

木材梁に関する研究 (第1報)

矩形断面梁の破壊条件と曲げ破壊係数

沢 田 稔⁽¹⁾

目 次

まえがき	39
1. 単純引張および圧縮試験でもとめられる「応力-歪曲線型」	39
1.1 圧縮応力-歪曲線	39
1.2 引張応力-歪曲線	42
2. 木材梁の横断面に分布する応力曲線の仮定	42
3. 塑性域における剪断応力	43
4. 塑性域における絶対最大剪断応力の存在する位置	45
5. 矩形断面梁の破壊条件と曲げ破壊係数	46
5.1 局部的等布荷重の場合	46
5.2 全等布荷重の場合	48
5.3 単一集中荷重の場合	50
5.4 二点荷重の場合	51
6. 曲げ破壊係数に関する計算値と実験値との比較	53
6.1 圧縮, 引張両側に塑性域を有するとみられる場合 ($0 < K_0 < 0.8$)	53
61.1 トドマツあて材	53
61.2 ミズナラ材	56
61.3 ブナ材	57
6.2 圧縮側のみに塑性域を有するとみられる場合 ($1 > K_0 > 0.8 \dots K_0 \approx 1.0$)	60
62.1 エゾマツ材 (A)	60
62.2 エゾマツ材 (B)	61
62.3 トドマツ材	63
62.4 スプルース材	65
7. 考 察	67
7.1 木材梁の曲げ破壊条件の決定	67
71.1 独立強度値	67
71.2 実験条件としての荷重点および支点の問題	67
71.3 h/l について	67
71.4 材の欠点, とくに「目切れ」について	67
7.2 曲げ破壊係数	68
7.3 S. C. Bechtel & C. B. Norris の理論について	68
むすび	68
文 献	69
Résumé	70

(1) 木材部木材々料科強度研究室長

ま え が き

木材梁の「曲げ強さ」というものが、荷重のかかり方とか、梁丈（ハリタケ）とスパンとの割合とかによつて異なることが知られている。したがつて、単に、「この木材の曲げ強さ（曲げ破壊係数）は.... kg/cm^2 である。」という表現は正しいものとはいえない。最近、北海道大学の今俊三博士¹⁾は、この見地から、木材の単純引張、圧縮およびせん断の試験で得た数値をつかつて、短形断面梁を曲げた場合の破壊条件および曲げ破壊係数を理論的にもとめた。ただ、今博士の理論にみられる木材梁の横断面に分布する応力曲線の仮定が実際の木材について必ずしも充分なものとはいえない場合もあるので、さらに一般化した仮定にもとづいて理論計算をおこなつたのがこの研究報告の内容である。さらに、実験的には、中央集中荷重をうける両端自由支持の梁でおこなつたにすぎないが、本文にのべてあるように、この理論は、少なくとも、「キズ」のない木材梁に対して、実用上充分な精度であてはまるものと思う。だから、木材の曲げ破壊係数を、材料のキホンの性質としてもとめたばあいには、充分に、その破壊条件をたしかめ、塑性域引張破壊であるなら、とくに、「最大曲げ破壊係数」とでもよんで区別するのが正しい。さらに、一般的に木材梁の強さについては、「独立強度である引張、圧縮および剪断強さと破壊条件」とをしめすのが合理的であるとする今博士の提案に著者も全く一致した意見をもっている。

なお、この研究をおこなうにあつて、林業試験場齋藤木材部長、小倉材料科長より、いろいろ御指導をうけ、また、強度研究室山井良三郎技官はじめ、近藤孝一技官および辻完司技官には実験で、田中為吉氏には試料作成で、非常にお世話になつた。ここに、心からその御厚意に感謝する。

1. 単純引張および圧縮試験でもとめられる「応力—歪曲線型」

現在まで著者がおこなつてきた木材の縦引張、および縦圧縮の試験から「応力—歪曲線」の型式をしらべてみると大体において、Fig. 1 および Fig. 2 にしめすような2つの型に分けられるように思う（くわしくは別の機会に発表する）。

1.1 圧縮応力—歪曲線

圧縮応力—歪曲線には Fig. 1 に示したように A, B 2つの型がみとめられる。むろん、実際には、これらの中間的な型もあらわれるが、おおよその傾向としてはこの分類にあてはまるとみてよいだろう。A は、圧縮試験片の中央部分に近く、したがつて、圧縮鋼板との接触面からはなれたところで剪断破損面

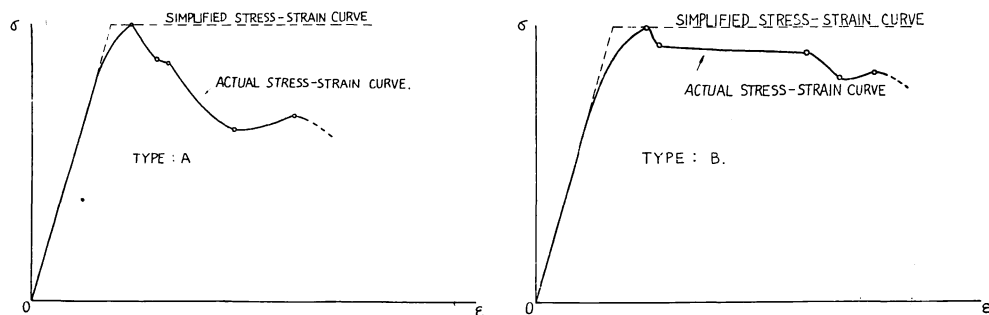


Fig. 1 Type of strain curve obtained from compression test.

があらわれ、しかも試験片の変形がこの局部に集中的におこるときに典型的である。なお、このような壊れかたは普通の針葉樹材や比較的乾燥度が高く、硬い材におおく見うけられる。また、Bは、試験片の上下両端面の少なくともいずれか一方に剪断破損面がまじわるようなとき、すなわち、破壊荷重に達してからのちの変形がいちじるしく圧縮鋼板と試験片端面と

のマサツに影響される場合、あるいは、試験片の圧縮破損線 (Lüder's line) が——正しくは破損面 (Lüder's plane)——破壊荷重の前後を通じてほとんど全面的に分散する場合 (むろん、試片中央部分に最も多いが) や、試験片自体が放射面 (柃目面) 内でわん曲するようなとき (この場合は、試験片が破壊荷重をすぎてから、やや振られるような傾向をしめすもので、ニセアカシア材などではしばしば観察される) にも起る型で、とくに、高含水率の広葉樹材や、繊維が交さくしたり曲つたりしているものに多いようである。しかし、同一樹種で、乾燥の程度もことならない場合でも、その壊れかたは必ずしも一方的ではなく、たんに、いずれかの型が多くあらわれやすいという傾向があるにすぎない。

梁の圧縮側では、實際上、圧縮破損の生ずる部位は多く荷重点のところであり、材の繊維が自由に破損変形することをさまたげているともみられるので、やや大膽な仮定ではあるが、すべてB型に属すると見なすことにする。したがって、当然Aの傾向のつよい材では、この仮定にもつづく誤差を生ずる危険はあるが、一つの便法としてできるかぎり荷重速度を落した圧縮試験で圧縮強さを求めるならば、それだけこの誤差をすくなくすることができると考えられる。——なお、荷重速度の高いときも一般に、A型の起る傾向が大きいようである。——以上により、一般に、梁の断面内での応力分布が、その圧縮側においては Fig. 1 に示したような単純曲線と見なされているのは大体においてゆるされるものと思う (2) (4) (5) (9)。

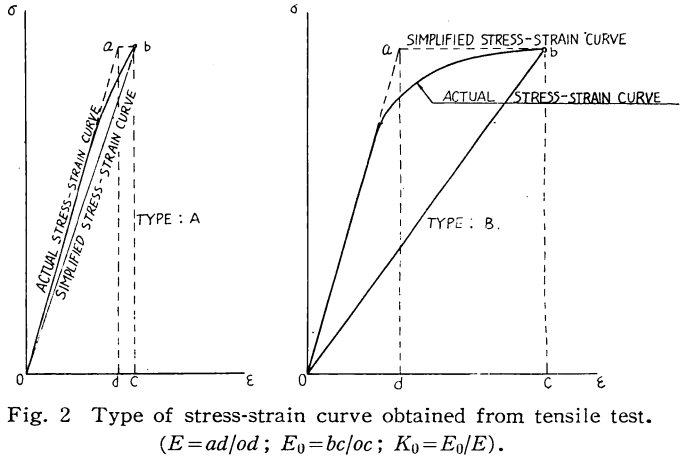


Fig. 2 Type of stress-strain curve obtained from tensile test. ($E=ad/od$; $E_0=bc/oc$; $K_0=E_0/E$).

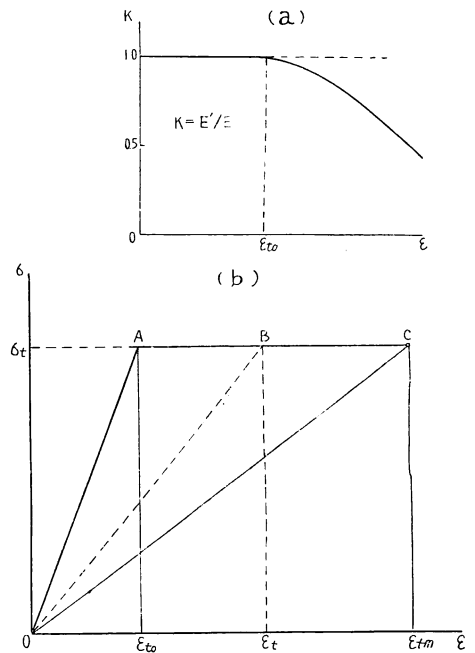


Fig. 3 (a) $K-\epsilon$ curve for a tensile test. (b) $\sigma_t-\epsilon$ curve for a tensile test.

where $\epsilon_{t0} = \frac{\sigma_t}{E}$, σ_t = tensile strength,

E = Young's modulus

ϵ_{tm} = maximum strain at a tensile test,

ϵ_t = a tensile strain; $\epsilon_{t0} < \epsilon_t < \epsilon_{tm}$,

$K = \frac{\epsilon_{t0}}{\epsilon_t}$, $K_0 = \frac{\epsilon_{t0}}{\epsilon_{tm}}$

1.2 引張応力—歪曲線

これも Fig. 2 に示すように A, B 2つの型がみとめられる。しかし、現在までのところ、ほとんど B 型については考えられていないようであるが¹⁾²⁾⁵⁾⁷⁾、実際には針葉樹の「アテ材」や、高含水率のミズナラおよびニセアカシアなど広葉樹材では明らかに B 型とみられるものが多い。たとえば、Fig. 3 における K_0 の値で約 0.5~0.7 程度のものがみとめられる。これに対して、針葉樹の無欠点材（とくに気乾材）では（スギ、ヒノキ、エゾマツ等） $K \geq 0.9$ 程度のものが多く、ほとんど A 型にぞくしている。ただ現実には、針葉樹でもアテ材のあらわれる確率はかなり大であろうし、また、材の使用状況からみて、相当な時間影響（Time effect）も考えられるから、B 型が支配的である場合も見のがしえないものと思う。

2. 木材梁の横断面に分布する応力曲線の仮定

以上にのべた単純応力曲線を木材梁の横断面に分布する垂直応力曲線に同等であると見なすことにより Fig. 4 に示したような応力分布の推移を仮定することができる。ここで、(a), (b) までについては、すでに今博士¹⁾ によつて解かれているのでここでは (c) の場合のみについて考えることにする。

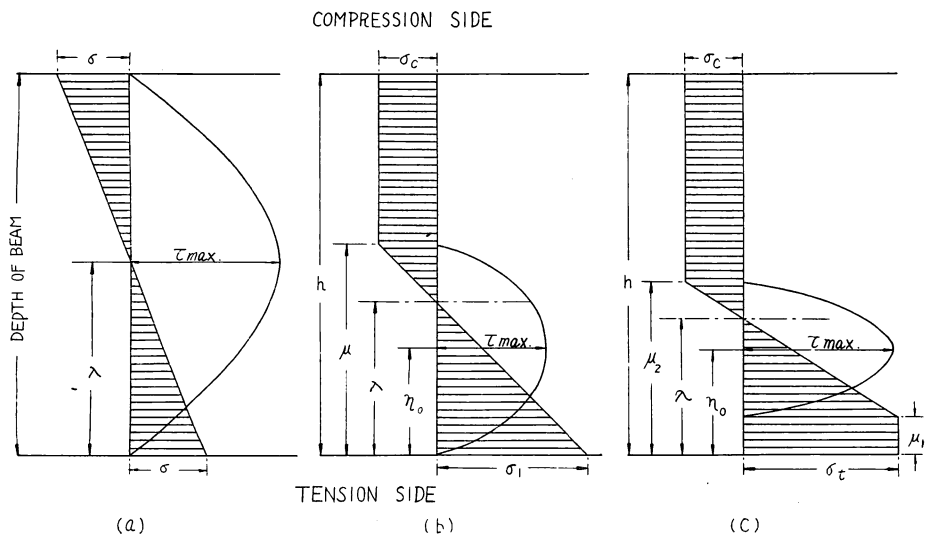


Fig. 4 Stress (tension, compression and shear) distribution in a wood beam.

まず、Fig. 4 の (c) において

h : 梁の深さ (梁丈=ハリタケ) b : 梁の巾 λ : 引張外皮より中立軸までの距離

μ_1 : 引張外皮より引張弾性限度までの距離 μ_2 : 引張外皮より圧縮弾性限度までの距離

σ_c : 圧縮強さ (|| to G) σ_t : 引張強さ (|| to G) η_0 : 引張外皮より最大剪断応力の

存在する断面位置までの距離 τ_{max} : この垂直応力分布によつて生ずる最大剪断応力

等として、次の諸関係が成立する。

$$K = \frac{E'}{E} = \frac{\lambda - \mu_1}{\lambda} \quad \dots \dots \dots (2.1)$$

$$r = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = \frac{\lambda - \mu_1}{\mu_2 - \lambda} \quad \dots \dots \dots (2.2)$$

$$\lambda = \frac{2hr}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} \dots\dots\dots(2.3)$$

$$\mu_1 = \frac{2hr(1-K)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} \dots\dots\dots(2.4)$$

$$\mu_2 = \frac{2h(r+k)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} \dots\dots\dots(2.5)$$

$$\mu_2 - \mu_1 = \frac{2hK}{2r-(r-1)K} \dots\dots\dots(2.6)$$

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{2h}{r+1} \dots\dots\dots(2.7)$$

$$M = \frac{bh^3}{6} \cdot \sigma_c \left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K^2}{\{2r-(r-1)K\}^2} \right] = W \cdot \sigma_c \left[\frac{3r\{2r-(r-1)K\}^2 - (r+1)^2 K^2}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}^2} \right] \dots\dots(2.8)$$

ただし, M : 曲げモーメント W : 断面係数

$$K = \frac{2r\sqrt{3r-(r+1)} \frac{M}{W\sigma_c}}{(r+1) + (r-1)\sqrt{3r-(r+1)} \frac{M}{W\sigma_c}} \dots\dots\dots(2.9)$$

3. 塑性域における剪断応力

弾性学の平衡条件式により, すなわち, Fig. 5 に示すように垂直応力の断面内分布が既知であるから, その中立軸から y の高さにある任意の水平断面の剪断応力は, その断面から外皮までの垂直応力差量によつて生ずる (I 断面と δz の距離にある II 断面との間の垂直応力差量)。

圧縮側における剪断応力の分布

Fig. 5 において

$$\tau'_c \cdot b \cdot \delta z = \sigma_{II} - \sigma_I$$

$$\tau'_c \cdot \delta z = \frac{\sigma_c(\delta\mu_2 - \delta\lambda)}{2(\mu_2 - \lambda)(\mu_2 - \lambda + \delta\mu_2 - \delta\lambda)} y^2 + \frac{\sigma_c \cdot \delta\lambda}{\mu_2 - \lambda + \delta\mu_2 - \delta\lambda} y - \frac{\sigma_c(\delta\mu_2 + \delta\lambda)}{2} - \frac{\sigma_c \cdot \delta\lambda^2}{2(\mu_2 - \lambda + \delta\mu_2 - \delta\lambda)}$$

$$\therefore \tau_c = \lim_{\delta z \rightarrow 0} \tau'_c = \frac{\sigma_c}{2} \left[\frac{\frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{(\mu_2 - \lambda)^2} y^2 + \frac{2 \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{(\mu_2 - \lambda)} y - \left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\} \right] \dots\dots(3.1)$$

ただし, $\mu_2 - \lambda > y > 0$

$$\begin{aligned} \text{また, } 2\sigma_c \cdot h &= (\mu_1 + \mu_2)(\sigma_t + \sigma_c) \\ &= (\mu_2 + \mu_1 + \delta\mu_2 - \delta\mu_1)(\sigma_t + \sigma_c) \\ \therefore \delta\mu_1 &= \delta\mu_2 \dots\dots\dots(3.2) \end{aligned}$$

$$r = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = \frac{\lambda - \mu_1}{\mu_2 - \lambda} = \frac{\lambda + \delta\lambda - \mu_1 + \delta\mu_1}{\mu_2 + \delta\mu_2 - \lambda - \delta\lambda}$$

$$\therefore \delta\mu_1 = \delta\mu_2 = \frac{r+1}{r-1} \cdot \delta\lambda \dots\dots\dots(3.3)$$

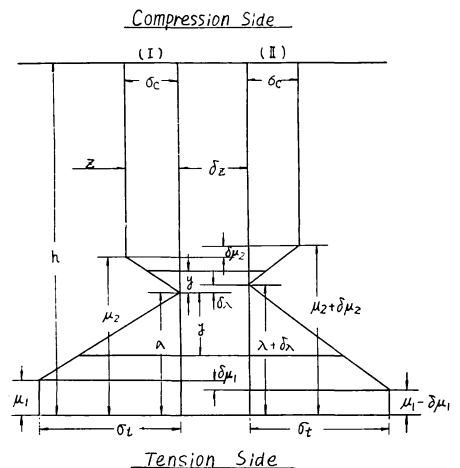


Fig. 5 Normal stress distribution in a wood beam.

ゆえに (3.1) 式は次のごとくになる。

$$\tau_c = \frac{[(r+1)\{2r-(r-1)K\}]^2}{4h^2(r-1)K^2} \cdot \sigma_c \left[y^2 + \frac{2h(r-1)K}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} y - \frac{4rh^2K^2}{[(r+1)\{2r-(r-1)K\}]^2} \right] \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial z} \dots (3.4)$$

ただし, $\mu_2 - \lambda > y > 0$

引張側における剪断応力の分布

$$\begin{aligned} \tau'_t \cdot b \cdot \delta z &= \sigma_{II} - \sigma_I \\ \tau'_t \cdot \delta z &= \frac{\sigma_t(\delta\lambda + \delta\mu_1)}{2(\lambda - \mu_1)(\lambda - \mu_1 + \delta\lambda + \delta\mu_1)} \cdot y^2 - \frac{\sigma_t \delta\lambda}{\lambda - \mu_1 + \delta\lambda + \delta\mu_1} y + \frac{\sigma_t}{2}(\delta\lambda - \delta\mu_1) \\ &\quad - \frac{\sigma_t \cdot \delta\lambda^2}{2(\lambda - \mu_1 + \delta\lambda + \delta\mu_1)} \\ \therefore \tau_t = \lim_{\delta z \rightarrow 0} \tau'_t &= -\frac{\sigma_t}{2} \left[\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z} + \frac{\partial \mu_1}{\partial z} \right) \cdot y^2 - \frac{2}{\lambda - \mu_1} \frac{\partial \lambda}{\partial z} y + \left\{ \frac{\partial \lambda}{\partial z} - \frac{\partial \mu_1}{\partial z} \right\} \right] \dots (3.5) \end{aligned}$$

ただし, $\lambda - \mu_1 > y > 0$

この場合も (3.2), (3.3) を用いてかき改めると,

$$\tau_t = \frac{[(r+1)\{2r-(r-1)K\}]^2}{4h^2(r-1)K^2} \cdot \sigma_c \left[y^2 - \frac{2h(r-1)K}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} y - \frac{4rh^2K^2}{[(r+1)\{2r-(r-1)K\}]^2} \right] \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial z} \dots (3.6)$$

ただし $\lambda - \mu_1 > y > 0$

ここに (3.4) と (3.6) とは $y=0$ において等値, かつ

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z} = \frac{\partial \lambda}{\partial K} \cdot \frac{\partial K}{\partial z} = \frac{2hr(r-1)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}^2} \cdot \frac{\partial K}{\partial z}$$

また, 引張側はこの断面内の最大剪断応力が存在することが明らかである。

$$\therefore \frac{\partial \tau_t}{\partial y} = 0 \text{ より}$$

$$y_0 = \frac{hK(r-1)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} \dots (3.7)$$

$$\therefore \tau_{max} = -\frac{(r+1)^2 \cdot \sigma_c}{4(r-1)} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial z} = -\frac{hr(r+1)}{2\{2r-(r-1)K\}^2} \cdot \frac{\partial K}{\partial z} \dots (3.8)$$

$$\frac{\partial M}{\partial z} = \frac{\partial M}{\partial K} \cdot \frac{\partial K}{\partial z} = Q \quad (\text{剪断力})$$

$$\therefore \frac{\partial K}{\partial z} = -\frac{3Q\{2r-(r-1)K\}^3}{2bh^2r(r+1)K \cdot \sigma_c} \dots (3.9)$$

$$\therefore \tau_{max} = \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{\{2r-(r-1)K\}}{2hK} = \frac{3Q}{2b(\mu_2 - \mu_1)} \dots (3.10)$$

ゆえに, (3.10) 式は, 全域弾性域のときの断面内最大剪断応力: $\tau_m = \frac{3Q}{2bh}$ の h を $(\mu_2 - \mu_1)$ で

おきかえた形である。したがって, 垂直応力差量の存在する範囲内で断面に沿って2次抛物線型で τ が変化することはこの両者において共通である。また, このことが, τ_c , τ_t をそれぞれ梁の中心線に関する

式に変形することによつて確かめられることは、今理論の場合と同様である。

さらに、(3.10) 式に (2.9) 式を代入すれば

$$\tau_{max} = \frac{3Q(r+1)}{4bh\sqrt{3r-(r-1)}\frac{M}{W\cdot\sigma_c}} \dots\dots\dots (3.11)$$

であたえられ、さらに中立軸より τ_{max} の存在する断面までの距離 y_0 は次式であたえられる。

$$y_0 = \frac{h\cdot(r-1)\sqrt{3r-(r-1)}\frac{M}{W\cdot\sigma_c}}{(r+1)^2} \dots\dots\dots (3.12)$$

いま、引張縁維 (外皮) より任意断面までの距離を η ($\mu_2 > \eta > \mu_1$) とすれば

$$\tau = \frac{6Q}{b(\mu_2 - \mu_1)^3}(\eta - \mu_1)(\mu_2 - \eta) \dots\dots\dots (3.13)$$

同様に、 η_0 を τ_{max} の断面までの距離とすると、Fig. 4 に示した η_0 は

$$\eta_0 = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{2} = \frac{h}{r+1} \dots\dots\dots (3.14)$$

となる。

4. 塑性域における絶対最大剪断応力の存在する位置

これまでで、梁の任意断面内の最大剪断応力の存在する位置は分つたから、次に、梁の長軸方向— z —で最大剪断応力の存在する断面位置を求める。

$$\tau_m = \frac{3Q}{2b(\mu_2 - \mu_1)} = \frac{3Q}{4b\cdot h} \cdot \frac{\{2r - (r-1)K\}}{K}$$

において、 z で偏微分すれば

$$\frac{\partial \tau_m}{\partial z} = \frac{3}{4bh} \left[\frac{\{2r - (r-1)K\}}{K} \cdot \frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial K} \left\{ \frac{2r - (r-1)K}{K} \right\} \cdot \frac{\partial K}{\partial z} \right] \dots\dots\dots (4.1)$$

しかるに、

$$\frac{\partial K}{\partial z} = -\frac{Q\{2r - (r-1)K\}^3}{4r(r+1)K\cdot W\cdot\sigma_c}$$

であるから

$$\frac{\partial \tau_m}{\partial z} = \frac{3}{4bh} \cdot \frac{\{2r - (r-1)K\}}{K} \left[\frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{Q^2}{2W\sigma_c} \cdot \frac{\{2r - (r-1)K\}^2}{(r+1)K^2} \right] \dots\dots\dots (4.2)$$

いま (4.2) 式を 0 とおいて

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = -\frac{Q^2}{2W\sigma_c} \cdot \frac{\{2r - (r-1)K\}^2}{(r+1)K^2} \dots\dots\dots (4.3)$$

これに (2.8) 式を代入すれば

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = -\frac{Q^2}{2\left[\frac{3r}{r+1}W\cdot\sigma_c - M\right]} \dots\dots\dots (4.4)$$

この式が、圧縮強さ σ_c 、引張強さ σ_t 、で断面係数 W をもつ矩形断面梁の塑性域で、曲げモーメント M 、剪断力 Q なる断面に絶対最大剪断応力が存在する位置に関する一般条件を示している。

したがつて、

$$Q=f(z) \quad \text{と} \quad M=W\sigma_c \left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K^2}{\{2r-(r-1)K\}^2} \right]$$

を(4.4)式に適用することによつて、塑性域の絶対最大剪断応力の存在する梁長軸上の位置 z_1 がも定められるわけである。

なお、これは梁の引張側が塑性域に達してからのものであつて、もし、引張側がすべて弾性域と見なされるときは、今理論により、次のようにあたえられている。

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{Q^2}{3\sigma_c W - M} \dots\dots\dots(4.a)$$

したがつて、この場合は

$$Q=f(z) \quad M=\varphi(z)$$

を上式に適用して z_1 を決定することはいうまでもない。また、いずれにしても、この条件式は、一様断面の矩形梁で、 Q が z に関して一様に変化する区間についてのみあてはまるものである。

5. 矩形断面梁の破壊条件と曲げ破壊係数

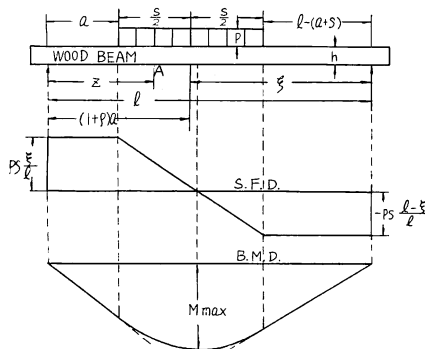


Fig. 6 End supports, partial uniform load. S. F. D. Shear diagram, B. M. D.: Moment diagram.

ここに、論じようとする梁は、すべて、両端支持自由のものである。

5.1 局部的等布荷重の場合

Fig. 6 で $\xi > \frac{l}{2}$ とすれば

$$ps \frac{\xi}{l} > ps \frac{l-\xi}{l}$$

$$\therefore Q = ps \frac{\xi}{l} - p(z-a) \dots\dots(51.a)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = -p$$

$$\therefore p = \frac{Q^2}{2 \left[\frac{3r}{r+1} W\sigma_c - M \right]} \dots\dots\dots(51.1)$$

(51.1)式に(51.a)式と(2.9)式を代入して塑性域絶対最大剪断応力の存在する位置 z_1 をもとめると

$$z_1 = a(1+\rho) - \frac{K}{\{2r-(r-1)K\}} \sqrt{\frac{2W\sigma_c(r+1)}{p}} \dots\dots\dots(51.2)$$

$$\text{ただし,} \quad \rho = \frac{s\xi}{al}$$

さらに $\frac{\partial M}{\partial z} = 0$ から $z_m = a(1+\rho)$ をもとめて

$$M_{max} = \frac{pa^2}{2} \rho(2+\rho) = W \cdot \sigma_b \dots\dots\dots(51.b)$$

ゆえに、(51.2)、(51.b)を(3.10)に代入すると

$$\tau_{z_1 max} = \tau_b = \frac{\alpha \cdot \frac{h}{l} \cdot \sigma_c \sqrt{r+1}}{2 \sqrt{\rho(2+\rho) \cdot \frac{\sigma_c}{\sigma_b}}} \dots\dots\dots (51.3)$$

$$\text{ただし, } \alpha = \frac{l}{2a} > 1$$

$$\therefore \sigma_b = \frac{4\rho(2+\rho)}{(r+1)\alpha^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2} \cdot \sigma_c \dots\dots\dots (51.4)$$

また, すでに今理論でもとめられている Fig. 4 の (a) と (b) については次のごとくである。

i) 全域弾性域の場合

$$\tau_b = \frac{\alpha \cdot \sigma_b}{2+\rho} \cdot \frac{h}{l} \dots\dots\dots (51.5)$$

$$\therefore \sigma_b = \frac{2+\rho}{\alpha} \cdot \frac{\tau_b}{\frac{h}{l}} \dots\dots\dots (51.6)$$

ii) 圧縮側にのみ塑性域がある場合

$$\tau_b = \frac{\alpha \cdot \frac{h}{l} \sigma_c}{\sqrt{\rho(2+\rho) \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1\right)}}, \quad \alpha > 1 \dots\dots\dots (51.7)$$

$$\therefore \sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{\alpha^2}{\rho(2+\rho)} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2}, \quad \alpha > 1 \dots\dots\dots (51.8)$$

iii) ii) の場合, 引張応力が σ_t (引張強さ) になつたとき

$$\sigma_b = \frac{3r-1}{r+1} \cdot \sigma_c \dots\dots\dots (51.9)$$

以上の諸式について h/l に関する適用条件を吟味した結果は次のようになる。

$$\sigma_b = \left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K_0^2}{\{2r-(r-1)K_0\}^2} \right] \cdot \sigma_c \dots\dots\dots (51.10)$$

この式の K_0 は K の極限の値で, 単純引張試験によつて求められる。

まず (51.4), (51.8) および (51.10) 式の支配区間を見ると

$$\sigma_b (51.4) = \sigma_b (51.8) = \sigma_b (51.9) \quad \text{となるとき} \quad \frac{h}{l} \text{ は}$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} = \sqrt{\frac{\rho(2+\rho)}{3r-1}} \cdot \frac{2\tau_b}{\alpha \cdot \sigma_c} \dots\dots\dots (51.11)$$

$$\frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} \quad \text{ならば}$$

$\sigma_b (51.4) > \sigma_b (51.8)$ となるが, この区間では $\sigma_b (51.4)$ が支配的でなければならぬ。

また, $\sigma_b (51.4) = \sigma_b (51.10)$ となるときは

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_2} = \frac{2\{2r-(r-1)K_0\} \sqrt{\rho(2+\rho)}}{\sqrt{3r\{2r-(r-1)K_0\}^2 - (r+1)^2 K_0^2}} \cdot \frac{\tau_b}{\alpha \cdot \sigma_c} \dots\dots\dots (51.12)$$

さらに, $\sigma_b (51.8) = \sigma_b (51.6)$ では

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = -\frac{3-\sqrt{5-\frac{8}{\rho}}}{2\alpha} \rho \cdot \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (51.13)$$

$$\text{ただし, } \frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5} > \rho > \frac{8}{5}$$

また、もし

$$\rho > \frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5} > \frac{8}{5} \quad \text{であれば}$$

$$\sigma_b \text{ (51.6)} < \sigma_b \text{ (51.8)} \dots\dots\dots \frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_{p_1}$$

$$\sigma_b \text{ (51.6)} < \sigma_b \text{ (51.4)} \dots\dots\dots \left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} > \frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_{p_2}$$

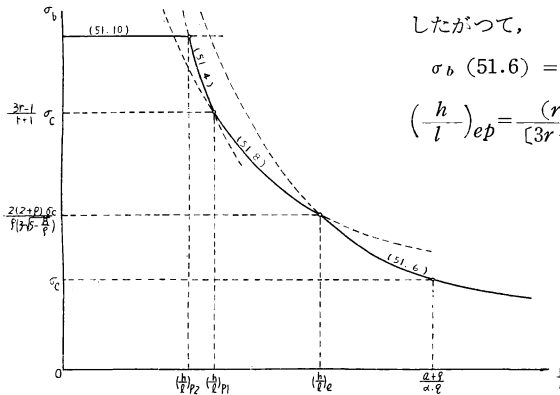


Fig. 7 (a)

σ_b -curve as affected by h/l . (End support, partial uniform load.) $\frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5} > \rho > \frac{8}{5}$

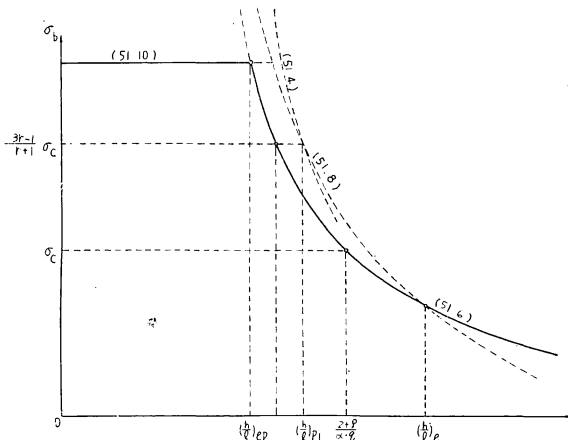


Fig. 7 (b)

σ_b -curve as affected by h/l . (End support, partial uniform load) $\rho > \frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5} > \frac{8}{5}$

したがって、

$$\sigma_b \text{ (51.6)} = \sigma_b \text{ (51.10)} \quad \text{で}$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e p = \frac{(r+1) \{ 2r - (r-1)K_0 \}^2 (2+\rho)}{[3r \{ 2r - (r-1)K_0 \}^2 - (r+1)^2 K_0^2]} \cdot \frac{\tau_b}{\alpha \cdot \sigma_c} \dots\dots\dots (51.14)$$

以上の関係を図示すれば、Fig. 7 (a), 7 (b) および 7 (c) のようになる。

5.2 全等布荷重の場合

Fig. 8 において

$$M_z = -\frac{p}{2}(z^2 - lz) \dots\dots (52.1)$$

$$Q_z = \frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{p}{2}(2z - l) \dots\dots (52.2)$$

i) 全域弾性域ならば

$$\sigma_b = \frac{\tau_b}{h} \dots\dots\dots (52.3)$$

ii) 圧縮側のみに塑性域をもつ場合

(a) σ_1 (引張外皮応力) $< \sigma_t$:

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2} \dots\dots (52.4)$$

(b) $\sigma_1 = \sigma_t$:

$$\sigma_b = \frac{3r-1}{r+1} \cdot \sigma_c \dots\dots (52.5) - (51.9)$$

iii) 引張側にも塑性域をもつ場合

(a) $1 > K > K_0$:

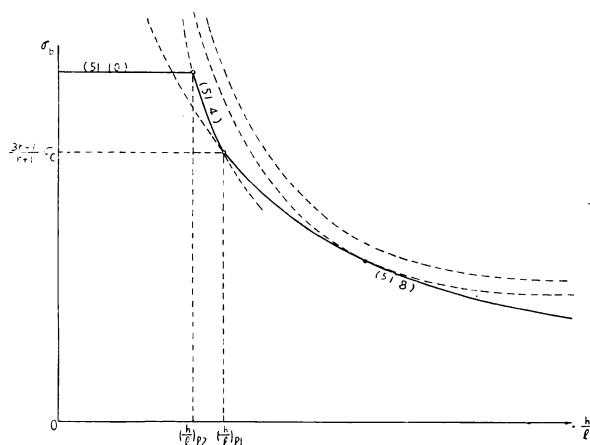


Fig. 7 (c)
 σ_b -curve as affected by h/l . (End support, partial
 uniform load) $\rho \leq \frac{8}{5}$

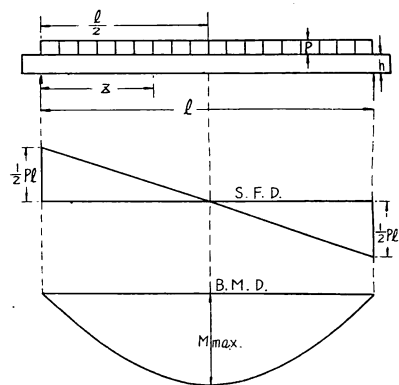


Fig. 8 End support, uniform load.
 S.F.D. Shear diagram; B.M.D. Moment
 diagram.

(4.4) 式によつて、最大曲げモーメントの存在する位置 z_1 をもとめると

$$z_1 = \frac{l}{2} - \frac{K}{\{2r - (r-1)K\}} \sqrt{\frac{2W\sigma_c(r+1)}{p}} \quad (52.6)$$

$$\therefore \tau_b = \frac{3p}{4bh} \sqrt{\frac{2W\sigma_c(r+1)}{p}} = \frac{h}{l} \cdot \frac{\sigma_c \sqrt{r+1}}{2 \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma_b}}} \quad (52.7)$$

また、

$$\sigma_b = \frac{4\sigma_c}{(r+1) \left(\frac{h}{l} \right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b} \right)^2} \quad (52.8)$$

(b) $K=K_0$:

$$\sigma_b = \left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K_0^2}{\{2r - (r-1)K_0\}^2} \right] \sigma_c \quad (51.10)$$

ここで、各式の支配区間をしらべると、すでに、今理論によつて、 σ_b (52.4) 式の支配区間は存在しないことが分つているから

$$\sigma_b \text{ (51.9) } = \sigma_b \text{ (52.8) } = \sigma_b \text{ (52.4)}$$

で、このとき

$$\left(\frac{h}{l} \right)_1 = \frac{2 \cdot \tau_b}{\sqrt{3r-1} \cdot \sigma_c} \quad (52.a)$$

である。故に σ_b (52.8) 式も支配区間をもたない。また、

$$\sigma_b \text{ (52.3) } = \sigma_b \text{ (51.10) } \quad \text{では}$$

$$\left(\frac{h}{l} \right)_{ep} = \frac{\tau_b}{\left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K_0^2}{\{2r - (r-1)K_0\}^2} \right] \sigma_c} \quad (52.9)$$

しかして、

$$\sigma_b (52.4) < \sigma_b (52.8) \longrightarrow \frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_1$$

であるから $\left(\frac{h}{l}\right)_{ep}$ のみが限界として存在するわけである。すなわち、

$$\frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_{ep} \longrightarrow \sigma_b (51.10) \text{ 式適用}$$

$$\frac{h}{l} = \left(\frac{h}{l}\right)_{ep} \longrightarrow \sigma_b (51.10) \text{ または } \sigma_b (52.3)$$

$$\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_{ep} \longrightarrow \sigma_b (52.3) \text{ 式適用}$$

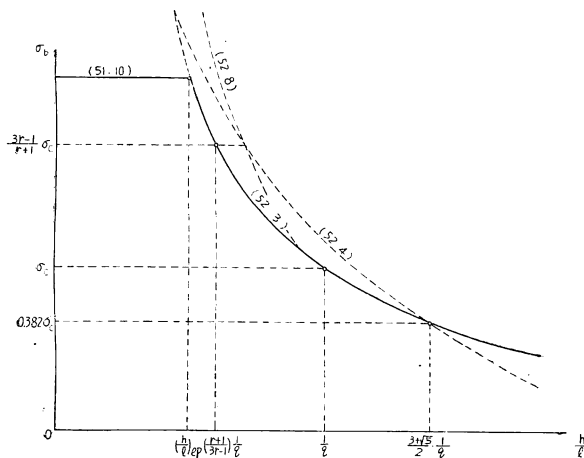


Fig. 9 σ_b -curve as affected by h/l .
(End support, uniform load).

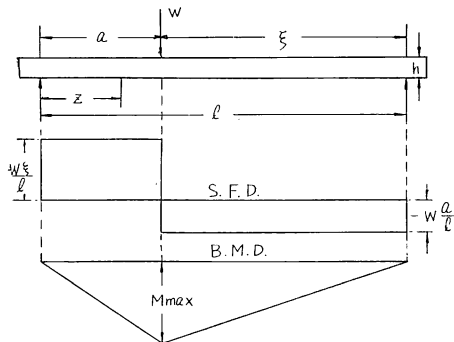


Fig. 10 End support, one point loading.
S. F. D. Shear diagram; B. M. D.
Moment diagram.

この関係を図示すれば Fig. 9 のようになる。

5.3 単一集中荷重の場合

Fig. 10 より明らかに、最大剪断応力の存在する位置 $z_1=a$ となる。いま $\alpha=l/2a$ とすれば

i) 全域弾性域の場合

$$\sigma_b = \frac{2\tau_b}{\alpha \cdot \frac{h}{l}} \dots (53.1)$$

ii) 圧縮側にも塑性域をもつ場合

(a) σ_1 (引張外皮応力) $< \sigma_t$ ならば

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \alpha \frac{h}{l} \cdot \frac{\sigma_c}{\tau_b}}, \quad \alpha > 1 \dots (53.2)$$

(b) $\sigma_1 = \sigma_t$ ならば

$$\sigma_b = \frac{3r-1}{r+1} \cdot \sigma_c \dots (51.9)$$

iii) 引張側にも塑性域をもつ場合

(a) $1 > K > K_0$ ならば

$$z_1 = a, \quad Q = \frac{l-a}{l} \cdot W, \quad M = Q \cdot a$$

$$\tau_b = \frac{3Q(r+1)}{4bh \sqrt{3r - (r+1) \frac{M}{W\sigma_c}}}$$

$$\therefore \tau_b = \frac{\alpha \cdot \frac{h}{l} \cdot (r+1) \cdot \sigma_b}{4 \sqrt{3r - (r+1) \frac{\sigma_b}{\sigma_c}}}, \quad \alpha > 1 \dots (53.3)$$

また、

$$\sigma_b = \frac{8\sigma_c}{(r+1)\alpha^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2} \left[\sqrt{1 + \frac{3}{4} r \cdot \alpha^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2} - 1 \right], \quad \alpha > 1 \quad \dots (53.4)$$

(b) $K=K_0$ ならば

$$\sigma_b = \left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K_0^2}{\{2r-(r-1)K_0\}^2} \right] \cdot \sigma_c \quad \dots (51.10)$$

以上の各式について, それぞれの適用区間をしらべると, まず

$$\sigma_b (53.2) = \sigma_b (51.9) = \sigma_b (53.4) \quad \text{となるとき}$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p1} = \frac{4}{\alpha(3r-1)} \cdot \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad \dots (53.5)$$

また, $\sigma_b (53.4) = \sigma_b (51.10)$ では

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p2} = \frac{4K_0(r+1)\{2r-(r-1)K_0\}}{3r\{2r-1(r-1)K_0\}^2 - (r+1)^2K_0^2} \cdot \frac{\tau_b}{\alpha\sigma_c} \quad \dots (53.6)$$

$\sigma_b (51.9) = \sigma_b (53.1)$ では

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\tau_b}{\alpha \cdot \sigma_c} \quad \dots (53.7)$$

以上を総合して, $\left(\frac{h}{l}\right)$ に関する

σ_b 式の適用区間を図示すれば Fig. 11
のとおりとなる。

ここに, 中央集中荷重に対しては,
 $\alpha=1$ となるから $\sigma_b (53.1)$, $\sigma_b (53.2)$, $\sigma_b (53.4)$ はそれぞれつぎの
うにかきあらためられる。

$$\sigma_b = \frac{\tau_b}{\frac{h}{l}} \quad \dots (53.8)$$

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{h}{l} \cdot \frac{\sigma_c}{\tau_b}} \quad \dots (53.9)$$

$$\sigma_b = \frac{8\sigma_c}{(r+1)\left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2} \left[\sqrt{1 + \frac{3}{4} r \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2} - 1 \right] \quad \dots (53.10)$$

5.4 二点荷重の場合

Fig. 12 において, z_1 (最大剪断応力のある位置), M_{z1} , お
よび Q_{z1} はそれぞれ

$$z_1 = l \quad \dots (54.1)$$

$$M_{z1} = \frac{W}{2} \cdot l, = M_{max} \quad \dots (54.2)$$

$$Q_{z1} = \frac{W}{2} = \frac{M_{z1}}{a} \quad \dots (54.3)$$

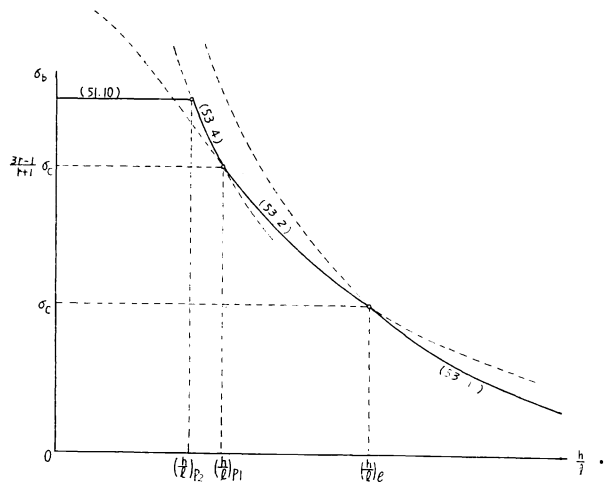


Fig. 11 σ_b -curve as affected by h/l .
(End support, one point loading).

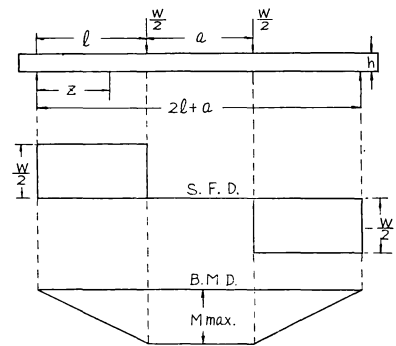


Fig. 12 End support, two-point loading. S. F. D. Shear diagram;
B. M. D. Moment diagram.

i) 全域弾性域の場合

$$\sigma_b = \frac{4\tau_b}{h} \dots\dots\dots (54.4)$$

ii) 圧縮側にも塑性域をもつ場合

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{\sigma_c}{\tau_b}} \dots\dots\dots (54.5)$$

iii) 引張側にも塑性域をもつ場合

(a) $1 > K > K_0$ ならば

$$\tau_b = \frac{3Q_n(r+1)}{4bh \sqrt{3r - (r+1) \frac{M_n}{W\sigma_c}}}$$

$$\therefore \tau_b = \frac{(r+1) \frac{h}{l} \cdot \sigma_b}{8 \sqrt{3r - (r+1) \frac{\sigma_b}{\sigma_c}}} \dots\dots\dots (54.6)$$

また,

$$\sigma_b = \frac{32 \cdot \sigma_c}{(r+1) \left(\frac{h}{l} \right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b} \right)^2} \left[\sqrt{1 + \frac{3}{16} r \left(\frac{h}{l} \right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b} \right)^2} - 1 \right] \dots\dots\dots (54.7)$$

(b) $K = K_0$ ならば

$$\sigma_b = \left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K_0^2}{\{2r - (r-1)K_0\}^2} \right] \cdot \sigma_c \dots\dots\dots (51.10)$$

上の各式について、それぞれの適用限界をもとめると

$$\sigma_b (54.5) = \sigma_b (51.9) = \sigma_b (54.6) \quad \text{で}$$

$$\left(\frac{h}{l} \right)_{p_1} = \frac{8}{(3r-1)} \cdot \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (54.8)$$

また

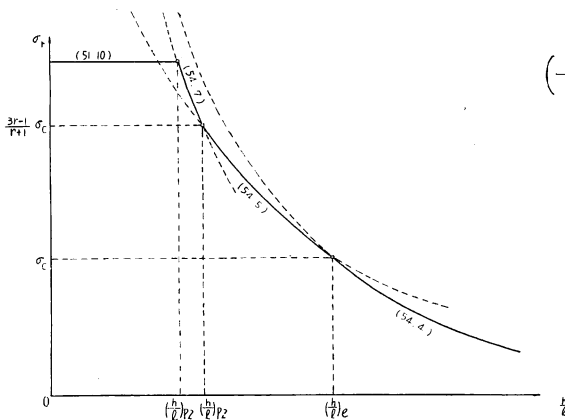


Fig. 13 σ_b -curve as affected by h/l .
(End support, two point loading.)

$$\sigma_b (51.10) = \sigma_b (54.4) \quad \text{で}$$

$$\left(\frac{h}{l} \right)_{p_2} = \frac{4(r+1) \{2r - (r-1)K_0\}^2}{3r \{2r - (r-1)K_0\}^2 - (r+1)^2 K_0^2} \cdot \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (54.9)$$

$$\sigma_b (51.9) = \sigma_b (54.4) \quad \text{で}$$

$$\left(\frac{h}{l} \right)_e = \frac{4\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (54.10)$$

以上の h/l に関する σ_b -curve をえがくと Fig. 13 のようになる。

以上が、木材矩形断面梁における、荷重のかけかたによる曲げ破壊条件お

よび曲げ破壊係数である。したがって、まず、ある種の木材の梁としての強さまたは破壊荷重の大きさを推定するためには次のようにして破壊条件をたしかめ前述の計算式によつて判断する。

- i 荷重のかけ方をきめる。
- ii スパンと梁丈の比 h/l がきまつているときは、それが $(h/l)_{p1}$, $(h/l)_{p2}$, $(h/l)_c$... 等の諸限界に対してどの位置にあるかをたしかめる。
- iii このとき、材の独立強度値として圧縮強度 (σ_c)、 σ_c に対する引張強度の比 (r)、剪断強度に対する σ_c の比 (q) および、引張試験において定められる K_0 の値をきめておかななくてはならない。
- iv h/l が任意にきめられる場合には、上の r , q , K_0 および σ_c 等によつて判断される諸限界から、いかなる h/l をとるかを決定する。
- v これらから、この材の曲げ破壊係数を前述の諸算出式により求め、危険荷重を判断すればよい。

これらのことを、以下、数実験例によつておこない、計算による曲げ破壊係数と、実験によるものとを比較してみよう。

6. 曲げ破壊係数に関する計算値と実験値との比較

著者のおこなつた実験はすべて、中央集中荷重の場合にかぎられている。また、数値の取扱いは、誤差を考慮して強度値は 5 kg/cm^2 間隔 (2 捨 3 入) とし、ヤング率は 1000 kg/cm^2 間隔とした。アメリカ林産研究所において S. C. Bechtel & C. B. Norris のおこなつた実験値より r および q を計算し、 h/l の諸限界を求めて、今博士の式に代入し、実験値の曲げ破壊係数と比較した。この場合の数値的取扱ひも強度値は 5 p. s. i. 間隔として計算した。

6.1 圧縮、引張両側に塑性域を有するとみられる場合 ($0 < K_0 < 0.8$)

61.1 トドマツあて材

北海道野幌国有林産のもので、採集直後木取りをなし、高湿容器中に保存しておいた材である。この材の独立強度および強度比等については Table 1 に示してある。表中、 c は「あて」の程度を知るため一年輪の巾に対する濃褐色部の巾の百分率をもつてあらわしている。また、記号 R_u は試験時重量を試験時容積で割つたものであり、 R_0 は全乾重量を試験時容積で割つたもので、この報告ではすべてこの記号を用いる。なお、表より分るように、この材は、大体において未乾燥材で「あて」の程度は高く、年輪巾はトドマツとしては広い方である。この理論に用いられる強度値では

$$r \approx 2.57; \quad q \approx 3.89; \quad K_0 \approx 0.51$$

であり、引張と圧縮とのヤング率 $E \approx 80,000 \text{ kg/cm}^2$ ではほぼ同等とみられる。

曲げ試験は、従来の日本標準規格木材試験法に規定された寸法の試験片で、柁目面を荷重面とした ($3 \times 3 \text{ cm}^2$; span = 36 cm)。

ゆえに、 $h/l = 1/12 \approx 0.0833$ である。Table 1 の r , q および K_0 から破壊条件を求めると (中央集中荷重)

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p1} \approx \frac{1}{7.5} \approx 0.133; \quad \left(\frac{h}{l}\right)_{p2} \approx \frac{1}{15.5} \approx 0.0645 \quad \text{となり}$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p1} > \frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_{p2}$$

Table 1. Strength properties of Todo-matsu —Compression wood—

Kind of test			Tension (// to G.)		Compression (// to G)		Shear (// to G)		Tension Compression	Compression Shear
No.	Kind of property	Mark & unit	Average value (<i>M</i>)	Standard deviation ($\pm\Delta$)	<i>M</i>	$\pm\Delta$	<i>M</i>	$\pm\Delta$	<i>M</i>	<i>M</i>
1	width of annual rings	<i>b</i> mm	4.0	± 1.0	3.6	± 1.0	2.3	± 0.9	1.11	1.56
2	Summer wood	<i>c</i> %	68	± 7	65	± 7	50	± 9	1.05	1.30
3	Moisture content	<i>u</i> %	25.0	± 1.5	35.5	± 13.5	42.0	± 7.3	0.70	0.84
4	Specific gravity, { at test oven dry	<i>Ru</i> g/cm ³	0.68	± 0.05	0.77	± 0.09	0.75	± 0.08	0.88	1.02
5		<i>R₀</i> g/cm ³	0.55	± 0.01	0.57	± 0.06	0.53	± 0.04	0.97	1.07
6	Modulus of elasticity	<i>E</i> kg/cm ²	77000	± 10400	80000	± 10500	—	—	0.96	—
7	Strength	σ kg/cm ²	900	± 110	350	± 45	90	± 10	2.57	3.89
8	Strain at Max. load	δ cm/cm	0.023	± 0.007	0.0074	± 0.0026	—	—	3.11	—
9	σ/δ	<i>E'</i> kg/cm ²	39000	—	47000	—	—	—	0.83	—
10	<i>E'/E</i>	<i>K₀</i>	0.51	—	0.59	—	—	—	0.87	—
11	Völligkeitsgrad	<i>V</i>	0.69	—	0.69	—	—	—	1.00	—
12	Specimens	<i>n</i>	33	—	36	—	40	—	—	—
13	Remarks	—	—	—	—	—	Radial face	—	—	—

$$Ru = \frac{Wu}{Vu}; R_0 = \frac{W_0}{Vu} \quad (Vu: \text{volume at test}; Wu: \text{weight at test}; W_0: \text{weight oven dry})$$

Table 2. Strength of wood beams of Tode-matsu Compression wood and comparison of measured and computed bending strength. Center loading, end support. Depth-span ratio (h/l) = $1/12 \approx 0.0833$. Direction of loading—: Tangential

Beam No.	Width of annual rings <i>b</i> mm	Summer wood <i>C</i> %	Moisture content <i>u</i> %	Sp. G.		Modulus of elasticity		Strength		Calculated strength		$\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{be}}$	$\frac{\sigma_{bs}}{\sigma_{be}}$
				at test <i>R_u</i> g/cm ³	oven dry <i>R₀</i> g/cm ³	Compression <i>E_c</i> kg/cm ²	bending <i>E_b</i> kg/cm ²	Compression σ_{ce} kg/cm ²	bending σ_{be} kg/cm ²	by Dr. Kon σ_{bK} kg/cm ²	by Sawada σ_{bs} kg/cm ²		
1	2.8	62	23.0	0.72	0.59	83000	75000	395	810	740	795	0.91	0.98
2	3.1	64	23.0	0.73	0.59	92000	86000	425	885	800	855	0.90	0.97
3	4.3	59	23.5	0.64	0.52	78000	69000	355	735	665	735	0.91	1.00
4	3.8	54	24.0	0.67	0.54	83000	76000	380	755	710	780	0.94	1.03
5	3.8	69	25.0	0.75	0.60	79000	87000	400	800	755	810	0.94	1.01
6	4.3	56	23.5	0.60	0.48	67000	74000	300	645	570	625	0.88	0.97
7	3.5	62	24.0	0.68	0.55	92000	73000	355	745	670	730	0.90	0.98
8	3.8	46	24.0	0.66	0.47	79000	85000	355	725	665	740	0.92	1.02
9	2.3	59	24.5	0.70	0.56	92000	84000	375	725	705	715	0.97	0.99
10	2.5	39	24.0	0.62	0.50	86000	79000	335	730	635	695	0.87	0.95
<i>M</i>	3.4	57	24.0	0.68	0.54	83000	79000	370	755	695	760	0.91	0.99
												0.92	1.01

$$\sigma_{bK} = \frac{3r-1}{r+1} \cdot \sigma_{ce} \quad \sigma_{bs} = \frac{8}{(r+1)(h/l)^2(\sigma_{ce}/\tau_h)^2} \left[\sqrt{1 + \frac{3}{4}r(h/l)^2(\sigma_{ce}/\tau_h)^2} - 1 \right] \cdot \sigma_{ce}$$

$$(h/l)_{r2} = \frac{1}{15.5} = 0.0645; \quad (h/l)_{r1} = \frac{1}{7.5} = 0.133; \quad h/l = \frac{1}{12} \approx 0.0833$$

したがって、適用式は (53.10) 式となる。また、今理論では (51.9) 式が適用されることになる。
その計算値と実験値との比較は Table 2 に示すとおりである。なお、おのおのの曲げ試験体の両端より、圧縮試験片 ($3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$) を木取つて、試験を行い、対応する圧縮強度値とした。

Table 2 中の M は平均値を示し、この欄の σ_{bK} , σ_{bs} は、 r , q , K_0 と平均の σ_c とから算出されている。結果として、計算値と実験値とはきわめてよく一致している。 σ_{bK} も平均 1 割以内の誤差にとどまり、このかぎりでは、実用上大して問題であるまい。しかし、いずれにせよ、 K_0 の条件を考えた方がはるかに妥当性をもつことはいふまでもないであろう。

つぎに、全く曲げ試験を行うことなく、Table 1 のみによつてこの材の曲げ破壊条件および曲げ破壊係数を求めると次のようになる。

Table 1 より

$$r=2.57; \quad q=3.89; \quad K_0=0.51; \quad \sigma_c=330 \text{ kg/cm}^2$$

荷重は中央集中荷重として

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{12} \approx 0.0833 \quad \text{より} \quad \left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} > \frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_{p_2}$$

ゆえに、この曲げでは

今理論 → 引張破壊が原因 著者 → 塑性域剪断破壊が原因

$$\sigma_{bK} = 660 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_{bs} = 720 \text{ kg/cm}^2$$

が得られる。これを実際の曲げ破壊係数 σ_{be} と比較してみると

$$\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{be}} \approx 0.87 \quad \frac{\sigma_{bs}}{\sigma_{be}} \approx 0.95$$

となり、大体において、この材の曲げ強さ、または、危険荷重を推定しうることが分る。

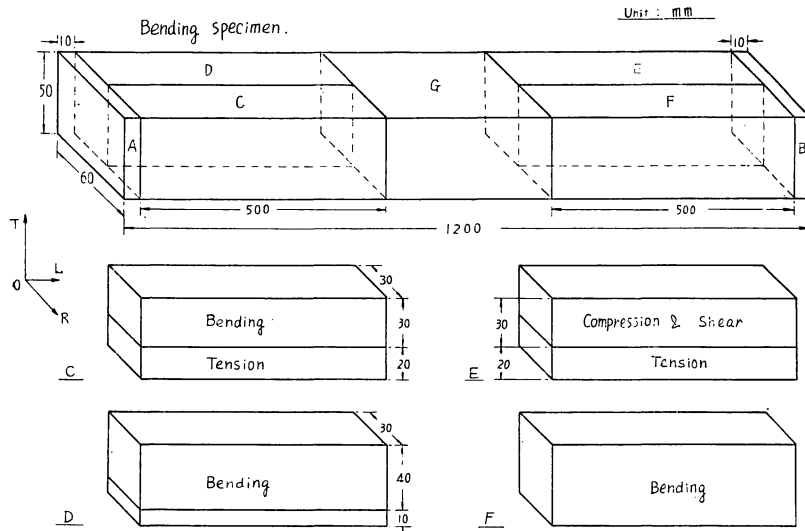


Fig. 14 Cutting diagram from original static-bending specimen (bending, tension, compression, and shear specimens).

Original static-bending specimen: $b=6 \text{ cm}$, $h=5 \text{ cm}$, span=100 cm, Type of Loading: Center, end support. Loading direction: tangential. Specimen divided: C (Bending—span=45 cm, Tension—Japanese standard.) D (Bending—span=28 cm) E (compression— $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$, Tension, shear— $2 \times 2 \times 3 \text{ cm}^3$) F (Bending—span=20 cm).

61.2 ミズナラ材

群馬県根利山国有林産のもので、生材状態で木取り、直ちに、横断面 $6 \times 5 \text{ cm}^2$ 、材長が 120 cm の試験体を作った。二方桎木取で、巾は 6 cm 、ハリタケは 5 cm 、スパン 100 cm の中央に集中荷重を加えた。なお、荷重面は桎目面である。このようにして試験を行つたのち、Fig. 14 に示すような分割木取りにより次のような試験をした。

- i) A および B 試験片：年輪巾、比重、含水率、収縮率 etc.
- ii) C 試験片：引張試験（規格寸法）曲げ試験（スパン = 45 cm ）
- iii) D 試験片：曲げ試験（スパン = 28 cm ）
- iv) E 試験片：引張試験（規格寸法）圧縮試験（ $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$ ）剪断試験（ $2 \times 2 \times 3 \text{ cm}^3$ ）
- v) F 試験片：曲げ試験（スパン = 20 cm ）

なお、C と E とで、木取りの関係からふりかえたものもあり、F では、とくにメリ込みその他、はなはだ不規則な条件をあたえたため、補正その他に問題があつたので、その結果は今回は省くことにした。また、いずれの試験片についても、すべて年輪巾、比重、含水率等の測定は行つている。さらに曲げ試験片については、試験後、その両端部より圧縮および剪断試験片を木取つて試験している。引張試験結果は、木取り上最も近接した部位からの圧縮試験結果に対応するものとして取り扱つた。最初の曲げ試験結果に対しては、これらすべての独立強度値を平均したものをあてた。

この報告では、この材のほかに、ブナ材およびエゾマツ材 A についても全く同様の方法を用いて試験をしている。

Table 3. Strength properties obtained from the wood beams of Mizu-nara
(Tension, compression and shear).

Mark of Beam	Beam No.	Width of annual rings $b \text{ mm}$	Moisture content $u \%$	Specific gravity,		Modulus of elasticity		strength					
				at test	oven dry	Tension	Compression	Tension	Compression	shear	$\frac{\sigma_t}{\sigma_c}$	$\frac{\sigma_c}{\tau}$	$\frac{E't}{Et}$
				R_u g/cm^3	R_0 g/cm^3	E_t kg/cm^2	E_c kg/cm^2	σ_t kg/cm^2	σ_c kg/cm^2	τ kg/cm^2	r	q	K_0
O	1	1.8	53.0	0.91	0.60	114000	94000	1195	270	105	4.40	2.55	0.73
"	2	2.9	48.5	0.94	0.63	131000	122000	1360	315	120	4.30	2.70	0.63
"	3	2.2	50.5	0.92	0.61	92000	98000	950	295	115	3.20	2.60	0.71
"	4	2.0	50.5	0.90	0.60	105000	96000	1120	300	115	3.75	2.55	0.66
"	5	3.0	52.0	0.96	0.63	108000	105000	1160	320	115	3.65	2.75	0.64
	M	2.3	51.0	0.93	0.62	110000	103000	1155	300	115	3.85	2.65	0.67
C	1	1.9	51.5	0.91	0.60	102000	92000	1005	300	110	3.35	2.70	0.73
E	2	3.2	48.0	0.95	0.64	142000	123000	1500	315	120	4.80	2.65	0.63
E	3	2.2	52.0	0.92	0.61	92000	98000	950	310	115	3.05	2.70	0.71
C	4	1.8	49.5	0.87	0.58	98000	78000	920	275	105	3.03	2.65	0.70
C	5	3.1	52.0	0.95	0.62	107000	103000	1305	315	110	4.15	2.80	0.56
	M	2.4	50.5	0.92	0.61	108000	99000	1135	305	110	3.75	2.70	0.67
D	1	1.2	54.5	0.91	0.59	102000	92000	1005	255	105	3.90	2.45	0.73
"	2	2.7	49.5	0.93	0.62	121000	130000	1220	305	120	4.00	2.60	0.64
"	3	2.2	49.0	0.92	0.62	92000	100000	950	315	110	3.00	2.95	0.71
"	4	2.2	52.0	0.93	0.61	98000	97000	920	305	120	3.00	2.50	0.70
"	5	2.9	52.0	0.97	0.64	107000	115000	1305	330	125	3.90	2.70	0.56
	M	2.2	51.5	0.93	0.62	104000	107000	1080	300	115	3.55	2.65	0.67
											3.70	2.65	0.67

Mark of beam $b \cdot h \cdot l$ (span). cm

O 6 5 100

C or E 3 3 45

D 3 4 28

この材の各曲げ試験片に対応する独立強度および強度比率を示せば Table 3 のとおりである。

Table 3 でみると、この材は、年輪巾、比重ともに、大体、通常のみズナ材と考えられる。また、ヤング率でも、引張と圧縮とで大差なく、この報告の最初の仮定が充分許容されるものと思われる。独立強度でも大体においてそろっている。これらの数値を用いて、それぞれの曲げ試験条件からその破壊条件および曲げ破壊係数をもとめたのが Table 4 である。

Table 4 で、記号 O のすべてと、C—1, C—4, E—3 は、塑性域引張破損が破壊原因、その他は、塑性域剪断破損が破壊原因となる。また、今理論では、この試験全部が、引張破損が破壊原因となる。

ゆえに著者の式では

上記 8 本については σ_{bs} (51.10)

その他では σ_{bs} (53.10)

今博士の式では、すべて σ_{bK} (51.9)

が適用されることになる。その結果、計算値はいずれの場合も実験値よりやや低く、平均して、 $\sigma_{bK}/\sigma_{be} \approx 0.91$, $\sigma_{bsK}/\sigma_{be} \approx 0.97$ となつた。

したがって、この場合も K_0 の考慮が有効ようである。

Table 4. Strength of the wood beams of Mizu-nara and comparison of measured and computed bending strength.

Beam		Depth by span ratio			Modulus of rupture in bending			$\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{be}}$	$\frac{\sigma_{bs}}{\sigma_{be}}$
		$\frac{h}{l}$	$\left(\frac{h}{l}\right)_{p1}$	$\left(\frac{h}{l}\right)_{p2}$	Tested	Calculated			
Mark	No.				σ_{be} kg/cm ²	σ_{bK} kg/cm ²	σ_{bs} kg/cm ²		
O	1	0.049	0.128	0.077	625	610	645	0.98	1.03
"	2	0.049	0.125	0.060	730	710	755	0.97	1.03
"	3	0.049	0.177	0.098	705	605	650	0.86	0.92
"	4	0.049	0.153	0.079	735	645	690	0.88	0.94
"	5	0.049	0.148	0.073	800	685	735	0.86	0.92
M					720	650	710	0.91	0.97
								0.90	0.99
C	1	0.064	0.149	0.097	675	620	665	0.92	0.99
E	2	0.064	0.114	0.055	805	725	755	0.90	0.94
E	3	0.065	0.181	0.105	710	625	670	0.88	0.94
C	4	0.065	0.169	0.094	585	575	615	0.98	1.05
C	5	0.064	0.125	0.051	770	695	740	0.90	0.96
M								0.92	0.98
					710	660	705	0.93	0.99
D	1	0.139	0.151	0.086	625	560	610	0.90	0.98
"	2	0.138	0.140	0.055	755	675	725	0.89	0.96
"	3	0.138	0.171	0.097	670	630	655	0.94	0.98
"	4	0.139	0.197	0.113	700	610	655	0.87	0.94
"	5	0.137	0.138	0.057	775	725	780	0.94	1.01
M								0.91	0.97
					705	635	670	0.90	0.95
								0.91	0.97

Moisture condition: Green Type of Loading: Center, end support. σ_{be} : determined by test.

σ_{bK} : Computed from Kon's equation (51.9).

σ_{bs} : Computed from Sawada's equation (51.10) or (53.10).

61.3 ブナ材

この材の産地、実験方法等はすべて前項のみズナ材と全く同様である。その独立強度および強度比率

については Table 5 に示すとおりである。なお、各記号のうち、8～10 は偽心部である。年輪巾、比重はともにブナ材としては大体ふつうのものとみられる。外観材質は良好で、結果のバラツキも比較的少ないようである。また、ヤング率では引張と圧縮で大差なく、ミズナラ材と同様、この報告の仮定をみたしていると思う。

これらの独立強度から、それぞれ破壊条件および曲げ破壊係数を計算して、実験値と比較したのが Table 6 である。この場合でも、全体を通じて、 $\sigma_{bk}/\sigma_{be} \approx 0.90$, $\sigma_{bs}/\sigma_{be} \approx 0.96$ で、 K_0 を考慮することの妥当さが判断される。

Table 5. Strength properties obtained from the wood beams of Buna
(Tension, compression and shear).

Beam Mark	No.	Width of annual rings b mm	Moisture content u %	Specific gravity		Modulus of elasticity		Strength			σ_t	σ_c	E/t
				at test Ru g/cm ³	oven dry R ₀ g/cm ³	Tension Et kg/cm ²	Compre- ssion Ec kg/cm ²	Tension σ_t kg/cm ²	Compre- ssion σ_c kg/cm ²	Shear τ kg/cm ²	σ_t σ_c	σ_c τ	E/t E/t
O	1	1.8	50.0	0.72	0.48	83000	88000	945	265	90	3.57	2.95	0.75
	2	1.8	50.5	0.75	0.50	81000	85000	790	250	90	3.16	2.78	0.70
	3	2.1	48.0	0.72	0.49	81000	86000	790	265	90	2.98	2.95	0.74
	4	1.5	52.0	0.74	0.48	80000	89000	820	260	90	3.15	2.90	0.75
	5	2.0	44.0	0.78	0.54	103000	99000	885	270	95	3.28	2.85	0.72
	6	2.0	43.0	0.75	0.51	105000	102000	1040	280	95	3.71	2.95	0.78
	7	2.0	51.5	0.73	0.49	73000	76000	650	255	85	2.55	3.00	0.73
	8	2.1	47.0	0.76	0.52	114000	110000	1220	290	95	4.21	3.05	0.78
	9	2.5	46.5	0.78	0.54	112000	112000	1080	310	95	3.49	3.26	0.77
	10	2.4	46.0	0.74	0.52	97000	94000	890	285	90	3.12	3.17	0.71
E	M	2.0	48.0	0.75	0.51	93000	94000	910	275	90	3.30	3.00	0.74
	1	1.8	49.5	0.72	0.48	85000	82000	910	260	95	3.50	2.74	0.82
	2	1.8	52.0	0.74	0.49	79000	81000	710	255	90	2.79	2.84	0.75
	3	1.9	48.0	0.73	0.50	83000	74000	785	270	90	2.91	3.00	0.73
	4	1.9	50.0	0.76	0.51	87000	87000	865	270	90	3.20	3.00	0.76
	5	1.9	41.5	0.78	0.55	102000	95000	885	265	95	3.34	2.79	0.72
	6	2.0	41.5	0.73	0.52	110000	104000	960	270	90	3.55	3.00	0.82
	7	1.8	44.5	0.69	0.48	73000	83000	650	255	90	2.55	2.84	0.73
	8	2.3	41.5	0.75	0.53	109000	99000	1035	275	85	3.77	3.24	0.73
	9	2.4	41.5	0.76	0.54	123000	119000	1290	315	95	4.10	3.32	0.74
D	10	2.3	41.5	0.72	0.51	99000	94000	910	285	85	3.19	3.35	0.68
	M	2.0	45.0	0.74	0.51	95000	92000	900	270	90	3.30	3.00	0.75
	1	1.7	49.0	0.73	0.49	80000	88000	980	270	90	3.63	3.00	0.68
	2	2.0	48.0	0.74	0.50	83000	76000	870	240	95	3.63	2.53	0.65
	3	2.1	46.5	0.70	0.48	78000	98000	790	280	90	2.82	3.11	0.74
	4	1.6	46.5	0.72	0.48	73000	96000	775	280	90	2.77	3.11	0.73
	5	2.0	44.0	0.77	0.54	103000	85000	885	275	95	3.22	2.90	0.72
	6	1.9	47.0	0.74	0.50	100000	100000	1120	295	95	3.80	3.10	0.75
	7	1.9	49.5	0.73	0.49	73000	72000	650	250	95	2.60	2.63	0.73
	8	2.0	49.0	0.74	0.50	118000	115000	1410	295	105	4.78	2.81	0.82
	9	2.7	43.5	0.77	0.54	101000	115000	865	305	100	2.84	3.05	0.79
	10	2.5	46.0	0.74	0.54	95000	101000	870	300	95	2.90	3.16	0.73
	M	2.0	47.0	0.74	0.51	90000	95000	920	280	95	3.30	2.95	0.73
											3.303.000.74		

Mark of beam b · h · l (span) cm

O 6 5 100

E 3 3 45

D 3 4 40

さらに、破壊条件と適用式を示すと次のようになる。

試験体	σ_{bK} () 式	σ_{bs} () 式
O	(51.9)	(51.10)
E	"	"
D-3, D-4, D-7, D-9	(51.9)	"
D の残り全部	"	(53.10)

Table 6. Strength of the wood beams of Buna and comparison of measured and computed bending strength.

Beam		Depth by span ratio			Modulus of rupture in bending			$\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{be}}$	$\frac{\sigma_{bs}}{\sigma_{be}}$
		$\frac{h}{l}$	$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_1}$	$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_2}$	Tested	Calculated			
Mark	No.				σ_{be} kg/cm ²	σ_{bK} kg/cm ²	σ_{bs} kg/cm ²		
O	1	0.050	0.140	0.088	555	565	595	1.02	1.07
	2	0.050	0.170	0.096	600	510	550	0.85	0.92
	3	0.050	0.171	0.104	640	530	565	0.83	0.88
	4	0.050	0.163	0.102	550	530	565	0.96	1.03
	5	0.050	0.159	0.093	715	560	595	0.78	0.83
	6	0.050	0.134	0.088	605	600	635	0.99	1.05
	7	0.051	0.201	0.120	560	480	520	0.86	0.93
	8	0.050	0.113	0.074	720	645	675	0.90	0.94
	9	0.050	0.130	0.084	765	655	690	0.86	0.90
	10	0.050	0.151	0.087	670	580	620	0.87	0.93
	M	0.050	0.150	0.091	640	570	605	0.89	0.95
E	1	0.065	0.154	0.109	575	550	575	0.96	1.00
	2	0.067	0.191	0.119	560	495	535	0.88	0.96
	3	0.067	0.173	0.104	560	535	575	0.96	1.03
	4	0.067	0.155	0.098	605	550	590	0.91	0.98
	5	0.066	0.159	0.093	570	550	590	0.97	1.04
	6	0.065	0.138	0.098	630	570	600	0.91	0.95
	7	0.067	0.212	0.127	535	505	520	0.94	0.97
	8	0.067	0.120	0.071	675	595	630	0.88	0.93
	9	0.066	0.107	0.066	745	700	735	0.94	0.99
	10	0.067	0.139	0.076	695	580	630	0.84	0.91
	M	0.066	0.150	0.093	615	560	595	0.92	0.98
D	1	0.100	0.135	0.073	620	575	600	0.93	0.97
	2	0.100	0.160	0.081	575	510	545	0.89	0.95
	3	0.099	0.173	0.106	655	545	590	0.83	0.90
	4	0.099	0.176	0.105	645	540	585	0.84	0.91
	5	0.099	0.159	0.094	670	565	600	0.84	0.90
	6	0.100	0.114	0.077	660	640	660	0.97	1.00
	7	0.099	0.224	0.134	550	470	510	0.86	0.93
	8	0.099	0.107	0.076	695	680	685	0.98	0.99
	9	0.099	0.175	0.118	685	600	635	0.88	0.93
	10	0.100	0.164	0.099	640	590	635	0.92	0.99
	M	0.099	0.153	0.091	640	580	600	0.89	0.95
								0.91	0.94
								0.90	0.96

Moisture condition: Green. Type of loading: Center, end support.

σ_{be} : determined by test. σ_{bK} : Computed from Kon's equation (51.9).

σ_{bs} : Computed from Sawada's equation (51.10) or (53.10).

6.2 圧縮側のみに塑性域を有するとみられる場合 ($1 > K_0 > 0.8$ — $K_0 \doteq 1.0$)

62.1 エゾマツ材 (A)

北海道野幌国有林産のもので、採集後実験室内に放置乾燥、満3カ年以上経過している気乾材である。曲げ試験の木取、方法等はすべて、前二者（ミズナラ、ブナ）と全く同様である。

その独立強度の関係は Table 7 に示したが、平均年輪巾は約 2.8 mm でややエゾマツとしては広い方であり、比重もやや低い。ヤング率では引張と圧縮でほとんど一致しており、 K_0 の値でも平均 0.84 を示し、ヤング率の条件とともに考慮すれば 1.0 とみてもほとんど問題がないと思われる。ただ、一般にこの種の針葉樹材では、圧縮の $\sigma-\varepsilon$ 曲線が前述 1.1 の A 型に属し、最大荷重をすぎてからその荷重負担力は急激に減少する傾向があり、そのための誤差は免れえない。

Table 7. Strength properties obtained from the wood beam of Yezo-matsu
(Tension, compression and shear)

Mark	Beam No.	Width of annual rings b mm	Moisture content u %	Specific gravity		Modulus of elasticity		Strength			$\frac{\sigma_t}{\sigma_c}$ r	$\frac{\sigma_c}{\tau}$ q	$\frac{E't}{Et}$ K_0
				at test Ru g/cm ³	oven dry R_0 g/cm ³	Tension Et	Compression Ec	Tension σ_t	Compression σ_c	Shear τ			
O	1	3.2	15.0	0.39	0.34	98000	107000	990	320	95	3.10	3.37	0.86
	2	3.5	15.1	0.42	0.35	76000	86000	745	335	100	2.22	3.35	0.87
	3	2.1	15.0	0.42	0.37	117000	99000	1120	335	100	3.35	3.35	0.86
	4	2.6	15.0	0.41	0.35	131000	122000	1145	345	100	3.32	3.45	0.77
	5	2.8	15.0	0.42	0.36	127000	127000	1220	355	100	3.44	3.55	0.93
	M	2.8	15.0	0.42	0.35	110000	108000	1045	340	100	3.10	3.40	0.84
E	1	3.1	14.0	0.40	0.35	98000	104000	990	350	100	2.83	3.50	0.86
	2	3.6	14.0	0.46	0.33	76000	84000	745	370	95	2.01	3.90	0.78
	3	2.2	15.0	0.42	0.37	115000	100000	1070	350	100	3.06	3.50	0.85
	4	2.3	15.0	0.41	0.36	131000	125000	1145	345	95	3.32	3.63	0.77
	5	2.1	15.0	0.42	0.36	127000	131000	1220	370	105	3.30	3.52	0.93
	M	2.7	14.5	0.42	0.35	109000	109000	1035	355	100	2.90	3.60	0.84
D	1	2.8	15.0	0.41	0.34	98000	103000	990	320	90	3.10	3.56	0.86
	3	2.3	15.0	0.41	0.36	118000	113000	1170	340	100	3.34	3.40	0.87
	4	2.4	15.0	0.40	0.35	131000	115000	1145	340	100	3.37	3.40	0.77
	5	2.2	15.0	0.42	0.36	127000	123000	1220	355	100	3.44	3.55	0.93
	M	2.4	15.0	0.41	0.35	119000	114000	1130	340	95	3.30	3.50	0.86
F	1	3.2	15.4	0.38	0.33	98000	101000	990	295	90	3.36	3.28	0.86
	2	3.5	15.7	0.41	0.36	76000	90000	745	325	100	2.29	3.25	0.75
	3	1.9	14.1	0.41	0.36	115000	99000	1070	315	100	3.40	3.15	0.85
	4	2.9	15.4	0.39	0.33	131000	121000	1145	335	105	3.42	3.19	0.77
	M	2.9	15.0	0.40	0.35	105000	103000	990	320	100	3.10	3.20	0.82
											3.10 3.40 0.84		

Mark of beam $b \cdot h \cdot l$ (span) cm

O	6	5	100
E	3	3	45
D	3	4	28
F	3	5	20

Table 8. Strength of wood beams of Yezo-matsu and comparison of measured and computed bending strength.

Beam		Depth by span ratio			Modulus of rupture in bending			$\frac{\sigma_{bK1}}{\sigma_{be}}$	$\frac{\sigma_{bKM}}{\sigma_{be}}$
Mark	No.	$(\frac{h}{l})$	$(\frac{h}{l})_{p1}$	$(\frac{h}{l})_e$	Tested	Calculated			
					$\frac{\sigma_{be}}{\text{kg/cm}^2}$	$\frac{\sigma_{bK1}}{\text{kg/cm}^2}$	$\frac{\sigma_{bKM}}{\text{kg/cm}^2}$		
O	1	0.045	0.143	0.594	605	650	650	1.07	1.07
	2	0.049	0.211	0.597	575	590	680	1.03	1.18
	3	0.050	0.132	0.597	600	695	680	1.16	1.13
	4	0.049	0.129	0.580	640	695	700	1.09	1.09
	5	0.049	0.121	0.564	655	745	720	1.14	1.10
	M	0.048	0.147	0.586	615	675	690	1.10	1.11
E								1.10	1.12
	1	0.067	0.153	0.572	625	685	690	1.10	1.10
	2	0.065	0.204	0.513	575	620	730	1.08	1.27
	3	0.064	0.140	0.572	610	705	690	1.16	1.13
	4	0.063	0.123	0.551	640	715	680	1.12	1.06
	5	0.063	0.128	0.569	715	765	730	1.07	1.02
D								1.11	1.12
	M	0.063	0.150	0.555	635	700	720	1.10	1.13
	1	0.083	0.135	0.562	620	650	660	1.05	1.06
	3	0.137	0.126	0.589	615	695	695	1.13	1.13
	4	0.132	0.129	0.589	680	705	695	1.04	1.02
	5	0.133	0.121	0.564	705	725	725	1.03	1.03
F								1.06	1.06
	M	0.134	0.125	0.581	665	710	700	1.17	1.05
	1	0.224	0.134	0.610	545	510	500	0.94	0.92
	2	0.249	0.210	0.615	560	540	550	0.96	0.98
	3	0.248	0.138	0.635	495	530	530	1.07	1.07
	4	0.247	0.135	0.627	505	560	565	1.11	1.12
F								1.02	1.02
	M	0.247	0.154	0.612	525	535	525	1.02	1.00
								1.075	1.082

Moisture condition: Air dry. Type of loading: center, end support. σ_{be} : determined by test.
 σ_{bK1} : Computed from Kon's equation (51.9). σ_{bKM} : " (according to mean value of r).

62.2 エゾマツ材 (B)

北海道大夕張国有林産のもので、充分室内乾燥したものである。この材の独立強度は、Table 9 に示したが、比較のため、C, D, E および F で示した北海道苫小牧国有林産のものもかかげた。B の場合では $r \approx 3.10$; $q \approx 5.00$ とみられ、他の 4 つのものでは $r \approx 3.5$ (気乾材), $r = 5.67$ (多湿材); $q \approx 4.0$ 程度とみられるから r の値, q の値について、材の乾燥程度および比重等による変異は実験的にたしかめられる必要がある。

B 材を用いて行つた曲げ試験の条件は、

荷重条件: 中央集中荷重 試片寸法: 巾 = 2 cm, ハリタケ = 2 cm, スパン = 24 cm

荷重面: 柃目面

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{12} \approx 0.0833 \quad \frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_{p1}$$

ゆえに、この破壊は、引張 (塑性域) 破損を原因として起る。

曲げ破壊係数算出式: σ_{bK} (51.9)

Table 9. Strength properties of Yezo-matsu (B) and comparison of B and C, D, E, F.

Group		B (Matched specimen for bending test)			C (clear, air dry)		D (clear, air dry)		E (clear, air dry)		F (clear, moisture)	
Properties	Mark	Tension	Compression	shear	Tension	Compression	Tension	Compression	Tension	Compression	Tension	Compression
Width of annual rings	<i>b</i> mm	2.2	2.1	2.1	1.7	1.5	1.3	1.3	1.3	1.2	1.7	1.5
Summer wood	<i>S</i> %	14.5	12.0	15.5	11.5	13.0	12.0	12.0	12.0	12.0	12.0	12.0
Moisture content	<i>u</i> %	11.0	12.0	11.5	17.0	16.5	14.5	14.5	17.0	17.0	27.0	28.0
Specific gravity	<i>Ru</i> g/cm ³	0.43	0.43	0.42	0.43	0.43	0.41	0.42	0.41	0.43	0.44	0.45
Specific gravity, oven dry	<i>R₀</i> g/cm ³	0.39	0.39	0.39	0.36	0.37	0.36	0.37	0.35	0.37	0.34	0.35
Young's modulus	<i>E</i> kg/cm ²	—	—	—	145000	134000	144000	135000	122000	123000	121000	125000
Strength	σ kg/cm ²	1315	425	85	1480	390	1375	395	1235	350	1340	235
Strain at max load	δ cm/cm	—	—	—	0.0110	0.0033	0.0101	0.0032	0.0103	0.0031	0.0132	0.0024
σ/δ	<i>E'</i> kg/cm ²	—	—	—	135000	118000	136000	124000	120000	113000	102000	100000
<i>E'/E</i>	<i>K₀</i>	—	—	—	0.93	0.82	0.94	0.92	0.98	0.92	0.84	0.80
Völligkeitsgrad	<i>V</i>	—	—	—	0.53	0.57	0.53	0.55	0.54	0.54	0.54	0.57
σ_t/σ_c	<i>r</i>	3.10			3.80		3.48		3.53		567	
σ_c/τ	<i>q</i>	5.00			—		—		—		—	
δ_t/δ_c	<i>m</i>	—			3.35		3.20		3.35		560	
Specimens		5	5	20	39	38	35	35	50	30	39	38
Remarks				Radial face								

計算値と実験値との比較は Table 10 に示したが、その結果からきわめてよく一致していることが分る。なお、この材の秋材率は、著者がこれまでのかなり多くのエゾマツでしらべたものにくらべて、その年輪巾の割に大きいことが注目され、したがって比重 (R_0) もやや大きいようである。

Table 10. Strength of the wood beams of Yezo-matsu (B) and comparison of measured and computed bending strength.

Beam No.	Width of annual rings	Summer wood	Moisture content	Specific gravity		Compressive strength	Modulus of rupture		
				at test	oven dry		Tested	Calculated	$\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{be}}$
				R_u g/cm ³	R_0 g/cm ³		σ_c kg/cm ²	σ_{be} kg/cm ²	$\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{be}}$ kg/cm ²
1	1.8	13.0	13.0	0.43	0.38	405	870	820	0.94
2	1.7	10.5	13.0	0.43	0.38	415	855	840	0.98
3	2.2	7.5	13.0	0.39	0.35	395	765	800	1.05
4	2.1	6.5	13.0	0.41	0.37	420	825	850	1.03
5	2.5	14.0	13.0	0.40	0.36	400	770	810	1.05
6	2.2	15.0	13.0	0.41	0.37	395	840	800	0.95
7	3.0	12.5	13.0	0.40	0.36	400	815	810	0.99
8	2.5	14.0	13.0	0.39	0.35	385	750	780	1.04
9	1.6	14.0	13.0	0.42	0.38	400	845	810	0.96
10	1.8	21.0	13.0	0.43	0.38	415	860	840	0.98
11	2.3	12.0	13.0	0.42	0.38	410	820	830	1.01
12	1.8	17.0	13.0	0.42	0.38	415	835	840	1.01
13	2.2	15.0	13.0	0.41	0.37	415	810	840	1.04
14	1.5	17.0	13.0	0.44	0.39	435	880	880	1.00
15	2.9	17.0	13.0	0.42	0.38	405	800	820	1.03
16	1.9	11.0	13.0	0.40	0.36	400	775	810	1.05
17	2.3	15.0	13.0	0.41	0.37	410	820	830	1.01
18	1.8	22.0	13.0	0.50	0.44	470	935	950	1.02
19	1.9	13.5	13.0	0.42	0.38	415	840	840	1.00
M	2.1	14.0	13.0	0.42	0.38	410	830	830	1.00

Moisture condition: Air dry. Type of loading: Center, end support. $h/l = \frac{1}{12} \doteq 0.0833$.

cross section: 2×2 cm². Direction of loading: Tangential. σ_{be} : determined by test.
 σ_{bK} : Computed from Kon's equation (51.9).

62.3 トドマツ材

北海道野幌国有林産のもので、61.1 のトドマツあて材と同様の木取および試験方法を用いた。

この材の水分状態は生材状態のものを密閉高湿容気中に保存しておいたため、試験時においては、30%前後の含水率を示していた。

独立強度については、Table 11 に示したとおりで、年輪巾はかなり広い方であり、したがって比重も普通のトドマツの平均よりはやや下位とみられる。このような水分状態でも $K_0 \doteq 0.85$ もあり、かつ、圧縮破壊応力に達してからの変形進行および応力低下がはやいために、全体としてみると、やや理論値は過大にでる傾向がみとめられる。この材の曲げ試験条件は次のとおりである。

荷重方式: 中央集中荷重 $\frac{h}{l} : \frac{1}{12} \doteq 0.0833$ 横断面の寸法: 3×3 cm² 荷重面: 柃目面

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} < \frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_e$$

ゆえに、塑性域剪断破壊が、この場合の曲げ破壊条件となり、適用式は、 σ_{bK} (53.9) である。

計算値と実験値との比較は Table 12 に示したがよく一致している。

これらから、針葉樹材は、その含水率の大小を問わず、大体において今博士の理論が適用されるものと

Table 11. Strength properties of Todo-matsu.

	Kind of Test		Tension (// to G)		Compression M	(// to G) ±△	Shear M	(// to G) ±△	Tension	Compression
	Kind of property	Mark & Unit	Average value M	Standard deviation ±△					Compression M	Shear M
1	Width of annual rings	<i>b</i> mm	3.8	1.3	4.8	0.8	3.3	1.4	0.79	1.45
2	Summer wood	<i>S</i> %	20	5	17	3	17	5	1.18	1.00
3	Moisture content	<i>u</i> %	26.5	1.1	31.5	2.4	28.0	0.3	0.84	1.12
4	Specific gravity {	at test <i>Ru</i> g/cm³	0.39	0.02	0.43	0.02	0.42	0.03	0.91	1.02
5		oven dry <i>R</i> ₀ g/cm³	0.31	0.02	0.33	0.01	0.33	0.02	0.94	1.00
6	Modulus of elasticity	<i>E</i> kg/cm²	110000	13000	106000	5000	—	—	1.04	—
7	Strength	<i>σ</i> kg/cm²	1160	135	205	8	55	5	5.66	3.73
8	Strain at Max. load	<i>δ</i> cm/cm	0.0118	0.0016	0.0022	0.0002	—	—	5.36	—
9	<i>σ</i> / <i>δ</i>	<i>E'</i> kg/cm²	98000		93000		—		1.05	—
10	<i>E'</i> / <i>E</i>	<i>K</i> ₀	0.85		0.88		—		0.97	—
11	Völligkeitsgrad	<i>V</i>	0.54		0.58		—		1.02	—
12	Specimens	<i>n</i>	50		50		45		—	—
13	Remarks		radial face							

Moisture condition: High moisture.

Table 12. Strength of the wood beams of Todo-matsu and comparison of measured and computed bending strength.

Beam No.	Width of annual rings <i>b</i> mm	Summer wood <i>S</i> %	Moisture content <i>u</i> %	Specific gravity		Compressive strength σ_c kg/cm ²	Modulus of rupture		$\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{bc}}$
				at test	oven dry		Tested	Calculated	
				<i>Ru</i> g/cm ³	<i>R₀</i> g/cm ³		σ_{bc} kg/cm ²	$\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{bc}}$ kg/cm ²	
1	7.6	10	27.0	0.41	0.32	180	410	410	1.00
2	6.1	15	26.5	0.44	0.35	215	475	490	1.03
3	6.9	13	27.0	0.43	0.34	205	455	470	1.03
4	6.6	13	26.5	0.43	0.34	215	470	490	1.04
5	4.7	12	26.5	0.40	0.32	195	400	445	1.11
6	5.9	16	26.5	0.41	0.32	200	415	460	1.11
7	5.3	11	26.0	0.46	0.36	200	445	460	1.03
8	5.1	17	26.5	0.44	0.35	210	455	480	1.05
9	5.6	18	26.0	0.42	0.34	205	460	470	1.02
10	5.3	13	26.5	0.41	0.33	205	480	470	0.98
11	5.5	16	26.5	0.42	0.33	210	465	480	1.03
12	5.0	19	26.5	0.42	0.33	200	465	460	0.99
13	4.7	17	26.5	0.41	0.32	200	445	460	1.03
14	5.0	13	26.5	0.39	0.31	200	450	460	1.02
15	4.9	20	26.5	0.41	0.32	205	445	470	1.06
16	2.4	20	26.5	0.40	0.32	200	430	460	1.07
17	2.3	12	26.5	0.41	0.33	200	450	460	1.02
18	2.2	13	26.0	0.41	0.32	195	445	445	1.00
19	2.0	11	25.0	0.37	0.30	185	425	425	1.12
20	2.9	13	26.0	0.40	0.32	205	470	470	1.08
M	4.8	15	26.5	0.41	0.33	200	445	460	1.04
									1.03

$$\frac{h}{l} = 0.083, \quad \left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} = 0.067, \quad \left(\frac{h}{l}\right)_e = 0.536, \quad \sigma_{bK} = \frac{3}{1 + \left(\frac{h}{l}\right)q} \cdot \sigma_c \doteq 2.29\sigma_c$$

Moisture condi: moist. Type of loading: Center, end support. σ_{bc} : Determined by test.

σ_{bK} : Computed from Kon's equation (53.9). Cross section: 3×3 cm², Span: 36 cm.

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{12} \doteq 0.0833$$

推察される。ただし、現実には、かなり、あて材の侵入も考えられるからその程度によつては著者の式も考慮される余地はあろう。

62.4 スプルース材 (Sitka spruce)

これは、アメリカ林産研究所の報告²⁾で、C. B. Norris と S. C. Bechtel の行つた実験結果から、その独立強度によつて破壊条件を (h/l に関して) もとめ、これによつて曲げ破壊係数を算出したものである。この報告の中には材の条件が気乾材であることおよび人工乾燥をほどにしたものであることのはかはほとんどふれられていないので残念であるが、一応、林産研究所報告¹¹⁾の強度一覧表より推定するより致し方がない (トンガス国有林産——アラスカ)。両氏は、その報告で、これまで著者がのべたのと異なつた考え方、すなわち、引張応力と剪断応力の合応力による破壊を論じて、理論式をみちびいている。これに関する批判は後にゆずることとし、ここでは、単にその理論による計算値と、今理論による計算値との比較を示すにとどめておく。独立強度については、Table 13 に示したが、これによつて、曲げ破壊条件をたしかめると次のようになる。

σ_{bK} (51.10)
塑性域引張破損

σ_{bK} (54.5)
塑性域剪断破損

Beam No. 1, 2, 5, 6, 9 3, 4, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14

Table 13. Strength of Sitka spruce beams and comparison of measured and computed bending strength²⁾. (Experimental data by S. C. Betchel & C. B. Norris.)

Beam No.	Tensile strength	Compressive strength	Shearing strength	$\frac{\sigma_t}{\sigma_c}$ $\frac{\sigma_c}{\tau}$		Type of loading	Depth by span ratio			Modulus of rupture			$\frac{\sigma_{bN}}{\sigma_{be}}$ $\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{be}}$	
				$\frac{h}{l}$	$(\frac{h}{l})_{p1}$		$(\frac{h}{l})_e$	Tested σ_{be} p.s.i.	Calculated					
	σ_t p.s.i.	σ_c p.s.i.	τ p.s.i.	r	q					σ_{bN} p.s.i.	σ_{bK} p.s.i.			
1	18760	5315	1310	3.53	4.06	Center	0.071	0.103	0.493	10060	11250	11250	1.12	1.12
2	15100	5115	1250	2.95	4.09	"	0.100	0.125	0.489	8760	10160	10170	1.16	1.16
3	17590	5835	1380	3.02	4.23	"	0.125	0.117	0.473	9900	11250	11450	1.13	1.16
4	17700	5300	1256	3.34	4.22	"	0.143	0.105	0.474	9360	9800	9920	1.05	1.06
	17290	5390	1300	3.21	4.15								1.11	1.12
5	17675	6020	1322	2.94	4.55	Two-point	0.143	0.225	0.879	11090	11940	11945	1.08	1.08
6	16310	5640	1305	2.89	4.32	"	0.200	0.242	0.926	10515	11300	11120	1.07	1.06
7	17980	5750	1380	3.13	4.17	"	0.250	0.229	0.959	10790	10800	11340	1.00	1.05
8	17580	5760	1329	3.05	4.33	"	0.286	0.227	0.924	10500	10550	10675	1.01	1.02
9	14350	5237	807	2.74	6.50	"	0.143	0.171	0.615	9120	10100	10105	1.11	1.11
10	13942	5046	918	2.76	5.50	"	0.214	0.200	0.727	9170	9350	9535	1.02	1.04
11	14740	4740	817	3.11	5.80	"	0.320	0.166	0.690	7400	7450	7370	1.01	1.00
12	13970	4770	861	2.89	5.54	"	0.400	0.185	0.722	6750	6820	6780	1.01	1.00
13	17850	5325	1059	3.35	5.02	"	0.267	0.176	0.797	9240	9500	9575	1.03	1.04
14	15940	5170	1146	3.08	4.51	"	0.267	0.215	0.887	9780	9620	9680	0.98	0.99
	16035	5345	1095	3.00	5.02								1.03	1.04
	16390	5360	1155	3.05	4.77								1.05	1.06

 σ_{be} : Determined by test. σ_{bK} : computed from Kon's equation (51.10) or (54.5). σ_{bN} : Computed from S. C. Betchel & C. B. Norris's equation (10).

Moisture condition: Air dry.

Table 14. Comparison of measured and computed bending strength of wood beams of rectangular cross section as affected by span-depth ratio.

Wood species	Width of annual rings	Summer wood	Moisture content	Specific gravity		$\frac{\sigma_t}{\sigma_c}$	$\frac{\sigma_c}{\tau}$	$\frac{E'}{E}$	$\frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{be}}$	$\frac{\sigma_{bs}}{\sigma_{be}}$	Specimens (Beam)
				at test	oven dry						
	b mm	S %	u %	R_u g/cm ³	R_0 g/cm ³	r	q	K_0			
Yezo-matsu (<i>Picea jezoensis</i> CARR.)	2.8	12	15.0	0.41	0.35	3.10	3.40	0.84	1.08	—	18
do	2.1	14	11.5	0.43	0.39	3.10	5.00	—	1.01	—	19
Todo-matsu (<i>Abies meyriana</i> M. etk)	4.8	15	26.5	0.41	0.33	5.66	3.73	0.85	1.03	—	20
do [Compression wood]	3.4	57	24.0	0.68	0.54	2.57	3.89	0.51	0.91	0.99	10
Mizu-nara (<i>Quercus crispula</i> B.)	2.3	—	51.0	0.93	0.62	3.70	2.65	0.67	0.91	0.97	15
Buna (<i>Fagus crenata</i> B.)	2.0	—	46.5	0.74	0.51	3.30	3.00	0.74	0.90	0.96	30
Spruce*						3.05	4.77	—	1.06	—	14

* From the experiments by S. C. Bechtel & C. B. Norris (2)

その結果は、表に示すとおりで、実験値とよく一致し、かつ、Bechlel & Norris の計算値ともほとんど一致している。

以上の曲げ破壊係数に関する計算値と実験値の比較を総括すると Table 14 のようになり、本報告の理論的な取扱いが、ほぼ妥当なものと考えられる。

7. 考 察

7.1 木材梁の曲げ破壊条件の決定

これまでのべたことから、理論的に矩形断面木材梁の曲げ破壊条件を決めようとするれば、次のことがらを的確に判断しなければならない。

71.1 独立強度値

いま、梁として用いようとする木材について、その独立強度値をいかに判断したらよいか第一の問題である。これが、事前に明らかであれば、大体、大きな誤りなく曲げ破壊の条件は定まるわけである。そこで、 r 、 q および σ_c が分ればよい訳だが、 σ_c については、その都度試験をして判断しようとしても、 r および q は簡単には知ることができない。これらのかなり安定した数値を得ようと思えば、相当多くの実験資料を必要とするであろう。

すなわち、材の基本的な材質とみられる年輪巾その他で、充分妥当な分類がなされ、さらに、水分状態による変動も当然考慮して、少なくとも、生材に近いものと、気乾材のものとの明らかな区別が必要である。したがって著者は、これらの数値をいかに評価すべきかに今後大きな力をさかなければならないと痛感している。また、この場合、 q を得るために、求められる剪断強度 τ の測定であるが、現在のところ充分満足すべき値とは考えられないものの、2 cm システムによる値が実用上はゆるされる程度のものと考えられる。

71.2 実験条件としての荷重点および支点の問題

通常行われている両端支持自由の中央集中荷重で、とくに、材がやわらかいほど、荷重点、支点にツブレが生じ、そのためにはなほだしく実験条件を変化せしめる場合がある。

今後、この種の曲げ試験においては、部分圧縮変形条件を充分考慮して荷重方法を決めなければならないと思う。この点はこれからの重要な問題点の一つといえるであろう。

71.3 h/l について

必ずしも木材梁の強さが h/l に関して一様変化をするのではなく、 $h/l < (h/l)_{p2}$ or $(h/l)_{p1}$ であれば、その破壊が塑性域引張破損によるため、曲げ破壊係数は一定となり、このことは、もし、材に致命的な欠点があれば、ハリタケ自体の大小にはさして影響がないものと考えられる。これは、前述の実験においても、2 cm より 5 cm のハリタケについて、条件差があらわれていないことからの判断である。

71.4 材の欠点、とくに目切れについて

まだ、材の欠点影響を論ずる資料を持たないので現在のところ不明である。ただ、目切れについては、直ちに、木材本来の直交異方性条件に支配されるという、相当に複雑、かつ重要な問題が起つてくる。木材梁の理論は、實際上、多く、この問題の解決によつて発展していく必然性があるものと考えられるから、この点も、今後の重要な研究課題の一つであろう。

7.2 曲げ破壊係数

木材の曲げ破壊係数が、 h/l によつて異なる以上、破壊条件を考慮しないで、単に曲げ破壊係数のみを表現することは妥当性を欠く。したがつて、塑性域引張破損が原因でもとめられた曲げ破壊係数を、とくに、「最大曲げ破壊係数」とでも呼ぶ方がよいのではないかと思う。いずれにしても、他の剪断による破壊係数と明らかに区別する必要がある。

7.3 S. C. Bechtel & C. B. Norris の理論について

この理論の詳細については、原論文²⁾を参照されたいが、要するに、その理論計算は次式によつて行われる。

$$\left[\frac{4-n}{t_s n} - \frac{8}{t_s n^2} y \right]^2 + \left[\frac{24}{q_s n^2} - \left(y - \frac{2}{n} y^2 \right) \right]^2 = \phi = 1 \quad \dots\dots\dots (a)$$

ここに

$$y = \frac{\text{引張外皮より任意の距離}}{\text{梁タケ}}, \quad n = 3 - m, \quad m = \frac{3(q_s - 1)}{q_s}, \quad q_s = \frac{\text{剪断強度}}{\text{梁断面の平均剪断応力}},$$

$$t_s = \frac{\text{引張強度}}{\text{圧縮強度}}, \quad (\text{この報告の } r \text{ にあたる。})$$

これらの関係から y の各種の値について (a) 式の $\phi = 1$ を満足すべき n をもとめるのである (方法は a trial and error process)。

かくして、適当な n の値がきまれば、同時に y の値もきまり、これがこの梁の破損断面位置を示すこととなる。したがつて、 y から、この材の破損原因を判断することができるわけである。なお、この場合 h/l は q_s の分母となつている梁断面の平均剪断応力と関係するが直接 h/l による破壊条件はもとめられていない。

したがつて、この理論式では、破壊条件の定め方が明らかでないことと、(a) 式の n の値をもとめる方法が、かなり複雑であることに於いて、今理論に及ばないものと思う。

む す び

木材の矩形断面梁においては、その横断面内垂直応力分布曲線を、単純縦引張および圧縮試験の結果から推定することができる。さらに、この条件から、塑性域剪断応力分布ももとめられる。このようにして、それぞれのスパンーハリタケ比に応ずる破壊条件および曲げ破壊係数の理論式をみちびき、その妥当性を実験的にたしかめた。なお、著者の用いた梁断面内の塑性域応力分布の基礎条件は、その引張側にも塑性変形域を考えた点で、今博士の条件よりも一般化されたものである。この場合の極限条件は材の破壊限度引張歪によつてあたえられる。

著者の行つた実験は、すべて、両端支持自由の中央集中荷重によつた。供試片のハリタケは 2 cm～5 cm の範囲であつたが、この寸度変化による影響はみとめられなかつた。

アメリカ林産研究所において S. C. Bechtel および C. B. Norris 両氏の行つた実験は二点荷重方式のものであるが、その独立強度値と h/l とを用いて算出された曲げ破壊係数は、両氏の得た実験値および計算値とよく一致している。

文 献

- 1) 今 俊三: 木材の曲げ破損法則に就て, 日本土木学会論文集 第5号, 昭 25 (1950).
- 2) S. C. Bechtel & C. B. Norris: Strength of wood beams of rectangular cross section as affected by span-depth ratio. F. P. L. of U. S. A. No. R 1910 (1952).
- 3) C. B. Norris: Strength of orthotropic materials subjected to combined stresses. F. P. L. of U. S. A. No. R 1816 (1950).
- 4) 森 徹, 浅野猪久夫: 異強度材の組合せによる膠着合成梁の研究 (第1報), (1950).
- 5) F. Kollmann: Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe (1951).
- 6) 沢田 稔: トドマツあて材の剪断及び硬度試験, 日林誌 38 卷 11 号, 昭 26 (1951).
- 7) 山名正夫: 木製桁の強度計算図表, 日本航空学会誌 2 卷 4 号, 昭 29 (1954).
- 8) A. Nádai: Plasticity (1931).
- 9) 沢田 稔: 木材の繊維方向における変形, 木材工業 6 卷 12 号, 昭 26 (1951).
- 10) A. G. H. Dietz: Stress-strain relations in timber beams of Douglas fir. ASTM Bull. No. 118 (1942).
- 11) L. J. Markwardt & T. R. C. Wilson: Strength and related properties of woods grown in United States. Dept. Agr. Tech. Bull. 479 (1935).
- 12) T. R. C. Wilson: Strength-moisture relations for wood. Dept. Agr. Tech. Bull. 282 (1932).
- 13) M. Y. Pillow & R. F. Luxford: Structure, occurrence, and properties of compression wood. Dept. Agr. Tech. Bull. 546 (1937).
- 14) 沢田 稔: エゾマツ材の圧縮変形に関する研究 (第1報), 北海道林業試験集報 第66号, 昭 24 (1949).

Minoru SAWADA: Studies on the Mechanics of Wood Beams (Report 1.)
Strength and its affecting factor of wood beams of rectangular cross section

Résumé

The purpose of this report is to validate the theoretical equations derived as shown in Appendix I.

From these equations we obtain the limiting condition of failure and the strength in bending of wood beams of rectangular cross section under varying depth-span ratios.

The bending strength is affected by the conditions of loading and depth-span ratio of a wood beam.

In 1950, Dr. Kon¹⁾ introduced the '*laws of flexural rupture of wood.*' The equations he developed are based on the distribution of longitudinal and shear stresses in the beam as shown in figure 4—(b), and covering the relations between bending failure coefficient and its affecting factor, that is, load and span-depth ratio. The strength values of wood beams of rectangular cross section computed from his equations agree reasonably well in clear soft wood with the values determined by test (as shown in **Table 8, 10, 12 and 13**).

In general, however, the type of distribution of longitudinal stresses in the beam are obtained as shown in figure 4—(c) (figure 2—B, 3).

The Derivation of the theoretical equations in Appendix I is based on the simplified longitudinal stress distribution as shown in figure 4—(c). The function K is obtained from stress-strain curve in tensile test as shown in figure 3. The minimum value of K is equal to K_0 ($K_0 = \varepsilon_{t0}/\varepsilon_{tm}$ in figure 3).

When K_0 is equal to 1, the author's equations agree with Dr. Kon's equations. In the case of $K_0 \leq 0.8$, the author's equations agree better than Dr. Kon's equations (**Table 2, 4 and 6**). We thus obtain the type A of stress-strain curve as shown in figure 2, in the various clear soft woods, and the type B, generally, in compression wood and various hard woods (high moisture content).

In figure 4—(c), the bending moment M and the maximum shear stress in the beam are computed from the following equations:

$$M = \left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K^2}{\{2r - (r-1)K\}^2} \right] W \cdot \sigma_c \dots\dots\dots (2.8)$$

$$\tau_{max} = \frac{3Q}{2b(\mu_2 - \mu_1)} = \frac{3Q(r+1)}{4bh\sqrt{3r - (r+1)} \frac{M}{W \cdot \sigma_c}} \dots\dots\dots (3.11)$$

$$\eta_0 = \frac{h}{r+1} \dots\dots\dots (3.14)$$

where

M = the bending moment

$$r = \sigma_t / \sigma_c$$

σ_t = the tensile strength

σ_c = the compressive strength

$W = bh^3/6$ the moment of an area

b = width of beam

h = depth of beam

Q = the shear force

μ_1 and μ_2 = the location at which the proportional limit in tension and compression is reached (figure 4—c).

η_0 = the location at which the maximum shear stress (τ_{max}) is reached (figure 4—c).

The general condition for the absolute maximum shear stress in a beam, in the plastic region, is obtained from the following equation (figure 4—c).

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = - \frac{Q^2}{2 \left[\frac{3r}{r+1} W \cdot \sigma_c - M \right]} \dots\dots\dots (4.4)$$

$K_0 = 1$; Dr. Kon's equation (in the case of figure 4—(6)).

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = - \frac{Q^2}{3 W \sigma_c - M} \dots\dots\dots (4.a)$$

From these equations, we can obtain the limiting conditions and the bending strength in wood beams of rectangular cross section under varying span-depth ratios according to the type of loading;—partial uniform load, end support; uniform load, end support; one point loading, end support and two-point loading, end support....etc.

To determine the loads that cause failure in wood beams of rectangular cross section:

- i) According to the condition of loading
- ii) According to the limiting condition of failure with respect to the span-depth ratio and to the independent strength properties (r , q , K_0 and σ_c).

where

$$q = \sigma_c / \tau$$

τ = the shear strength

- iii) to compute the bending strength of wood beam from the equations developed in this report.

Strength values of beams determined by tests.

The test materials were Yezo-matsu (*Picea jezoensis*) at air dry, Todomatsu (*Abies Myriana*) at moist—clear and compression wood—, Mizunara (*Quercus crispula*) at moist, and Buna (*Fagus crenata*) at moist grown in Japan. The strength and related properties are shown in **Table 1, 3, 5, 7, 9 and 11**. The static-bending tests were made under varying span-depth ratios. The type of loading is center loading, end support.

Comparision of measured and computed bending strength.

The computed strength from the theoretical equations agree well with the strength determined by test as shown in **Table 2, 4, 6, 8, 10, 12 and 13.**

The computed strength from Dr. Kon's equations, using the test results (r , q , σ_c , h/l) by Bechtel and Norris³⁾, agree well with the computed strength from their theoretical equation and with the bending strength determined by the tests.

Appendix I Derivation of General Equations

The longitudinal-stress distribution shown in figure 4—(c) will be assumed.
From the equilibrium of longitudinal forces:

$$K = \frac{E'}{E} = \frac{\lambda - \mu_1}{\lambda} \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

(in figure 3)

$$r = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = \frac{\lambda - \mu_1}{\mu_2 - \lambda} \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

$$\lambda = \frac{2hr}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

$$\mu_1 = \frac{2hr(1-K)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

$$\mu_2 = \frac{2h(r+K)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

$$\mu_2 - \mu_1 = \frac{2hK}{2r-(r-1)K} \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{2h}{r+1} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

$$M = \frac{bh^2}{6} \cdot \sigma_c \left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K^2}{\{2r-(r-1)K\}^2} \right] \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

$$K = \frac{2r\sqrt{3r-(r+1)\frac{M}{W\sigma_c}}}{(r+1)+(r-1)\sqrt{3r-(r+1)\frac{M}{W\sigma_c}}} \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

Shear stress distribution in the beam shown in figure 5:

i) Compression side;

$$\tau_c = \frac{\{ (r+1)\{2r-(r-1)K\} \}^2}{4h^2K^2(r-1)} \cdot \sigma_c \left[y^2 + \frac{2hK(r-1)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} y \right. \\ \left. - \frac{4rh^2K^2}{\{ (r+1)\{2r-(r-1)K\} \}^2} \right] \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

where $\mu_2 - \lambda > y > 0$

ii) Tension side;

$$\tau_t = \frac{\{ (r+1)\{2r-(r-1)K\} \}^2}{4h^2K^2(r-1)} \cdot \sigma_c \left[y^2 - \frac{2hK(r-1)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} y \right. \\ \left. - \frac{4rh^2K^2}{\{ (r+1)\{2r-(r-1)K\} \}^2} \right] \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

where $\lambda - \mu_1 > y > 0$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z} = \frac{\partial \lambda}{\partial K} \cdot \frac{\partial K}{\partial z} = \frac{2hr(r-1)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}^2} \cdot \frac{\partial K}{\partial z}$$

$$\frac{\partial M}{\partial z} = Q = \frac{\partial M}{\partial K} \cdot \frac{\partial K}{\partial z}$$

$$\therefore \frac{\partial K}{\partial z} = \frac{3Q\{2r-(r-1)K\}^3}{2bh^3rK(r+1)\sigma_c} \dots\dots\dots(3.9)$$

Thus, the variation of shear stress τ is parabolic in form, and the maximum value of τ occurs at tension side when

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_t}{\partial z} &= 0 \\ y_0 &= \frac{hK(r-1)}{(r+1)\{2r-(r-1)K\}} \\ \therefore \tau_{max} &= \frac{3Q}{2b(\mu_2-\mu_1)} \\ &= \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{\frac{2hK}{2r-(r-1)K}} \dots\dots\dots(3.10) \end{aligned}$$

$$\tau_{max} = \frac{3Q(r+1)}{4bh\sqrt{3r-(r+1)\frac{M}{W\sigma_c}}} \dots\dots\dots(3.11)$$

and

$$\tau = \frac{6Q}{b(\mu_2-\mu_1)^3} (\eta-\mu_1)(\mu_2-\eta) \dots\dots\dots(3.13)$$

where η =the distance measured upward from the bottom of the beam.

The general condition for the absolute maximum shear stress in a beam, in the plastic region, is obtained as follows:

$$\frac{\partial \tau_{max}}{\partial z} = \frac{3}{4bh} \cdot \frac{\{2r-(r-1)K\}}{K} \left[\frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{Q^3}{2W\sigma_c} \cdot \frac{\{2r-(r-1)K\}^2}{(r+1)K^2} \right] = 0 \dots\dots(4.2)$$

Then

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial z} &= -\frac{Q^3}{2W\sigma_c} \cdot \frac{\{2r-(r-1)K\}^2}{(r+1)K^2} \\ &= -\frac{Q^3}{2\left[\frac{3r}{r+1}W\sigma_c - M\right]} \dots\dots\dots(4.4) \end{aligned}$$

The Limiting Condition of Failure and Bending Strength of a Wood Beam

1. Partial uniform load, end support (figure 6):

From the equation (4. 4) & (3. 11),

1. 1 In the case of figure 4—(a);

$$\tau_b = \frac{\alpha \cdot \sigma_b}{2+\rho} \cdot \frac{h}{l} \dots\dots\dots(51.5)$$

$$\sigma_b = \frac{2+\rho}{\alpha} \cdot \frac{\tau_b}{\frac{h}{l}} \dots\dots\dots(51.6)$$

where

τ_b =the shear stress

$\sigma_b = M/W$

$$\alpha = l/2a$$

$$\rho = s\xi/al$$

1. 2 In the case of figure 4—(b) :

$$\tau_b = \frac{\alpha \frac{h}{l} \cdot \sigma_c}{\sqrt{\rho(2+\rho) \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1 \right)}}, \quad \alpha > 1 \quad \dots\dots\dots (51.7)$$

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{1}{\rho(2+\rho)} \alpha^2 q^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2}, \quad \alpha > 1 \quad \dots\dots\dots (51.8)$$

1. 3 In the case of figure 4—(c) :

$$\tau_b = \frac{\alpha \cdot \frac{h}{l} \cdot \sigma_c \sqrt{r+1}}{2\sqrt{\rho(2+\rho)} \frac{\sigma_c}{\sigma_b}}, \quad \alpha > 1 \quad \dots\dots\dots (51.3)$$

$$\sigma_b = \frac{4\rho(2+\rho)}{(r+1) \alpha^2 q^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2} \cdot \sigma_c, \quad \alpha > 1 \quad \dots\dots\dots (51.4)$$

$$\sigma_{bm} = \left[\frac{3r}{r+1} - \frac{(r+1)K_0^3}{\{2r - (r-1)K_0\}^2} \right] \sigma_c \quad \dots\dots\dots (51.10)$$

$$K_0 = 1; \quad \sigma_{bm} = \frac{3r-1}{r+1} \cdot \sigma_c \quad \dots\dots\dots (51.9)$$

The computed strength from these equations are as shown in figure 7 (a~c) according to the span-depth ratio.

2. Uniform load, end support (figure 8) :

2. 1 In the case of figure 4—(a) :

$$\sigma_b = \frac{\tau_b}{\frac{h}{l}} \quad \dots\dots\dots (52.3)$$

2. 2 In the case of figure 4—(b) :

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + q^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2} \quad \dots\dots\dots (52.4)$$

2. 3 In the case of figure 4—(c) :

$$\sigma_b = \frac{4\sigma_c}{(r+1) q^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2} \quad \dots\dots\dots (52.8)$$

$$\sigma_{bm} = (51.10)$$

$$K_0 = 1; \quad \sigma_{bm} = (51.9)$$

The computed strength from these equations is as shown in figure 9.

$$\frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l} \right)_{ep} \longrightarrow \sigma_b (51.10)$$

$$\frac{h}{l} = \left(\frac{h}{l} \right)_{ep} \longrightarrow \sigma_b (51.10) \text{ or } \sigma_b (52.3)$$

$$\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_{ep} \longrightarrow \sigma_b (52.3)$$

3. One point loading, end support (figure 10):

3. 1 In the case of figure 4—(a):

$$\sigma_b = \frac{2\tau_b}{\alpha \frac{h}{l}} \dots\dots\dots (53.1)$$

3. 2 In the case of figure 4—(b):

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \alpha q \frac{h}{l}}, \alpha > 1 \dots\dots\dots (53.2)$$

3. 3 In the case of figure 4—(c):

$$\sigma_b = \frac{8\sigma_c}{(r+1) \alpha^2 q^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2} \left[\sqrt{1 + \frac{3}{4} r \alpha^2 q^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2} - 1 \right], \alpha > 1 \dots (53.4)$$

$$\sigma_{bm} = (51.10)$$

$$K_0 = 1; \quad \sigma_{bm} = (51.9)$$

The computed strength from these equations is as shown in figure 11.

4. Two-point loading, end support (figure 12):

4. 1 In the case of figure 4—(a):

$$\sigma_b = \frac{4\tau_b}{\frac{h}{l}} \dots\dots\dots (54.4)$$

4. 2 In the case of figure 4—(b):

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{1}{2} q \cdot \frac{h}{l}} \dots\dots\dots (54.5)$$

4. 3 In the case of figure 4—(c):

$$\sigma_b = \frac{32\sigma_c}{(r+1) q^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2} \left[\sqrt{1 + \frac{3}{16} r q^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2} - 1 \right] \dots\dots\dots (54.7)$$

$$\sigma_{bm} = (51.10)$$

$$K_0 = 1; \quad \sigma_{bm} = (51.9)$$

The computed strength from these equations is as shown in figure 13.

Appendix II Sample Computations Using Equations

EXAMPLE 1:

Computation of bending strength of beam No. 6, table 2. Center loading.

Todo-matsu—compression wood

Moisture content=23.5%

Depth-span ratio $\left(\frac{h}{l}\right)$ is equal to $\frac{1}{12}=0.0833$.

Data from tests of the beam and minors.

$\sigma_c=300$ kg/cm²....Average for two cutting specimens from the beam ends.

$r=2.57$Table 1

$q=3.89$Table 1

$K_0=0.51$ "

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} = 0.133$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_2} = 0.0645$$

$$\therefore \left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} > \frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_{p_2}$$

The equation of $\sigma_{bs}=(53.4)$, $\alpha=1$

The Kon's equation $\sigma_{bK}=(51.9)$

The bending strength by test= σ_{b0}

then

$$\sigma_{bs} = \frac{8}{(r+1)q^2 \left(\frac{h}{l}\right)^3} \left[\sqrt{1 + \frac{3}{4}rq^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2} - 1 \right] \cdot \sigma_c = 625 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

$$\sigma_{bK} = \frac{3r-1}{r+1} \cdot \sigma_c = 570 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

$$\sigma_{b0} = 645 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{b0}} = 0.88 \quad \frac{\sigma_{bs}}{\sigma_{b0}} = 0.97$$

EXAMPLE 2:

Computation of bending strength of beam No. 0—4, Table 4. Center loading.

Mizu-nara (Japanese oak), clear.

Moisture content=50.5%

Depth-span ratio $\left(\frac{h}{l}\right)$ is equal to $\frac{1}{20}=0.05$

Data from tests of the beam and minors.

$\sigma_c=300$ kg/cm²....Average for cutting specimens from the beam.

$r=3.75$Table 3

$q=2.55\dots$ Table 3

$K_0=0.66\dots$ "

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_1}=0.153$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_2}=0.079$$

$$\therefore \frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_{p_2}$$

The equation of $\sigma_{bs}=(51.10)$

The Kon's equation $\sigma_{bK}=(51.9)$

The bending strength by test $=\sigma_{b0}$

then

$$\sigma_{bs}=\left[\frac{3r}{r+1}-\frac{(r+1)K_0^2}{\{2r-(r-1)K_0\}^2}\right]\cdot\sigma_c\approx 690\text{kg/cm}^2$$

$$\sigma_{bK}=\frac{3r-1}{r+1}\cdot\sigma_c\approx 645\text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{b0}=735\text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{b0}}=0.88 \quad \frac{\sigma_{bs}}{\sigma_{b0}}=0.94$$

EXAMPLE 3:

Computation of bending strength of beam No. 8, Table 2. Two-point loading.

Sitka spruce, clear (by Bechtel & Norris).

Moisture condition=air dry

Depth-span ratio $\left(\frac{h}{l}\right)$ is equal to 0.286.

From tests of the beam and minors.

$\sigma_c=5760$ p. s. i. Table 13.

$r=3.05\dots$ Table 13.

$q=4.33\dots$ "

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_1}=0.227$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e=0.924$$

$$\therefore \left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} < \frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_e$$

The Kon's equation $\sigma_{bK}=(54.5)$

The Bechtel & Norris's equation $\sigma_{bN}=7.2-(a)$

The bending strength by test $=\sigma_{b0}$

then

$$\sigma_{bK}=\frac{3}{1+\frac{1}{2}q\frac{h}{l}}\cdot\sigma_c\approx 10675\text{ p. s. i.}$$

$$\sigma_{bN} = 10550 \text{ p. s. i.}$$

$$\sigma_{b0} = 10500 \text{ p. s. i.}$$

$$\therefore \frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{b0}} = 1.02 \quad \frac{\sigma_{bN}}{\sigma_{b0}} = 1.01$$

EXAMPLE 4:

Computation of bending strength of beam No. 5, Table 13. Two-point loading.

Sitka spruce, clear (by Bechtel & Norris).

Moisture condition = air dry

Depth-span ratio is equal to 0.143

From tests of the beam and minors.

$\sigma_c = 6020 \text{ p. s. i.}$ Table 13.

$r = 2.94$ "

$q = 4.55$ "

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} = 0.225 \quad \left(\frac{h}{l}\right)_e = 0.877$$

$$\therefore \frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_{p_1}$$

The Kon's equation $\sigma_{bK} = (51.10)$

The Bechtel & Norris's equation $\sigma_{bN} = (7.2-a)$

The bending strength by test = σ_{b0}

then

$$\sigma_{bK} = \frac{3r-1}{r+1} \cdot \sigma_c = 11945 \text{ p. s. i.}$$

$$\sigma_{bN} = 11940 \text{ p. s. i.}$$

$$\sigma_{b0} = 11090 \text{ p. s. i.}$$

$$\therefore \frac{\sigma_{bK}}{\sigma_{b0}} = 1.08 \quad \frac{\sigma_{bN}}{\sigma_{b0}} = 1.08$$