + 0.02949D - 0.081(D/100)^2 \dots\dots\dots(44)$$

$$\text{最小径} = -0.338 + 0.9779D_M \dots\dots\dots(45)$$

の関係をえている。ここで D は皮付直径, D_M は皮なしの直径である。

2. 平均品等

丸太の品等の現われ方は、単木ごとに変動が大きく、同一の木についても採材方法の巧拙によって差の生じるなど取扱いの難しい特性である。普通は、採材調査の大量観察のデータから、品質、直径または樹高の区分ごとに、生産された丸太材積の品等別構成比を求め、それに品等間格差率をかけて混み価格係数を出すという形で処理されている。この方法による係数は地域の平均であって、そのまま個々の林分の質的な構成を表わしうるものではない。このため、以下においては単木および林分から生産される丸太の品等出現率を少数のデータから効率よく推定する方法を示す。

1本の幹から採材される丸太の品等を断面高に対してプロットすると、Fig. 15 に示すように階段状のグラフになる。図の No. 241 は、第 1 丸太から順に、1, 4, 3, 4 等材がえられた場合で、No. 342 は 2,

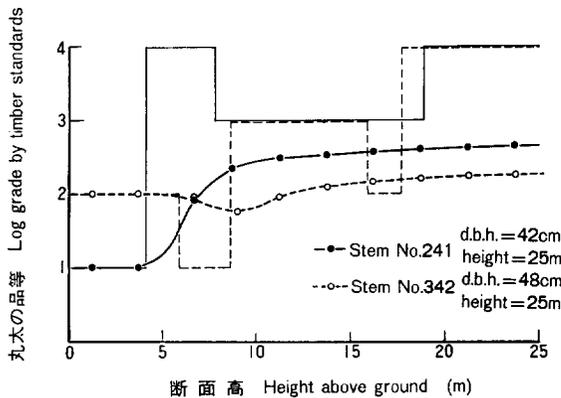


Fig. 15 丸太品等の現れ方と平均品等曲線
Example of log grade distribution on a stem and trend of average log grade.

1, 3, 2, 4 等材の格付けが行われた場合である。こうしたデータは、そのまま平均してもほとんど有用な結論を導くことができないので、平均品等という概念をとり入れて、データを取扱いやすい形に変換する。

説明を簡単にするために、幹の形が胸高直径と梢端を結ぶ直線で与えられる場合を考える。(42) 式の実際の幹曲線の場合でも、全く同じ考えが適用できる。

断面高と丸太の長さは樹高に対する 100 分率で示すことにする。Fig. 16 は地上 3% の高さの伐採点から上で、長さ 20% ずつの 4 玉の丸太が採材され、品等が 2, 1, 3, 4 等と格付けされている場合である。

幹を円錐体として計算した各丸太の幹材積は、第 1 丸太から順に全材積の 45.6%, 27.1%, 13.5%, 4.6% であり、根株部と梢端部の材積は 8.7% と 0.5% である。

ここで、第 1 丸太の末口断面 (相対高 23%) の平均品等を

$$\frac{Q_0 v_0 + Q_1 v_1}{v_0 + v_1}$$

と定義する。 Q_0, Q_1 は根株部分と第 1 丸太の品等で、 v_0, v_1 は幹曲線式によって計算されるそれぞれの幹材積である。

根株部分の品等は第 1 丸太の品等に等しく、梢頭部のそれは最終丸太の品等と同じとすると、上式の値は

$$\frac{2 \times 8.7 + 2 \times 45.6}{8.7 + 45.6} = 2.0$$

となる。また第 2 丸太の末口断面 (相対高 43% の点) では

$$\frac{Q_0 v_0 + Q_1 v_1 + Q_2 v_2}{v_0 + v_1 + v_2} = \frac{2 \times 8.7 + 2 \times 45.6 + 1 \times 27.1}{8.7 + 45.6 + 27.1} = 1.667$$

となる。

すなわち、特定の高さにおける平均品等を、それより下で採材される丸太の品等の、幹材積を重みとする荷重平均値とするのである。

品等は 1 本の丸太の全体に対して与えられる特性値であるが、同じ丸太の中ではどの部分でも品等は同じと考えると、任意の断面高の平均品等が同様に定義できる。たとえば、Fig. 16 で地際からの幹材積が全体の 60% になる高さ (第 3 丸太のほぼ中央部にあたる) をとると、平均品等は

$$\frac{2 \times 8.7 + 2 \times 45.6 + 1 \times 27.1 + 3 \times 8.6}{8.7 + 45.6 + 27.1 + 8.6} = 1.794$$

のように計算される。

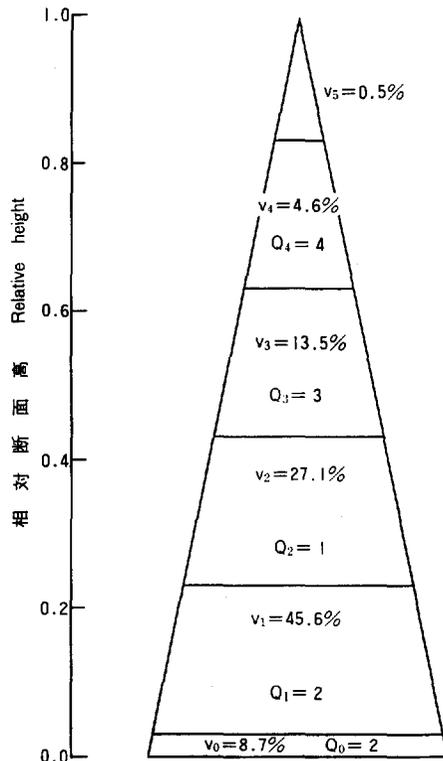


Fig. 16 平均品等の計算
Schematic representation of derivation of average log grade.

v_i : Stem volume of i -th log,
 Q_i : Grade of i -th log.

Fig. 15 の黒および白ぬきの点は、この方法で計算した平均品等を地上 5% の高さから 95% まで 10% 区分で示したもので、もとの階段状グラフに比べてはるかに滑らかな統計処理の容易な形である。

断面高ごとの平均品等が、立木の品質または第 1 丸太の品等、胸高直径、樹高などの関数として推定できれば、幹の任意の位置において採材される丸太の品等が次のようにして計算できる。

すなわち、元口と末口の相対断面高が s, h であるような丸太の品等は

$$\frac{\bar{Q}_h \cdot v_h - \bar{Q}_s \cdot v_s}{v_h - v_s}$$

である。ここで、 \bar{Q}_h, \bar{Q}_s は h, s の位置における平均品等、 v_h, v_s は地際から h, s の高さまでの幹材積である。これと幹曲線式で与えられる末口直径を組合わせて、与えられた採材方法に対する単木の品等別丸太生産量が推定でき、さらに長級別、品等別の価格表をあてはめて、立木の市場価格が計算できる。

3. 直交多項式による平均品等の表現

さきに述べた 418 本の採材調査のデータには、第 1 丸太から順に丸太の長さとも品等が記録されている。これに前節の方法を適用して、地上高 5% から 95% の相対高までの 10% きざみの位置で単木ごとの平均品等を計算した。

データは胸高直径 12 cm~50 cm、樹高 8 m~25 m の範囲にわたっている。

JAS 規格では丸太の品等が次のように区分されている。

- 小の素材 (8~14 cm 未満) 1, 2 等
- 中の素材 (14 cm~30 cm 未満) 1, 2, 3 等
- 大の素材 (30 cm 以上) 1, 2, 3, 4 等

このほかの格付け、たとえばデータには 8 cm 未満の材のほかにも、品等が“こみ”とされている例がみられたが、これらは 4 等に含めて処理した。また、中と大の素材で腐れによる 3 等は取引上は低質材として扱われるので判別できる限り 4 等に含めた。

このようにしてえられた高さ階別の平均品等の傾向線は、はじめの階段状グラフよりはるかに平滑な曲線になる。しかし第 1 丸太の品等、樹高、直径などによって曲線を分類してもなお内部の変動が大きく、これらの因子と直接関係させて一定の曲線型を見出すことは困難であった。このため、単木ごとの平均品等の傾向を直交多項式で近似し、直径・樹高に対する回帰関係はあてはめた直交多項式の各次数の項の係数について検討することにした。計算の結果 5 次の項までをとれば十分な適合がえられることがわかった。しかし、5 次の項の係数が 1% 水準で有意になったのは、全本数の 8.6%、36 本だけとなったので、次数をおとして、次のような 4 次の直交多項式で平均品等の傾向を代表させた。

$$\bar{Q}_x = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + B_4 X_4 \quad \dots\dots\dots(46)$$

ただし

$$\begin{aligned} X_1 &= 20x - 10 \\ X_2 &= 50x^2 - 50x + 8.375 \\ X_3 &= 1666.67x^3 - 2500x^2 + 1005.83x - 86.25 \\ X_4 &= 4166.67x^4 - 8333.33x^3 + 5395.83x^2 - 1229.17x + 66.9844 \end{aligned}$$

ここで、 \bar{Q}_x は相対断面高 x の位置の平均品等で B_i はデータから計算される定数、また X_i は互いに直交する x の i 次の多項式である。

これによって、各標本木の断面高ごとの平均品等は 418 組の B_i の値でおきかえられたことになる。

次は B_i の値がどのような因子によって決定されるかであるが、平均品等の傾向線の形は、定義からも明らかのように、材積の大きい根元部分の品等の影響が大きい。また高さを基準化しているので、採材長と樹高の比も曲線の形に影響するはずである。この比は定尺採材のときは樹高によってきまるので、説明変数として樹高 H 、および第 1 丸太の品等 Q 、木の大きさを表わす第 2 の変数として胸高直径 D をとり、 B_i に対する回帰を求めた。

B_i の推定式は次のようになる。

$$\begin{aligned}\hat{B}_0 &= 0.2203 + 1.1069Q - 0.1240(Q \cdot H)(10^{-1}) \\ &\quad + 0.8254(D \cdot H)(10^{-3}) - 0.4795(QD)(10^{-2}) \dots\dots\dots(47) \\ &\quad (R = 0.9383)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{B}_1 &= 0.0476 - 0.1501(QH)(10^{-2}) + 0.1447(Q^2H)(10^{-3}) \\ &\quad + 0.7729(D \cdot H)(10^{-4}) - 0.4828(Q \cdot D)(10^{-3}) \dots\dots\dots(48) \\ &\quad (R = 0.8102)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{B}_2 &= 0.0522 - 0.4043(H)(10^{-2}) - 0.1970(Q)(10^{-1}) \\ &\quad + 0.1954(QH)(10^{-2}) - 0.2099(QD)(10^{-3}) \dots\dots\dots(49) \\ &\quad (R = 0.5877)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{B}_3 &= -0.0022 + 0.2453(H)(10^{-3}) + 0.7829(Q)(10^{-3}) \\ &\quad - 0.3562(H/D)(10^{-2}) - 0.3900(DH)(10^{-4}) \dots\dots\dots(50) \\ &\quad (R = 0.5400)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{B}_4 &= -0.0021 + 0.1363(D)(10^{-3}) + 0.6512(Q)(10^{-3}) \\ &\quad - 0.3800(QH)(10^{-4}) - 0.2684(QD)(10^{-4}) \dots\dots\dots(51) \\ &\quad (R = 0.5920)\end{aligned}$$

定数項 B_0 は品等曲線の全体的な水準を与え、 B_1 は曲線の立ちあがりの緩急をきめる。曲線の形はこの 2 つの係数ではばきまり、2 次以上の項の係数は補正因子として働く。

以上のことから、胸高直径 D 、樹高 H および第 1 丸太の品等 Q が与えられたとき、(47)~(51) 式によって B_0, B_1, \dots, B_4 を計算し、これを (46) 式に代入すれば、任意断面高 x における平均品等 \bar{Q}_x が推定できる。

4. 単木の利用率と価格

前節の結果は、 Q, D, H の組合わせに対して幹の平均品等曲線が一義的に定まり、したがって採材される丸太の品等が確定することを示している。しかし実際には、単木の平均品等曲線は (47)~(51) 式を (46) 式に代入してえられる中心線の周りでかなりの変動を示すので、この変動を無視しては林分から生産される丸太の品等別分布を正しく推定できない。

さきに述べたように、単木の平均品等の傾向線は、多項式 (46) でおきかえられるから、その変動状態は係数 B_0, B_1, \dots, B_4 の変動となって現れる。したがってデータにおける B_i の変動の情報をもとにしてシミュレーションを行えば、 Q, D, H の組合わせに対する平均品等曲線の変動状態が再現できるはずである。

いま、与えられた Q, D, H に対し、(47)~(51) 式でえられる直交多項式の係数の推定値を \hat{B}_i ($i =$

0, 1, 2, 3, 4), 特定の木の平均品等にあてはめた直交多項式の \hat{B}_i に対応する係数を B_i とおくと, シミュレーションでは誤差

$$\varepsilon_i = B_i - \hat{B}_i$$

がそれぞれ0の周りでランダムに分布すると考え、 \hat{B}_i に誤差量を加えて品等曲線の単木間変動をつくり出すことになる。しかし、データで検討したところ、 i と j が異なる次数の場合、 ε_i と ε_j は独立でなく、 \hat{B}_i に加えるランダムな誤差を ε_i の分散から直接計算できないことがわかった。 ε_i と ε_j の関係は、第1丸太の品等にしがって、Table 4 のように表わされる。すなわち、 ε_1 の大きさの80%、 ε_2 では64%が ε_0 の大きさに関係している。また ε_3 と ε_4 では、それぞれ ε_1 と ε_2 との相関が有意となったが、関連の程度は低い。このことから、 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は確率的につくり出した独立な変動成分と、Table 4 に示した関係式によって ε_0 から導かれる成分を合成して求めることができる。 $\varepsilon_3, \varepsilon_4$ についても同様で、独立な変動成分 (Table 5) と、 ε_1 または ε_2 に関係してきまる成分の和が付加すべき誤差量となる。ランダムな変動成分の分布型は、 $Q=4$ のとき ε_0 のが直角三角形に近い分布になるほかは、ほぼ正規分布とみなすことができた。

なお、Table 4 の ε_i と ε_j の関係を表わす回帰は原点を通らなければならないから、シミュレーションでは定数項をもたない回帰を用いた。

Table 4. 平均品等曲線の係数の推定誤差間の関係
Relationship between errors in coefficient of the average log grade curve estimated by Eq. (47)~(51)

第1丸太の品等 Grade of first log	係数の誤差 Errors in coefficient B_i			
	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4
1	$-0.0016 + 0.086 \varepsilon_0$ ($r=0.93$)	$0.0014 - 0.065 \varepsilon_0$ ($r=-0.82$)	$-0.0001 - 0.020 \varepsilon_1$ ($r=-0.42$)	$0.0001 - 0.073 \varepsilon_0$ ($r=-0.86$)
2	$0.0016 + 0.098 \varepsilon_0$ ($r=0.95$)	$-0.0008 - 0.052 \varepsilon_0$ ($r=-0.77$)	$0.0001 - 0.028 \varepsilon_1$ ($r=-0.61$)	$-0.0001 - 0.089 \varepsilon_2$ ($r=-0.92$)
3	$0.0004 + 0.094 \varepsilon_0$ ($r=0.90$)	$-0.0007 - 0.050 \varepsilon_0$ ($r=-0.78$)	$-0.0001 - 0.034 \varepsilon_1$ ($r=-0.62$)	$0.063 \varepsilon_2$ ($r=-0.66$)
4	$-0.0011 + 0.072 \varepsilon_0$ ($r=0.90$)	$0.0022 - 0.070 \varepsilon_0$ ($r=-0.91$)	$-0.0002 - 0.032 \varepsilon_2$ ($r=-0.53$)	$0.0001 - 0.052 \varepsilon_2$ ($r=-0.67$)

括弧内は相関係数、 ε_i は平均品等曲線の i 次の項の係数の誤差

Figure in parenthesis indicate the correlation coefficient and ε_i are errors in coefficient of i -th degree term of average log grade curve.

Table 5. 平均品等曲線の係数の推定誤差の独立な変動成分 (標準偏差)
Independent component of error variation in coefficient of average log grade curves estimated by Eq. (47)~(51) (Standard deviation)

第1丸太の品等 Grade of first log	B_0	B_1	B_2	B_3	B_4
1	0.2596	0.0089	0.0118	0.0011	0.0009
2	0.2376	0.0078	0.0103	0.0009	0.0006
3	0.2327	0.0107	0.0093	0.0011	0.0011
4	0.3236	0.0116	0.0102	0.0013	0.0015

Fig. 17 第1丸太の品等出現率
Proportion in number for first log
having different grade.

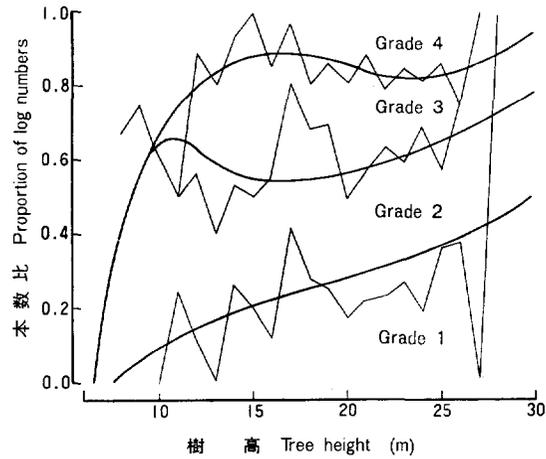
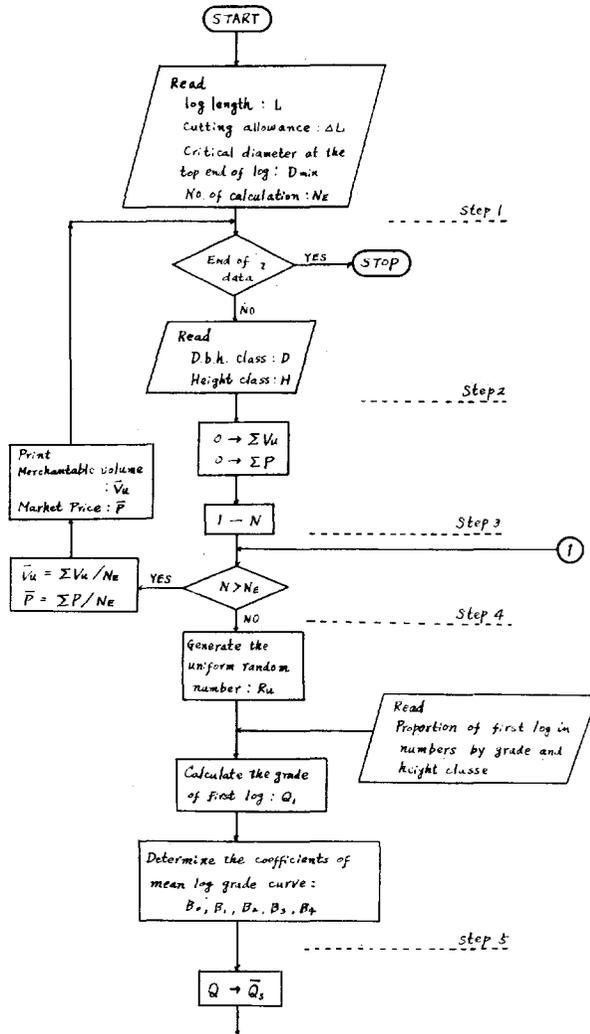


Table 6. 単木の利用材積と市場価格
Merchantable volume and market price of standing trees

直径 d. b. h. (cm)	樹 高 Height (m)															
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
6	.003	.004	.004	.005	.006	.006	.006	.006	.006	.014	.015	.015				
	.023	.029	.034	.040	.046	.046	.046	.046	.046	.112	.118	.118				
8	.003	.004	.005	.006	.011	.012	.017	.018	.019	.019	.025	.026	.036	.036	.036	
	.027	.036	.043	.046	.084	.095	.135	.144	.150	.150	.198	.210	.288	.0291	.291	
10		.005	.006	.009	.015	.021	.023	.029	.034	.039	.040	.046	.046	.052	.053	.064
		.039	.046	.072	.122	.171	.181	.230	.269	.312	.322	.370	.372	.415	.426	.513
12			.009	.019	.026	.027	.035	.038	.045	.057	.059	.065	.070	.082	.087	.089
			.072	.154	.209	.219	.279	.305	.355	.611	.655	.654	.723	.832	.812	.855
14				.025	.033	.041	.042	.058	.064	.071	.078	.082	.103	.110	.116	.124
				.199	.261	.433	.464	.627	.725	.758	.792	.845	1.296	1.268	1.314	1.466
16				.031	.040	.049	.061	.071	.087	.095	.103	.111	.125	.132	.157	.161
				.250	.345	.546	.673	.814	1.041	1.053	1.200	1.302	1.483	1.554	2.014	2.102
18						.066	.070	.090	.103	.112	.123	.137	.149	.165	.173	.192
						.662	.740	1.178	1.337	1.624	1.827	1.889	2.034	2.218	2.395	2.809
20						.076	.084	.096	.132	.141	.153	.173	.180	.204	.215	.222
						.957	1.098	1.222	1.829	2.008	2.147	2.274	2.483	3.154	3.323	3.230
22							.105	.124	.140	.149	.190	.213	.220	.229	.270	.281
							1.367	1.657	1.855	1.964	2.693	3.284	3.294	3.599	4.196	4.258
24								.155	.173	.183	.200	.240	.276	.285	.301	.342
								2.134	2.308	2.571	3.034	4.108	4.925	4.758	4.895	5.649
26								.183	.209	.220	.234	.268	.284	.348	.365	.387
								2.926	3.240	3.680	3.924	4.618	4.750	5.860	5.952	6.811

上段は利用材積 (m³), 下段は市場価格 (千円)

Upper figures indicate the merchantable volume in m³ and lower show the market prices per tree in thousand yen.



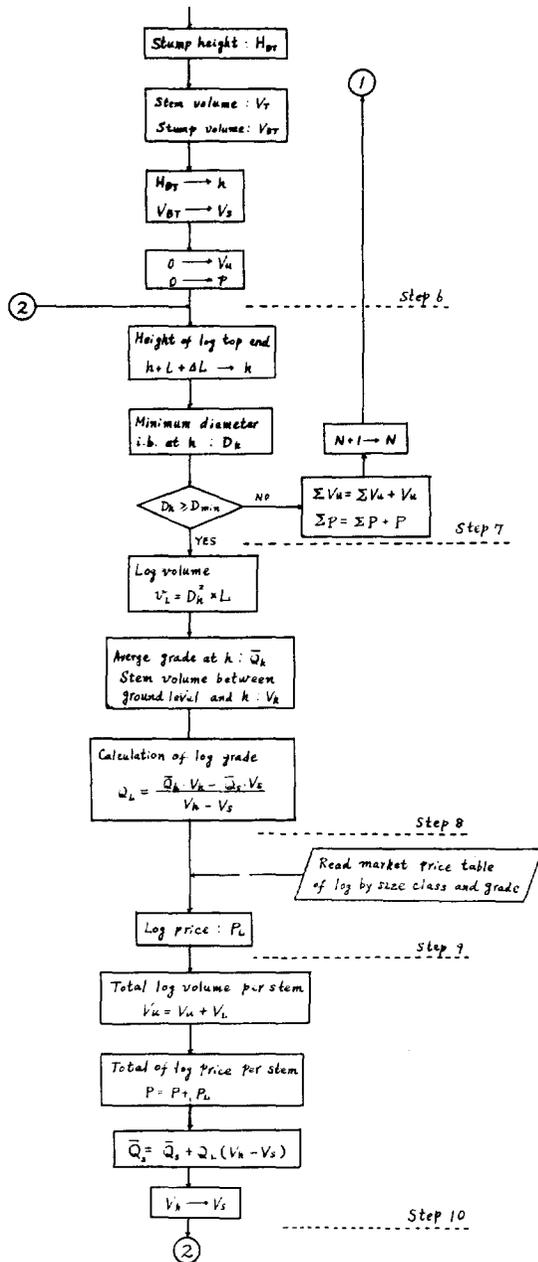


Fig. 18 単木の利用材積と市場価格の計算
Calculation of merchantable volume
and market price of standing trees.

この結果により、まず正規乱数を発生させて ϵ_0 を定め、次に分布型と固有の誤差変動からきまる成分に、Table 4 の関係できまる成分を加えて高次の項の $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ を順次決定して、平均品等曲線の単木間変動をシミュレートにする。指定された Q, D, H に対する利用材積と平均的な単木当り市場価格は、適当な回数のシミュレーションでえられた丸太材積と価格の平均値とする。

計算の実行には、データとして胸高直径と樹高のほかに、第 1 丸太の品等を与える必要がある。これは採材調査データの第 1 丸太の品等別出現率をもとにして、シミュレーションの都度ランダムに指定する。

採材調査のデータによると、樹高に対応させた第 1 丸太の品等別出現率は Fig. 17 のようになる。図の曲線はデータの示す折線の傾向をフリーハンドで平滑化したもので、数字の記入されている帯状部分が各品等の占める本数割合である。したがって、樹高 10 m 以下の木については、生産される丸太のほとんどが小の素材となるため、1, 2 等および 4 等 (品等こみ) だけになり、また 1 等材の比率は樹高が大きくなるにつれて増加することがわかる。

第 1 丸太の品等の指定には、樹高が H のとき、0~1 の間の一様乱数 R_u をひき、Fig. 17 で横座標が H 、縦座標が R_u となる点の品等をよみとる。このようにして、昭和 52 年 1 月現在の市況値から、直径、樹高階ごとに 50 回のシミュレーションを行って Table 6 に示す単木の利用材積と市場価格を求めた。この手順は次のようになる (Fig. 18 参照)。

step 1

材長 L 、延寸 $4L$ 、末口径の利用限界 D_{\min} およびシミュレーションの回数 N_E をデータとして与える。ここでは $D_{\min} = 4$ cm、 $N_E = 50$ としている。

step 2

計算しようとする直径階 D 、樹高階 H をデータとして与える。データがなければ計算終了である。

step 3

シミュレーション 1 回分の利用材積と丸太価格を累計するための変数 ΣV_u と ΣP をクリアし、シミュレーション回数のカウンター N を 1 にセットする。

step 4

回数カウンター N の値が N_E 以下なら step 5 に進む。 N が N_E より大きければ、与えられた D, H に対する計算が終わったことになるので、 N_E 回の計算結果を平均して利用材積 \bar{V}_u 、価格 \bar{P} を求め、step 2 にもどる。

step 5

一様乱数 R_u を発生させ、データで与えられた品等出現率表 (Fig. 17 を数値化して入力) を参照して、第 1 丸太の品等 Q を決定する。次に、 Q, D, H から単木間の変動を考慮に入れた平均品等曲線の係数、 B_0, B_1, B_2, B_3, B_4 を推定する。

step 6

丸太の材積と価格を計算するための初期値を設定する。すなわち、末口断面高 h は伐採高 H_{BT} に、 h における平均品等 Q_h は Q に、また h までの幹材積 V_s は根株材積 V_{BT} に等しいとおく。さらに、この回の計算に使用する丸太材積と価格の累計用変数 V_u と P をクリアする。

step 7

新しい丸太の末口断面高を求め、その位置における皮なしの末口径 D_h を求める。もし D_h が D_{\min} 以

Table 7. 間伐収穫の利用率と市場価格
Utilization per cent and market price of thinning yield

(per ha)

林分 Stands	上層木 平均樹高 Top height (m)	平均直径 Average diameter (cm)	平均樹高 Average height (m)	D _T /D Ratio of average diameter of removed trees to total stand	ha 当り per ha		直径 20cm 未満の木の比率 Proportion of stems in the d. b. h. classes less than 20cm (%)			32cm以上の木の 幹材積比率 Proportion of stem volume in the d. b. h. classes 32cm and over (%)	利用率 Utiliza- tion percent (%)	利用材積 ^m あ たり市場価格 Market price per cubic meter of merchantable volume (×1,000 Yen)
					本数 No. of stems	材積 Volume (m ³)	本数 No. of stems	幹材積 Volume	利用材積 Merchant- able volume			
北落合—2	19.0	10.9	13.1	0.71	670	54.5	100.0	100.0	100.0	0	66.2	9.7
クトネベツ—3	17.2	17.7	15.3	0.88	695	154.8	89.2	81.0	80.4	0	70.8	13.6
志美宇丹—2	13.7	9.3	7.7	0.46	155	6.5	100.0	100.0	100.0	0	55.8	9.9
野幌—53—1	21.9	21.6	18.0	0.79	250	99.6	48.0	28.0	26.9	19.8	74.5	16.0
北落合—3	19.6	14.4	16.3	0.80	740	125.3	97.3	92.4	92.4	0	73.3	11.8
クトネベツ—2	15.7	13.6	12.8	0.79	680	82.1	96.3	90.0	89.1	0	67.3	11.7
上富良野—2	14.2	9.8	9.5	0.65	460	22.6	100.0	100.0	100.0	0	59.2	9.1
神居古潭—2	13.8	10.5	10.5	0.82	1,000	59.7	100.0	100.0	100.0	0	62.0	9.3
野幌—52—1	22.6	20.2	19.7	0.82	230	85.0	56.5	42.0	41.6	0	74.5	14.8
野幌—53—2	19.9	16.8	16.4	0.76	260	57.9	84.6	73.0	72.6	0	72.0	13.3
野幌—41—1	18.6	12.6	12.6	0.69	450	47.8	97.8	92.5	91.6	0	67.6	11.3
野幌—35—1	18.6	16.9	16.7	0.56	210	49.3	90.5	73.9	72.8	0	73.4	13.7
野幌—35—2	20.5	12.7	14.1	0.72	360	45.5	97.2	89.3	88.6	0	70.1	11.8
野幌—子—3	17.5	11.7	11.1	0.69	460	43.5	95.6	83.1	82.3	0	66.7	12.0
野幌—屈—2	19.9	14.2	14.8	0.71	300	47.1	95.0	87.0	86.3	0	71.2	12.3
利利根別—2	10.1	10.1	8.3	0.72	495	22.5	100.0	100.0	100.0	0	55.1	9.4
利利根別—4	15.3	16.5	13.0	0.89	550	93.2	92.7	85.1	84.6	0	67.7	13.1
利利根盤—2	20.2	14.9	15.3	0.76	465	85.1	93.6	82.6	82.0	0	72.0	12.9
信信内—2	13.1	10.0	9.8	0.83	1,860	98.5	100.0	100.0	100.0	0	60.9	9.3
信信内—3	14.2	13.2	11.7	0.83	320	32.6	100.0	100.0	100.0	0	65.5	11.1
雄信内—2	18.4	10.7	11.1	0.70	837	62.6	100.0	100.0	100.0	0	65.3	10.8
雄信内—3	13.2	9.8	9.2	0.71	360	19.2	98.6	92.4	91.0	0	61.5	10.5
雄信内—2	13.0	9.6	8.9	0.75	485	22.5	100.0	100.0	100.0	0	58.7	9.4
雄信内—3	15.2	11.5	10.1	0.69	510	41.6	97.1	86.5	85.4	0	63.9	11.8
雄信内—3	17.4	15.9	13.5	0.84	425	79.1	78.8	52.7	51.0	0	69.9	14.2
雄信内—2	19.9	14.3	14.7	0.78	585	89.0	95.7	89.9	89.7	0	70.7	12.0
雄信内—3	21.8	17.5	17.4	0.78	260	67.3	82.7	68.2	67.6	0	73.6	13.7
雄信内—3	17.0	14.1	13.6	0.81	170	22.0	100.0	100.0	100.0	0	68.0	11.3
雄信内—2	14.1	10.2	9.7	0.77	1,040	60.5	100.0	100.0	100.0	7.1	61.5	10.2
雄信内—3	18.5	16.3	15.3	0.83	335	66.2	91.0	79.9	79.7	0	71.1	13.1
雄信内—2	12.7	12.5	9.7	0.83	480	40.3	100.0	100.0	100.0	0	62.8	11.5
雄信内—3	19.6	13.5	14.2	0.82	1,111	161.3	94.8	84.5	83.8	0	70.4	12.4
雄信内—3	15.5	12.4	11.9	0.82	895	82.7	100.0	100.0	100.0	0	65.6	10.5
雄信内—3	18.8	12.6	14.9	0.86	985	126.4	99.0	96.1	95.9	0	71.3	11.3
雄信内—3	21.5	19.0	18.2	0.90	560	177.2	73.2	55.5	54.2	0	75.0	14.7
乙部—3	20.1	19.7	16.8	0.85	545	173.1	63.3	40.0	38.3	3.2	73.6	15.3

トドマツ人工林の収穫量と収益の予測システムに関する研究(真辺)

Table 8. 林分の利用率と市場価格 (全林)
Utilization per cent and market price of total stand

(per ha)

林分 Stands	上層木 平均樹高 Top height (m)	平均直径 Average diameter (cm)	平均樹高 Average height (m)	R _v Degree of stocking	ha 当り per ha		直径 20cm 未満の木の比率 Proportion of stems in the d. b. h. classes less than 20cm (%)			32cm以上の木の 幹材積比率 Proportion of stem volume in the d. b. h. classes 32cm and over (%)	利用率 Utiliza- tion percent (%)	利用材積 ^m あ たり市場価格 Market price per cubic meter of merchantable volume (×1,000Yen)
					本数 No. of stems	材積 Volume (m ³)	本数 No. of stems	幹材積 Volume	利用材積 Merchant- able volume			
滝川—6	14.1	16.2	12.6	1.24	1,623	262.8	87.0	73.1	72.4	0	67.0	13.2
"—101	14.9	18.5	13.2	1.08	1,130	239.2	69.6	53.5	54.0	0	65.9	14.2
"—4	16.4	21.1	14.5	1.08	1,050	314.4	51.5	35.1	34.4	0	70.2	15.6
雄武—27	11.5	14.1	9.7	1.21	2,144	200.8	100.0	100.0	100.0	0	60.8	11.5
"—3	14.0	17.8	12.1	1.29	1,691	315.8	85.3	76.8	75.5	0	67.2	14.0
"—11	14.5	22.2	13.2	1.37	1,048	307.6	35.1	21.9	21.4	0	68.3	15.9
"—22	15.0	17.0	12.4	1.01	1,526	279.7	79.3	59.2	57.5	0	68.2	14.1
"—23C	15.5	19.3	13.7	1.34	1,690	418.5	58.1	40.2	39.5	0	69.2	14.9
"—8	16.5	21.7	15.2	1.34	1,388	450.1	34.7	21.9	21.4	0	70.6	15.6
"—1	18.0	24.8	16.7	0.96	684	310.2	26.9	15.4	14.6	0	73.4	16.9
"—17	20.2	24.7	18.1	0.92	937	465.7	23.9	13.5	12.7	12.9	75.0	16.9
幾寅—6	19.2	16.5	15.8	0.95	2,125	485.3	82.7	61.3	59.2	0	72.3	14.1
"—16	15.2	13.9	11.8	0.72	1,644	216.6	90.0	72.6	71.2	0	67.2	13.0
"—13	16.9	14.8	13.6	0.98	2,328	394.0	90.9	79.3	78.1	0	69.9	13.3
"—23	18.1	19.1	15.8	0.96	1,421	398.7	70.7	49.5	48.5	0	72.2	15.0
"—30	17.6	19.6	15.8	1.22	1,751	502.1	61.9	44.3	43.4	0	71.8	14.9
枝幸—14	14.6	20.7	13.4	1.12	710	191.5	51.9	31.3	30.5	0	68.1	15.5
"—23	16.0	19.9	13.8	1.03	1,035	281.8	53.5	32.2	30.7	0	70.7	15.5
"—24	16.1	19.2	13.5	1.05	1,315	321.5	60.0	38.0	36.6	0	70.0	15.1
"—25	22.5	30.9	20.9	1.05	665	584.5	8.5	2.4	2.3	55.3	78.7	18.7
北見—32	14.4	11.2	11.2	0.80	3,183	239.4	100.0	100.0	100.0	0	64.9	10.2
雄内—68	13.1	11.9	10.6	1.22	3,935	309.6	100.0	100.0	100.0	0	63.4	10.5
利根—69	13.4	16.6	11.7	1.26	1,770	270.7	94.4	89.7	89.7	0	66.0	12.9
新冠—75	12.8	14.3	10.5	0.94	1,560	174.2	98.4	96.1	96.0	0	64.2	12.2
仁宇—67	14.0	13.4	10.6	0.77	1,853	187.0	97.9	93.9	93.5	0	64.1	11.8
志美—68	13.7	17.8	11.0	0.99	820	156.8	66.5	39.0	38.2	0	64.9	15.1
神居—69	13.8	12.9	11.4	0.99	2,760	263.2	100.0	100.0	100.0	0	65.0	10.9
七飯—67	14.1	14.0	11.6	1.15	2,590	305.3	96.7	91.6	90.9	0	65.9	12.1
野幌—41	14.8	12.8	10.5	0.79	2,230	224.6	93.3	78.9	97.2	0	65.0	12.4
クトネ—62	14.5	15.8	12.3	1.32	2,535	381.8	92.9	85.8	85.2	0	67.0	12.8
"—67	15.8	17.4	13.7	1.41	2,455	494.0	81.5	67.7	66.7	0	68.8	13.8
仁々志別—63	17.0	15.8	13.3	0.76	1,545	288.8	81.6	58.3	56.8	0	69.8	14.1

志美丹—73	17.0	22.9	14.3	0.96	650	229.4	38.5	19.3	18.2	5.1	70.8	16.6
クネベツ—72	17.2	20.0	15.6	1.30	1,770	508.7	62.7	48.2	47.6	0	71.2	14.8
耕牛内—67	18.4	14.7	13.5	0.80	2,158	367.3	86.0	63.6	61.7	0	70.3	13.7
々々別—68	18.9	18.2	15.2	0.81	1,410	373.2	66.0	39.1	37.5	0	72.5	15.1
仁北志合—67	19.0	15.0	15.2	0.91	2,625	470.2	90.7	77.3	76.4	0	71.1	12.9
野落幌—35—1	18.6	17.9	16.1	1.02	1,710	445.8	67.8	44.8	43.5	0	72.8	14.6
” —31—1	19.2	24.6	17.2	1.13	990	466.0	23.2	11.8	11.2	4.3	73.8	16.9
乙部—68	18.7	21.0	15.7	1.13	1,385	480.5	50.2	24.0	22.8	10.6	72.8	16.2
壮警—74	19.6	18.0	17.5	0.72	1,110	316.3	74.3	58.8	58.0	0	73.4	14.2
北牛内—72	20.0	18.7	16.7	0.79	1,302	391.0	65.0	40.6	39.0	1.2	74.0	15.1
” 見—29	14.3	12.2	11.1	0.99	3,183	296.7	103.0	100.0	100.0	0	64.4	11.6
” —34	15.2	13.2	12.5	1.00	3,052	334.6	100.0	100.0	100.0	0	67.0	11.2
” —19	16.2	13.0	12.8	0.72	2,119	260.8	96.1	82.9	81.6	0	68.4	12.3
” —3	16.0	13.6	12.9	1.07	3,183	399.8	100.0	100.0	100.0	0	68.2	11.8
” —28	17.1	12.5	12.8	0.82	3,157	355.7	93.3	78.1	77.2	0	68.3	11.9
” —24	18.3	14.4	14.8	1.03	2,946	505.1	89.3	73.9	72.4	0	71.9	13.0
” —38	18.0	22.6	17.4	1.22	1,170	473.7	44.4	27.9	26.6	0	74.6	16.2
” —12	20.1	15.1	16.4	0.94	2,841	561.9	92.6	80.8	80.1	0	73.2	13.0
ヨビタラシ—64	7.0	7.9	5.5	0.71	1,660	32.9	100.0	100.0	100.0	0	37.1	7.9
羽幌—69	5.7	6.4	4.8	0.72	1,975	22.0	100.0	100.0	100.0	0	38.0	7.0
利根別—61	8.9	11.6	7.6	1.33	2,250	118.7	100.0	100.0	100.0	0	51.6	10.0
志美丹—63	11.3	15.2	9.0	0.90	830	98.0	85.5	65.9	64.8	0	60.1	13.8
ヨビタラシ—69	9.8	10.3	7.5	0.80	1,995	89.5	100.0	100.0	100.0	0	52.0	9.8
ベケレ—65	10.3	10.4	7.6	1.02	2,205	103.9	100.0	100.0	100.0	0	53.2	10.1
利根別—64	10.1	13.4	8.9	1.49	2,290	181.8	100.0	100.0	100.0	0	56.4	11.2
雄信内—63	11.0	10.6	9.1	1.23	4,010	217.1	100.0	100.0	100.0	0	57.8	9.6
仁世子宇—62	12.0	11.7	8.5	0.71	1,863	120.9	99.7	98.9	98.7	0	58.0	10.8
第七子屈—62	12.2	12.0	9.3	0.71	1,690	127.0	99.1	97.0	97.0	0	60.8	11.3
神飯—62	12.0	12.1	9.1	1.06	2,885	208.7	100.0	100.0	100.0	0	60.1	10.9
信内古潭—64	12.9	11.2	10.3	0.81	2,805	185.8	100.0	100.0	100.0	0	61.6	9.7
雄信—68—1	13.1	13.7	11.2	0.96	2,075	211.0	100.0	100.0	100.0	0	64.6	11.1
北落合—72	19.7	18.1	17.0	0.99	1,930	523.6	75.1	56.7	55.7	1.0	73.4	14.3
乙部—72	20.4	23.5	17.5	1.16	1,295	602.1	40.5	18.1	17.0	20.1	74.8	17.0
長万部—74	20.6	20.9	17.2	0.91	1,180	461.2	51.3	23.6	22.2	15.7	74.9	16.4
野鞆—69	21.3	20.6	18.2	1.00	1,540	570.1	55.2	34.5	33.3	6.3	74.8	15.6
” 幌—41—ほ	20.9	23.5	19.4	1.09	1,170	566.4	29.9	17.9	17.2	4.0	75.8	16.4
” —35—2	20.5	23.5	18.3	1.14	1,210	571.5	32.2	14.9	14.3	6.9	75.2	16.8
古梅—72	23.0	22.3	19.4	0.60	817	381.3	41.8	21.5	19.6	1.4	76.7	16.4
森野—74	21.9	22.4	19.1	0.86	1,060	477.6	38.7	21.1	20.2	2.5	76.1	16.2
野鞆—71	21.8	21.0	18.9	0.99	1,460	581.9	52.7	32.9	31.6	6.4	75.7	15.7
野幌—31—2	23.2	31.2	21.8	1.13	720	651.1	2.8	0.9	0.8	42.9	79.3	18.7
池田無問伐	22.9	18.3	19.9	1.18	2,733	932.7	70.6	47.2	46.1	1.3	76.9	14.8

上なら step 8 に進む。 $D_h < D_{\min}$ ならこの回の計算を打ち切り、丸太材積と価格の累計値を $\Sigma V_u, \Sigma P$ に加算する。そうして、カウンター N を1だけ進めて次のシミュレーションに移る (step 4)。

step 8

末口に二乗法で丸太材積 v_L を計算する。末口の断面高 h における平均品等 Q_h と h 以下の幹材積 V_h を計算し、これから丸太の品等 Q_L を求める。 Q_L は4捨5入して整数値とする。

step 9

データとして与えられている径級別、長級別、品等別価格表を参照して丸太価格 P_L を求める。

step 10

丸太材積を V_u 、価格を P に加算する。次の計算のために \bar{Q}_s および V_s を更新してから step 7 にもどる。

5. 間伐、主伐収穫の市場価格

林分の幹材積、利用材積、市場価格を求めるには、直径、樹高階別の本数分配表に Table 2 と Table 6 をあてはめればよい。Table 7 は、このようにして固定生長量試験地の間伐データについて利用率と市場価格を求めたものである。同様に、Table 8 は収量密度効果式 (19) の決定に用いたデータの中から、上層木平均樹高、本数、立木度の上・中・下の区分ごとに代表的な林分を選び、林分全体の利用率と市場価格を求めた結果である。

これらの表には、後述する生産量の算定のために必要な林分内の胸高直径20 cm 以下の木の本数、幹材積、利用材積の、全体に対する比率および胸高直径32 cm 以上の木の幹材積の比率も示してある。

本数分配表が利用できる時の方法は、以上のように簡単であるが、収穫予測システムで与えられるのは、上層木平均樹高、平均樹高および本数だけであって、単木の大きさ別の分布は不明である。このため、Table 7、Table 8 の結果をもとにして、林分因子と林分の利用材積、市場価格の間の回帰関係を次のように求めた。

利用材積の m^3 あたり価格は、主伐 (全林)、間伐とも

$$P_M = 4.7927 + 1.051488D - 0.013827D^2 - 5.794374(H_M/H_T) \dots\dots(52)$$

$$(R = 0.9865)$$

によって表わせる。ここで、 P_M は利用材積の m^3 あたり価格 (単位1,000円)、 D は伐採木の平均直径、 H_T, H_M は上層木平均樹高と伐採木の平均樹高である。

なお、 P_M の基準価格に対する比は、価格評定において“こみ価格係数”と称されているものである。

利用率については、間伐・主伐別に

$$\log R_{UT} = 1.470453 + 0.356675 \log H_M - 0.050351(H_M/H_T) \dots\dots(53)$$

$$(R = 0.9780)$$

$$\log R_{UM} = 1.330721 + 0.075713 \log D + 0.431430 \log H_M$$

$$- 0.341253(H_M/H_T) + 0.104679R_V \dots\dots(54)$$

$$(R = 0.9712)$$

の関係がある。ここで R_{UT} と R_{UM} はそれぞれ間伐木と、主伐林分の利用率で、 R_V は立木度である。

6. 生産量の算定要素

これまでの議論は、単木の価格評定の積み上げによって、市場価逆算式の2つの因子、すなわち林分の

平均利用率と製品市場単価 (A 価格) を導くものであった。主・間伐材の販売価格は、この利用率と単価の積に立木材積を乗じて売上高を求め、さらに収益係数で割引いてから生産費を控除したものである。ここで収益係数は、素材生産業者の利潤と危険負担を考慮するための因子で、収益率と資本回収期間から決定される*。

生産費は、伐木、造材、搬出、運材など出材量に応じて変化する変動費 (B 経費) と、施設その他に必要なとされる固定的費用 (C 経費) にわかれる。これらは林分の地利、地形的条件、作業仕組みごとに異なる。こうした条件の違いによる最適解の内容の変化を吟味することも、施業研究の重要な側面であるが、多くの因子を取入れることで結果の見通しが悪くなり、また計算規模が大きくなって計算不能になるおそれもある。したがって、ここでは標準的な費用条件に対してどのような林分取扱が最善になるかに注目して、旧札幌管林局の立木価格評定要領の規定および標準表に準拠した生産費評価方式を組立てる。

7. 伐木・運材費

伐木・運材費の算定条件は次の通りである。

(1) 林分の地利・地形

市場起算点まで片道 20 km、傾斜は中 (10°~20°) の林分を考える。

(2) 伐木・造材作業

A 材, B 材**では全幹伐倒作業と全幹造材作業の標準工程表を使用し, C 材 (原材料) ではチェーンソー作業の標準工程表を用いる。

全幹伐倒作業以外の工程表では、径級 20 cm 以下とそれ以上で工程に差があるので、(53), (54) 式の利用率を細分しなければならない。このため、Table 7 と Table 8 から 20 cm 以上の木の本数比率を求め、これを林分平均直径に対応させて Fig. 19 の関係をえた。図の中で、20 cm 以上の木が間伐木の場合にあって、同じ平均直径の全林の場合のデータに現れないことがあるのは、林齢と直径の分布範囲の違いによるものである。すなわち、間伐木はもとの林分の直径分布の主として左裾の部分で選ばれるので、平均直径が同じなら間伐木として図示されている林の方が全林データの場合より林齢が高く、したがって直径の分布幅も広い。下層間伐でも、欠点木は直径に関係なく伐採されるので、直径変動の大きい林の中から広い範囲にわたって選木される間伐木のデータに 20 cm 以上の木が含まれる機会は当然多くなるのである。

さらに同じ表のデータから、20 cm 以上の木が全本数中に占める比率、全幹材積中の 20 cm 以上の木の占める比率 (Fig. 20)、および全利用材積中の 20 cm 未満の木の占める比率 (Fig. 21) について次の関係が求められる。

$$V_{20p} = x + 7.7589(x - x^2) - 13.9459(x - x^3) \\ + 12.5643(x - x^4) - 4.2574(x - x^6) \quad \dots\dots\dots(55) \\ (R = 0.9940)$$

* 札幌管林局価格評定要領では、収益係数を次のように定義している。

「収益係数とは、市場価逆算式 $X = \frac{A'}{1+lr} - (B+C)$ のうち $1/(1+lr)$ をいい、総原価の総売上高に対する率である」ここで X は立木販売予定価格 (総額)、 A' は製品市場価 (売上高) の総額、 B は施設費以外の事業費の総額、 C は施設費の総額で、 l と r は資本回収期間と収益率である。したがって前節までは A' の誘導を扱い、本節以降では B および C の算定を扱う。

** 材種区分は一般材 (A 材) と低質材にわかれ、低質材はさらに B 材と C 材に区分される。B, C 材は製材不適材でそのうち C 材は材長 1.8 m 未満のものである。

$$V_{U20} = 0.9539(1 - V_{20p}) + 0.04696(1 - V_{20p})^2 \dots\dots\dots (56)$$

$$(R = 0.9999)$$

ここで x は 20 cm 以上の木の本数比率で, Fig. 19 の曲線によって推定される。また V_{20p} は 20 cm 以上の木が全幹材積中に占める比率で, V_{U20} は利用材積で 20 cm 未満の木が占める比率を表わしている。

功程は, 功程表の区分にしたがって利用材積を (56) 式によって 20 cm 未満とそれ以上のものに区分

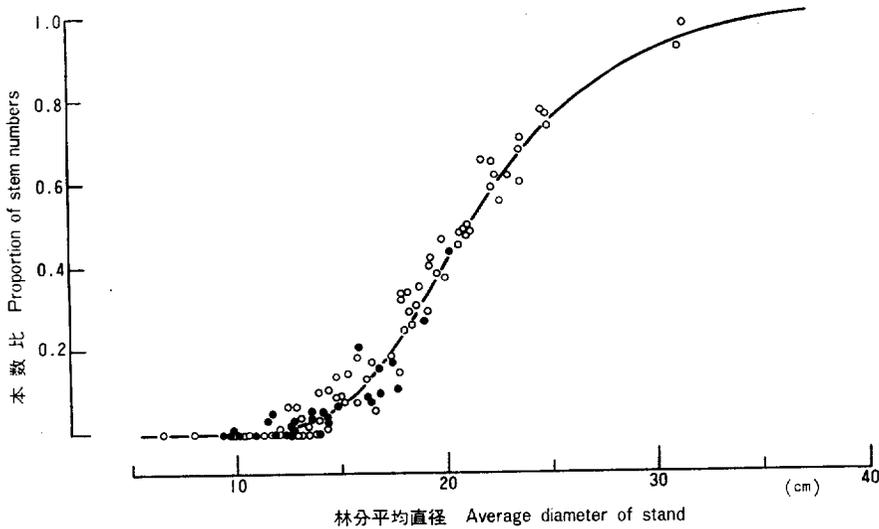


Fig. 19 直径 20 cm 以上の木の本数比率
Proportion of stem numbers in the d. b. h. classes 20 cm and over.

○無間伐林分, ●間伐林分
○: Unthinned stands, ●: Thinned at the beginning of period.

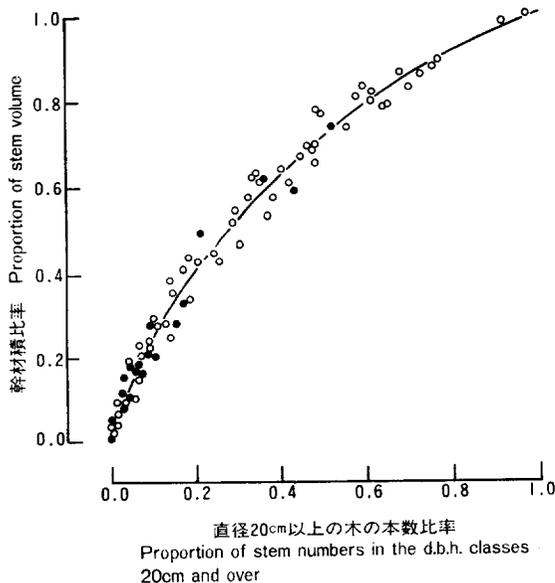


Fig. 20 20 cm 以上の木の幹材積比率
Proportion of stem volume in the d. b. h. classes 20 cm and over.

し、それぞれ別個に計算する。

B 材の利用率は、(53), (54) 式に示した A, B 材こみの利用率と関係づけて次式で求める*。

$$x < 0.68$$

$$R_{UB} = -0.5308 + 2.7241x - 2.6852x^2 \quad \dots\dots\dots(57)$$

Fig. 21 直径 20 cm 未満の木の利用材積比率
材積比率
Proportion of merchantable volume in the classes less than 20 cm

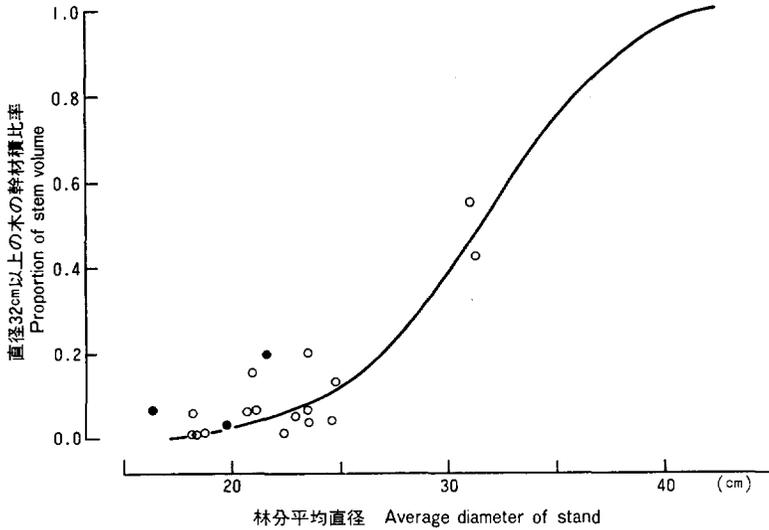
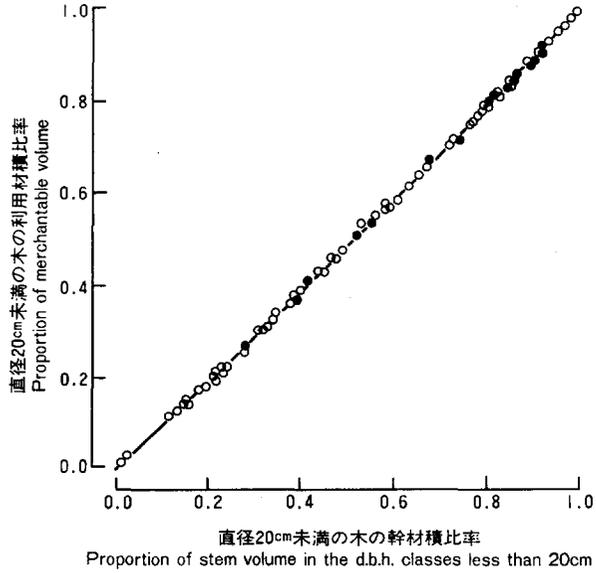


Fig. 22 直径 32 cm 以上の木の幹材積比率
Proportion of stem volume in the d. b. h. classes 32 cm and over.

* 札幌営林局立木価格評定要領の標準表より誘導。

$$0.68 \geq x$$

$$R_{UB} = -1.89 + 16.6x - 33.75x^2 + 20x^3 \dots\dots\dots(58)$$

ここで、 R_{UB} は B 材の利用率、 x は (53) または (54) 式で求めた A、B 材こみの利用率である。C 材については、立木の最大利用率を 81% とみて、これから A、B 材の利用率を差引いて計算する。 m^3 あたりの伐木、造材費は、データとして与えた職種別賃金をそれぞれの功程で除した値である。間伐のときの功程は択伐作業に対するものを準用する。

(3) 集材作業

間伐、主伐とも集材はトラクタを用いるものとし、平均集材距離は 50 m と仮定する。トラクタ集材の功程は、針葉樹の混交割合 (材積比)、立木 m^3 まわり、ha 当り資材量、直径 32 cm 以下の木の混交割合 (材積比) などによって定まる補正係数を基準功程に乗じて求める。このうち 32 cm 以下の木の材積比率は、Table 7 と Table 8 の値をプロットした Fig. 22 の関係を使って推定する。

中間土場巻立て作業は、集材との併行作業になるので、トラクタと同一功程とする。ただし 1 日当りの功程が $15 m^3$ 以下、および $30 m^3$ 以上のときは、人工数のかかり増しを見込む。C 材では巻立て費を考えない。

m^3 あたりの集材費用は機械器具損料と消耗品費の合計に、職種別賃金を功程で除してえられる労務費を加算した値である。

(4) 搬出費

自動車積込料は 22 cm 以上、20 cm 以下、C 材の区分にしたがって定額を見込む。

(5) 雑費、自動車運賃、労災保険料

雑費は上の (1)~(4) の費用合計の 10% とする。また運材には 8 トン車を使用し、運賃は積載量の違いにより、22 cm 以上、20 cm 以下、C 材ごとに定額を見込む。

労災保険料は、各作業の労務費に指定された保険料率を乗じて求める。

8. 施設費

施設費の積算で問題になるのは、事業規模をどのように仮定するかである。C 経費は総かかり費用であるから、伐採面積が小さくなるほど m^3 あたりの生産費に占めるウェイトが大きくなる。ここでは一つの標準として 10 ha の林地を想定して積算した値を ha 当りに換算して用いる。

C 経費の内容は、トラクタ道作設費、現場人件費、小屋掛費、通勤費および機械運搬費などである。

トラクタ道は幅員 3 m で 800 m 程度の簡易なものを設定するものとする。また、人工林では今後山泊形態の事業は少なくなるものと考え、施設費は通勤形態での必要最少限のものを見込んだ。これらは有価材*の出材量に対して標準的な値が示されている**。

通勤費は

$$\text{通勤日数} \times \text{自動車損料}$$

であるが、通勤日数と人頭数の算定においては、作業工程別の事業日数の見積りが必要である。ここでは出材量から総事業日数を推定し、その 2/3 を実働日数とする。そうして、伐木、造材作業は実働日数の 70%、トラクタ運材は 60% の期間内に終了させるとして、出材量から必要人頭数を計算した。損料計算

* 54頁参照。

** 札幌営林局立木価格評定要領。

Table 9. 立木価格の評定例 (間伐)
 Estimated stumpage value of the stands described in the Table 7
 (Thinning)

林分 Stands	利用材積 Merchantable volume by Eq. (53) (m ³)	有価材材積 Valuable volume (m ³)	売上高×収益係数 Selling value discounted for profit and risk allowance (×1,000Yen)	生産費 Production costs	
				B 経費 Variable (×1,000Yen)	C 経費 Fixed (×1,000Yen)
北落合一 2	37.2	0	0	106	0
クトネベツ 3	109.1	102.0	1,416	954	176
志美宇丹 2	3.7	0	0	11	0
野幌-53- 1	75.0	73.8	1,193	718	134
北落合一 3	91.0	87.7	1,055	895	155
クトネベツ 2	54.8	47.3	0	150	0
上富良野 2	13.8	0	0	39	0
神居古潭 2	37.4	0	0	106	0
野幌-52- 1	65.7	64.6	983	632	133
野幌-53- 2	42.2	40.8	561	422	103
野幌-41	32.2	28.2	0	90	0
野幌-35- 1	36.2	35.2	487	369	78
野幌-35- 2	31.6	29.0	0	88	0
弟子屈 3	28.2	23.5	0	80	0
仁々志別 2	33.4	31.4	0	90	0
利根別 2	12.9	0	0	37	0
利根別 4	62.3	53.9	758	566	110
常盤 2	60.9	58.0	756	616	110
雄信内 2	60.2	0	0	171	0
雄信内 3	21.0	17.5	0	58	0
耕牛内 2	40.7	34.1	0	116	0
ヨビタラシ 3	11.5	0	0	33	0
ベケレ 2	13.4	0	0	38	0
ベケレ 3	26.0	20.8	0	74	0
紅葉山 3	54.0	48.1	672	514	104
森野 2	63.0	59.1	757	629	110
森野 3	50.2	49.2	701	499	104
馬追 3	15.0	13.4	0	41	0
馬追 2	37.1	0	0	106	0
当別 3	47.0	44.3	602	473	103
新冠 3	24.5	19.2	0	68	0
古梅 2	112.9	104.4	1,276	1,029	176
七飯 3	54.1	45.6	0	151	0
壮瞥 3	89.3	83.6	0	248	0
鶺鴒 3	133.6	131.4	1,909	1,203	204
乙部 3	127.0	123.4	1,855	1,124	204

有価材積のゼロは不採算を示し、生産費欄には除伐費用をあげた。

Zero entry of valuable volume indicate the negative stumpage value and production costs show the felling and bucking costs for cleaning.

に必要な人頭数の合計は、この値に中間土場巻立て人員および指導員の数を加えたものである。

C 経費の総額は、以上の経費の合計に 10% の雑費を加え、さらに労災保険料を加算したものである。

収益係数は出材量に応じて 3 段階の値を用いる。これに適用する収益率は月 1.6% とする。

若齢林分の間伐で資材量が少ないときは、立木の販売価格が負になることが多い。そのような場合、立木価格評定要領では m³ あたりの最低販売単価を 1 円とするように定められているが、実際に常にそのよ

Table 10. 立木価格の評定例 (全林)
Estimated stumpage value of the stands described in the Table 8
(Total stands) (per ha)

林分 Stands	利用材積 Merchantable volume estimated by Eq. (54) (m ³)	有価材々積 Valuable volume (m ³)	売上高×収益係数 Selling value allowed for profit and risk (×1,000Yen)	生産費 Production costs	
				B 経費 Variable (×1,000Yen)	C 経費 Fixed (×1,000Yen)
滝 川— 6	170.2	142.0	1,928	1,275	226
" —101	158.2	135.2	2,026	1,190	204
" — 4	219.0	201.2	3,194	1,652	292
雄 武—27	119.2	91.1	1,166	867	155
" — 3	207.9	176.7	2,603	1,534	249
" —11	207.5	181.4	3,024	1,480	270
" —22	186.2	160.3	2,304	1,430	249
" —23C	289.2	262.3	3,943	2,100	344
" — 8	318.6	318.6	4,866	2,507	375
" — 1	221.9	251.3	3,858	1,680	321
" —17	352.3	377.2	6,024	2,432	408
幾 寅— 6	356.8	347.3	4,631	2,850	411
" —16	139.7	116.0	1,473	1,104	182
" —13	273.8	250.6	3,180	2,152	330
" —23	285.3	271.2	3,975	2,175	344
" —30	362.0	362.0	5,222	2,891	425
枝 幸—14	125.9	106.8	1,720	955	176
" —23	193.6	174.0	2,708	1,456	249
" —24	222.9	203.3	3,093	1,676	292
" —25	472.7	473.4	8,438	2,103	458
北 見—32	149.9	120.6	1,273*	1,146	198
" —29	190.7	157.8	1,790	1,436	227
" —34	219.8	186.3	2,190	1,658	270
" —19	171.3	145.3	1,715	1,331	227
" — 3	272.2	240.4	2,882	2,078	330
" —28	244.0	218.5	2,507	1,931	303
" —24	364.3	349.3	4,254	3,007	413
" —38	340.7	340.7	5,246	2,594	403
" —12	418.9	410.6	5,048	3,518	458
ヨビタラシ—64	14.5	9.2	68*	106	42
羽 幌—69	8.6	5.1	24*	58	42
利 根 別—61	62.6	43.8	479*	457	103

* 印は不採算を示す。

Indicates negative stumpage value.

Table 10. (つづき) (Continued)

林 分 Stands	利用材積 Merchantable volume estimated by Eq. (54) (m ³)	有価材々積 Valuable volume (m ³)	売上高×収益係数 Selling value allowed for profit and risk (×1,000Yen)	生 産 費 Production costs	
				B 経 費 Variable (×1,000Yen)	C 経 費 Fixed (×1,000Yen)
志美宇丹—63	57.0	42.8	616	454	103
ヨビタラシ—69	47.3	33.1	340*	356	78
ベケレ—65	57.9	41.9	442*	438	103
利根別—64	102.8	75.4	927	736	134
雄信内—63	124.5	92.3	907*	886	155
仁世宇—62	70.3	52.7	630*	543	104
弟子屈—62	73.8	55.3	653*	569	105
七飯—62	125.6	97.2	1,131	931	155
神居古潭—64	110.5	84.6	892*	830	154
雄信内—68—1	128.7	100.9	1,238	961	176
〃—68—2	193.8	156.0	1,709	1,407	227
利根別—69	173.1	142.5	2,007	1,276	226
新冠—75	106.3	83.4	1,084	820	154
仁世宇—67	117.4	94.7	1,191	924	155
志美宇丹—68	101.1	84.0	1,286	814	154
神居古潭—69	162.5	133.3	1,557	1,222	204
七飯—67	197.9	165.4	2,056	1,480	249
野幌—41—ほ	145.6	121.7	1,491	1,151	198
クトネベツ—62	254.7	219.7	2,947	1,871	303
〃—67	345.1	318.3	4,433	2,590	375
仁々志別—63	198.1	177.4	2,416	1,583	249
志美宇丹—73	163.4	154.6	2,583	1,323	227
クトネベツ—72	365.0	365.0	5,318	2,906	425
耕牛内—67	263.2	250.7	3,222	2,173	330
仁々志別—68	271.2	261.6	3,786	2,134	344
北落合—67	342.0	330.3	4,158	2,832	399
野幌—35—1	323.9	312.5	4,358	2,532	375
〃—31—1	352.0	377.5	6,011	2,435	408
乙部—68	360.5	360.5	5,558	2,849	425
壮警—74	225.2	213.0	3,023	1,785	301
耕牛内—72	288.7	281.7	4,081	2,266	358
北落合—72	389.1	381.0	5,327	3,081	439
乙部—72	472.0	472.0	7,608	3,559	507
長万部—74	353.0	353.0	5,436	2,792	411
鶺鴒—69	444.3	444.3	6,627	3,506	436
野幌—41—ほ	436.4	436.4	6,865	3,310	470
〃—35—2	443.7	443.7	7,066	3,345	484
古梅—72	293.9	293.9	4,693	2,242	358
森野—74	371.0	371.0	5,879	2,813	425
鶺鴒—71	456.5	456.5	6,860	3,591	495
野幌—31—2	527.4	527.4	9,406	2,340	513
池田無間伐	753.0	717.5	10,051	5,773	707

うな売払いができるとは限らない。したがってここでは、負価となる時は販売をせず、捨伐りによって必要な間伐を実行するものとし、チェーンソーによる伐木・造材費と伐倒木整理のための 50 m の木寄せ費用を計上する。

9. 伐採収益の計算例

Ⅲ-5 以降に述べてきた林分の価格評定システムを使って、Table 7 および Table 8 の値から間伐と主伐収穫の収益計算を行うと、Table 9, Table 10 の結果がえられる。

ここで m^3 あたりの市場価格と生産に要する m^3 あたりの B 経費 $\times (1+r)$ を A, B, C の材種ごとに比較して、この差が正となるものを有価材、他を負価材とよぶ。負価材については有価材々積、売上高、 B 経費の積算から除外する。また、有価材がゼロでないときでも、 C 経費を控除すると不採算になることがある。

Table 9 の間伐収益の評価では、上の 2 つの場合を含めて、不採算のときは捨伐りを実行するとして労務費を B 経費の欄に掲示してある。

Table 9 によると、ここに想定している費用条件のもとでは、平均直径 15 cm、資材量 $50 m^3/ha$ の伐採がおおよその採算点になっている。

また Table 10 の主伐林分の価格評定で、最後の 2 林分の数値を比較すると、間伐の経済効果に関して興味ある示唆がえられる。

両林分の上層木平均樹高と立木度はほとんど同じであるが、 ha 当りの本数は、はじめの林分が数度の間伐によって 720 本/ ha (収量比数 0.8) までおとされているのに対し、あとの林分は植栽本数 4,200 本/ ha から無施業のまま放置され、現在は最多密度曲線の上にある (収量比数 1.0)。

このため、無間伐林は間伐の繰返された林より幹材積が 43% 多くなっているにもかかわらず、平均直径はその 59% にすぎない。このため m^3 あたりの (売上高 \times 収益係数) は、繰返し間伐の行われた林分より 3,800 円低くなっている。また小径木の収穫費用が割高になるため、無間伐林の m^3 あたり B 経費は間伐した林の 2.5 倍になる。これは間伐林分の立木材積の 45% が直径 32 cm 以上の木で占められ、20 cm 以下の木は、全体のわずか 1% にすぎないのに、無間伐林では全材積の 99% までが 32 cm 未満であり、47% が 20 cm 未満の木で占められているからである。

このような事情のために、主伐収益は利用材積の $226 m^3/ha$ 少ない間伐林分のほうが、300 万円/ ha 多いという結果になっている。

10. 摘 要

(1) トドマツについて、多項式回帰による幹曲線式を導き、幹材積と任意断面高における上部直径の計算方法を示した。

(2) 1 本の幹から採材される丸太の品等別出現状態を表わすため、平均品等の考え方を導入し、トドマツの採材調査のデータから、単木ごとの平均品等の傾向線を求めた。ここで、断面高 h における平均品等とは、 h より下で採材された丸太の品等の、各丸太の元口と末口断面の間の幹材積を重みとした荷重平均値である。

(3) 平均品等が断面高の関数として与えられると、元口と末口の高さが s, h で与えられる丸太の品等は次式によって計算できる。

$$Q_L = \frac{\bar{Q}_h v_h - \bar{Q}_s v_s}{v_h - v_s}$$

ここで、 Q_L は丸太の品等、 \bar{Q}_h 、 \bar{Q}_s は h と s における平均品等、 v_h 、 v_s は幹曲線式から計算される地表から h および s の高さまでの幹材積である。

(4) 採材調査のデータからえた、単木ごとの断面高別平均品等の傾向線を4次の直交多項式で近似し、各次数の項の係数を第1丸太の品等、胸高直径および樹高と関係づけることによって、平均品等の推定式を導いた。

(5) この平均品等曲線の係数に、品等分布の単木間変動を表わす項をつけ加えてシミュレーションを行い、直径、樹高階別の利用材積と市場価格を計算した。これには昭和52年1月現在のトドマツの銘柄別市況値を用いている。

(6) 単木の利用材積および市場価格表を、代表的なトドマツ人工林の直径、樹高階別本数分配表にあてはめて、林分の利用率、市場価格を計算し、これを上層木平均樹高、平均樹高、平均直径および立木度に対応させて、推定式を導いた。

(7) 標準的な費用条件に対する m^* あたり生産費と林分の市場価格の算定方法を組合わせて、収穫予測システムから与えられる上層木平均樹高、平均樹高、平均直径、本数、材積および立木度の値から、間伐または主伐収益を導びく方法を示し、現実林分のデータを用いて評価の実例を示した。

結 言

植栽から主伐されるまでの人工林の生育過程では、様々な時期に様々な育林技術が投入される。これらの多くの方法の中から、経営の目的にかなう最良の一組を選び出し体系づけるのが施業研究の目標である。その中でも間伐はうつ閉後の林分取扱いの中心的な技術であり、こうした見方から最良の系列の選択を考えることが、今日特に必要なことと思われる。

この研究は、そのための第1段階として、いろいろな間伐法の適用による効果を林分生長および収穫量との関連で明らかにするため、トドマツの施業別収穫予測のシステムを組立て、さらにこれによって予測される間伐・主伐収穫を貨幣価値に換算するための収益評価システムを構成しようとしたものである。

これらの結果は、初期林分状態と間伐コースの任意の指定に応じて、幹材積、利用材積および金員収穫を自由に予測することのできる包括的な計算システムとしての活用を意図している。

すなわち、与えられた林分状態に対して、本数間伐率、 D_T/D 比をいろいろにかえてこのシステムで収穫量および期待収益を試算することにより、異なる間伐計画の有利性を幹材積、利用材積あるいは収益のどのタームによっても比較することができる。このような使い方は、次報に述べるような収益性を最大にする最適間伐系列が知られているとき、特に有用と思われる。例えば、経営の事情によって、特定の条件設定のもとで導かれた最適計画より多少収益性は低下しても、より実行しやすい計画を求めたい場合などである。このときは、条件を変更してあらたな最適解を求めるより、実行可能と思われる間伐方法を次々に与えて予測値を求め、これを最適計画のものと比較して損失の最も少ないものを選ぶという試行錯誤的な方法が効率的である。

最後に、この研究で十分解明することのできなかつたいくつかの問題点について述べておかなければならない。

まず、収穫予測システムの構成に用いた関係式の大部分は、時間の要素を含まない静的な関係であって、システムに動きを与えるのは、上層木平均樹高の時間的変化を示す地位指数曲線と立木度の変化の予測式である。これらの動的な因子に関する法則性は、固定生長量試験地の長期観測の結果に求めなければならない。トドマツについては、昭和 36 年以来北海道営林局および各営林支局の協力のもとに収穫試験としてこの種のデータの集積に努力してきているが、まだ満足しうる段階に達していない。このため、本報では地位指数曲線の長期試験データによる作成は見送らざるをえなかった。この点は、収穫試験地の中にも林齢 50 年をこえるものが現われはじめており、近い将来検討が可能になると思われる。

立木度の時間的変化もさらに追求すべき問題のひとつである。これは古くから測樹学的興味の対象となってきた“正常性への接近”とよばれる現象にあたり、予測式としては GEHRHARDT の公式、あるいはわが国では寺崎ら⁶¹⁾による秋田スギの林分生産係数の変化に対する式が知られている。

立木度は基準値に対する現実値の比であって、基準のとり方で変化する性質のものである。ここでは、最小二乗法によって主観をまじえずに求められた密度効果式の計算値をもとにしているので、その意味では普遍性をもつといえる。ただ、長期予測の場合には本報の 5 年期間に対する予測式を反復適用する方法が妥当かどうかは、さらに検討しなければならない。また、使用された予測式の中で、立木度の変化に対するものが他に比べて精度的に劣っていることも指摘しておかなければならない。これについては、期首の林分状態、林齢また過去に実行された間伐の影響など、期間の長さとともに予測精度の改善に役立つ可能性のある因子の検討は、データ数の関係で今後に持ちこすことになった。

収益評価システムで取扱う項目の中には、基準価格、品等間格差率、標準賃金、利用率、各種作業の標準工期など、公表が経営の損失を意味する事項が含まれているため、これまでは研究よりは事業実行の中でデータの収集と検討が行われてきている。このため、国有林の価格評定要領に準拠した本報告の評価システムにおいても、計算の具体的内容、特に生産費の積算については明示できず、加工された最終結果を例示するにとどめた。

しかし、いろいろな林分取扱いのもとで生産される素材の品質と量を明らかにする問題は、測樹学的研究で今後精力的に取組まなければならない領域と考えられる。その意味で、本報では国有林で現用されているものとは別個に、品等別利用材積推定の方法を検討し、これによって林分の市場価格を算定した。ただし、これは天然木のデータをもとにしているので、えられた幹曲線式、または平均品等曲線について同様にあてはまるかどうかの吟味が残されている。これについては、少なくとも平均品等曲線の資料は、人工林の主伐実績がかなり累積されるまでは入手できないと考えられるので、早急な検討は困難である。しかし、幹曲線式については、収穫試験その他の調査によってすでに相当数のデータがえられており、比較的早い機会にこれらによる人工林の幹材積表、利用材積表が調製できると思われる。その場合には、収量密度効果式、その他の誘導に用いたデータは、すべて新材積表によって再計算しなければならない。それでも、ここに示した計算システムの構成の基本はほとんど変更を要しないと考えられる。その理由は、管理された状態のもとで生育してきた植栽木の幹型は天然木より変動が少ないと予想され、したがってそれから求められる林分因子間の関係もここにえられたものよりは更に明確になると期待されるからである。

引用文献

- 1) 松井善喜：林試研報, 189, 1~160, (1966)
- 2) 小出房吉・中島広吉：野幌地方榎松林収穫表, 北海道演習林報, 1, 8, 1~13, (1921)
- 3) 坂口勝美：林試研報, 131, 1~95, (1961)
- 4) 安藤 貴：林試研報, 210, 1~153, (1968)
- 5) 嶺 一三：収穫表に関する基礎的研究と信州地方カラマツ林収穫表の調製, 収穫表調製業務研究資料, 12, 201 pp., (1955)
- 6) PETERSON, H. : Die Massenproduktion des Nadelwardes, Mitteilungen der Forstlichen Forschungsanstalt Schwedens, 45, 1B, 1~189, (1955)
- 7) FRIES, J : Vårtbjörkens produktion i Svealand och Södra Norrland, Summary : Yield of *Betula verrucosa* Ehrh. in middle Sweden and southern north Sweden, Studia Forestalia Suecica, 14, 303~310 (1964)
- 8) VUOKILA, Y. : Functions for variable density yield tables of pine based on temporary sample plots, Comm. Inst. For. Fenn., 52.5, 1~82, (1965)
- 9) ALEXANDER, R. R., W. D. SHEPPERD and C. B. EDMISTER : Yield tables for managed even aged stands of spruce fir in the Central Rocky Mountains, U. S. For. Serv. Res. Paper, RM-134, 20 pp., (1975)
- 10) MEYERS, C. A. : Yield tables for managed stands with special reference to the Black Hills, U. S. For. Serv. Res. Paper, RM-21, 20 pp., (1966)
- 11) BLADLEY, R. T., J. M. CHRISTIE and D. R. JHONSTON : Forest Management Tables, Forestry Commission Booklet No. 34, 201 pp., (1971)
- 12) HAMILTON, G. J. and J. M. CHRISTIE : Construction and application of stand yield models, Forestry Commission Research and development paper, 96, 13 pp., (1973)
- 13) 只木良也：林試研報, 154, 1~19, (1963)
- 14) ————：林試研報, 166, 1~22, (1964)
- 15) 安藤 貴：林分密度管理図とその使い方, 農林出版, 11 pp., (1966)
- 16) ————：密度管理, 農林出版, 246 pp., (1968)
- 17) 真辺 昭：北海道カラマツの密度管理図, 北方林業会, 61 pp., (1973)
- 18) ————：トドマツの密度管理図, 北方林業会, 69 pp., (1974)
- 19) ————：林分密度管理図の作成, 農林研究計算センター報告 A11, 27~121, 農林水産技術会議, (1975)
- 20) NEWNHAM, R., M. and J. H. G. SMITH : Development and testing of stand models for Douglas fir and lodgepole pine, For. Chron. 40, 4, 494~502, (1964)
- 21) LEE, Y. : Stand models for lodgepole pine and limit to their applications, For. Chron., 43, 4, 387~388, (1967)
- 22) MITCHELL, K. J. : Simulation of growth of even-aged stands of white spruce, Yale Univ. Sch. For. Bull., 75, 1~48, (1969)
- 23) ————：Dynamics and simulated yield of Douglas fir, Forest Science Monograph 17, 1~39, (1975)
- 24) 小林正吾：カラマツ人工林の林分生長モデルに関する研究, 北海道林業試験場報告, 15, 1~164, (1978)
- 25) BRAATHE, P. : Thinning in even-aged stands. A summary of european literature. Faculty of For. Univ. of New Brunswick, 92 pp., (1957)

- 26) JØRGENSEN, J. S. : The influence of spacing on the growth and development of coniferous plantations, Ed. ROMBERGER, J. A., P. MIKORA, International Review of Forestry Research, 2, 43~94, Academic Press, (1967)
- 27) WHYTE, A. G. D. : The influence of thinning on taper, on volume assortment outturn and economic return of the Bowmont spruce sample plots, Commonw. For. Rev., 44, 109~122, (1965)
- 28) WARRACK, G. C. : Forecasts of yield in relation to thinning regimes in Douglas fir, B. C. Forest Serv. Tech. Publ. T 51, 56 pp., (1959)
- 29) WIKSTEN, A. : To thin or not to thin : Some nordic observation on the question, For. Chron., 42, 3, 231~243, (1966)
- 30) BRADLEY, R. T. : Thinning as an instrument of forest management, Forestry, 36, 181~194, (1963)
- 31) ————— : Thinning control in British woodlands, Forestry Commission Booklet 32, 32 pp., (1971)
- 32) 半田良一 : 林業における伐期と集約度に関する試論, 林業経済, 76 : 1~17, (1955)
- 33) ————— : 林業経営の収益性について, 林業経済, 81, 1~11, (1955)
- 34) ————— : 再び林業経営の収益性について栗村, 倉沢両氏の批判に答える, 林業経済, 92, 32~36, (1958)
- 35) BENTLEY, W. R. and D. E. TEEGUARDEN : Financial maturity ; A theoretical review, Forest Science, 11, 1, 76~87, (1965)
- 36) PEARSE, P. H. : The optimum forest rotation, For. Chron., 43, 2, 178~195, (1965)
- 37) DUERR, W. A., J. FEDKIW and S. GUTTENBERG : Financial maturity ; A guide to profitable timber growing, U. S. D. A. Tech. Bull., 1146, 75 pp., (1956)
- 38) CHAPPELLE, D. E. and T. C. NELSON : Estimation of optimum stocking levels and rotation ages of loblolly pine, Forest Science, 10, 4, 471~502, (1964)
- 39) 木梨謙吉 : 限界理論による最適輪伐期, 76 回日林講, 43~45, (1965)
- 40) NÄSLUND, B. : Optimal rotation and thinning, Forest Science, 15, 4, 446~451, (1969)
- 41) SCHREUDER, G. F. : The simultaneous determination of optimal thinning schedule and rotation for an even-aged forest, Forest Science, 17, 3, 333~340, (1971)
- 42) BELLMAN, R. : Dynamic Programming, Princeton Univ. Press, 339 pp., (1957)
- 43) ————— : and S. DREYFUS : Applied Dynamic Programming, Princeton Univ. Press, 363 pp., (1962)
- 44) AMIDON, E. C. and G. S. AKIN : Dynamic programming to determine optimum levels of growing stock, Forest Science 14, 3, 287~291, (1968)
- 45) KILKKI, P. and VAISANEN : Determination of optimum cutting policy for the forest stand by means of dynamic programming, Acta Forestalia Fennica, 102, 23 pp., (1969)
- 46) 吉良竜夫・穂積和夫・小川房人・上野善和 : 植栽密度の生態学的考察, 園藝学研究集録, 6, 69~81, (1953)
- 47) 穂積和夫・篠崎吉郎 : 植物生長のロジスティック理論, 生態学大系 2 上, 植物生態学 [2], 古今書院, 272~304, (1960)
- 48) ドレーパー, スミス, 中村慶一訳 : 応用回帰分析, 森北出版, 378 pp., (1968)
- 49) MARQUARDT, D. W. : Algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters, Jour. Soc. for Industrial and Applied Math., 11, 2, 431~441, (1963)
- 50) OSBORNE, J. G. and SCHUMACHER : The construction of normal-yield table and stand tables for even aged timber stands, Jour. Agric. Res., 51, 547~564, (1935)

- 51) 松井善喜：全道トドマツ人工林収穫予想表，北海道の主要樹種林分収穫表，森林計画研究会北海道林務部支部，p. 28, (1960)
- 52) 真辺 昭：同齡人工林の収穫予測，農林研究計算センター報告 A-11, 187~248, (1975)
- 53) JOERGENSEN, C. : Thinning experiments ; examples and discussion on techniques and leading principles together with an index of thinning experiments in British Columbia. Tech. Pub. B. C. For. Serv. No. T 45, 24 pp., (1957)
- 54) 角谷誠之助：立木評定方式の統一手法に関する基礎的研究，昭和49年度林野庁長期委託研修報告書，(15) 林野庁，153 pp., (1975)
- 55) 松尾 毅・長田英雄：立木評価に関する研究，(1) 簡易な平均採材図表作成によるヒノキ林分の評価，宇大演習林報，11, 19~40, (1974)
- 56) BRUCE, D., R. O. CURTIS and VANCOEVERING : Development of a system of taper and volume tables for Red alder, Forest Science, 14, 3, 339~350, (1968)
- 57) FRIBS, J. and D. MATÉRM : On the use of multivariate methods for the construction of tree taper curves, Advisory group of forest statisticians of the IUFRO Section 25, Department of Forest Biometry, The Royal College of Forestry, Sweden, 85~117, (1966)
- 58) 札幌管林局トドマツ・エゾマツ立木幹材積表調製説明書，材積表調製業務資料，10, 林野庁，73 pp., (1960)
- 59) 松井善喜・馬場強逸：トドマツ樹皮の測樹学的考察（北海道産樹木の測樹学的研究 第1報），北海道林業試験場集報，69, 16~27, (1951)
- 60) ————・—————：トドマツの得材率について（北海道産樹木の測樹学的研究 第15報），林業試験場北海道支場業務報告，5, 64~75, (1956)
- 61) 寺崎康正・小坂淳一・金豊太郎：林試研報，168, 1~306, (1964)

Studies on the Construction of Yield Forecast and Stumpage Appraisal Systems for Todomatsu (*Abies sachalinensis*) Plantations

Akira MANABE⁽¹⁾

Summary

In the growth process of an artificial forest, various silvicultural treatments are applied at each stage, among these, the thinning operation is most important as it directly affects the quality and the amount of final product. Therefore, the best choice of a combination of thinning activities aimed at the greatest profit is essentially necessary in the management of an artificial forest.

Todo fir (*Abies sachalinensis*) which is the most common and important native species in the Hokkaido region has been planted since the beginning of the Showa era (about 1925) and its area of coverage amounts to 640,000 ha hitherto, however, the bulk of this species was planted after World War II and 88 per cent of the whole planted area of this species consists of stands under 30 years of age, therefore, it must be noted that the area of coverage of Todo fir will steeply increase in the nearest future.

In this paper, the author constructed both forecast and stumpage appraisal systems concerning the intermediate and final cut yield for Todo fir under different thinning regimes and prepared a means of subsequent examinations for part II, in which the author will treat the optimal selection of thinning regimes by using the dynamic programming approach.

In chapter 1, literature related to these studies was briefly reviewed.

In chapter 2, a yield forecast system based on the yield-density effect rule proposed by KIRA et al. was discussed, and although its principle coincides with ANDO's one being used in the derivation of the "stand density control diagram", the author derived some modified procedures while reviewing the estimate reliability.

1. Yield-density effect equation

ANDO expressed the reciprocal equation of yield-density effect in relation to growth stages as follows

V = (b1HTb2 + b3HTb4/p)^-1(8)

where V, p=stand volume and number of stems per ha respectively, HT=average height of main crops or top height, and b1, b2, b3, b4 are constant.

Furthermore, the maximum density of stands with regard to the stem volume per ha is given by the following equation (KIRA et al.).

V = K2p^1 + K1(24)

where K1, K2 are constant.

On the other hand, ANDO indicated that the constant K1 connected with the parameters of Equation (8) is as follows

K1 = b4/(b2 - b4)

However, the K1 calculation by this relationship is inadequate because a stand with density

Received June 24, 1981

(1) Hokkaido Branch Station

near maximum is very rare and the parameters of Equation (8) derived from data from a lower density stand scarcely include the information for K_1 .

If conversely, K_1 is derived from an extremely dense stand, b_2 in Equation (8) is eliminated and the precision of the remaining parameters can be improved. Thus the author obtained -1.8543 as the value of K_1 by using both Equation (24) and data concerned with two unthinned Todo fir stands; the planted densities are 160,000/ha and 4,200/ha, and the ages are 7 and 45 years, respectively. Therefore, the author applied the MARQUARDT's *maximum neighborhood method* to the reduced form of (8) in which b_2 was eliminated and estimated the following yield-density effect equation.

$$V = (0.23177H_T^{-1.647816} + 28839.5H_T^{-8.697888}/\rho)^{-1} \dots\dots\dots(19)$$

where V = stem volume per ha, H_T = top height, ρ = number of stems per ha.

2. Site index curve

From the height growth curve of main crops given by MATSUI's general yield table for Todo fir, the author calculated the following series of site index curves (see Fig. 2).

$$H_T = h_1(t) + (S - h_1(A))h_2(t)/h_2(A) \dots\dots\dots(21)$$

where H_T = top height at age t , S = site index, A = reference age (30 years), h_1 = guide curve equation being given as

$$h_1(t) = 36.73 - 39.5879(0.9853)^t \dots\dots\dots(22)$$

h_2 = equation of top height dispersion at the age t being given as

$$\log h_2(t) = 0.7293 - 2.8155(0.8767)^t \dots\dots\dots(23)$$

3. Course of self thinning

According to TADAKI, the course of self thinning in even aged stands which started from initial density ρ_0 is given as

$$1/\rho = 1/\rho_0 - \frac{v}{K_3\rho_0^{1+K_1}} \dots\dots\dots(28)$$

where ρ = stand density which corresponds to the mean stem volume v , K_1 is the same as in the above Equation (24) and K_3 is 2.17927×10^6 .

The author divided the Equation (19) by ρ and substituted it for the Equation (28), thus, the equation indicating the process of self thinning accompanied with top height growth was obtained as follows

$$(b_1H_T^{b_2\rho} + b_3H_T^{b_4})(1/\rho_0 - 1/\rho) - \frac{1}{K_3\rho^{1+K_1}} = 0 \dots\dots\dots(30)$$

The future stand density concerned with the given mean volume and stand density at the present time can be predicted by using Equations (28) and (30).

4. Basal area and average diameter

The stand volume can be indicated as follows

$$V = G \cdot HF$$

where V , G = stand volume and basal area, respectively, HF = form height.

This form height closely relates to the top height and the degree of stocking, consequently the following equation can be obtained

$$HF = 0.1314 + 0.4595H_T + 0.4541R_V \dots\dots\dots(31)$$

where HF = form height, H_T = top height, R_V = degree of stocking being given by relative volume, i. e. ratio of actual stand volume to the standard calculated from Equation (19).

Furthermore, the diameter corresponding to basal area per stem is given as

$$D_\sigma = 200\sqrt{V/(HF \cdot \pi \cdot \rho)}$$

On the other hand, the author calculated the relationship between the arithmetic mean diameter and the D_g as follows

$$D = 0.13 + 0.9841D_g - 0.5125/R_V \dots\dots\dots(32)$$

From these results, being given stand volume and top height, the average diameter of stands can be calculated easily.

5. Accuracy of yield forecast

The accuracy of stand volume calculated from Equation (19) is not as high as shown in Fig. 3, therefore, the author gave a correctional procedure for calculated volume using the degree of stocking. Then, the author defined the ratio which is similar to R_V for the average diameter of stand

$$R_D = (\text{actual average diameter})/(\text{standard average diameter given by Equation (32) putting } R_V \text{ at unity})$$

and derived the following relationship

$$R_V = -0.8238 + 1.8292R_D \dots\dots\dots(33)$$

Thus, if the actual average diameter is known, the forecasted volume can be corrected by using this R_V .

By using this procedure, the standard deviation of error reduced to 1/4 as compared with the initial value (see Fig. 5).

Furthermore, the author recognized that the degree of stocking R_V closely related to both the growth history of stands (see Table 1) and the homogeneity of stand structure (see Fig. 6), furthermore, it changes with the passage of time. Throughout the data analysis of permanent sample plots, the change of R_V in a five year period was expressed as follows

$$R_{VY} = 2.2845 \exp(-0.7813/R_{VX}) \dots\dots\dots(35)$$

where R_{VY} and R_{VX} are the degree of stocking at the end and the beginning of the period, respectively.

Taking account of this change, the author again calculated the corrected volumes at the end of the period and obtained results as shown in Fig. 8 and the estimation error diminished to 1/2 of the initial value.

6. Thinning yield

The author related the volume thinning rate to the stem number thinning rate and the D_T/D ratio and obtained the following equation

$$\log P_{TV} = 0.0213 + 0.9422 \log P_{TN} + 2.6329 \log (D_T/D) \dots\dots\dots(36)$$

where P_{TV} and P_{TN} are volume thinning rate and stem numbers, respectively.

Ratio D_T/D is a measure of the thinning type which was used by WARRACK and is given as

$$D_T/D = (\text{average diameter of thinnings})/(\text{average diameter of stands before thinning})$$

Therefore, the volume of thinnings or residual stands is easily derivable as a product of this P_{TV} or $(1 - P_{TV})$ and the initial stand volume. Fig. 10 indicates the relationship between actual and calculated volume of residual stands.

On the other hand, the average diameter of thinnings is the product of the ratio (D_T/D) and the average diameter of the stands before thinning; the average diameter of residual stands is given by the following relationship

$$D_R = \frac{D - P_{TN} \cdot D_T}{1 - P_{TN}}$$

where D_R = average diameter of residual stands, D , D_T = average diameter of stands before thinning and thinnings, respectively, and P_{TN} = stem numbers thinning rate.

The relationship concerned with the average stand height is as follows

$$H_M = -0.84 + 1.0341H_T - 0.3578H_T\sqrt{\rho}/(100R_V) \dots\dots\dots(38)$$

where H_M and H_T = average height of stands and top height, respectively, ρ = stand density, and R_V = degree of stocking.

Assuming that P_{TH} is $H_{MT} \cdot \rho_T / (H_M \cdot \rho)$, the following relation is derived

$$\log P_{TH} = 0.0267 + 1.0252 \log P_{TN} + 0.5230 \log (D_T/D) \dots\dots\dots(39)$$

where H_{MT} and H_M are average height for thinnings and before thinning, respectively, ρ_T and ρ are stem numbers for thinnings and before thinning, respectively. Throughout this procedure, the average height of both thinnings H_{MT} and residual stands H_{MR} is given by the following two equations

$$H_{MT} = P_{TH} \cdot H_M / P_{TN} \dots\dots\dots(40)$$

$$H_{MR} = (1 - P_{TH})H_M / (1 - P_{TN}) \dots\dots\dots(41)$$

Synthesizing these results, the author finally constructed the system of yield forecasting as shown in Fig. 13.

In chapter 3, the author constructed an appraisal system of stumpage value in order to evaluate the expected future revenue of intermediate and final cut yield under different thinning regimes based on the data given by the yield forecasting system described in chapter 2.

1. Stem taper function

The author derived the following taper function for Todo fir in order to estimate the merchantable volume per stem by diameter and height class

$$\begin{aligned} d^2/D^2 = & x^{1.5} + b_1(x^{1.5} - x^8) + b_2(x^{1.5} - x^8) \cdot D + b_3(x^{1.5} - x^8)(H/D) \\ & + b_4(x^{1.5} - x^{82}) + b_5(x^{1.5} - x^{82})D^2 + b_6(x^{1.5} - x^{40}) \cdot D \dots\dots(42) \end{aligned}$$

where H and D = total height and d. b. h., respectively, d = diameter at different section height

$$x = \frac{\left(\begin{array}{l} \text{ditsance from the tip to the height at which} \\ \text{the diameter is equal to } d \end{array} \right)}{(H - 1.3)}$$

and b_i is as follows

$$\begin{aligned} b_1 &= 0.403749 & b_2 &= -0.270318 \times 10^{-2} \\ b_3 &= 0.650416 & b_4 &= -0.249690 \times 10^{-2} \\ b_5 &= -0.595701 \times 10^{-4} & b_6 &= 0.121614 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

By using this equation, the author prepared the stem volume table as shown Table 2. Furthermore, the reliability of the estimated volume is indicated by Fig. 14 and Table 3.

2. Average log grade

The author investigated the distribution of log length and grade over the merchantable bole in order to assess round-wood volume assorted by size and quality being obtained from felled trees. Fig. 15 gives an example of such a distribution in which logs are classified into four grades according to the Japanese Agricultural Standard. As these graphs show a step-like shape, the statistical treatment does not lead to any practical result and the author introduced the idea of average log grade and transformed these log quality data into more tractable form. The average log grade at the specified point of the bole can be defined as a weighted mean of log grades with the respective volume weight for all logs being bucked below that point. For example, as with a hypothetical tree stem of conelike form as shown in Fig. 16, the average log grade at the top end of the second log is given by

$$\frac{Q_0 v_0 + Q_1 v_1 + Q_2 v_2}{v_0 + v_1 + v_2} = 1.667$$

where Q_0 is the grade of butt wood and here equated to Q_1 , and Q_i is the i -th log grade, similarly, v_0 and v_i are the butt wood and the i -th log volume provided by the taper function.

Assuming that wood quality is quite homogeneous in the same log, the average log grade can likewise be easily defined at any point on the stem. Fig. 15 indicates the trend of average log grade calculated at every one-tenth interval of the total stem length with regard to two sample trees, previously mentioned.

Thus, the author calculated the trend of average log grade for the log quality data obtained by investigating 418 felled trees and fitted the fourth degree orthogonal polynomials to an individual trend. As the fitness was fairly good, it can be pointed out as an important truth that the information on original log quality data was concentrated into coefficients of these polynomials. Throughout the examination above mentioned, the author finally obtained five equations with the coefficients of orthogonal polynomials by using d. b. h., total stem length and first log grade of felled tree as follows

$$\hat{B}_0 = 0.2203 + 1.1069 Q - 0.1240 (Q \cdot H)(10^{-1}) + 0.8254 (D \cdot H)(10^{-2}) - 0.4795 (Q \cdot D)(10^{-2}) \dots\dots\dots(47)$$

$$\hat{B}_1 = 0.0476 - 0.1501 (Q \cdot H)(10^{-2}) + 0.1447 (Q^2 \cdot H)(10^{-3}) + 0.7729 (D \cdot H)(10^{-4}) - 0.4828 (Q \cdot D)(10^{-3}) \dots\dots\dots(48)$$

$$\hat{B}_2 = 0.0522 - 0.4043 (H)(10^{-2}) - 0.1970 (Q)(10^{-1}) + 0.1954 (Q \cdot H)(10^{-2}) - 0.2099 (Q \cdot D)(10^{-3}) \dots\dots\dots(49)$$

$$\hat{B}_3 = -0.0022 + 0.2453 (H)(10^{-3}) + 0.7829 (Q)(10^{-2}) - 0.3562 (H/D)(10^{-2}) - 0.3900 (D \cdot H)(10^{-3}) \dots\dots\dots(50)$$

$$\hat{B}_4 = -0.0021 + 0.1363 (D)(10^{-3}) + 0.6512 (Q)(10^{-2}) - 0.3800 (Q \cdot H)(10^{-4}) - 0.2684 (Q \cdot D)(10^{-4}) \dots\dots\dots(51)$$

where \hat{B}_i = estimate of the i -th degree term coefficient, D and H = d. b. h. and total stem lengths, respectively, and Q = grade of first log.

3. **Merchantable volume and market price of single tree and stands**

By applying various relations indicated by equations (47)~(51) together with the equation (42), the author constructed the simulation model in order to evaluate the merchantable volume and market price of a single tree (see Fig. 18). Table 6 indicates the merchantable volume and market price of a single standing tree. Taken into account are both d. b. h. and the height class derived from this model by inputting the relative frequency data of Q and the market price per unit log volume to every assortment class.

If stem number data by diameter-height class are available, the merchantable volume and market price for total stands or their specified portion can be evaluated by applying Table 6. Tables 7 and 8 indicate examples of such calculations for stands with different density and at various growth stages.

On the other hand, the yield forecasting system described above only gives stand characteristics about total stands, with tree size distribution being indistinct. Therefore, the author derived the following relations in order to estimate the conversion factors from cubic volume to merchantable volume using the results as shown in Tables 7 and 8.

$$\log R_{VT} = 1.470453 + 0.356675 \log H_M - 0.050351 (H_M/H_T) \dots\dots\dots(53)$$

$$\log R_{VM} = 1.330721 + 0.075713 \log D + 0.431430 \log H_M - 0.341253 (H_M/H_T) + 0.104679 R_V \dots\dots\dots(54)$$

where R_{UT} and R_{UM} are conversion factor for thinning and final cut yield, respectively, D and H = average of diameter and height of marked trees, H_T = top height, R_V = degree of stocking.

In the same way, the market price per unit merchantable volume for both thinning and final cut yield is given by the equation

$$P_M = 4.7927 + 1.051488 D - 0.013827 D^2 - 5.794374 (H_M/H_T) \dots \dots \dots (52)$$

where P_M = market price per unit merchantable volume.

Thus, the selling value is given by the product of P_M and R_{UT} or R_{UM} multiplied by stem volume.

4. Construction of the stumpage appraisal system

The stumpage value is the difference between the conversion return and the buyer's return for profit and risk, in addition the former is the difference between the product selling value and the production costs. As already mentioned, the selling value of a marked tree is given by Equation (52)~(54), furthermore, the profit and the risk allowance expressed by the discount rate to the selling value together with the cost-standard in felling, bucking, skidding and transportation etc. are minutely indicated in the Stumpage Appraisal Manual of the Sapporo Regional Forestry Office. Therefore, the author constructed the stumpage appraisal system of cutting yield using the relationship given by Equations (52)~(54) and specifications of the manual. Examples of outcomes calculated with this system using the stand characteristics as shown Tables 7 and 8 are illustrated in Tables 9 and 10.