

# 木材梁に関する研究 (第2報)

## 矩形断面集成材梁の曲げ破壊係数

沢 田 稔<sup>(1)</sup>

### 目 次

まえがき	82
1. 矩形断面集成材梁の内応力分布曲線の発達	82
2. 弾性域の曲げ応力	84
2.1 引張および圧縮添材をもつ場合	84
21.1 垂直応力	84
21.2 剪断応力	85
2.2 圧縮添材のみをもつ場合	86
22.1 垂直応力	86
22.2 剪断応力	86
3. 塑性域の曲げ応力(引張側に塑性域がない場合)	87
3.1 引張および圧縮添材をもつ場合	87
31.1 垂直応力	87
31.2 剪断応力	88
3.2 圧縮添材のみをもつ場合	90
32.1 垂直応力	90
32.2 剪断応力	90
4. 塑性域の曲げ応力(引張側に塑性域のある場合)	91
4.1 引張および圧縮添材をもつ場合	91
41.1 垂直応力	91
41.2 剪断応力	92
4.2 圧縮添材のみをもつ場合	93
42.1 垂直応力	93
42.2 剪断応力	93
5. 破壊条件と曲げ破壊係数	95
5.1 引張および圧縮添材を有する場合	95
51.1 塑性域引張破損にもとづく曲げ破壊の限界条件	95
51.2 弾性域剪断破損にもとづく曲げ破壊の限界条件	97
5.2 圧縮添材のみをもつ場合	98
52.1 塑性域引張破損にもとづく曲げ破壊の限界条件	98
52.2 弾性域剪断破損にもとづく曲げ破壊の限界条件	99
6. 理論式の適用性について	100
6.1 弾性域における梁の断面条件	102
6.2 塑性域における梁の断面条件	102
62.1 引張側が全部弾性域で応力が引張強度に達したとき	102
62.2 引張側に塑性域を考慮した場合	103
6.3 破壊条件	103
6.4 曲げ破壊係数	104
7. 考 察	105
むすび	106
文 献	107
Résumé	108

(1) 木材部木材々料科強度研究室長

まえがき

独立強度のことなる2種の木材を組合わせて作った集成材梁の断面設計理論をもとめるためにこの研究を行った。理論式の誘導原理は、第1報の素材梁の場合とほぼ同様である。ここで、とり扱った集成材梁断面の材構成は、その基本型として、圧縮側および引張側に高強度の材を、また中材に低強度の材を接着配置したもので、断面形は矩形である。圧縮添材のみをもつものについても、その基本型の特殊な場合として簡単にもとめられる。いうまでもないが、基本型の同強度材部は、さらに、幾層かの接着構成になつていても同様の取扱いができるものと考えられる。

理論式の吟味については、さらに、詳細な実験的検討が必要であるが、たまたま、建築研究所の森徹博士、浅野猪久夫氏等の研究報告りの実験結果を用いて（独立強度について）えられる計算値と、曲げ試験結果とがよく一致したので、この方面の研究資料のはなはだ乏しい現状をかんがえ、不充分ながら、あえて発表することにした。よろしく、諸賢の御批判を仰ぎたいと思う。

なお、この研究を行うにあたって、当场木材部 齋藤木材部長ならびに小倉材料科長より種々御指導、御便宜をたまわり、また強度研究室 山井良三郎技官より有益な助言をあたえられたことに対して、深く感謝する。

1. 矩形断面集成材梁の内応力分布曲線の発達

集成材梁の横断面の材料構成は、いろいろの場合が考えられるけれども、一応基本構成として、中材と圧縮および引張添材とによる三層集成材をとりあげることとする。この場合の特殊なものとしては圧縮および引張添材をもたないもの、圧縮添材のみをもつものが考えられる。むろん、ここに示した中材と添材とはその独立強度が異なるものであり、添材の圧縮部材と引張部材とは同強度材であることを前提として

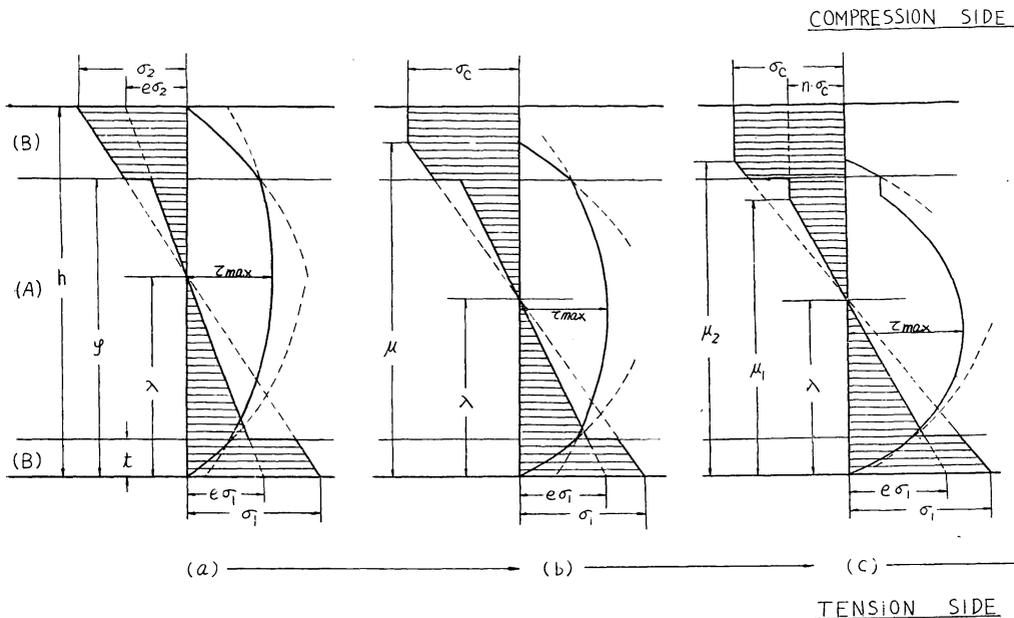


Fig. 1 Development of stress distribution in a glued laminated wooden

いる。なお、実用上の見地から添材強度>中材強度と仮定する。

さて、この基本構成をもつ集成材梁の内応力分布曲線の発達経過を吟味するとつぎのごとくなる。

今 Fig. 1 において 中材=A, 添材=B とし、それぞれの圧縮強度を  $\sigma_c$ , 引張強度を  $\sigma_t$ , また、ヤング係数を  $E$  とする。ここで、

$$\frac{E_A}{E_B} = e < 1; \quad \frac{\sigma_{c,A}}{\sigma_{c,B}} = n < 1 \quad \text{とおけば}$$

i)  $n < e$  ならば, Fig. 1 において,

$$(a) \longrightarrow (b) \longrightarrow (c) \longrightarrow (d) \longrightarrow (e)$$

ii)  $n \geq e$  で

$$(a) \longrightarrow (b) \longrightarrow \dots \longrightarrow (d) \longrightarrow (e)$$

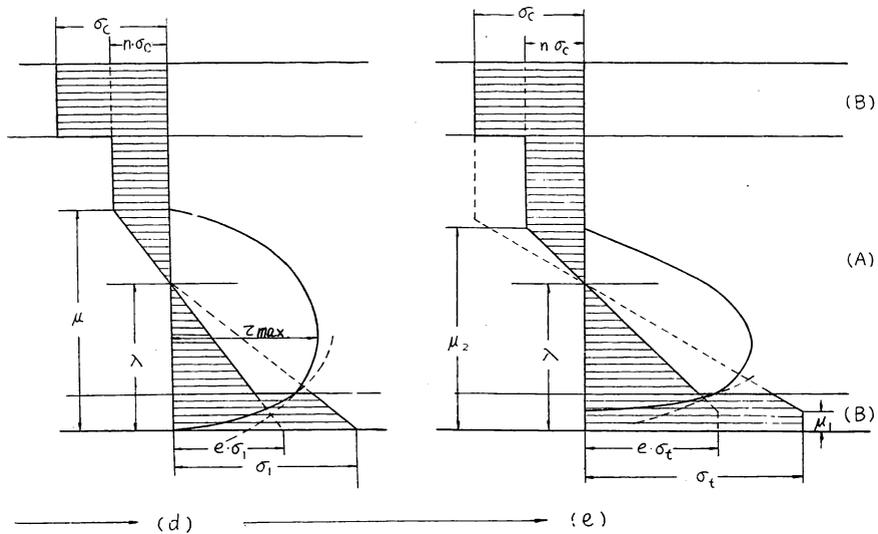
のように推移してゆくの、正しくは、この2つの場合についてそれぞれ解く必要がある。しかし、実用的見地から、(b) および (c) の中間的応力分布が問題となることはあまりないものと考え一応、(a)  $\longrightarrow$  (d)  $\longrightarrow$  (e) の推移をとりあげて論ずることにした。むろん (b) の解は容易であつて、必要があれば、後日とりあげたいと思う。

ただ (c) の場合は、かなり解が複雑となつて実用的なとり扱いが困難となり、しかも実際問題として、 $n < e$  の場合は一般木材において存在することはたしかであるが、その差は僅かであるとみられるので、

ii) の系列をもつて応力分布の典型的発達形式と見なすことも、さほど不当なものとは考えられないからである。

また、(a)  $\longrightarrow$  (b) の発達には次の条件において成立するのであつて、この研究では、この条件を前提とする。

$$\rho = \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda} \quad \text{とおいて}$$



beam of rectangular cross section, consisting of two kinds of wood.

$$\rho \leq \frac{n}{e} \dots\dots\dots(1.1)$$

次に、この研究は、木材の独立強度としてつぎのものが既知であることを基本的条件とする。

- A 材の圧縮ヤング係数 =  $E_A$  kg/cm<sup>2</sup>      B 材の圧縮ヤング係数 =  $E_B$  kg/cm<sup>2</sup>
- A 材の圧縮強度 =  $\sigma_{cA}$  kg/cm<sup>2</sup>      B 材の圧縮強度 =  $\sigma_{cB}$  kg/cm<sup>2</sup>
- A 材の引張強度 =  $\sigma_{tA}$  kg/cm<sup>2</sup>      B 材の引張強度 =  $\sigma_{tB}$  kg/cm<sup>2</sup>
- A 材の  $K_{0A}$ ; B 材の  $K_{0B}$  ( $K_0$  については第1報を参照)
- A 材の剪断強度 =  $\tau_A$  kg/cm<sup>2</sup>      B 材の剪断強度 =  $\tau_B$  kg/cm<sup>2</sup>

## 2. 弾性域の曲げ応力

### 2.1 引張および圧縮添材をもつ場合

#### 2.1.1 垂直応力

Fig. 1~(a) および Fig. 2 において、中材 A と添材 B との間には  $E_A < E_B$  および  $\sigma_{cA} < \sigma_{cB}$  の関係がある。

ゆえに、図に示す中立軸の位置  $\lambda$ 、および曲げモーメント  $M$  は、梁の平衡条件式から次のようにも定められる。

$$\lambda = \frac{h^2 - (1-e)(\varphi^2 - t^2)}{2 \{ h - (1-e)(\varphi - t) \}} \dots\dots\dots(21.1)$$

$$\therefore \lambda_0 = \frac{\lambda}{h} = \frac{1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2)}{2 \{ 1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0) \}} \dots\dots\dots(21.2)$$

ただし、  $\varphi_0 = \frac{\varphi}{h}$ ;  $t_0 = \frac{t}{h}$

$$M = \frac{b \cdot \sigma_1}{3\lambda} \{ (h-\lambda)^3 - (1-e)(\varphi-\lambda)^3 + \lambda^3 - (1-e)(\lambda-t)^3 \} \dots\dots\dots(21.3)$$

(21.3) に (21.2) を代入すれば、

$$M = \frac{h^2 b [4 \{ 1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3) \} \{ 1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0) \} - 3 \{ 1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2) \}^2] \sigma_1}{6 \{ 1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2) \}} \dots\dots\dots$$

$$\therefore \frac{M}{W} = \frac{[4 \{ 1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3) \} \{ 1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0) \} - 3 \{ 1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2) \}^2] \cdot \sigma_1}{\{ 1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2) \}} \dots\dots\dots(21.4)$$

ただし、  $W = bh^2/6$

つぎに、弾性域の最大曲げ応力を求める。

この場合の極限条件は、圧縮側において、B 材の最外皮応力と、A 材と B 材との境界部応力とのうち、いずれか一方がまずその材の圧縮強度に達する瞬間の応力分布によつてあたえられる。このことは、前述の仮定によれば、 $\rho \leq \frac{n}{e}$  であるから、B 材の圧縮側最外皮応力が  $\sigma_{cB}$  に達したとき、A 材と B 材との境界応力が A 材に関して  $\sigma_{cA}$  にまだ達しない状態を意味している。むろん、この反対の条件も現実には存在しうるが、手続きは同様であるので、繁雑をさけて上の条件のみを仮定する。

ゆえに  $\sigma_2 = \sigma_{cB}$  となつて、(21.4) 式より、

$$\frac{M'}{W} = \sigma_{bc} = \frac{[4 \{ 1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3) \} \{ 1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0) \} - 3 \{ 1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2) \}^2] \cdot \sigma_{cB}}{\{ 1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0)(2 - \varphi_0 - t_0) \}} \dots\dots\dots(21.5)$$

21.2 剪断応力

Fig. 2 において,  $\tau_{cB}$ =圧縮側 B 材に分布する剪断応力;  $\tau_{cA}$ =圧縮側 A 材に分布する剪断応力;  $\tau_{tA}$ =引張側 A 材に分布する剪断応力;  $\tau_{tB}$ =引張側 B 材に分布する剪断応力, とおくと,  $y$ =中立軸より任意断面までの距離とすれば,

$$\tau_{cB} = \frac{3Q}{b\phi} \{ (h-\lambda)^2 - y^2 \} \dots (21.6)$$

ただし,  $y > \varphi - \lambda$

$$\tau_A = \tau_{cA} = \tau_{tA}$$

$$= \frac{3Q}{b\phi} \{ e\lambda^2 + t(1-e)(2\lambda - t) - ey^2 \} \dots (21.7)$$

ただし,  $\tau_{cA} : 0 < y < \varphi - \lambda$      $\tau_{tA} : 0 < y < \lambda - t$

$$\tau_{tB} = \frac{3Q}{b\phi} (\lambda^2 - y^2) \dots (21.8)$$

ただし,  $y > \lambda - t$

ここに

$$\phi = 2 \{ h^3 - (1-e)(\varphi^3 - t^3) \} - 3 \{ h^2 - (1-e)(\varphi^2 - t^2) \} \lambda \dots (21.9)$$

$$\therefore M = \frac{b}{6\lambda} \phi \cdot \sigma_1 \quad \frac{M}{W} = \frac{\phi_0}{\lambda_0} \cdot \sigma_1 \dots (21.10)$$

ただし,  $\phi_0 = \phi/h$

$$\frac{\partial M}{\partial z} = Q = \frac{\phi_0}{\lambda_0} \cdot W \cdot \frac{\partial \sigma_1}{\partial z} \dots (21.11)$$

$$\therefore \frac{\partial \sigma_1}{\partial z} = \frac{\lambda_0 Q}{\phi_0 \cdot W}$$

つぎに,  $\tau_{cAB}$ =圧縮側 A 材と B 材との境界部剪断応力,  $\tau_m$ =A 材の中立軸位置における最大剪断応力;  $\tau_{tAB}$ =引張側 A 材と B 材との境界部剪断応力とすれば,

$$\tau_{cAB} = \frac{3Q(h-\varphi)(h+\varphi-2\lambda)}{b \{ 2 \{ h^3 - (1-e)(\varphi^3 - t^3) \} - 3 \{ h^2 - (1-e)(\varphi^2 - t^2) \} \lambda \}}$$

$$\therefore \tau_{cAB} = \frac{3Q(1-\varphi_0)(1+\varphi_0-2\lambda_0)}{bh\phi_0}$$

$$= \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{\frac{h\phi_0}{2(1-\varphi_0)(1+\varphi_0-2\lambda_0)}} \dots (21.12)$$

$$\tau_m = \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{\frac{h\phi_0}{2 \{ e\lambda_0^2 + (1-e)(2\lambda_0 - t_0)t_0 \}}} \dots (21.13)$$

$$\tau_{tAB} = \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{\frac{h\phi_0}{2(2\lambda_0 - t_0)t_0}} \dots (21.14)$$

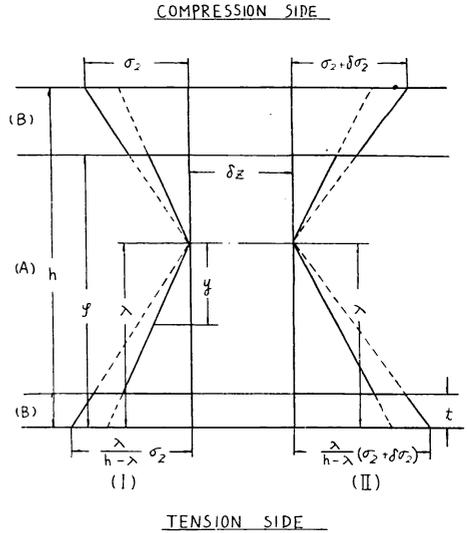


Fig. 2 Distribution of bending stresses in cross-section, in the elastic region.

$$\left. \begin{aligned} \beta_0 &= \frac{h\phi_0}{2\{e\lambda_0^2 + (1-e)(2\lambda_0 - t_0)t_0\}} \\ \beta_e &= \frac{h\phi_0}{2(1-\phi_0)(1+\phi_0-2\lambda_0)} \\ \beta_t &= \frac{h\phi_0}{2(2\lambda_0 - t_0)t_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21.15)$$

とおけば,

$$\left. \begin{aligned} \tau_{cAB} &= \frac{3Q}{2b\beta_c} \\ \tau_m &= \frac{3Q}{2b\beta_0} \\ \tau_{tAB} &= \frac{3Q}{2b\beta_t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21.16)$$

2.2 圧縮添材のみをもつ場合

22.1 垂直応力

Fig. 3 において, Fig. 2 の  $t=0$  とおいたものとなる。ゆえに,

$$\lambda_0 = \frac{1 - \phi_0^2 + e\phi_0^2}{2(1 - \phi_0 + e\phi_0)} \dots\dots\dots(22.1)$$

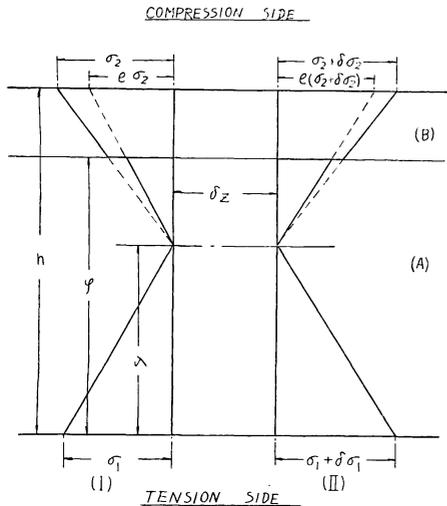
$$M = \frac{b[4\{h^3 - \phi^3 + e\phi^3\} \{h - \phi + e\phi\} - 3\{h^2 - \phi^2 + e\phi^2\}^2]}{6e\{h^2 - \phi^2 + e\phi^2\}} \cdot \sigma_1$$

$$\therefore \frac{M}{W} = \frac{4\{1 - \phi_0^3 + e\phi_0^3\} \{1 - \phi_0 + e\phi_0\} - 3\{1 - \phi_0^2 + e\phi_0^2\}^2}{e\{1 - \phi_0^2 + e\phi_0^2\}} \cdot \sigma_1 \dots\dots\dots(22.2)$$

また, この場合の弾性域最大曲げ応力を  $\sigma_{bc}$  とすれば,

$$\sigma_{bc} = \frac{[4\{1 - \phi_0^3 + e\phi_0^3\} \{1 - \phi_0 + e\phi_0\} - 3\{1 - \phi_0^2 + e\phi_0^2\}^2] \sigma_{cB}}{\{1 - (1-e)(2-\phi_0)\phi_0\}} \dots\dots\dots(22.3)$$

$$\therefore \sigma_{bc} = \frac{e\phi_0}{1 - \lambda_0} \cdot \sigma_{cB} \dots\dots\dots(22.4)$$



ただし,  $\phi_0 = 2\{1 - \phi_0^3 + e\phi_0^3\} - 3\{1 - \phi_0^2 + e\phi_0^2\} \lambda_0$

22.2 剪断応力

Fig. 3 において  $\tau_{cB}$  = 圧縮側 B 材に分布する剪断応力;  $\tau_{cA}$  = 圧縮側 A 材に分布する剪断応力;  $\tau_{tA}$  = 引張側 A 材に分布する剪断応力;  $\tau_{cAB}$  = 圧縮側 A 材と B 材との境界部剪断応力とすると,

$$\tau_{cB} = \frac{3Q}{b\phi} \{ (h - \lambda)^2 - y^2 \} \dots\dots(22.5)$$

ただし,  $y > \phi - \lambda$

$$\tau_{cA} = \tau_{tA} = \frac{3Q}{b\phi} (\lambda^2 - y^2)e$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} \tau_{cA} : 0 < y < \phi - \lambda \\ \tau_{tA} : 0 < y \leq \lambda \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22.6)$$

Fig. 3 Distribution of bending stresses in cross section, in the elastic region. ( $t=0$ )

ここに,

$$\phi = 2 \{ h^3 - \varphi^3 + e\varphi^3 \} - 3 \{ h^2 - \varphi^2 + e\varphi^2 \} \lambda$$

$$\therefore \phi_0 = 2(1 - \varphi_0^3 + e\varphi_0^3) - 3(1 - \varphi_0^2 + e\varphi_0^2)\lambda_0$$

$$\tau_m = \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{\frac{h\phi_0}{2e\lambda_0}} \dots\dots\dots(22.7)$$

$$\tau_{cAB} = \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{\frac{h\phi_0}{2e(2\lambda_0 - \varphi_0)\varphi_0}} \dots\dots\dots(22.8)$$

今

$$\beta_0 = \frac{h\phi_0}{2e\lambda_0} \quad \beta_c = \frac{h\phi_0}{2e\varphi_0(2\lambda_0 - \varphi_0)} \dots\dots\dots(22.9)$$

$$\therefore \tau_{cAB} = \frac{3Q}{2b\beta_c} \quad \tau_m = \frac{3Q}{2b\beta_0} \dots\dots\dots(22.10)$$

### 3. 塑性域の曲げ応力

(引張側に塑性域がない場合——Fig. 1—(d))

#### 3.1 引張および圧縮添材をもつ場合

Fig. 4 に示す場合である。

##### 31.1 垂直応力

引張外皮より中立軸までの距離  $\lambda$  は次式によつてあらわされる。

$$\lambda = \frac{(1-e)nt^2 + 2e(h-\varphi+n\varphi)\mu - en\mu^2}{2\{e(h-\varphi+n\varphi) + (1-e)nt\}} \dots\dots\dots(31.1)$$

$$\therefore \lambda_0 = \frac{\lambda}{h} = \frac{(1-e)nt_0^2 + 2e(1-\varphi_0+n\varphi_0)\mu_0 - en\mu_0^2}{2\{e(1-\varphi_0+n\varphi_0) + (1-e)nt_0\}} \dots\dots\dots(31.2)$$

ただし,  $\mu_0 = \frac{\mu}{h}$

また, 曲げモーメント  $M$  は

$$M = \frac{W}{e} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{e} \left[ 3\alpha_0 - 2\gamma_0(\mu_0 + 2t_0) + \frac{4t_0\gamma_0\mu_0^2}{\mu_0^2 - (1-e)(\mu_0 - t_0)^2} \right] \dots\dots(31.3)$$

ただし,

$$\alpha_0 = e(1 - \varphi_0^2 + n\varphi_0^2) + (1-e)nt_0^2$$

$$\gamma_0 = e(1 - \varphi_0 + n\varphi_0) + (1-e)nt_0$$

$$\therefore \sigma_b' = \frac{M}{W} = \frac{\sigma_{cB}}{e} \left[ 3\alpha_0 - 2\gamma_0(\mu_0 + 2t_0) + \frac{4t_0\gamma_0\mu_0^2}{\mu_0^2 - (1-e)(\mu_0 - t_0)^2} \right]$$

ここで

$\sigma_1 = \sigma_{tB}$  となつたときの曲げ応力を  $\sigma_{t0}$  とすれば,

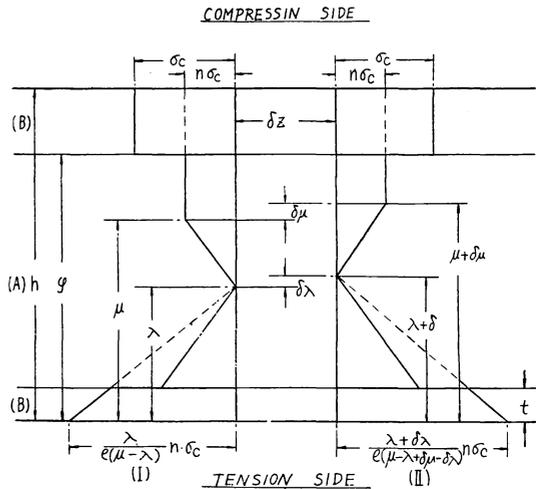


Fig. 4 Distribution of bending stresses in cross section, in the plastic region.

$$\frac{\sigma_{tB}}{\sigma_{cB}} = r; \quad \lambda_0 = \frac{1}{1 + \frac{n}{er}} \cdot \mu_0 \dots \dots \dots (31.4)$$

$\frac{n}{er} = \omega$  とおけば,

$$\lambda_0 = \frac{1}{1 + \omega} \cdot \mu_0 \dots \dots \dots (31.5)$$

(31.5) = (31.2) とおけば,

$$\mu_0 = \frac{B}{A} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{(1-e)t_0^2 \cdot A^2}{e \cdot B^2}} \right] \dots \dots \dots (31.6)$$

ただし  $A = er + n = er(1 + \omega)$      $B = (1 - \varphi_0 + n\varphi_0) - (1 - e)rt_0$

$$\therefore \sigma_{b0} = \frac{1}{e} \left[ 3\alpha_0 - 2\gamma_0(\mu_0 + 2t_0) + \frac{4t_0\gamma_0\mu_0^2}{\mu_0^2 - (1-e)(\mu_0 - t_0)^2} \right] \sigma_{cB} \dots \dots \dots (31.7)$$

31.2 剪断応力

Fig. 4 において, 中立軸から任意の断面位置までの距離を  $y$  とすると, A 材および B 材部に分布する剪断応力は次式によつてあらわされる。ここに,

$\tau_{cA}$  = 圧縮側 A 材に分布する剪断応力

$\tau_{tA}$  = 引張側 A 材に分布する剪断応力

$\tau_{tB}$  = 引張側 B 材に分布する剪断応力

とすれば,

$$\tau_{cA} = \frac{n \cdot \sigma_{cB}}{2(\mu - \lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 + 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu - \lambda)y - \frac{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}}{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu - \lambda)^2 \right] \dots (31.8)$$

ただし,  $0 \leq y \leq \mu - \lambda$

$$\begin{aligned} \tau_{tA} &= \frac{n \cdot \sigma_{cB}}{2(\mu - \lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu - \lambda)y - \frac{1}{e} \{ \lambda^2 - (1-e)(\lambda - t)^2 \} \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{\frac{\sigma \lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu - \lambda) \cdot \frac{1}{e} \{ \lambda - (1-e)(\lambda - t) \} \right] \\ &= \frac{n \cdot \sigma_{cB}}{2(\mu - \lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu - \lambda)y - \frac{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}}{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu - \lambda)^2 \right] \dots (31.9) \end{aligned}$$

ただし,  $0 \leq y \leq \lambda - t$

$$\tau_{tB} = \frac{n \cdot \sigma_{cB}}{2e(\mu - \lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu - \lambda)y - \lambda^2 + 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu - \lambda)\lambda \right] \dots \dots \dots (31.10)$$

ただし,  $\lambda - t \leq y \leq \lambda$

つぎに, (31.3) 式を  $z$  に関して偏微分とすると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial z} = Q &= \frac{-b\gamma_0}{3e} \sigma_{cB} \left[ 1 - \frac{4t_0^2(1-e)(\mu_0-t_0)\mu_0}{\{\mu_0^2-(1-e)(\mu_0-t_0)^2\}^2} \right] \frac{\partial \mu_0}{\partial z} \\ \frac{\partial \mu_0}{\partial z} &= h \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z} \\ \therefore \frac{\partial \mu}{\partial z} &= \frac{-3eQ}{b\gamma_0 h \sigma_{cB} \left[ 1 - \frac{4t_0^2(1-e)(\mu_0-t_0)\mu_0}{\{\mu_0^2-(1-e)(\mu_0-t_0)^2\}^2} \right]} \dots\dots\dots(31.11) \end{aligned}$$

また,

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z} = \frac{e}{\gamma_0} \{ (1-\varphi_0+n\varphi_0) - n\mu_0 \} \frac{\partial \mu}{\partial z} \dots\dots\dots(31.12)$$

(31.2), (31.11), (31.12) を  $\tau_{cA}$ ,  $\tau_{tA}$ , および  $\tau_{tB}$  の各式に代入すれば,  $Q$  と  $b$  および  $f(\mu_0)$  によつて各部材  $A, B$  に分布する剪断応力曲線がもとめられる。

さらに, この場合の最大剪断応力  $\tau_m$  をもとめる。  $\tau$  に関する式の特性から  $\tau_{cA}$  には  $\tau$  の最大値は存在しないことがわかる。

つぎに,  $\tau_{tA}$  曲線に,  $\tau_m$  が存在する場合は,

$$\frac{\partial}{\partial y} \tau_{tA} = 0$$

とおいて,  $\tau_m$  の存在する位置  $y_0$  をもとめると,

$$y_0 = \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) \dots\dots\dots(31.13)$$

ただし,  $y_0 \leq \lambda - t$  でなければならない。

$$\therefore \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) - (\lambda - t) \leq 0$$

この式を  $\mu$  のみで表わすと, 結局,

$$\begin{aligned} 2t - \mu &\leq 0 \quad \text{となる} \\ \therefore \mu &\geq 2t_0 \dots\dots\dots(31.14) \end{aligned}$$

をうる。

この条件では,  $\tau_m$  は,  $A$  材部に存在することになる。

$$\tau_{mA} = \frac{3Q}{2b\theta_1}$$

ただし,

$$\theta_1 = \frac{h}{e} \{ e\mu_0 + (1-e)t_0 \} \left[ 1 - \frac{4t_0^2(1-e)(\mu_0-t_0)\mu_0}{\{\mu_0^2-(1-e)(\mu_0-t_0)^2\}^2} \right] \dots\dots\dots(31.15)$$

つぎに, もし,

$$\mu_0 \leq 2t_0 \quad \text{ならば,}$$

$\tau_m$  は  $B$  材部に存在し, その位置  $y_0$  は,

$$J_0 = \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda)$$

で、 $\tau_{m,A}$  の場合と等値となる。

$$\tau_{m,B} = \frac{3Q}{2b\theta_2}$$

ただし、

$$\theta_2 = \frac{h \{ e\mu_0 + (1-e)t_0 \} [ \{ \mu_0^2 - (1-e)(\mu_0 - t_0)^2 \}^2 - 4t_0^2(1-e)(\mu_0 - t_0)\mu_0 ]}{[ e\mu_0^2 + (1-e)t_0^2 ]^2} \dots (31.16)$$

また、引張側の A 材と B 材との境界部における剪断応力を  $\tau_G$  とすれば、

$$\tau_G = \frac{n\sigma_{eB}}{2e(\mu - \lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\} t \left[ 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) - (2\lambda - t) \right]$$

$$\therefore \tau_G = \frac{3Q}{2b\theta_3}$$

$$\theta_3 = \frac{h [ \{ \mu_0^2 - (1-e)(\mu_0 - t_0)^2 \}^2 - 4t_0(1-e)(\mu_0 - t_0)\mu_0 ]}{4et_0(\mu_0 - t_0)\mu_0} \dots (31.17)$$

### 3.2 圧縮添材のみをもつ場合

#### 32.1 垂直応力

Fig. 5 に示す場合で、3.1 の  $t=0, e=1$  において、

$$\lambda_0 = \frac{\{ 2(1 - \varphi_0 + n\varphi_0) - n\mu_0 \} \mu_0}{2(1 - \varphi_0 + n\varphi_0)} \dots (32.1)$$

$$M = W \{ 3(1 - \varphi_0^2 + n\varphi_0^2) - 2(1 - \varphi_0 + n\varphi_0)\mu_0 \} \sigma_{eB} \dots (32.2)$$

$$\therefore \sigma_{b'} = \{ 3(1 - \varphi_0^2 + n\varphi_0^2) - 2(1 - \varphi_0 + n\varphi_0)\mu_0 \} \sigma_{eB} \dots (32.3)$$

COMPRESSION SIDE

今  $\sigma_1 = \sigma_{e,A}$  の場合の曲げ応力を  $\sigma_{b0}$  とすれば、

$$\frac{\sigma_{e,A}}{\sigma_{e,A}} = r'$$

とにおいて

$$\mu_0 = \frac{2(1 - \varphi_0 + n\varphi_0)}{n(r' + 1)} \dots (32.4)$$

$$\therefore \sigma_{b0} = \left\{ 3(1 - \varphi_0^2 + n\varphi_0^2) - \frac{4(1 - \varphi_0 + n\varphi_0)^2}{n(r' + 1)} \right\} \sigma_{eB} \dots (32.5)$$

#### 32.2 剪断応力

Fig. 5 において、あきらかに、 $\tau_m$  は引張側 A 材部に存在し、かつ、その形は単一材の場合と同様となる。

すなわち、

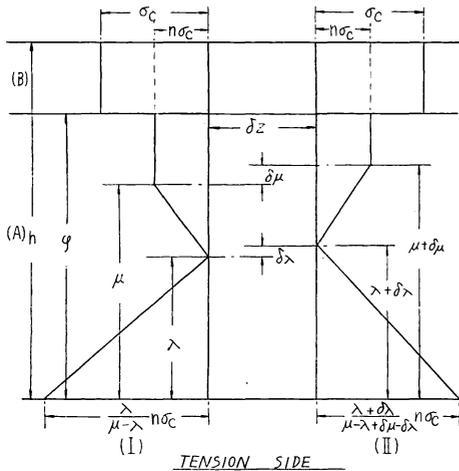


Fig. 5 Distribution of bending stresses in cross section, in the plastic region. ( $t=0$ )

$$\tau_{m.A} = \frac{3Q}{2b\mu} \dots\dots\dots(32.6)$$

また、塑性域絶対最大剪断応力の存在する位置に関する一般条件はつきのごとくもとめられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial z} &= -\frac{3Q^2}{b(h-\varphi+n\varphi_0)\mu \cdot \sigma_{c.B}} \\ &= -\frac{Q^2}{3W\sigma_{c.B}(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2)-M} \dots\dots\dots(32.7) \end{aligned}$$

また、(32.2) より、

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \frac{3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{M}{W\sigma_{c.B}}}{2(1-\varphi_0+n\varphi_0)} \quad \mu_0 = \frac{\mu}{h} \\ \therefore \tau_{m.A} &= \frac{3Q(1-\varphi_0+n\varphi_0)}{b \left\{ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{M}{W\sigma_{c.B}} \right\} h} \dots\dots\dots(32.8) \end{aligned}$$

### 4. 塑性域の曲げ応力

(引張側に塑性域のある場合—Fig. 1(e))

#### 4.1 引張および圧縮添材をもつ場合

##### 4.1.1 垂直応力

Fig. 6 において、 $\lambda$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  および  $K_0$  の間につぎの関係がなりたつ。

$$\begin{aligned} \mu_1 &= (1-K)\lambda \\ \mu_2 &= (1+\omega K)\lambda \end{aligned} \dots\dots(41.1)$$

$$\omega = \frac{n}{er}$$

$\sum H=0$  より

$$\begin{aligned} r \{ e(1+\omega K)^2 - (1-K)^2 \} \lambda^2 - 2 \{ K(h - \varphi + n\varphi) - (1-e)rt \} \lambda \\ - (1-e)rt^2 = 0 \dots\dots\dots(41.2) \end{aligned}$$

$$\therefore \lambda = \frac{K(h-\varphi+n\varphi) - (1-e)rt}{r \{ e(1+\omega K)^2 - (1-K)^2 \}}$$

$$\left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{(1-e)r^2t^2 \{ e(1+\omega K)^2 - (1-K)^2 \}}{\{ K(h-\varphi+n\varphi) - (1-e)rt \}^2}} \right] \dots\dots\dots(41.3)$$

$$M = W\sigma_{c.B} \left[ \frac{2(1-e)r}{K} \cdot \frac{t_0^3}{\lambda_0} + 3 \left\{ (1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{(1-e)r}{K} \cdot t_0^2 \right\} - \frac{r}{K} \{ e(1+\omega K)^3 - (1-K)^3 \} \lambda_0^2 \right] \dots\dots\dots(41.4)$$

今、 $K$  の極限值を  $K_0$  として、このときの最大曲げ破壊係数を  $\sigma_{b00}$  とすれば、

$$\sigma_{b00} = \left[ \frac{2(1-e)rt_0^3}{K_0} \cdot \frac{1}{\lambda_0} + 3 \left\{ (1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{(1-e)rt_0^2}{K_0} \right\} - \frac{r}{K_0} \{ e(1+\omega K_0)^3 - (1-K_0)^3 \} \lambda_0^2 \right] \cdot \sigma_{c.B} \dots\dots\dots(41.5)$$

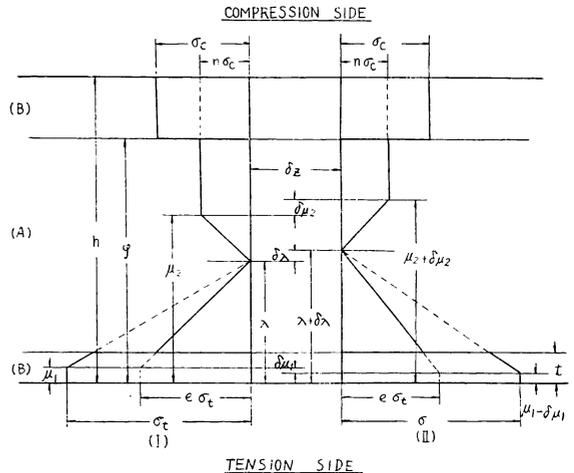


Fig. 6 Distribution of bending stresses in cross section, in the plastic region.

ただし、

$$\lambda_0 = \frac{K_0(1-\varphi_0+n\varphi_0)-(1-e)rt_0}{r\{e(1+\omega K_0)^2-(1-K_0)^2\}} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{(1-e)r^2t_0^2\{e(1+\omega K_0)^2-(1-K_0)^2\}}{K_0(1-\varphi_0+n\varphi_0)-(1-e)rt_0}} \right]$$

41.2 剪断応力

Fig. 6 において、 $\tau_{cA}$  = 圧縮側 A 材に分布する剪断応力、 $\tau_{tA}$  = 引張側 A 材に分布する剪断応力、 $\tau_{tB}$  = 引張側 B 材に分布する剪断応力とすれば、

$$\tau_{cA} = \frac{n\sigma_{cB}}{2(\mu_2-\lambda)^2} \left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 + 2 \frac{\frac{\partial\lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} \cdot (\mu_2-\lambda)y - \frac{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} + \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)^2 \right]$$

ただし、  $0 < y < \mu_2 - \lambda$  .....(41.6)

$$\tau_{tA} = \frac{n\sigma_{cB}}{2(\mu_2-\lambda)^2} \left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial\lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)y - \frac{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} + \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)^2 \right]$$

ただし、  $0 < y < \lambda - t$  .....(41.7)

$$\tau_{tB} = \frac{r\sigma_{cB}}{2(\lambda-\mu_1)^2} \left\{ \frac{\partial\lambda}{\partial z} + \frac{\partial\mu_1}{\partial z} \right\} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial\lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial\lambda}{\partial z} + \frac{\partial\mu_1}{\partial z} \right\}} (\lambda-\mu_1)y + \frac{\left\{ \frac{\partial\lambda}{\partial z} - \frac{\partial\mu_1}{\partial z} \right\}}{\left\{ \frac{\partial\lambda}{\partial z} + \frac{\partial\mu_1}{\partial z} \right\}} (\lambda-\mu_1)^2 \right]$$

ただし、  $\lambda > y > \lambda - \mu_1$  .....(41.8)

上の3式より明らかなように  $\tau_{cA}$  曲線には  $\tau_m$  が存在しない。したがって、 $\tau_{tA}$  または  $\tau_{tB}$  曲線のいずれかに  $\tau_m$  は存在することになる。

$\tau_m$  が  $\tau_{tA}$  曲線に存在するための条件は、

$$-\frac{\partial}{\partial y} \tau_{tA} = 0$$

とにおいて、えられる  $y$  の値を  $y_0$  とすれば、

$$y_0 = \frac{\frac{\partial\lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda) \dots\dots\dots(41.9)$$

となり、かつ、 $y_0 \leq \lambda - t$  でなければならない。

これをもとめるには、(41.1)、(41.2) より  $\frac{\partial\mu_2}{\partial z}$ 、および  $\frac{\partial\lambda}{\partial z}$  を  $K$  に関してもとめ  $y_0 < \lambda - t$  にあてはめて決定すればよい。しかし、この計算は相当に複雑なものとなる。

$$\tau_m - t_A = -\frac{n\sigma_{cB}}{2} \cdot \frac{\left( \frac{\partial\mu_2}{\partial z} \right)^2}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} \dots\dots\dots(41.10)$$

$$\tau_m - t_B = -\frac{r\sigma_{cB}}{2} \cdot \frac{\left( \frac{\partial\mu_1}{\partial z} \right)^2}{\left\{ \frac{\partial\lambda}{\partial z} + \frac{\partial\mu_1}{\partial z} \right\}} \dots\dots\dots(41.11)$$

ゆえに、本報告では、この場合の詳細な取扱いを省くことにする。梁の引張外皮がその材の引張強度に

達してからの剪断応力破損の確率は、あまり高いものではないようであり、一応実用上の見地からは、剪断破損の限度を前述3の場合までとみても危険はない。

4.2 圧縮添材のみまもつ場合

42.1 垂直応力

Fig. 7 に示した場合である。

このときは (41.1) 式で、

$$t=0, \quad \omega = \frac{1}{r'}$$

とおいたものを用いる。

すなわち、

$$\lambda = \frac{2r'(h-\varphi+n\varphi)}{n(r'+1)\{2r'-K(r'-1)\}} \dots (42.1)$$

$$\therefore \lambda_0 = \frac{2r'(1-\varphi_0+n\varphi_0)}{n(r'+1)\{2r'-K(r'-1)\}}$$

また、

$$M = W \cdot \sigma_{cB} \left[ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{nr'}{K} \left\{ \left( 1 + \frac{K}{r'} \right)^3 - (1-K)^3 \right\} \lambda_0^2 \right] \dots (42.2)$$

ここで、 $K$  の極限值を  $K_0$  として、この場合の最大曲げ破壊係数を  $\sigma_{b00}$  とすれば、

$$\sigma_{b00} = \left[ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{nr'}{K_0} \left\{ \left( 1 + \frac{K_0}{r'} \right)^3 - (1-K_0)^3 \right\} \lambda_0^2 \right] \sigma_{cB}$$

ただし、

$$\lambda_0 = \frac{2r'(1-\varphi_0+n\varphi_0)}{n(r'+1)\{2r'-K_0(r'-1)\}} \dots (42.3)$$

or

$$\sigma_{b00} = \left[ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2 \{ K_0^2(r'+1)^2 + 3r'(r'+K_0)(1-K_0) \}}{h(r'+1)\{2r'-K_0(r'-1)\}^2} \right] \sigma_{cB} \quad (42.3a)$$

42.2 剪断応力

前と同様 Fig. 7 において、(I) と (II) との垂直応力差量によつてもとめられる。この場合は 4.1 のときよりは単純で、著者の第1報における諸関係の  $h$  を  $\frac{h-\varphi+n\varphi}{n}$  にておき換えた形をとるのである。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{2r'(h-\varphi+n\varphi)}{n(r'+1)\{2r'-K(r'-1)\}} \\ \mu_1 &= (1-K)\lambda \\ \therefore \mu_1 &= \frac{2r'(h-\varphi+n\varphi)(1-K)}{n(r'+1)\{2r'-K(r'-1)\}} \\ \mu_2 &= (1+\omega K)\lambda \\ \mu_2 &= \frac{2r'(h-\varphi+n\varphi)(1+\omega K)}{n(r'+1)\{2r'-K(r'-1)\}} \end{aligned} \right\} \dots (42.4)$$

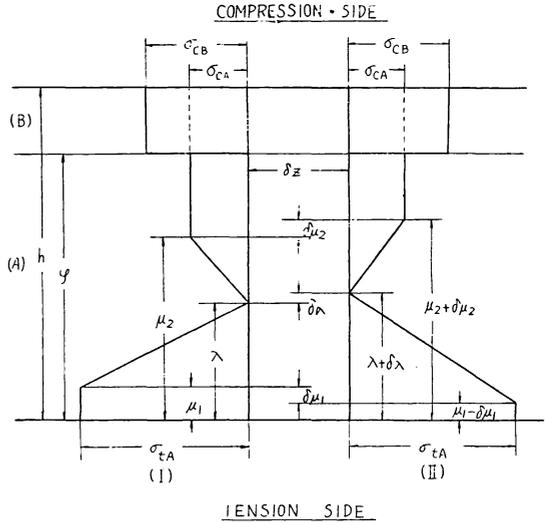


Fig. 7 Distribution of bending stresses in cross section, in the plastic region ( $t=0$ ).

また、 $\sigma_{cB}(h-\varphi) + n\sigma_{cB}\varphi = \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)(n\sigma_{cB} + \sigma_{tA})$  であるから、

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{2(h-\varphi+n\varphi)}{n(1+r')} \dots\dots\dots(42.5)$$

$$\therefore \frac{2(h-\varphi+n\varphi)}{n(r'+1)} = \{2-K(1-\omega)\} \lambda$$

$$\lambda = \frac{2(h-\varphi+n\varphi)}{n(r'+1)\{2-K(1-\omega)\}}$$

さて、Fig. 7 における剪断応力をもとめるに、

$\tau_{cA}$  = 圧縮側 A 材に分布する剪断応力

$\tau_{tA}$  = 引張側 A 材に分布する剪断応力

とすれば、前の場合と同様にして、

$$\tau_{cA} = \frac{n\sigma_{cB}}{2(\mu_2-\lambda)^2} \left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 + 2 \frac{\frac{\partial\lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)y - \frac{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} + \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)^2 \right]$$

ただし、 $0 < y < \mu_2 - \lambda$  .....(42.6)

$$\tau_{tA} = \frac{n\sigma_{cB}}{2(\mu_2-\lambda)^2} \left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial\lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)y - \frac{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} + \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)^2 \right]$$

ただし、 $0 < y < \lambda$  .....(42.7)

上の2式より  $\tau_{max}$  は  $\tau_{tA}$  曲線に存在することが明らかである。

$$\therefore \frac{\partial}{\partial y} \tau_{tA} = 0$$

とおいて、 $y_0$  を求めると、

$$y_0 = \frac{\frac{\partial\lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2 - \lambda)$$

$$\therefore \tau_{max} = \frac{n\sigma_{cB}}{2} \cdot \frac{\left( \frac{\partial\mu_2}{\partial z} \right)^2}{\left\{ \frac{\partial\mu_2}{\partial z} - \frac{\partial\lambda}{\partial z} \right\}} \dots\dots\dots(42.8)$$

$$\begin{aligned} \therefore \tau_{max-A} &= \frac{3Q}{2b(\mu_2 - \mu_1)} \\ &= \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{2K(h-\varphi+n\varphi)} \dots\dots\dots(42.9) \\ &\quad n\{2r' - K(r'-1)\} \end{aligned}$$

または、

$$\tau_{max-A} = \frac{3Qn(r'+1)}{4b(h-\varphi+n\varphi) \sqrt{3r'-(r'+1)} \frac{M}{W\sigma_{cB}}} \dots\dots\dots(42.10)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{Q^2}{2 \left[ \frac{3r'}{r'+1} \sigma_{0B} W - M \right]} \dots\dots\dots(42.11)$$

以上のように、この場合は、全く第1報の素材梁のときと同様の形となるから、問題ではない。

5. 破壊条件と曲げ破壊係数

梁の破壊条件は、ある外力の曲げモーメントに対して、外皮引張応力と、剪断応力とのいずれが先に、最大値(その材固有の破壊応力)に達するかによつて定まるとみることができる。ただし、正しくは、外皮引張応力が、その材の破壊応力に達するとともに、その伸長度も破壊伸長度に達する必要がある。これらの関係を、前述の各式を用いて、その荷重条件や、支点条件に関して定めればよいのである。すなわち、荷重方式については、第1報のように、ふつう4つの場合が考えられる。しかし、いずれにせよ、同様の手続きによるものであつて、実用上の必要に応じて計算すればよいと思われるから、ここでは、繁雑をさけ最も単純な場合とみられる単一集中荷重、両端支持自由の条件で、破壊条件および曲げ破壊係数を求めてみることにした。

5.1 引張および圧縮添材を有する場合

Fig. 8 において、破損の起る位置はいうまでもなく、 $z=a$  のところである。

$$\therefore Mz = Ma = \frac{W\xi}{l} a \dots\dots(5.1a)$$

また、

$$Qa = \frac{W\xi}{l} = \frac{Ma}{a} \dots\dots(5.1b)$$

さらに、第1報のときと同様、

$$a = \frac{l}{2m}$$

とおきかえると、

$$Qa = \frac{2m}{l} \cdot Ma \dots\dots(5.1c)$$

$$Ma = \frac{bh^2}{6} \cdot \sigma_b \dots\dots(5.1d)$$

$$\therefore Qa = \frac{mbh}{3} \left( \frac{h}{l} \right) \cdot \sigma_b' \dots\dots(5.1e)$$

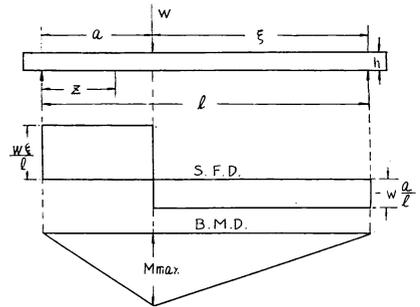


Fig. 8 Simply supported beam bent by single load.

5.1.1 塑性域引張破損にもとづく曲げ破壊の限界条件

前述の諸関係より、つぎの大小関係が明らかである。

$\sigma_{b00}$  = 引張側 B 材に塑性域のある場合の最大曲げ応力

$\sigma_{b0}$  = 引張側 B 材に塑性域のない場合の最大曲げ応力 (引張側外皮応力が引張破壊応力に達したとき)

$\sigma_{b1}$  = 引張側 B 材の外皮応力がその材の引張破壊応力に達するまでに、断面内最大剪断応力がその分布する材部の剪断強度に達して破壊する場合の曲げ応力

とすれば、

$$\sigma_{b00} > \sigma_{b0} \geq \sigma_{b1}$$

ここで、正しくは、 $\sigma_{b0}$  より  $\sigma_{b00}$  までの曲げ応力変化に際し、その断面内剪断応力にもとづく破壊も考えられるわけであるが、一般的に、この場合の剪断応力を求める式がはなはだ複雑となり、しかも、著

者の経験からみて、引張塑性化の極限条件を示す  $K_0$  の値は大体において 0.5 以上とみられるので、この区間における剪断応力の発達はかなり限定されるものと判断される。したがって、実用上からは、塑性域剪断破損が、曲げ応力  $\sigma_{b0}$  となる場合を限度とするとみても大きな誤りはないものと考えられる。

すなわち、引張破損による曲げ破壊の限界条件を、 $\sigma_{b0} = \sigma_{b1}$  として決定し、引張側に塑性域を有するものにあつては、この限界内の  $\frac{h}{l}$  に対し、その材個々の極限条件  $K_0$  によつて  $\sigma_{b00}$  を決定すればよい。

i)  $\mu > 2t$  の場合

この場合、 $\tau_{max}$  は A 材部に存在するから、 $\tau_{max-A}$  を吟味すればよい。すなわち、 $\sigma_{b0} = (31.7)$  式をあたえる  $\mu_0$  の値を  $\tau_m = (31.15)$  式の  $\theta_1$  に代入して、 $\sigma_{b1}$  をもとめれば、

$$\sigma_{b1} = \frac{2\sigma_{cB}}{m\left(\frac{\sigma_{cB}}{\tau_m}\right)\left(\frac{h}{l}\right)\left(\frac{h}{\theta_1}\right)} \dots\dots\dots (51.1)$$

ここで  $\sigma_{b1} = \sigma_{b0}$  において  $\left(\frac{h}{l}\right)_p$  をもとめると、

$$\left(\frac{h}{l}\right)_p = \frac{2\sigma_{cB}}{mq_A\sigma_{b0}}\theta_1 \quad \text{ただし、} q_A = \frac{\sigma_{cB}}{\tau_m} = \frac{\sigma_{cB}}{\tau_A} \dots\dots\dots (51.2)$$

$\tau_A = A$  材の剪断強度

ゆえに、 $\left(\frac{h}{l}\right)_p$  が、塑性域引張破損を生ずるためのハリタケ——スパン比の限界値であつて、

$$\frac{h}{l} \leq \left(\frac{h}{l}\right)_p \longrightarrow \text{梁は引張破損を原因として破壊する。}$$

適用式は  $\sigma_{b0} = (31.7)$  式

ii)  $\mu < 2t$  の場合

この場合は、断面内最大剪断応力は B 材部に存在する。したがつて、 $\tau_{max-B}$  式が梁の破壊を支配するか、または、 $\tau_A$  が  $\tau_B$  より相当に低い場合および A 材と B 材との接着面の剪断接着力が低い場合には、両材の境界部剪断応力  $\tau_G$  式が支配することになる。すなわち  $\sigma_{b0} = (31.7)$  式の  $\mu_0$  の値を  $\tau_{mB} = (31.16)$  式の  $\theta_2$  に代入して  $\sigma_{b1}$  をもとめると、

$$\sigma_{b1} = \frac{2\sigma_{cB}}{mq_B\left(\frac{h}{l}\right)} \cdot \theta_2 \dots\dots\dots (51.3)$$

$\therefore \sigma_{b1} = \sigma_{b0}$  において  $\left(\frac{h}{l}\right)_p$  を求める。

$$\left(\frac{h}{l}\right)_p = \frac{2\sigma_{cB}}{mq_B\sigma_{b0}} \cdot \theta_2 \quad \text{ただし、} q_B = \frac{\sigma_{cB}}{\tau_B} \dots\dots\dots (51.4)$$

$\tau_B = B$  材の剪断強度

ゆえに、この場合としては、

$$\frac{h}{l} \leq \left(\frac{h}{l}\right)_p \longrightarrow \text{適用式は } \sigma_{b0} = (31.7) \text{ 式}$$

また、A, B 両材の境界部剪断応力  $\tau_G$  式については、

$$\sigma_{b1} = \frac{2\sigma_{cB}}{mq_G\left(\frac{h}{l}\right)} \cdot \theta_3 \quad \text{ただし、} q_G = \frac{\sigma_{cB}}{\tau_G} \dots\dots\dots (51.5)$$

$\tau_G = \tau_A$  または剪断接着力 ( $\tau_A < \tau_B$  とする)

$$\therefore \left(\frac{h}{l}\right)_p = \frac{2\sigma_{cB}}{mhq_G \cdot \sigma_{b0}} \theta_3 \dots\dots\dots(51.6)$$

この場合、もし、 $\frac{q_B}{\theta_2} > \frac{q_G}{\theta_3}$  であれば、(51.3) < (51.5) となり、 $\left(\frac{h}{l}\right)_p$  としては (51.4) 式が適用される。また、 $\frac{q_B}{\theta_2} < \frac{q_G}{\theta_3}$  のときは、 $\left(\frac{h}{l}\right)_p = (51.6)$  式が適用される。

iii)  $\mu = 2t$  の場合

この場合は、最大剪断応力が、A材とB材との接着面に生ずることになるから、 $\left(\frac{h}{l}\right)_p = (51.6)$  式が限界条件となり  $\frac{h}{l} \leq \left(\frac{h}{l}\right)_p$  において、塑性域引張破損が支配することになる。

51.2 弾性域剪断破損にもとづく曲げ破壊の限界条件

$\sigma_{be}$  = 弾性限度の曲げ応力

$\sigma_{b2}$  = 弾性限度内で、断面内最大剪断応力がその分布する材部の剪断強度に達して破壊する場合の曲げ応力

とすれば、 $\sigma_{b2} \geq \sigma_{be}$  である。

つぎに、垂直応力に関して、弾性域と塑性域との境界条件をしらべてみると、

i)  $\frac{n}{e} \geq \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda}$  であれば、圧縮側 B 材の外皮応力が最初に破壊応力  $\sigma_{cB}$  に達する。

$\sigma_{be} = (21.5)$  式をあたえる  $\lambda_0$  を ( $\lambda$  でもよい) (21.15) 式に代入し、 $\beta_0, \beta_c, \beta_t$  をもとめ、それを (21.16) 式に適用して、 $\sigma_{b2}$  をもとめると、

$$\sigma_{b2} = \frac{2\sigma_{cB}}{mhq_A \left(\frac{h}{l}\right)} \cdot \beta_0 \dots\dots\dots(51.7)$$

ここで  $\sigma_{b2} = \sigma_{be}$  において、

$$\therefore \left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{cB}}{mhq_A \sigma_{be}} \cdot \beta_0 \dots\dots\dots(51.8)$$

また、接着面における剪断破損が原因となる場合には、圧縮側では、

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{cB}}{mhq_G \sigma_{be}} \cdot \beta_c \dots\dots\dots(51.9)$$

引張側では、

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{cB}}{mhq_G \cdot \sigma_{be}} \cdot \beta_t \dots\dots\dots(51.10)$$

以上3つの  $\left(\frac{h}{l}\right)_e$  のうちで、最も小さいものがこの場合のもとめる限界条件となる。

ii)  $\frac{n}{e} \leq \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda}$  ならば、圧縮側の A, B 両材境界部位で、A 材の圧縮応力が、はじめて破壊応力  $\sigma_{cA}$  に達した場合の  $\sigma_{be}$  は次式であらわされる。

$$\sigma_{be} = \frac{[4 \{1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3)\} \{1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0)\} - 3 \{1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2)\}^2]}{e \{ (2\varphi_0 - 1) - (1-e)(\varphi_0 - t_0)^2 \}} \cdot \sigma_{cA} \quad (51.11)$$

また、 $\left(\frac{h}{l}\right)_e$  については、前と同様にしてつぎのごとく求められる。

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{rB}}{mhq_A \cdot \sigma_{bc}} \cdot \beta_0 \dots\dots\dots(51.12)$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{rB}}{mhq_G \cdot \sigma_{bc}} \cdot \beta_c \dots\dots\dots(51.13)$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{rB}}{mhq_G \cdot \sigma_{bc}} \cdot \beta t \dots\dots\dots(51.14)$$

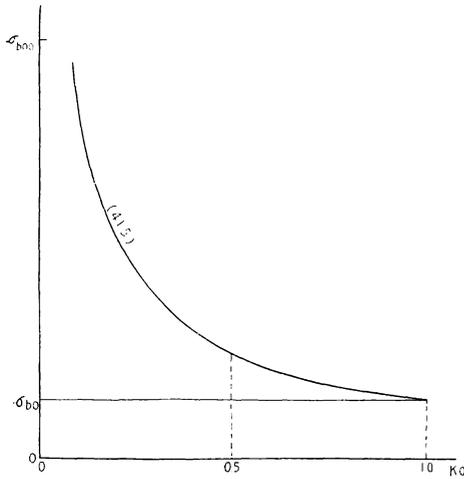


Fig. 9  $\sigma_{b00}-K_0$  relation.

以上3つの  $\left(\frac{h}{l}\right)_e$  で、最大のものがこの場合の求める限界条件である。

なお、 $\left(\frac{h}{l}\right)_e$  より  $\left(\frac{h}{l}\right)_p$  までの曲げ応力の変化は一般に曲線変化をなすが、 $\sigma_{b1}$  式は $\mu$ に関して相当複雑となるので、実用的見地からこの区間の $\sigma_{b1}$ 変化を直線的とみなしてもよいとおもう。

5.2 圧縮添材のみをもつ場合

5.2.1 塑性域引張破損にもとづく曲げ破壊の限界条件

$\sigma_{b00}$  = 引張側 A 材に塑性域のある場合の最大曲げ応力

$\sigma_{b0}$  = 引張側外皮応力がちょうど引張破壊応力に達したときの曲げ応力

$\sigma_{b1}$  = 引張側外皮において応力が引張破壊応力に達してから伸びが破壊伸長度に達するまでに、断面内最大剪断応力とその分布する材部の剪断強度に達して破壊する場合の曲げ応力

$\sigma_{b2}$  = 引張側外皮応力が引張破壊応力に達するまでに、断面内最大剪断応力とその分布する材部の剪断強度に達して破壊する場合の曲げ

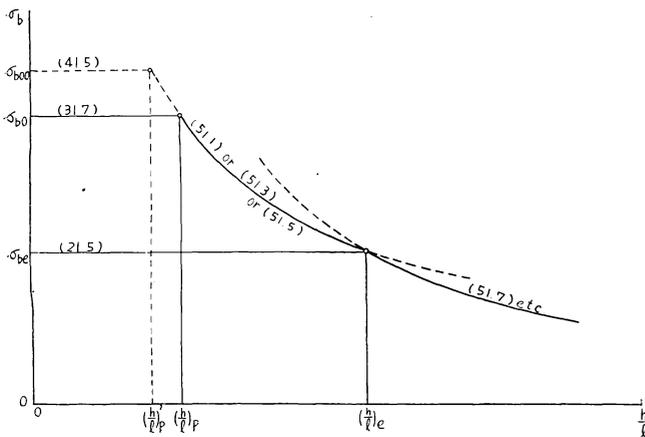


Fig. 10 Bending strength of a glued laminated wood beam as affected by depth-span ratios, (in the case of three laminations).

応力

とすれば、

$$\sigma_{b00} \geq \sigma_{b1} \geq \sigma_{b0} \geq \sigma_{b2} \quad \text{なる関係が存在する。}$$

ここに、

$$\sigma_{b00} = \left[ 3(1 - \varphi_0^2 + n\varphi_0^2) - \frac{4(1 - \varphi_0 + n\varphi_0)^2 \{ K_0^2(r'+1)^2 + 3r'(r'+K_0)(1-K_0) \}}{n(r'+1) \{ 2r' - K_0(r'-1) \}^2} \right] \cdot \sigma_{rB} \quad (42.3a)$$

$$\sigma_{b1} = \frac{8(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2}{(r'+1)n^2m^2\left(\frac{h}{l}\right)^3q_{A1}^2} \left[ \sqrt{1 + \frac{3}{4}r'm^2\left(\frac{h}{l}\right)^2q_{A1}^2} \cdot \frac{n^2}{(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2} - 1 \right] \sigma_{cB} \dots (52.1)$$

$$\sigma_{b0} = \left[ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2}{n(r'+1)} \right] \cdot \sigma_{cB} \dots (32.5)$$

$$\sigma_{b2} = \frac{3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2)}{1+m(1-\varphi_0+n\varphi_0)q_{A1}\left(\frac{h}{l}\right)} \cdot \sigma_{cB} \dots (52.2)$$

今,  $\left(\frac{h}{l}\right)_{p_2}$  = 塑性域第2限界で,  $\sigma_{b0} = \sigma_{b1}$  において求められるもの

$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_1}$  = 塑性域第1限界で,  $\sigma_{b0} = \sigma_{b2}$  において求められるもの, この場合,  $\sigma_{b1}$ ,  $\sigma_{b0}$  および  $\sigma_{b2}$

は一点において相交わる (一致する)。

$$\therefore \left(\frac{h}{l}\right)_{p_2} = \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)}{A_0\sqrt{\frac{3r'}{r'+1}} \cdot n \cdot m \cdot q_{A1} \sqrt{\frac{3r'}{r'+1}} - A_0} \dots (52.3)$$

ただし,

$$A_0 = 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2 \{ K_0^2(r'+1)^2 + 3r'(r'+K_0)(1-K_0) \}}{n(r'+1) \{ 2r' - K_0(r'-1) \}^2}$$

とする。

$$\left(\frac{h}{l}\right)_{p_1} = \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)}{m \cdot q_{A1} \{ 3n(r'+1)(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - 4(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2 \}} \dots (52.4)$$

### 52.2 弾性域剪断破損にもとづく曲げ破壊の限界条件

$\sigma_{be}$  = 弾性限度曲げ応力

$\sigma_{b3}$  = 弾性限度内で, 断面内最大剪断応力とその分布する材部の剪断強度に達して破壊する場合の曲げ応力

とすれば,  $\sigma_{be} \geq \sigma_{b3}$  となる。

i)  $\frac{n}{e} \geq \frac{\varphi-\lambda}{h-\lambda}$  の場合

断面内最大剪断応力に対応する曲げ応力は, (22.10) 式より

$$\sigma_{b3} = \frac{2\sigma_{cB}}{mq_{A1}\left(\frac{h}{l}\right)} \cdot \beta_0 \dots (52.5)$$

$$\sigma_{be} = \frac{[4\{1-\varphi_0^3+e\varphi_0^3\} \{1-\varphi_0+e\varphi_0\} - 3\{1-\varphi_0^2+e\varphi_0^2\}^2]}{[1-(1-e)(2-\varphi_0)\varphi_0]} \cdot \sigma_{cB} \dots (52.6)$$

$\sigma_{b3} = \sigma_{be}$  において  $\left(\frac{h}{l}\right)_e$  を求めると,

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{cB}}{mq_{A1} \cdot \sigma_{be}} \cdot \beta_0 \dots (52.7)$$

また, とくに圧縮側 A 材と B 材との接着面での剪断接着力が A 材の剪断強度よりかなり弱いときは,

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{cB}}{mh \cdot q_G \cdot \sigma_{be}} \cdot \beta_r \dots (52.8)$$

ただし  $\beta_r$  は (22.10) 式による。

上の2つの  $\left(\frac{h}{l}\right)_e$  のうちで小さい方がもとの限界条件となる。

ii)  $\frac{n}{e} \leq \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda}$  の場合

この場合は、圧縮側 A 材が B 材より先に圧縮強度に達するときである。

ゆえに、

$$\sigma_{be} = \frac{[4\{1 - \varphi_0^3 + e\varphi_0^3\} \{1 - \varphi_0 + e\varphi_0\} - 3\{1 - \varphi_0^2 + e\varphi_0^2\}^2]}{e[(2\varphi_0 - 1) - (1 - e)\varphi_0^2]} \cdot \sigma_{cA} \dots (52.9)$$

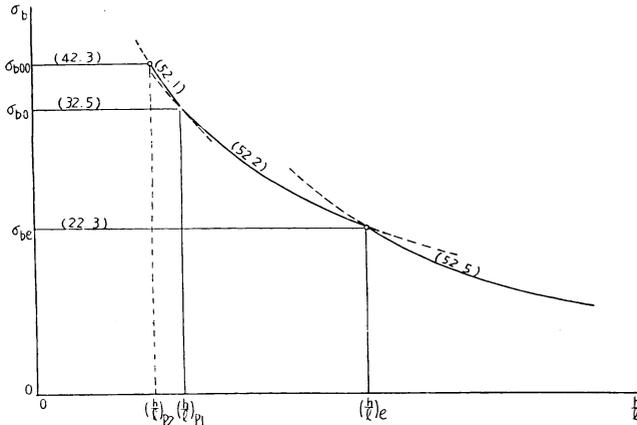


Fig. 11 Bending strength of a glued laminated wood beam as affected by depth-span ratios ( $t=0$ ). (in the case of two laminations)

また、 $\sigma_{bs}$  については前と同様の形をとるから、この場合は、最大剪断応力については、

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{cB}}{mhq_A \cdot \sigma_{be}} \cdot \beta_0 \dots (52.10)$$

圧縮側 A, B 材接着面の剪断応力については、

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\sigma_{cB}}{mhq_G \cdot \sigma_{be}} \cdot \beta_c \dots (52.11)$$

となり、この両者のうちで小さい方が、求める限界条件である。

### 6. 理論式の適用性について

以上、異強度材の組合せによる3層および2層集成材の梁における破壊条件と曲げ破壊係数の算出理論を求めた。むろん、同強度材のみによる集成材については、第1報にのべた理論式が適用されるものと考えられる。ただし、この理論式を適用するにあたって、その基礎条件の一つとなつている材の剪断強度は、若干、素材強度を上廻ることが予想されるので、この点に関する安定的データの集積または個々の場合の検定が必要である。

理論式の適用については、著者自身の実験結果がまだないので、とりあえず、1950年に発表された、建設省、建築研究所要報第100号の森徹博士および浅野氏等の実験結果について、その適合度をたしかめることにした。なお、この実験では、剪断強度  $\tau_A, \tau_B$  および引張における伸びの極限条件たる  $K_0$  の値がもとめられていないので、スギの剪断強度  $\approx 70 \text{ kg/cm}^2, K_0 \approx 0.8$ 、ナラの剪断強度  $\approx 140 \text{ kg/cm}^2, K_0 \approx 0.7$  として、破壊条件をもとめた。スギの剪断強度を  $70 \text{ kg/cm}^2$  と推定した理由は、材の含水率、比重等からみて、この程度が適当と考えたからであり、ナラの  $140 \text{ kg/cm}^2$  はやや高く評価したようであるが、結果的には  $120 \text{ kg/cm}^2$  前後でもその破壊条件にはエイキョウしない。また、 $K_0$  については、ほとんど、データの無い現状であるが、ナラについては著者の実験結果より類推したのであり、スギについては全くの推定にすぎない。しかし、これもエゾマツ等の結果から類推したものである。

つぎに、両氏の報告にみられる諸独立強度を表示する。なお、梁の記号については、つぎの構成で、両氏のものをそのまま転用した。

$C_1$  = 圧縮添材ナラ (B) + スギ (A)

$C_2, C_3$  は  $C_1$  と同じ構成

$D_2$  = 圧縮添材ナラ (B) + 中材スギ (A) + 引張添材ナラ (B)

$D_3, E_1$  は  $D_2$  と同じ構成

$bA_1, bA_2, bA_3$  はすべてスギ材,  $bB$  はナラ材

その他の記号は, すべて, 前出のものである。

Table 1. Strength properties of laminated wood beams. (By Dr. MORI & ASANO<sup>1)</sup>)

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$D_2$	$D_3$	$E_1$
$E_A$	68500	71800	70600	71800	70600	68500
$E_B$	96300	96300	96300	96300	96300	96300
$\sigma_{cA}$	239	247	244	247	244	239
$\sigma_{cB}$	408	408	408	408	408	408
$\sigma_{tA}$	727	729	725	729	725	727
$\sigma_{tB}$	1170	1170	1170	1170	1170	1170
* $\tau_A$	(70)	(70)	(70)	(70)	(70)	(70)
* $\tau_B$	(140)	(140)	(140)	(140)	(140)	(140)
$e$	0.711	0.746	0.733	0.746	0.733	0.711
$n$	0.586	0.606	0.598	0.606	0.598	0.586
$r$	2.87	2.87	2.87	2.87	2.87	2.87
$r'$	3.04	2.95	2.97	2.95	2.97	3.04
* $K_0$	(0.80)	(0.80)	(0.80)	(0.70)	(0.70)	(0.70)
* $q_A$	(5.83)	(5.83)	(5.83)	(5.83)	(5.83)	(5.83)
* $q_B$	(2.92)	(2.92)	(2.92)	(2.92)	(2.92)	(2.92)
* $q_G$	(5.83)	(5.83)	(5.83)	(5.83)	(5.83)	(5.83)

$E$  = Young's modulus (compressive test);  $\sigma_c$  = compressive strength;  $\sigma_t$  = tensile strength;  $\tau$  = shear strength;  $e = \frac{E_A}{E_B}$ ;  $n = \frac{\sigma_{cA}}{\sigma_{cB}}$ ;  $r = \frac{\sigma_{tB}}{\sigma_{cB}}$ ;  $r' = \frac{\sigma_{tA}}{\sigma_{cA}}$ ;  $K_0$  (See Report (1));  $q_A = \frac{\sigma_{cB}}{\tau_A}$ ;  $q_B = \frac{\sigma_{cB}}{\tau_B}$ ;  $q_G = \frac{\sigma_{cB}}{\tau_{AB}} - (\tau_{AB} = \tau_A)$ ;  $A$  = Sugi;  $B$  = Nara.

\* Assumed value.  $C$  = Test beam; Compression side (B) + Tension side (A),  $D$  &  $E$  = Test beam; compression side (B) + (A) + tension side (B).

Table 2. Construction of test beams.

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$D_2$	$D_3$	$E_1$
$h$	4	4	4	4	4	4
$\varphi$	3.5	3	3	3	3	3
$\varphi_0$	0.875	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750
$t$	0	0	0	1	1	0.5
$t_0$	0	0	0	0.250	0.250	0.125
$b$	2	2	2	2	2	2
$\rho$	0.790	0.554	0.554	0.562	0.563	0.609
$n/e$	0.824	0.812	0.816	0.812	0.816	0.824

$h$  = depth of beam;  $\rho = \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda}$ ;  $\varphi_0 = \frac{\varphi}{h}$ ;  $t_0 = \frac{t}{h}$  the others: See Figure 1.

Table 2 は用いられた合成梁（集成梁）の断面構成を示す。  $\varphi_0 = \varphi/h$ ;  $t_0 = t/h$  で、  $\rho = (\varphi - \lambda)/(h - \lambda)$  である。

また、材の材質諸条件については、原報告<sup>1)</sup>を参照されたい。

以上の諸関係を用いて、この集成材梁の破壊条件および曲げ破壊係数を求めてみる。

6.1 弾性域における梁の断面条件

前述の計算式を用いて、 $\lambda$ ,  $\varphi$  および  $\beta$  を求めると Table 3 のようになる。ただし、Table 2 より  $n/e > \rho$  であるから、この条件を用いなければならないのはいうまでもない。

Table 3. Computed values of  $\lambda$ ,  $\varphi$ ,  $\phi$  &  $\beta$  at elastic limit in the laminated beams.

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$D_2$	$D_3$	$E^1$
$\lambda$	2.085	2.113	2.126	2.000	2.000	2.055
$\lambda_0$	0.521	0.528	0.532	0.500	0.500	0.514
$\phi_0$	0.394	0.429	0.417	0.484	0.483	0.458
$\beta_0$	2.130	2.178	2.138	3.678	4.141	4.145
$\beta_c$	7.577	5.012	4.820	5.163	5.163	5.090
$\beta_t$	—	—	—	5.163	5.163	8.110

$\lambda_0 = \lambda/h$ ;  $\varphi_0 = \varphi/h$ ;  $\phi_0 = \phi/h$ ;  $\phi = 2 \{ h^3 - \varphi^3 + e\varphi^3 \} - 3 \{ h^2 - \varphi^2 + e\varphi^2 \} \lambda$  (at beam C)

$\phi = 2 \{ h^3 - (1-e)(\varphi^3 - t^3) \} - 3 \{ h^2 - (1-e)(\varphi^2 - t^2) \} \lambda$  (at beam D & E),

$\lambda = \frac{h^2 - \varphi^2 + e\varphi^2}{2(h - \varphi + e\varphi)}$  (at beam C);  $\lambda = \frac{h^2 - (1-e)(\varphi^2 - t^2)}{2 \{ h - (1-e)(\varphi - t) \}}$  (at beam D & E).

$\beta_0, \beta_c = (22.9)$  at beam C;  $\beta_0, \beta_c, \beta_t = (21.15)$  at beam D & E.

Table 3 にみられるように、どの梁においても、その中立軸の位置は、中心軸ときわめて近接し、かつ、やや圧縮側にかたよっている。

6.2 塑性域における梁の断面条件

この場合は、前述のように、次の2つの条件がもとめられる。

6.2.1 引張側が全部弾性域で応力が引張強度に達したとき

Table 4 に示すような断面条件がえられる。

Table 4. Computed values of  $\lambda$ ,  $\mu$ , &  $\theta$  at Fig. 4 & Fig. 5.

(the outside stress of tension side = tensile strength).

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$D_2$	$D_3$	$E_1$
$\lambda$	1.622	1.760	1.761	1.340	1.335	1.445
$\lambda_0$	0.406	0.440	0.440	0.335	0.334	0.361
$\mu$	2.155	2.355	2.354	1.719	1.714	1.861
$\mu_0$	0.539	0.589	0.589	0.430	0.429	0.465
$\mu - 2t$	—	—	—	-0.281	-0.286	+0.861
$\theta_1$	—	—	—	—	—	1.891
$\theta_2$	—	—	—	1.622	1.697	—
$\theta_3$	—	—	—	1.822	1.828	2.174

at beam C:  $\lambda_0 = (32.1)$ ;  $\mu_0 = (32.4)$ , at beam D & E:  $\lambda_0 = (31.2)$ ;  $\mu_0 = (31.6)$ ;  $\theta_1 = (31.15)$ ;  $\theta_2 = (31.16)$ ;  $\theta_3 = (31.17)$ .

なお、この場合、 $\mu - 2t$  の値が、 $D_2$  および  $D_3$  では負、 $E_1$  では正となっているから、その最大剪断応力の存在する位置は、 $D_2$  と  $D_3$  では引張添材 B の中にあり、 $E_1$  は A 材（中材）にくることが分る。

したがって、この場合  $D_2$  と  $D_3$  については、 $\theta_2$  と  $\theta_3$  がそれぞれ  $q_B$  と  $q_G$  との比としてあらわされる  
 とき、いずれが大きいかによつて、 $B$  材部に剪断破損の起る可能性があるか、または  $A$  材と  $B$  材との境界部  
 において起るかを決めなければならない。これは  $q_G = \sigma_{cB} / \tau_{AB}$  であつて、 $\tau_{AB} = A$  材と  $B$  材との剪断  
 接着力であるから、少なくとも、この場合の材構成から判断して、 $\tau_{AB} \geq \tau_A$  とみられる公算が大きい。  
 著者は、これを  $\tau_{AB} = \tau_A$  と仮定して計算した。また、実用上の見地から、この塑性域限度で、剪断破損  
 を起す条件を求めて、これらの梁の塑性域破壊条件とした。したがつて後述する限界条件  $\left(\frac{h}{l}\right)_p$  は、  
 この場合から算出したものである。

62.2 引張側に塑性域を考慮した場合

引張破壊伸長度によつてもとめられる極限条件  $K_0$  が、この場合不明であるから、前述の推定によつて  
 計算するより致し方がない。

Table 5 に、それぞれの断面条件を表示したが、とくに、ナラ材については  $K_0 = 0.7$  は、決して小さ  
 すぎないものと考えられるので(森・浅野両氏の行つた素材梁(ナラ)の実験結果から推定してもこのこ  
 とは分る)とくに、 $E_1$  の  $\mu_1$  が 0.36 cm にもなり、引張添材厚み  $t$  に比較して、両氏のいわれるよう  
 に省きうる ( $\mu_1 = 0$ ) ものとは考えられない。

Table 5. Computed values  $\lambda$ ,  $\mu$ , &  $\mu_2$  at Fig. 6 & Fig. 7. (plastic limit)

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$D_2$	$D_3$	$E_1$
$\lambda$	1.472	1.602	1.600	1.116	1.110	1.194
$\lambda_0$	0.368	0.400	0.400	0.279	0.278	0.299
$\mu_2$	1.858	2.032	2.033	1.336	1.333	1.436
$\mu_{20}$	0.465	0.508	0.508	0.334	0.333	0.359
$\mu_1$	0.296	0.321	0.320	0.336	0.333	0.360
$\mu_{10}$	0.074	0.080	0.080	0.084	0.083	0.090

at beam C:  $\lambda_0 = (42.3)$ ;  $\mu_2 = (42.4)$ ;  $\mu_1 = (42.4)$ .

at beam D & E:  $\lambda = (41.3)$ ;  $\mu_1 = (41.1)$ ;  $\mu_2 = (41.1)$   $\lambda_0 = \lambda/h$ ;  $\mu_{20} = \mu_2/h$ ;  $\mu_{10} = \mu_1/h$ .

6.3 破壊条件

これらの梁の曲げ破壊条件は、Table 6 に示すように、ハリタケ——スパン比 ( $h/l$ ) によつてあらわ  
 される。

なお、参考のため、森博士等の行つた素材梁  $bA$  (スギ)、 $bB$  (ナラ) についても同表にかかげておいた。

Table 6. Limiting conditions of failure of the laminated beams as affected by the depth-span ratios.

	$\frac{h}{l}$	$\left(\frac{h}{l}\right)_p$	$\left(\frac{h}{l}\right)_e$	Type of Failure	Position of $\tau_m$	$\theta$	$\beta$
$C_1$	0.083	0.136	0.221	Tension	A	—	$\beta_0$
$C_2$	0.083	0.134	0.207	"	A	—	$\beta_0$
$C_3$	0.083	0.135	0.205	"	A	—	$\beta_0$
$D_2$	0.083	0.089	0.326	"	B	$\theta_2$	$\beta_0$
$D_3$	0.083	0.089	0.316	"	B	$\theta_2$	$\beta_0$
$E_1$	0.083	0.095	0.376	"	A	$\theta_1$	$\beta_0$
$bA_1$	0.083	0.144	0.536	"	—	—	—
$bA_2$	0.083	0.144	0.567	"	—	—	—
$bA_3$	0.083	0.145	0.574	"	—	—	—
$bB$	0.083	0.155	0.538	"	—	—	—

Table 6 において,

$$\left(\frac{h}{l}\right)_p = \text{塑性域引張破損と剪断破損との限界点の } \frac{h}{l} \text{ である。}$$

ゆえに,  $\frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_p$  ならば, 引張破損をする。

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \text{弾性域剪断破損と塑性域剪断破損との限界点の } \frac{h}{l} \text{ である。}$$

ゆえに,  $\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_e$  ならば, 弾性域剪断破損をする。

ところが, この表に示すように, これらの梁はすべて  $\frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_p$  であつて, 塑性域引張破損を起すことになる。ただし, これは,  $\tau_A = 70 \text{ kg/cm}^2$  と仮定しているのので,  $\tau_A$  が小さいのが事実であれば, 剪断破損を生ずる可能性もあるわけである。とくに, これは引張添材をもつ  $D$  および  $E$  の場合において問題となる。全体を通じて, 添材 (中材に比してかなり強度大なるとき) をもつものほど剪断破損の危険は増大するとみなければならぬ。しかし, 添材を附するにあつての圧縮接着で, 材の緊定効果がかかりにあつて, 材質が若干強化され, これに伴つて剪断強度も上昇するようなことがあればそれだけ危険は緩和されることはいうまでもない。

#### 6.4 曲げ破壊係数

以上の条件から, これらの梁の曲げ破壊係数が求められる。すなわち, Table 7 に示すとおりで, その計算値と実験値との差は少なく, よく一致している。ここに,  $\sigma_{b00}$  = 推定値  $K_0$  によつて求めた 最大曲げ破壊係数;  $\sigma_{b0}$  =  $K_0$  を 1 とみた場合の曲げ破壊係数;  $\sigma_{be}$  = 弾性限度曲げ応力の計算値;  $\sigma_b$  = 曲げ試験で求められた曲げ破壊係数 (森・浅野氏による);  $\sigma_e$  = 同じ試験で求められた 3% 比例限度応力;  $\sigma_{b0-M}$  = 両氏の求めた計算式からの算出曲げ破壊係数である。

なお, 参考のために, 素材梁についての曲げ破壊係数も Table 8 にかかげておいた。

ここで, いずれの場合も,  $A_2$  材を用いたものの計算値が, 目だつて低くめでいてることがみとめられる。これは他の 2 者 ( $A_1, A_3$ ) に比して比重も大であつて, 当然, 各独立強度が大となるべきと思われれるが, 実験結果をみると, 圧縮, 引張ともほとんど差がない。

Table 7. Comparison of measured and computed bending strength.

	$\sigma_{b00}$	$\sigma_{b0}$	$\sigma_{be}$	$\sigma_b$	$\sigma_e$	$\frac{\sigma_{b00}}{\sigma_b}$	$\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b}$	$\frac{\sigma_{b0-M}}{\sigma_b}$	$\frac{\sigma_{be}}{\sigma_e}$
	kg/cm <sup>2</sup>								
$C_1$	590	557	337	620	371	0.95	0.90	0.90	0.91
$C_2$	655	615	368	689	431	0.95	0.89	0.91	0.85
$C_3$	650	612	368	669	410	0.97	0.91	0.90	0.89
						<b>0.96</b>	<b>0.90</b>	<b>0.90</b>	<b>0.88</b>
$D_2$	757	720	395	795	514	0.95	0.91	0.92	0.77
$D_3$	755	716	394	771	458	0.98	0.93	0.96	0.86
$E_1$	743	697	386	722	403	1.03	0.97	0.97	0.96
						<b>0.99</b>	<b>0.94</b>	<b>0.95</b>	<b>0.86</b>
						0.97	0.92	0.93	0.87

where;  $\sigma_{b00}$  = Computed strength from equation; (42.3) — at beam C; (41.5) — at beam D & E.

$\sigma_{b0}$  = Computed strength from equation; (32.5) — at C. (31.7) — at D & E.

$\sigma_{be}$  = Computed stress from equation; (22.3) — at C; (21.5) — at D & E.

$\sigma_{b0-M}$  = Computed strength by Dr. Mori & Asano.

$\sigma_b$  = bending strength, tested (by Dr. Mori & Asano).

$\sigma_e$  = bending stress at proportional limit, tested (by Dr. Mori & Asano).

ところが、曲げ破壊係数では素材梁  $bA_2$  では  $bA_1, bA_3$  に比して 10% 程度大きい。これは、たしかに、正常な関係ではなさそうである。著者の推定では、 $A_2$  材の独立強度はもう少し大であるべきではないかと思う。

以上の結果を通じて、ここにのべた集成材梁の理論計算は素材梁の場合とはほぼ同様の適用性があるものと推定される。

Table 8. Comparison of measured and computed bending strength. ( $A=Sugi; B=Nara$ )

	$\sigma_{b0}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_b$ kg/cm <sup>2</sup>	$\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b}$	$\frac{\sigma_{b0}-M}{\sigma_b}$
$bA_1$	481	462	1.04	1.02
$bA_2$	491	523	0.94	0.93
$bA_3$	486	493	0.99	0.98
$bB$	802	873	0.92	0.91
			0.97	0.96

### 7. 考 察

破壊条件については、その剪断破損の条件を実験的に確認されていないが、おつて、実験を行いたい発表する予定である。重要なことは、集成材梁の接着条件が、材それ自体の個々の独立強度に影響を及ぼすかどうかの点である。また、最大曲げ破壊係数については、現段階においても、ほとんどその適用性は確実であろう。素材梁の場合と同様、引張極限条件  $K_0$  をもとめておけば、結局、圧縮、引張および剪断強変と、圧縮ヤング係数とによつて、任意に添材をもつた梁の曲げ破壊係数、または、危険荷重を推定することができるわけである。その比例限度もまた、かなりの近似性で推定することができよう。

問題を単純化するために、あえて、三層集成材梁として解いたが、これは、その断面全体の材構成が、 $B+A+B$  としただけであつて、 $B$  および  $A$  が、さらに数枚の同一材で構成せられていてもかまわないのである。

しかし、この場合には、その各接着層における剪断接着力が問題であつて、もし、これが材自身の剪断強度より低いようなときは、この層で剪断破損を生ずる危険がある。さらに、任意の外力によるモーメントに対する断面内剪断応力の分布は、三層で引張側に塑性域をもつ場合のほかは、簡単にもとめられるから、それらの計算によつて危険断面を予知することも可能である。当然、この場合も誤差を生ずると思われるが、少なくともそれは安全側であつて、危険な推定とはならないのである。

むしろ、現実の集成材梁では、つねに、スカフ接手部を有つているから、この部分にはたらく応力集中と、これに伴う引張接着力によつて破損条件はやや複雑となる。

このことは、材の割裂特性と密接な関係をもつているので、素材梁の引張側に「目切レ」を考慮した場合と同時に、これからの研究課題としてとりあげている。最後に一言ふれておきたいことは、上述の理論でつかう  $n/e$  のことである。前にものべたように、もし、 $e > n$  であれば、Fig. 1 の (c) 状態が、断面内応力分布の発達過程にあらわれてこなければならぬわけである。ところで、著者がこれまでに行つた試験の結果 (針葉樹材 = エゾマツ、トドマツ、スギ; 広葉樹 = ミズナラ、ブナ、ケヤキ、マカンバ、ヤチダモ、ハルニレ、ハンノキ、カツラ、ニセアカシア、ハリギリ、アサダ、イタヤ、アビトン等) と、既往の文献等より計算してみたところ、ある程度のパラツキを考慮して Fig. 12 に示すような、圧縮強度と圧縮弾性係数との直線関係が推察されるようである。すなわち、ごく大ざつばにみて、圧縮強度  $\sigma_c$  とヤング率  $E_c$  との間には、

$$\sigma_c = \omega' E_c$$

なる関係を考えることができる。さらに、これを気乾材の針葉樹、広葉樹、生材の針葉樹、広葉樹に分けると、個々の樹種間の差はあまりなくなつて、つぎの関係式にはいつてくるように思われる。

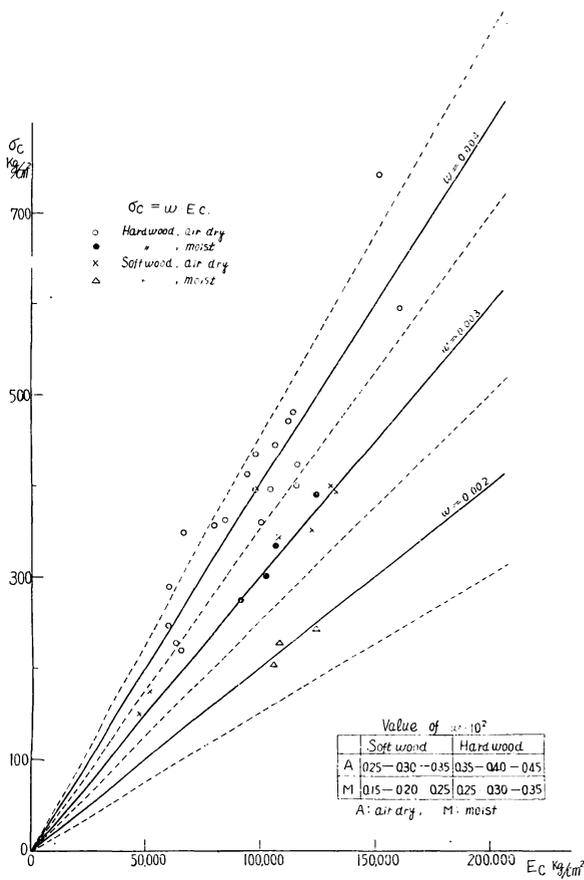


Fig. 12  $\sigma_c - E_c$  relations. ( $\sigma_c$  = compressive strength;  $E_c$  = Young's modulus in compression).

i) 針葉樹生材

$$\sigma_c = 0.002 E_c$$

ii) 針葉樹気乾材および広葉樹生材

$$\sigma_c = 0.003 \cdot E_c$$

iii) 広葉樹気乾材

$$\sigma_c = 0.004 \cdot E_c$$

むろん, Fig. 12 に点線で示したように, この3本の平均的傾向直線の分散域が存在している。すなわち,  $\omega'$  についてそれぞれ  $\pm 0.0005$  の範囲にほとんどはいつてくるようである。

かりに, この傾向を認めるとすれば, 上の3つの分類内においては,  $e \approx n$  と考えられることになつてはなはだ単純となる。また, もしも, 森・浅野両氏の実験のように, 気乾材の針葉樹と広葉樹の組合せでは,  $\omega'_A = 0.003$ ;  $\omega'_B = 0.004$  となるから ( $A =$  スギ;  $B =$  ナラ),

$$\frac{\sigma_{cA}}{\sigma_{cB}} = n$$

$$\frac{E_{cA}}{E_{cB}} = e$$

として,

$$\frac{n}{e} = \frac{\frac{\sigma_{cA}}{E_{cA}}}{\frac{\sigma_{cB}}{E_{cB}}} = \frac{\omega'_A}{\omega'_B} = \frac{0.003}{0.004} = 0.75 < 1$$

となる。ところで, これは, Table 2 で  $\frac{n}{e} \approx 0.8$  となつており, 大体一致するものと考えられる。したがつて, 両氏の実験の材構成では, 必ず Fig. 1~(c) は経過するものと判断しなければならないわけである。将来, 必要が生じて, この場合もとり扱わねばならぬことがあればなにかの参考となるだろうと思ひ一言ふれたのである。

### む す び

第1報でのべた木材梁の曲げについての理論を集成材の基本型と考えられる3層集成材梁の場合まで拡張してみたが, 結果は, 大体において適用しうるよう思う。とくに, その最大の曲げ破壊係数(引張破壊を原因とする)については, 森博士および浅野猪久夫氏等の実験値ともよく一致している。また, やや低目ではあるが, 弾性限度応力の算出も可能である。この報告では, 主として理論的取扱いに重点を

おいているが、つぎの報告では、実験的事項、とくに剪断破損条件の検討をとり扱いたいと考えている。いずれにせよ、今後の木材独立強度に関する取扱いにおいては、本文にのべた、 $e$ ,  $n$ ,  $r$ ,  $q$  および  $K_0$  等の数値的に的確な取扱いが必要であることを強調したいと思う。

## 文 献

- 1) 森 徹, 浅野猪久夫: 異強度材の組合せによる膠着合成材梁の研究 (第1報), 建築研究所要報 第100号, 昭25 (1950).
- 2) 今 俊三: 木材の曲げ破損法則に就て 日本土木学会論文集 第5号 昭25 (1950).
- 3) S. C. Bachtel & C. B. Norris: Strength of wood beams of rectangular cross section as affected by span-depth ratio. F. P. L. of U. S. A. R 1910 (1952).
- 4) 沢田 稔: 木材梁に関する研究 (第1報) 矩形断面梁の破壊条件と曲げ破壊係数, 農林省林業試験場研究報告 第71号, 昭29 (1954).

Minoru SAWADA: Studies on the Mechanics of wood beams (Report 2.)  
Strength of glued laminated wood beams of rectangular cross section,  
consisting of two kinds of wood.

### Résumé

The purpose of this report is to validate the theoretical equations derived in Appendix I, for designing glued laminated wood beams of rectangular cross section, consisting of two kinds of wood under various depth-span ratios. The deriving method of these equations is about equal to it of the wood beams of the report (1)<sup>1)</sup>.

The typical construction of a glued laminated wood beam's cross section is as shown in figure 1. The type and development of distribution of bending stresses in the beam are assumed as shown in figure 1~7. The strength of the outside member B (*the face laminations*) are higher than the central member A (*the core lamination*).

The theoretical equations can be based on these stress-curves, which is determined by the following nine constants depending on the material:

1.  $\sigma_{cB}$  (the compressive strength of the member B)
2.  $e = E_A/E_B$  ( $E_A$ : the modulus of elasticity of the member A in the compression test;  $E_B$ : the modulus of elasticity of the member B in the same test).
3.  $n = \sigma_{bA}/\sigma_{cB}$  ( $\sigma_{cA}$ : the compressive strength of the member A)
4.  $r = \sigma_{tB}/\sigma_{cB}$  ( $\sigma_{tB}$ : the tensile strength of the member B)
5.  $r' = \sigma_{tA}/\sigma_{cA}$  ( $\sigma_{tA}$ : the tensile strength of the member A)
6.  $q_A = \sigma_{cB}/\tau_A$  ( $\tau_A$ : the shear strength of the member A)
7.  $q_B = \sigma_{cB}/\tau_B$  ( $\tau_B$ : the shear strength of the member B)
8.  $q_G = q_{AB} = \sigma_{cB}/\tau_G$  ( $\tau_G = \tau_{AB}$ : the shear strength in the glue lines)
9.  $K_0 = E_0/E$  ( $E_0 = \sigma_t/\delta_t$ ;  $\sigma_t$ : the tensile strength;  $\delta_t$ : the maximum strain in the tensile test; E: the modulus of elasticity in the tensile test)  
where, generally;  $e \leq 1$ ;  $n \leq 1$ .

And thus, the computed bending strength by the author's equations agree well with the measured strength obtained by Dr. T. Mori and I. Asano<sup>1)</sup> as shown in table 7.

In the case, however, to designe the crosssectional area of a glued laminated wood beam, it is necessary to determine experimentally in various ways the conditions regarding the stress concentration in the positions of scarf-joint, time effect at loading, scale effect according to various defects of wood, and etc.

**Appendix I Derivation of General Equations,**

**1. Bending stresses in the elastic region.**

In the elastic region of deformation the bending stresses are distributed in the cross sections according to the straight-line law (as shown in figure 2 and 3)

**1.1 In a glued laminated beam consisting of three laminations. (as shown in figure 2.)**

From the condition of equilibrium:

$$\lambda_0 = \lambda/h = \frac{1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3)}{2\{1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0)\}} \dots \dots \dots (21.2)$$

$$\varphi_0 = \varphi/h; \quad t_0 = t/h$$

while the bending stress  $\sigma'_{bc}$  becomes:

$$\sigma'_{bc} = \frac{M}{W} = \frac{[4\{1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3)\} \{1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0)\} - 3\{1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2)\}^2]}{1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3)} \cdot \sigma_1 \dots \dots \dots (21.4)$$

where;  $M$  = bending moment     $W = bh^2/6$      $b$  = width of beam  
 $h$  = depth of beam.

when  $\sigma'_{bc}$  is equal to the bending stress at elastic limit  $\sigma_{bc}$  becomes:

$$\sigma_{bc} = \frac{[4\{1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3)\} \{1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0)\} - 3\{1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2)\}^2]}{1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3)} \sigma_{cB} \dots \dots \dots (21.5)$$

Using the stress distribution in figure 3, we obtain the following equations:

$$\begin{aligned} \tau_m &= \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{h\phi_0} \dots \dots \dots \\ &= \frac{3Q}{2b\beta_0} \dots \dots \dots (21.13) \end{aligned}$$

$\tau_m$ : maximum shear stress in the core lamination A.     $Q$ : shear force.

and

$$\begin{aligned} \tau_{c-AB} = \tau_{rG} &= \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{h\phi_0} \dots \dots \dots \\ &= \frac{3Q}{2b\beta_c} \dots \dots \dots (21.12) \end{aligned}$$

$\tau_{c-AB}$ : shear stress in the glue line of compression side

$$\tau_{t-AB} = \tau_{lG} = \frac{3Q}{2b} \cdot \frac{1}{h\phi_0} \dots \dots \dots (21.14)$$

$\tau_{t-AB}$ : shear stress in the glue line of tension side

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \frac{h\phi_0}{2\{e\lambda_0^3 + (1-e)(2\lambda_0 - t_0)t_0\}} \\ \beta_c &= \frac{h\phi_0}{2(1-\varphi_0)(1+\varphi_0-2\lambda_0)} \dots \dots \dots (21.15) \\ \beta_t &= \frac{h\phi_0}{2(2\lambda_0 - t_0)t_0} \end{aligned}$$

$$\phi_0 = 2\{1 - (1 - e)(\varphi_0^3 - t_0^3)\} - 3\{1 - (1 - e)(\varphi_0^2 - t_0^2)\}\lambda_0 \dots\dots\dots (21.9)$$

**1.2 In a glued laminated beam consisting of two laminations.** (as shown in figure 3).

From  $t$  (the face lamination's thickness) = 0, we obtain:

$$\lambda_0 = \frac{1 - \varphi_0^3 + e\varphi_0^3}{2(1 - \varphi_0 + e\varphi_0)} \dots\dots\dots (22.1)$$

$$\sigma'_{bc} = \frac{M}{W} = \frac{4\{1 - \varphi_0^3 + e\varphi_0^3\}\{1 - \varphi_0 + e\varphi_0\} - 3\{1 - \varphi_0^2 + e\varphi_0^2\}^2}{e\{1 - \varphi_0^2 + e\varphi_0^2\}} \cdot \sigma_1 \dots\dots (22.2)$$

\(\therefore\) the bending stress at elastic limit:

$$\sigma_{bc} = \frac{e\phi_0}{1 - \lambda_0} \cdot \sigma_{eB} \dots\dots\dots (22.4)$$

$$\phi_0 = 2\{1 - \varphi_0^3 + e\varphi_0^3\} - 3\{1 - \varphi_0^2 + e\varphi_0^2\}\lambda_0$$

And, the shear stresses become:

$$\tau_m = \frac{3Q}{2b\beta_0} \quad \tau_{r-AB} = \tau_{eG} = \frac{3Q}{2b\beta_e} \dots\dots\dots (22.8)$$

where

$$\beta_0 = \frac{h\phi_0}{2e\lambda_0} ; \quad \beta_e = \frac{h\phi_0}{2e(2\lambda_0 - \varphi_0)\varphi_0}$$

**2. Bending stress in the plastic region (1)**

As the force in creases, the yield point is first reached in the outermost compression fiber, and the beam begins to yield in the face lamination of the compression side. This is represented as shown in figure 4 and 5.

**2.1 In a glued laminated beam consisting of three laminations.** (as shown in figure 4).

From the condition of equilibrium:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{h} = \frac{(1 - e)nt_0^2 + 2e(1 - \varphi_0 + n\varphi_0)\mu_0 - en\mu_0^3}{2\{e(1 - \varphi_0 + n\varphi_0) + (1 - e)nt_0\}} \dots\dots\dots (31.2)$$

$$\mu_0 = \frac{t}{h}$$

$$\sigma'_{bc} = \frac{M}{W} = \left[ 3\alpha_0 - 2\gamma_0(\mu_0 + 2t_0) + \frac{4t_0\gamma_0\mu_0^3}{\mu_0^2 - (1 - e)(\mu_0 - t_0)^2} \right] \frac{\sigma_{eB}}{e} \dots\dots (31.3)$$

$$\alpha_0 = e(1 - \varphi_0^2 + n\varphi_0^2) + (1 - e)nt_0^2 \quad \gamma_0 = e(1 - \varphi_0 + n\varphi_0) + (1 - e)nt$$

Taking

$$\sigma_1 = \sigma_{eB},$$

we obtain from the first two equations:

$$\sigma_{bc} = \left[ 3\alpha_0 - 2\gamma_0(\mu_0 + 2t_0) + \frac{4t_0\gamma_0\mu_0^3}{\mu_0^2 - (1 - e)(\mu_0 - t_0)^2} \right] \cdot \frac{\sigma_{eB}}{e}$$

$$\mu_0 = \frac{B}{A} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{(1 - e)t_0^2}{e} \cdot \frac{A^2}{B^2}} \right] \dots\dots\dots (31.6)$$

$$A = er + n = er(1 + w) \quad B = (1 - \varphi_0 + n\varphi_0) - (1 - e)rt_0$$

And, the shear stresses become:

$$\tau_{cA} = \frac{n \cdot \sigma_{cB}}{2(\mu - \lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \left[ y^2 + 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) y - \frac{\frac{\partial \mu}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda)^2 \right] \right\}$$

0 < y < μ - λ ..... (31.8)

$$\tau_{tA} = \frac{n \cdot \sigma_{cB}}{2(\mu - \lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) y - \frac{1}{e} \{ \lambda^2 - (1 - e)(\lambda - t)^2 \} \right] \right. \\ \left. + 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) \frac{1}{e} \{ \lambda - (1 - e)(\lambda - t) \} \right\}$$

$$= \frac{n \cdot \sigma_{cB}}{2(\mu - \lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) y - \frac{\frac{\partial \mu}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda)^2 \right] \right\} \dots (31.9)$$

0 < y < λ - t

$$\tau_{tB} = \frac{n \cdot \sigma_{cB}}{2e(\mu - \lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) y - \lambda^2 + 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) \lambda \right] \right\}$$

λ - t < y < λ ..... (31.10)

where,  $\tau_{cA}$ : shear stress in the core lamination of the compression side.

$\tau_{tA}$ : shear stress in the core lamination of the tension side.

$\tau_{tB}$ : shear stress in the face lamination of the tension side.

$$\frac{\partial M}{\partial z} = Q = - \frac{b \sigma_{cB}}{3e} \cdot \gamma_0 \left[ 1 - \frac{4t_0^3(1-e)(\mu_0 - t_0)\mu_0}{\{\mu_0^2 - (1-e)(\mu_0 - t_0)^2\}^2} \right] \frac{\partial \mu_0}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \mu_0}{\partial z} = h \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z}$$

$$\therefore \frac{\partial \mu}{\partial z} = \frac{-3eQ}{bh\sigma_{cB} \cdot \gamma_0 \left[ 1 - \frac{4t_0^3(1-e)(\mu_0 - t_0)\mu_0}{\{\mu_0^2 - (1-e)(\mu_0 - t_0)^2\}^2} \right]} \dots (31.11)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z} = \frac{e}{\gamma_0} \{ 1 - \varphi_0 + n\varphi_0 \} - n\mu_0 \} \frac{\partial \mu}{\partial z}$$

Since the maximum shear stress is clearly in the curve  $\tau_{tA}$  or  $\tau_{tB}$ :

$$\frac{\partial \tau_{tA}}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{tB}}{\partial y} = 0; \quad y_0 = \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda)$$

where,  $y_0$ : the distance measured upward, from the bottom of the beam to the position of  $\tau_m$ .

$I_f$   $y_0 < \lambda - t$ :

$$\frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}} (\mu - \lambda) - (\lambda - t) < 0$$

$$\therefore \mu > 2t \text{ or } \mu_0 > 2t_0$$

the  $\tau_m$  is in the curve  $\tau_{tA}$ .

i)  $\mu_0 > 2t_0$ :

$$\tau_{mA} = \frac{3Q}{2b\theta_1}$$

$$\theta_1 = \frac{h}{e} \{ e\mu_0 + (1-e)t_0 \} \left[ 1 - \frac{4t_0^2(1-e)(\mu_0-t_0)\mu_0}{\{\mu_0^2 - (1-e)(\mu_0-t_0)^2\}^2} \right] \dots\dots (31.15)$$

ii)  $\mu_0 < 2t_0$ :

$$\tau_{mB} = \frac{3Q}{2b\theta_2}$$

$$\theta_2 = \frac{h\{ e\mu_0 + (1-e)t_0 \} [\{\mu_0^2 - (1-e)(\mu_0-t_0)^2\}^2 - 4t_0(1-e)(\mu_0-t_0)\mu_0]}{[e\mu_0^2 + (1-e)t_0^2]^2} \dots (31.16)$$

iii)  $\mu_0 = 2t_0$ :

$$\tau_{mA} = \tau_{mB}$$

$\tau_m$  is in the glue line of the tension side.

iv) the shear stress in the glue line of the tension side  $\tau_G = \tau_{AB}$  generally becomes:

$$\tau_G = \frac{3Q}{2b\theta_3}$$

$$\theta_3 = \frac{h[\{\mu_0^2 - (1-e)(\mu_0-t_0)^2\}^2 - 4t_0(1-e)(\mu_0-t_0)\mu_0]}{4et_0(\mu_0-t_0)\mu_0} \dots\dots (31.17)$$

**2.2 In a glued laminated beam consisting of two laminations (as shown in figure 5).**

From  $t=0$ ;  $e=1$ ;

$$\lambda_0 = \frac{\{2(1-\varphi_0+n\varphi_0)-n\mu_0\}\mu_0}{2(1-\varphi_0+n\varphi_0)} \dots\dots\dots (32.1)$$

$$\sigma'_{b0} = \{3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - 2(1-\varphi_0+n\varphi_0)\mu_0\} \cdot \sigma_{cB} \dots\dots\dots (32.3)$$

$$\sigma_{b0} = \left\{ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2}{n(r'+1)} \right\} \sigma_{cB} \dots\dots\dots (32.5)$$

In this case, the  $\tau_m$  is clearly in the curve  $\tau_A$ ;

$$\therefore \tau_{mA} = \frac{3Q}{2b\mu}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = - \frac{3Q^2}{b(h-\varphi+n\varphi)\mu \cdot \sigma_{cB}}$$

$$= - \frac{Q^2}{3W\sigma_{cB}(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - M}$$

$$\mu_0 = \frac{3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{M}{W\sigma_{cB}}}{2(1-\varphi_0+n\varphi_0)}, \quad \mu_0 = \frac{\mu}{h}$$

$$\therefore \tau_{mA} = \frac{3Q(1-\varphi_0+n\varphi_0)}{bh \left[ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{M}{W \cdot \sigma_{cB}} \right]} \dots\dots\dots (32.8)$$

3. Bending stress in the plastic region (2).

This case is represented in figure 6 and 7. In the case, the plastic part is not only on the compression side, but on the tension side.

3.1 In a glued laminated beam consisting of three laminations (as shown in figure 6)

$$\begin{aligned} \mu_1 &= (1-K)\lambda \\ \mu_2 &= (1+\omega K)\lambda \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (41.1)$$

$$\omega = \frac{n}{er}$$

$$\Sigma H = 0$$

$$r\{e(1+\omega K)^2 - (1-K)^2\}\lambda^2 - 2\{K(h-\varphi+n\varphi) - (1-e)rt\}\lambda - (1-e)rt^2 = 0$$

where,

$$K = E'/E, \leq 1$$

$$E' = \sigma_{tB}/\delta_B$$

$\delta_B$  = a certain strain beyond  $\sigma_{tB}/E$ .

$$\delta_{B-\max} > \delta_B > \frac{\sigma_{tB}}{E}$$

$$1-e > 0; 1-K > 0$$

$$\therefore \lambda = \frac{K(h-\varphi+n\varphi) - (1-e)rt}{r\{e(1+\omega K)^2 - (1-K)^2\}} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{(1-e)r^2t^2\{e(1+\omega K)^3 - (1-K)\}}{\{K(h-\varphi+n\varphi) - (1-e)rt\}^2}} \right] \quad \dots\dots\dots (41.3)$$

$$\sigma'_{b00} = \left[ \frac{2(1-e)rt_0^3}{K\lambda_0} + 3\left\{ (1-\varphi_0^2 + n\varphi_0^2) - \frac{(1-e)rt_0^2}{K} - \frac{r}{K}\{e(1+\omega K)^3 - (-K)^3\}\lambda_0^2 \right\} \right] \cdot \sigma_{cB} \quad \dots\dots\dots (41.4)$$

the bending strength  $\sigma_{b00}$  becomes:

taking,  $K = K_0$

$$\begin{aligned} \sigma_{b00} &= \left[ \frac{2(1-e)rt_0^3}{K_0\lambda_0} + 3\left\{ (1-\varphi_0^2 + n\varphi_0^2) - \frac{(1-e)rt_0^2}{K_0} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{r}{K_0}\{e(1+\omega K_0)^2 - (1-K_0)^3\}\lambda_0^2 \right] \sigma_{cB} \quad \dots\dots\dots (41.5) \end{aligned}$$

$$\tau_{m-tA} = -\frac{n\sigma_{cB}}{2} \cdot \frac{\left(\frac{\partial \mu_2}{\partial z}\right)^2}{\left\{\frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}\right\}} \quad \dots\dots\dots (41.10)$$

$$\tau_{m-tB} = -\frac{r\sigma_{cB}}{2} \cdot \frac{\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial z}\right)^2}{\left\{\frac{\partial \lambda}{\partial z} + \frac{\partial \mu_1}{\partial z}\right\}} \quad \dots\dots\dots (41.11)$$

$$y_0 = \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\left\{\frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}\right\}} (\mu_2 - \lambda) < \lambda - t \quad \tau_m = \tau_{m-tA}$$

$$y_0 > \lambda - t \quad \tau_m = \tau_{m-tB}$$

3.2 In a glued laminated beam consisting of two laminations (as shown in figure 7).

$$t=0; \quad \omega=1/r'$$

then,

$$\lambda_0 = \frac{2r'(1-\varphi_0+n\varphi_0)}{n(r'+1)\{2r'-K(r'-1)\}} \dots\dots\dots (42.1)$$

$$\sigma'_{b00} = \left[ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{nr'}{K} \left\{ \left(1+\frac{K}{r'}\right)^3 - (1-K)^3 \right\} \lambda_0^3 \right] \sigma_{cB} \dots\dots (42.2)$$

$K=K_0$ ; the bending strength  $\sigma_{b00}$ .

becomes:

$$\begin{aligned} \sigma_{b00} &= \left[ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{nr'}{K_0} \left\{ \left(1+\frac{K_0}{r'}\right)^3 - (1-K_0)^3 \right\} \lambda_0^3 \right] \cdot \sigma_{cB} \\ &= \left[ 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2 \{K_0^3(r'+1)^2+3r'(r'+K_0)(1-K_0)\}}{n(r'+1)\{2r'-K_0(r'-1)\}^2} \right] \sigma_{cB} \\ &\dots\dots\dots (42.3) \end{aligned}$$

Distribution of the shear stresses:

$$\begin{aligned} \tau_{cA} &= \frac{n \cdot \sigma_{cB}}{2(\mu_2-\lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 + 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)y - \frac{\left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}}{\left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)^2 \right] \\ &0 < y < \mu_2 - \lambda \dots\dots\dots (42.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{tA} &= \frac{n\sigma_{cB}}{2(\mu_2-\lambda)^2} \left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\} \left[ y^2 - 2 \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)y - \frac{\left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}}{\left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2-\lambda)^2 \right] \\ &0 < y < \lambda \dots\dots\dots (42.7) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \tau_{tA}}{\partial y} = 0; \quad y_0 = \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} (\mu_2 - \lambda)$$

$$\begin{aligned} \therefore \tau_m &= -\frac{n\sigma_{cB}}{2} \cdot \frac{\left( \frac{\partial \mu_2}{\partial z} \right)^2}{\left\{ \frac{\partial \mu_2}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right\}} \\ &= \frac{3Q}{2b(\mu_2-\mu_1)} \\ &= \frac{3Qn(r'+1)}{4b(h-\varphi+n\varphi)\sqrt{3r'-(r'+1)} \frac{M}{W \cdot \sigma_{cB}}} \dots\dots\dots (42.10) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = -\frac{Q^2}{2 \left[ \frac{3r'}{r'+1} W \cdot \sigma_{cB} - M \right]} \dots\dots\dots (42.11)$$

**4. Limiting condition of failure and modulus of rupture in bending of a glued laminated beam.**

*In the case of simply supported beam bent by single load. (figure 8).*

**4.1. The limiting condition  $\left(\frac{h}{l}\right)_p$  and bending strength. (figure 10 & 11)**

$\left(\frac{h}{l}\right)_p$ : at this point, the bending strength according to shear is equal to the bending strength according to tension failure.

**41.1. In the case of three laminations.**

The position of failure is equal to  $z = a$ ;

$$\therefore Mz = Ma = \frac{W\xi}{l} \cdot a$$

$$Qa = \frac{Ma}{a} = \frac{W\xi}{l}$$

taking,  $a = \frac{l}{2m}$

$$Qa = \frac{2m}{l} \cdot Ma = \frac{mbh}{3} \left(\frac{h}{l}\right) \cdot \sigma'_{b0}$$

i)  $\mu > 2t$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_p = \frac{2\theta_1}{mh \cdot q_A} \cdot \frac{\sigma_{rB}}{\sigma_{b0}} \dots \dots \dots (51.2)$$

$$\sigma_{b0} = (31.6)$$

ii)  $\mu < 2t$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_p = \frac{2\theta_2}{mh \cdot q_B} \cdot \frac{\sigma_{rB}}{\sigma_{b0}} \dots \dots \dots (51.4)$$

$$\sigma_{b0} = (31.6)$$

iii) For the shear failure in the glue line:

$$\left(\frac{h}{l}\right)_p = \frac{2\theta_3}{mh \cdot q_G} \cdot \frac{\sigma_{rB}}{\sigma_{b0}} \dots \dots \dots (51.6)$$

$$\sigma_{b0} = (31.6)$$

And then, we take the minimum  $\left(\frac{h}{l}\right)_p$ .

**41.2 In the case of two laminations. (as shown in figure 11).**

$$\left(\frac{h}{l}\right)_p = \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)}{m \cdot q_A \{3n(r'+1)(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - 4(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2\}} \dots \dots \dots (52.4)$$

$$\sigma_{b0} = (32.5)$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_p = \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)}{A_0 \sqrt{r'+1} \cdot n \cdot m \cdot q_A} \sqrt{\frac{3r' - A_0}{r'+1}} \dots \dots \dots (52.3)$$

$$A_0 = 3(1-\varphi_0^2+n\varphi_0^2) - \frac{4(1-\varphi_0+n\varphi_0)^2 \{K_0^2(r'+1)^2 + 3r'(r'+K_0)(K_0-1)\}}{n(r'+1)\{2r'-K_0(r'-1)\}^2}$$

$$\sigma_{b00} = (42.3)$$

**4.2 The limiting condition  $\left(\frac{h}{l}\right)_e$  and bending strength (figure 10 & 11)**

$\left(\frac{h}{l}\right)_e$  : at this point, the bending strength according to shear failure is equal to the bending stress at elastic limit.

**42.1 In the case of three laminations.**

i)  $\frac{n}{e} \geq \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda}$  :

For the  $\tau_m$  :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_0}{mhq_A} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{bc}} \dots\dots\dots (51.8)$$

$$\sigma_{bc} = (21.5)$$

For the  $\tau_G$  :

at the compression side :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_c}{mhq_G} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{bc}} \dots\dots\dots (51.9)$$

$$\sigma_{bc} = (21.5)$$

at the tension side :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_t}{mhq_G} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{bc}} \dots\dots\dots (51.10)$$

$$\sigma_{bc} = (21.5)$$

ii)  $\frac{e}{n} \leq \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda}$  :

at the middle portion :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_0}{mhq_A} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{bc}} \dots\dots\dots (51.11)$$

$$\sigma_{bc} = \frac{4\{1 - (1-e)(\varphi_0^3 - t_0^3)\} \{1 - (1-e)(\varphi_0 - t_0)\} - 3\{1 - (1-e)(\varphi_0^2 - t_0^2)\}^2}{e\{2(\varphi_0 - 1) - (1-e)(\varphi_0 - t_0)\}} \cdot \sigma_{cA} \dots\dots\dots (51.12)$$

at the compression side :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_c}{mhq_G} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{bc}} \dots\dots\dots (51.13)$$

$$\sigma_{bc} = (51.11)$$

at the tension side :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_t}{mhq_G} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{bc}} \dots\dots\dots (51.14)$$

$$\sigma_{bc} = (51.11)$$

And then, we take the minimum  $\left(\frac{h}{l}\right)_e$  These relations are represented as shown in figure 10.

42.2 In the case of two laminations.

i)  $\frac{n}{e} \geq \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda}$  :

For the  $\tau_m$  :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_0}{mhq_A} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{be}} \dots \dots \dots (52.7)$$

$\sigma_{be} = (22.4)$

For the  $\tau_G$  :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_c}{mhq_G} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{be}} \dots \dots \dots (52.8)$$

$\sigma_{be} = (22.4)$

And then, we take the lower value  $\left(\frac{h}{l}\right)_e$ .

ii)  $\frac{n}{e} \leq \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda}$  :

For the  $\tau_m$  :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_0}{mhq_A} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{be}} \dots \dots \dots (52.9) \sim (52.10)$$

$$\sigma_{be} = \frac{4\{1 - \varphi_0^3 + e\varphi_0^3\}\{1 - \varphi_0 + e\varphi_0\} - 3\{1 - \varphi_0^2 + e\varphi_0^2\}^2}{e\{2\varphi_0 - 1\} - (1 - e)\varphi_0^3} \cdot \sigma_{cA}$$

For the  $\tau_G$  :

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = \frac{2\beta_c}{mhq_G} \cdot \frac{\sigma_{cB}}{\sigma_{be}} \dots \dots \dots (52.11)$$

$\sigma_{be} = (52.9)$

And then, we take the lower  $\left(\frac{h}{l}\right)_e$ . These relations are represented as shown in figure 11.

Appendix II Sample Computations Using Equation.

The comparison of measured and computed bending strength is represented as shown in Table 7.

Conditions of Dr. T. Mori & I. Asano's experiment<sup>1)</sup> :

Type of loading : center, simply supported. (m=1).

Depth-span ratio :  $\frac{h}{l} = \frac{1}{12} = 0.083$

Cross section of a beam : width  $b=2$  cm ; depth  $h=4$  cm, Moisture condition of the test

beams : air dry.

core lamination : Sugi [*Cryptomeria japonica* D. DON]

Face laminations : Mizu-nara (Japanese oak) [*Quercus crispula* BLUME]

**Example 1.**

Computation of bending strength of the glued laminated beam consisting of there laminations. Beam mark:  $E_1$ .

Constant strength figures (Table 1).

$$\begin{aligned} \sigma_{eB} &= 408 \text{ kg/cm}^2 \\ e &= 0.711 \\ n &= 0.586 \\ r &= 2.87 \\ K_0 &= 0.70 \quad \text{assumed} \\ q_A &= 5.83 = q_G \quad \text{"} \\ q_B &= 2.92 \quad \text{"} \end{aligned}$$

In this experiment,  $K_0$  and  $\tau$  are not definite.

$$\begin{aligned} \varphi &= 3 \text{ cm}; \quad t = 0.5 \text{ cm} \\ \rho &= \frac{\varphi - \lambda}{h - \lambda} = 0.609, \quad \mu = 1.861 \\ \therefore \quad \mu - 2t &= 0.861 > 0 \\ \therefore \quad \left(\frac{h}{l}\right)_p &= 0.095 \\ \left(\frac{h}{l}\right)_e &= 0.376 \end{aligned}$$

The beam, therefore, may be failed by the tension failure.

Then,

$$\begin{aligned} \sigma_{b00} &= (41.5) = 743 \text{ kg/cm}^2. \\ \sigma_{b0} &= (31.6) = 697 \text{ kg/cm}^2. \\ \sigma_{be} &= (21.5) = 386 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

In this

the measured strength figures:

$$\sigma_b = 722 \text{ kg/cm}^2$$

the measured bending stress at elastic limit:

$$\sigma_s = 403 \text{ kg/cm}^2.$$

And then, the comparison of measured and computed bending stress becomes:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{b00}}{\sigma_b} &\doteq 1.03 \\ \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} &\doteq 0.97 \\ \frac{\sigma_{be}}{\sigma_e} &\doteq 0.96 \end{aligned}$$

**Example 2.**

Computation of bending strength of the glued laminated beam consisting of two laminations. Beam mark:  $C_b$

constant strength figures (Table 1).

$$\sigma_{eB} = 408 \text{ kg/cm}^2$$

$$e = 0.733$$

$$n = 0.598$$

$$r' = 2.97$$

$$q_A \doteq 5.83 \quad \text{assumed.}$$

$$K_0 \doteq 0.80 \quad \text{"}$$

$$q_B \doteq 2.92 \quad \text{"}$$

$$q_G = q_A \quad \text{"}$$

$$\varphi = 3 \text{ cm}; \quad t = 0; \quad \rho = 0.554 < \frac{n}{e} = 0.816.$$

$$\therefore \left(\frac{h}{l}\right)_p = 0.135 > \frac{h}{l}$$

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e = 0.205$$

The type of failure in this beam may be 'tension failure'.

Therefore;

$$\sigma_{b00} = (42.3) = 650 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{b0} = (32.5) = 612 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{be} = (22.4) = 368 \text{ kg/cm}^2$$

In this.

the measured strength figures:

$$\sigma_b = 669 \text{ kg/cm}^2$$

the measured bending stress at elastic limit:

$$\sigma_e = 410 \text{ kg/cm}^2.$$

And then, the comparison of measured and computed bending stress becomes:

$$\frac{\sigma_{b00}}{\sigma_b} \doteq 0.97$$

$$\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_b} \doteq 0.91$$

$$\frac{\sigma_{be}}{\sigma_e} \doteq 0.89$$

#### LITERATURE CITED

1. T. Mori & I. Asano: Study on the glued beams composed of any kind of wood. Japanese Building Research Institute Report No. 100. 1950.
2. T. Kon: On laws of flexural rupture of wood 1950.
3. S. C. Bechtel & C. B. Norris: Strength of wood beams of rectangular cross section as affected by span-depth ratio F. P. L. of U. S. A. R1910 1952.
4. M. Sawada: Studies on the wood beams (1) Bulletin of the Gov. F. E. Station No. 71 1954.